

УДК 656

*Кухаренок Г.М., Капский Д.В., Навой Д.В., Рожанский Д.В., Шуть В.Н.*

## **ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЗМА РАСПАДА КООРДИНИРОВАННОЙ ПАЧКИ АВТОТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ ПРИ ДВИЖЕНИИ НА ПЕРЕГОНЕ МАГИСТРАЛЬНОЙ УЛИЦЫ**

**Введение.** В моделировании дорожного движения исторически сложилось два основных подхода – детерминистический и вероятностный (стохастический). В основе детерминированных моделей лежит функциональная зависимость между отдельными показателями, например, скоростью и дистанцией между автомобилями в

потоке. В стохастических моделях транспортный поток рассматривается как вероятностный процесс.

Все модели транспортных потоков можно разбить на три класса [1, 2]: модели-аналоги, модели следования за лидером и вероятностные модели. В моделях-аналогах движение транспортного средст-

---

*Капский Д.В., кандидат технических наук, доцент Белорусского национального технического университета.*

*Рожанский Дмитрий Виленович, кандидат технических наук, доцент Белорусского национального технического университета.*

*Беларусь, БНТУ, 220027, г. Минск, пр. Ф. Скорины, 65.*

*Шуть В.Н., к.т.н., доцент кафедры интеллектуальных информационно-технологий Брестского государственного технического университета.*

*Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.*

---

*Физика, математика, информатика*

ва уподобляется какому-либо физическому потоку (гидро и газодинамические модели). Этот класс моделей принято называть макроскопическими. В моделях следования за лидером существенно предположение о наличии связи между перемещением ведомого и головного автомобиля. По мере развития теории в моделях этой группы учитывалось время реакции водителей, исследовалось движение на многополосных дорогах, изучалась устойчивость движения. Этот класс моделей называют микроскопическими. В вероятностных моделях транспортный поток рассматривается как результат взаимодействия транспортных средств на элементах транспортной сети. В связи с жестким характером ограничений сети и массовым характером движения в транспортном потоке складываются отчетливые закономерности формирования очередей, интервалов, загрузок по полосам дороги и т. п. Эти закономерности носят существенно стохастический характер.

В последнее время в исследованиях транспортных потоков стали применять междисциплинарные математические идеи, методы и алгоритмы нелинейной динамики. Их целесообразность обоснована наличием в транспортном потоке устойчивых и неустойчивых режимов движения, потерь устойчивости при изменении условий движения, нелинейных обратных связей, необходимости в большом числе переменных для адекватного описания системы.

Характер пропуска автомобилей через перекресток приводит к образованию групп автомобилей. По мере удаления от пересечения автомобильные группы распадаются из-за различия в скорости движения автомобилей в группе. Учет этого фактора необходим для моделирования свойств транспортного потока на перегоне.

**Макроскопическая модель движения автомобиля.** Рассмотрим следующую макроскопическую модель [3]. Задается длительность цикла, а время проезда  $t$  любого автомобиля между двумя соседними регулируемыми перекрестками (исключая задержку у перекрестка) принимается имеющим нормальное распределение с плотностью:

$$f(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} e^{-\frac{(\tau-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (1)$$

где  $\mu$  и  $\sigma$  – среднее значение и дисперсия времени проезда автомобилем заданного участка дороги. Величины  $\mu$  и  $\sigma$  случайным образом зависят от длины участка дороги, ограничения скорости движения, длительности цикла и т.д.

Если  $\rho_d(t)$  – интенсивность отправлений на входном пересечении, а  $\rho_a(t)$  – интенсивность потока прибытий на выходном пересечении, то с учетом уравнения (1) получаем:

$$\begin{aligned} \rho_a(t) &= \int_0^\infty \rho_d(t-\tau) f(\tau) d\tau = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_0^\infty \rho_d(t-\tau) \cdot e^{-\frac{(\tau-\mu)^2}{2\sigma^2}} d\tau. \end{aligned} \quad (2)$$

Кривая интенсивностей отправлений  $\rho_d(t)$  разбивается на интервалы времени  $\Delta t$  и представляется ступенчатой функцией (рис. 1).

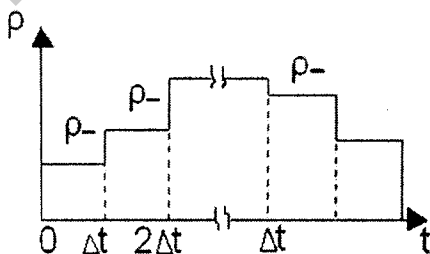


Рис. 1. Аппроксимация кривой интенсивности транспортного потока

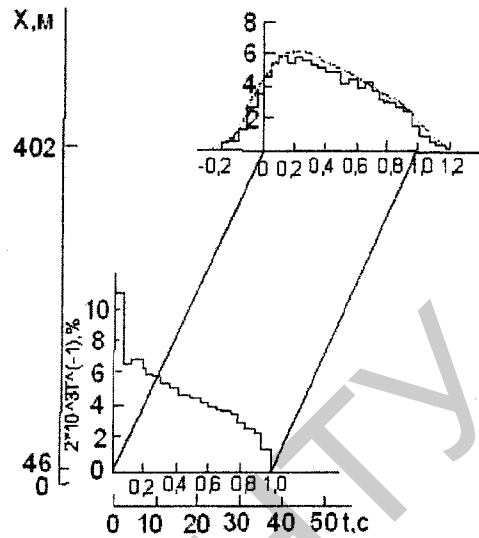


Рис. 2. Сравнение модели дисперсии с экспериментальными данными

Если  $\rho_i$  – величина  $\rho_d(t)$  за время  $i\Delta t \leq t < (i+1)\Delta t$ , то сместив время на  $\mu$ , уравнение (2) переписывается следующим образом:

$$\rho_a(t + \mu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \int_{i\Delta t}^{(i+1)\Delta t} \rho_i \cdot e^{-\frac{(z-t)^2}{2\sigma^2}} dz = \quad (3)$$

$$= \sum_{i=-\infty}^{\infty} \rho_i \left[ P\left(\frac{(i+1)\Delta t - t}{\sigma}\right) - P\left(\frac{i\Delta t - t}{\sigma}\right) \right],$$

где  $P(t)$  – вероятность, определяемая как

$$P(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{z^2}{2}} dz. \quad (4)$$

Сравнение рассмотренной выше модели дисперсии с результатами экспериментальных данных показано на рис. 2 [3]. Сплошной линией представлены фактические графики интенсивности, полученные по результатам измерений в точке убытия с перекрестка и на 400м ниже по ходу движения, а пунктиром – значения полученные из уравнения (3) при  $\mu=0,49$  и  $\sigma=0,12$ .

В работах [4, 5] предполагается, что на вход перегона транспортный поток поступает с кусочно-постоянной функцией интенсивности  $J(t)$  рис. 3.

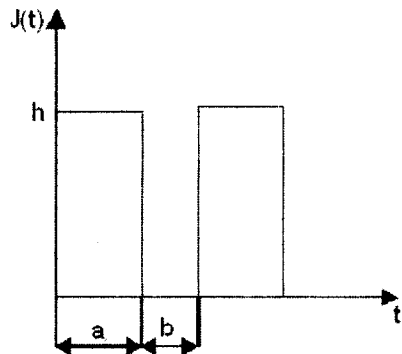


Рис. 3. Временная зависимость интенсивности транспортного потока

С использованием разложения в ряд Фурье интенсивность потока в конце перегона может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} J_1(t) &= A + \frac{(h-A)a}{a+b} + \frac{2(h-A)}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \exp[-2n^2\pi\sigma l(a+b)^2] \times \\ &\times \sin \frac{n\pi a}{a+b} \cdot \cos \frac{n\pi(a+2t-2t)}{a+b}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь учтено, что в течение интервала времени  $(a, a+b)$  интенсивность потока  $(A)$  отлична от нуля. Выражение (5) определяет оператор, описывающий преобразование потока на перегоне.

В работе [6] предлагается следующая формула для выражения движения единичного транспортного средства по перегону:

$$f(\tau) = \frac{1}{\tau^2 \sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\frac{D}{\tau} - \frac{D}{\tau})^2}{2\sigma^2}}, \quad (6)$$

где  $D$  – расстояние от стоп-линии до точки наблюдения за транспортным потоком на перегоне;

$\tau$  – время движения единичного транспортного средства на дистанции  $D$ ;

$\bar{\tau}$  – среднее время движения автомобилем на дистанции  $D$ ;

$\sigma$  – дисперсия времени проезда единичным автомобилем расстояния  $D$ .

Профиль транспортного потока за время движения от стоп-линии до точки наблюдения может быть описан следующим выражением:

$$\rho_2(t_2)dt_2 = \int_{t_1} \rho_1(t_1)f(t_2 - t_1)dt_1,$$

где  $\rho_2(t_2)dt_2$  – количество транспортных средств проходящих наблюдаемое сечение дороги в интервале  $(t, t+dt)$ ;

$\rho_1(t_1)dt_1$  – количество транспортных средств проходящих стоп-линию в интервале времени  $(t, t+dt)$ ;

$f(t_2 - t_1)$  – вероятность распределения времени движения по перегону.

Существующий метод предсказания «среднего» распада группы автомобилей при условии, что известна структура стартующего с предыдущего перекрестка потока описывается следующим рекуррентным выражением [7]:

$$\rho_a(i+t) = (1-F) \cdot \rho_a(i+t-1) + F \cdot \rho(i), \quad (7)$$

где  $t$  – величина, кратная среднему времени движения по перегону;

$\rho_a(i)$  – прибывающий к перекрестку поток в  $i$ -м интервале;

$\rho(i)$  – интенсивность потока, покидающего предшествующий перекресток в интервале времени  $i$ ;

$F$  – сглаживающий фактор.

Сглаживающий фактор выбирается из условия минимума квадрата величин отклонений точек теоретической и экспериментальных кривых. Экспериментально установлено, что

$$t = 1,8 \cdot t_{cp},$$

где  $t_{cp}$  – среднее время движения по перегону;

$$F = 1/(1+0,5 \cdot t). \quad (8)$$

Формула (6) успешно используется в модели TRANSYT, ее использование значительно упрощает порядок расчетов управляющих воздействий на магистрали, однако не в полной мере учитывается нелинейность процессов прохождения транспортным потоком заданного участка дороги.

В [8, 9, 10] рассматривается нестационарный дискретный стохастический процесс:

$$X(t) = P(t) + V(t), \quad (9)$$

где  $P(t)$  – случайное блуждание

$$P(t) = P(t-1) + \varepsilon(t) = \sum_{i=0}^n \varepsilon(t-i) + P(t-m-1), \quad (10)$$

где  $\varepsilon(t)$ ,  $V(t)$  – белый шум, причем  $\varepsilon(t)$  и  $V(t)$  взаимно коррелированы ( $V(t)$  – постоянный шум,  $\varepsilon(t)$  – непостоянный) и их математические ожидания равны нулю. Предполагается также стохастичность процессов  $\varepsilon(t)$  и  $V(t)$ . Экстраполяция процесса для различных моментов  $(t+m)$  может быть связана рекуррентной формулой, в

состав которой входят конечные числа значений  $X(t)$ , его экстраполяция  $X(t)$  и параметры  $\sigma_m$ ,  $F$ ,  $F_1$ :

$$\bar{X}(t+m-1) = \bar{X}(t+m) + F[X(t+1) - X(t+m)] + \sigma_m + 1 - F - [X(t+1) - X(t)]$$

С учетом формулы (8) и ограничиваясь приемлемой двухшаговой экстраполяцией, можно записать, что

$$I_1(t) = (1-F)I_1(t-1) + (F_1+F)I(t) - F_1I(t-1). \quad (11)$$

Следует отметить, что формула (10) является более общей по сравнению с формулой Робертсона (6)  $F_1$  и  $F$  находятся методом наименьших квадратов из условия минимальности отклонения прогнозируемых и фактических гистограмм. Наиболее приемлемый вариант представления следующий:  $F=1(1+\alpha n/T)$  и  $F_1=1(1+\beta n/T)$ , где  $\alpha$  и  $\beta$  – постоянные;  $T$  – длительность цикла;  $t$  – время движения по перегону;  $T/n$  – шаг прогноза ( $n$  – целое число). Получены  $\alpha=0,4$ ;  $\beta=2,0$ .

В работе [10] предложена следующая модель поведения транспортного потока на перегоне. Поток можно характеризовать двумя величинами – временной длиной  $P$  группы автомобилей и средней интенсивностью потока  $J$ .

На выходе перекрестка поток характеризуется величиной  $P'$ , равной длительности эффективной зеленой фазы, и средней интенсивностью  $J'$  в течение этого же временного интервала. Если предположить, что в течение красной фазы на перегон прибывает поток со средней интенсивностью  $J$ . В соответствии с предложенной моделью временную длину  $P$  группы автомобилей, убывающей от перекрестка в течение цикла регулирования  $T$ , можно представить в виде двух слагаемых:

$$P = P^+ + P^-, \quad \text{где величина } P^+ \text{ уже определена выше, а } P^- = J/J'.$$

Согласно работам [10, 11], а также экспериментальным исследованиям, проведенным ВНИИБД МВД СССР, величина  $P$  является функцией времени движения по перегону:

$$P(t) = P(0)K(t). \quad (12)$$

В результате анализа зависимостей задержки транспортных средств на перекрестке от сдвига цикла регулирования, получившихся при использовании выражений (6) и (11) установлено, что

$$K(t) = \exp(0,008t). \quad (13)$$

Таким образом, группа автомобилей на выходе перегона характеризуется временной длиной  $P(t)$ , определяемой формулами (11) и (12) и интенсивностью

$$J(t) = J(0) \cdot P(0)/P(t), \quad (14)$$

где  $J(0) = J$ .

Участок стабильного движения транспортного потока по перегону описывается описанными выше моделями. Движение переднего и заднего фронтов размытой волны транспортного потока рассматривается как линейный процесс. Если нет для этого специальных условий, то координированная пачка имеет тенденцию к распаду (диффузии) см. рис. 4.

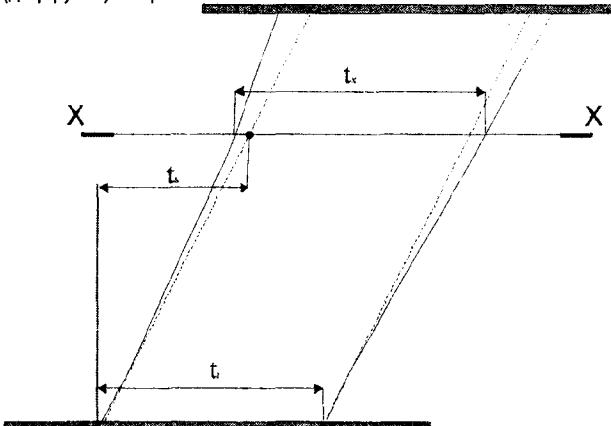


Рис. 4. Распад координированной пачки

Это объясняется несколькими причинами, важнейшими из которых являются стремление водителей к лидерству, различие в габаритах и динамике транспортных средств и различия в условиях движения за данным транспортным средством. В работе [4] предложено следующая рекомендация по времени распада координированной пачки:

$$t_x = t_r \cdot e^{0.008 \cdot t_s}, \quad (15)$$

где  $t_x$  – суммарный временной интервал (временная длина), занимаемый пачкой в данный момент, с;

$t_r$  – суммарный временной интервал, занимаемый пачкой в момент образования непосредственно за генерирующим светофорным объектом;

$t_s$  – расчетное время движения переднего фронта пачки от генерирующего светофорного объекта до искомого сечения, с.

**Экспериментальные исследования параметров транспортного потока.** В некоторых источниках [12, 13, 14] предлагается для моделирования процесса распада скоординированной пачки вдоль координируемой улицы пользоваться широко известной аналогией между распространением газа по трубопроводу. В Научно-исследовательском центре дорожного движения (НИЦ ДД БНТУ) были проведены соответствующие экспериментальные исследования параметров транспортного потока. Результаты экспериментальных замеров (без учета сглаживания) количества транспортных средств, проходящих в заданный момент времени через заданное сечение магистрали на пр. Пушкина имеют следующий вид (в примере использованы замеры для 3-ей полосы движения) (рис. 5).

Видно, что физика процесса распада пачки не четко описывается из-за наличия специфических особенностей в поведении транспортного потока.

В течение светофорного цикла количество транспортных средств, проходящих через сечение дороги, изменяется, что связано с различными скоростями отдельных транспортных средств. Таким образом, объектом исследования являются функции, описывающие зависимость количества транспортных средств, проходящих через сечение перегона, от времени. Согласно модели TRANSYT [7], функция, описывающая модель приезда транспортных средств к стоп-линии, вычисляется по функции, описывающей отъезд транспортных средств от стоп-линии, определяющей начало рассматриваемого перегона.

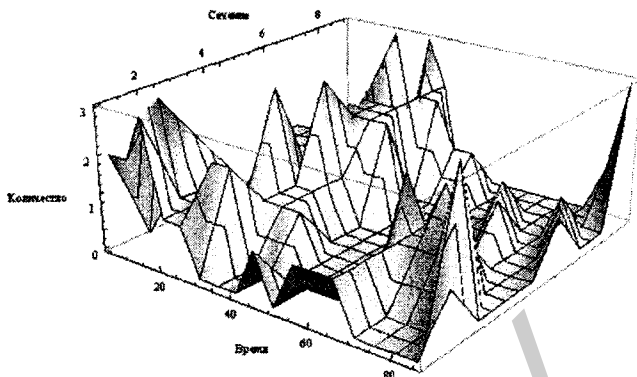


Рис. 5. Распад координируемой пачки при проезде магистрали (пр-т. Пушкина, третья полоса движения полосы)

Согласно модели TRANSYT, светофорный цикл делится на последовательные интервалы времени  $[t_1, t_2], [t_2, t_3], \dots, [t_{n-1}, t_n], t_1 < t_2 < \dots < t_n$ , называемые шагами. Моменты  $t_1, t_2, \dots, t_n$  будем называть контрольными моментами времени, экспериментальные замеры осуществляются в эти моменты времени.

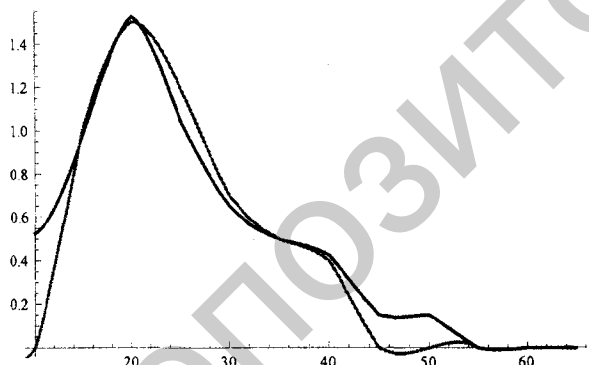
Введем следующие обозначения:  $T$  – продолжительность светофорного цикла;  $X$  – длина перегона;  $f_{in}(t), t \in [0, T]$  – функция, определяющая зависимость от времени количества транспортных средств, отправляющихся от стоп-линии, определяющей начало перегона;  $f_{out}(t), t \in [0, T]$  – функция, определяющая зависимость от времени количества транспортных средств на полосе для стоп-линии, определяющей конец перегона;  $\Delta = t_{i+1} - t_i, i=1, \dots, n-1$  – длина шага. В данной модели будем полагать, что длины всех шагов равны.

Согласно [12], формулу Робертсона для расчета функции  $f_{out}(t)$  на основании  $f_{in}(t)$ , можно записать в следующем виде:

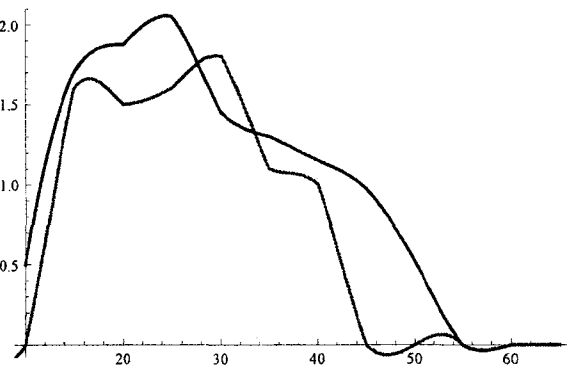
$$f_{out}(t_{i+1}) = F \cdot f_{in}(t_i) + (1 - F) \cdot f_{in}(t_{i+k-1}), \quad (16)$$

где  $F$  – определяемый на основе опытных данных сглаживающий фактор,

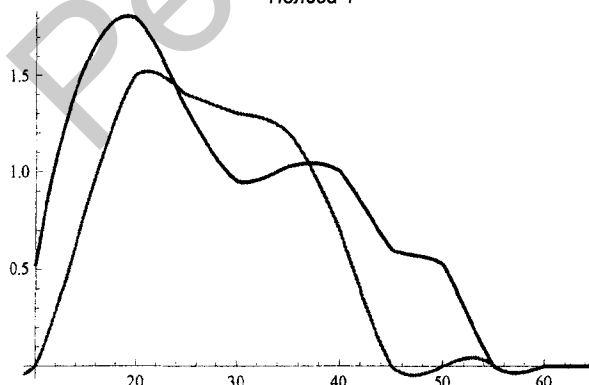
$k=0,8$  – кратное время проезда рассматриваемого пути.



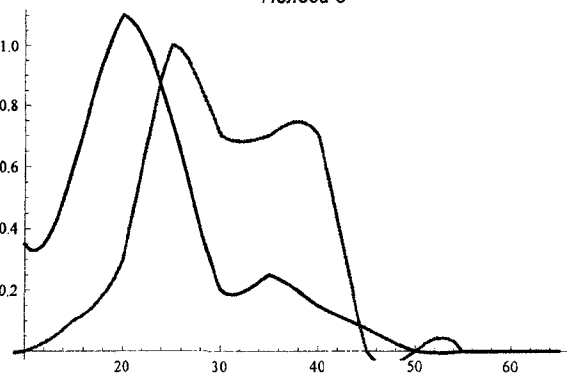
Полоса 4



Полоса 3



Полоса 2



Полоса 1

Рис. 6. Модель движения на перегоне пр. Пушкина (от ул. Матусевича до ул. Притыцкого)

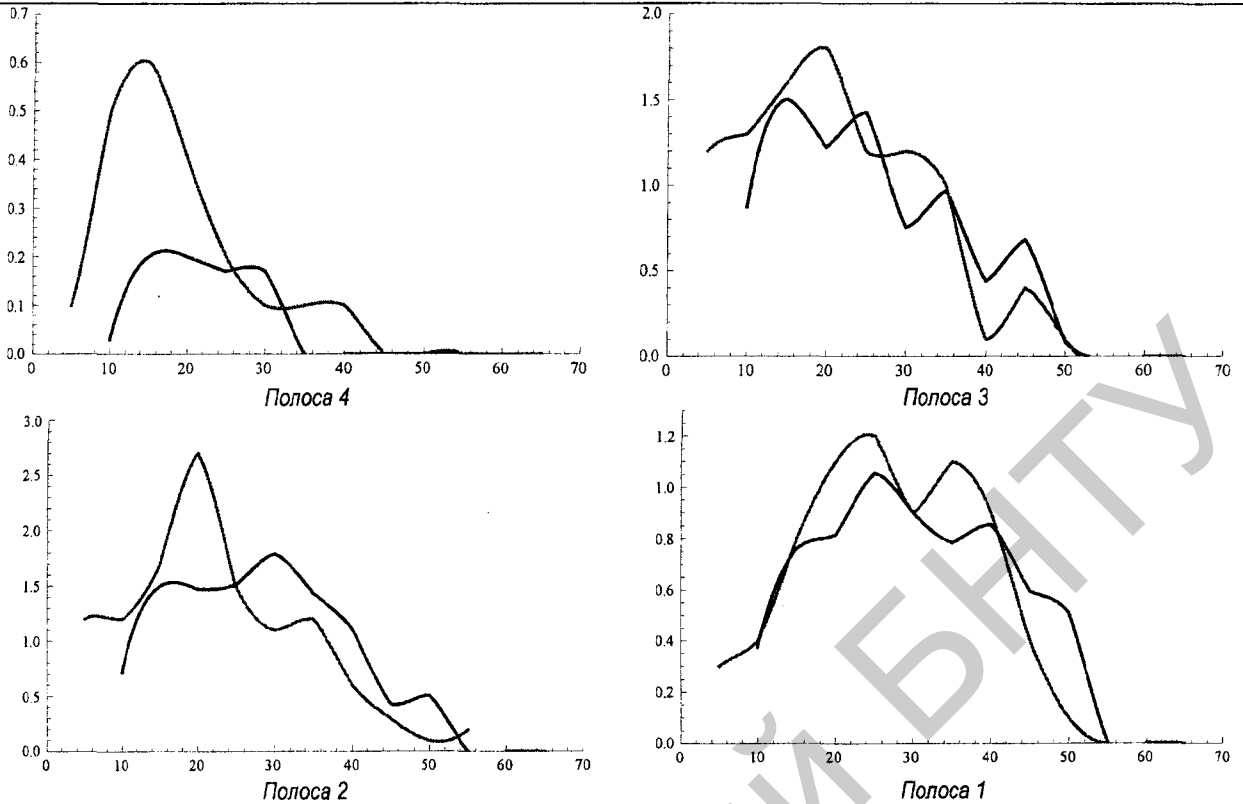


Рис. 7. Модель движения транспортных потоков на перегоне пр. Пушкина (от ул. Матусевича в сторону ул. Ольшевского (пешеходного перехода))

Экспериментальные данные замеров интенсивности движения на улицах г. Минска показывают, что формула (16) недостаточно точна. Поэтому нами предлагается формула (17), адаптированная к условиям движения транспорта по магистралям г. Минска и разработанная по результатам экспериментальных замеров:

$$f_{out}(t + 3\Delta) = F \cdot f_{in}(t - \Delta) + (1 - F) \cdot f_{in}(t + \Delta), \quad (17)$$

где сглаживающий фактор  $F$  вычисляется по формуле:

$$F = \frac{1}{1 + \frac{1}{3\Delta} \cdot \frac{X}{T}} \quad (18)$$

Приведем для сравнения графики функции  $f_{out}(t)$ , полученные в результате измерений и рассчитанные по формулам (16), (17).

Видно, что большую сходимость с теоретическими предположениями имеют экспериментальные данные исследований транспортных потоков при движении по 4 и 3 (крайним) полосам движения.

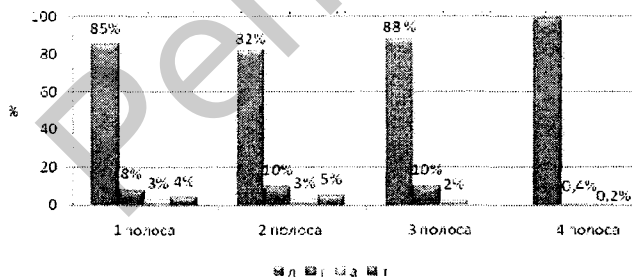


Рис. 8. Диаграмма состава транспортного потока по полосам

Это объясняется тем, что, например, наиболее «тяжелый» поток движется по первым двум полосам проезжей части (см. рис. 8). Такой поток менее динамичен, обладает разнородными тяговыми характеристиками. Также, это связано с загрузкой полос (рис. 9). Видно, что из-за наличия движения на первой полосе маршрутных транспортных средств, грузовых автомобилей данная полоса используется осталь-

ными участниками движения меньше. Из рис. 8 также видно, что легковые транспортные средства в большей степени располагаются на крайних (3-ей и 4-ой) полосах движения, что обуславливает более низкое (рис. 9) распределение интенсивности движения на этих полосах. Вместе с тем, более загружена 2-я полоса, поскольку по ней удобно двигаться, перестраиваясь в другие полосы.

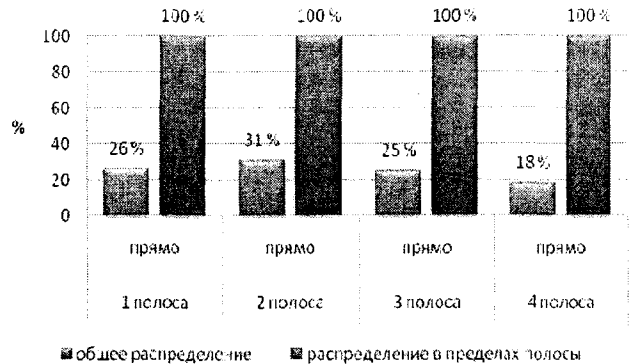


Рис. 9. Распределение интенсивности движения по полосам

Из рис. 10 следует, что наиболее равномерная скорость движения автомобилей наблюдается на крайней 4-ой полосе движения. Это обуславливается тем, что по данной полосе осуществляют движение только легковые автомобили, имеющие, практически, одинаковую разгонную и тормозную динамики. Движение идет по ровному прямому горизонтальному участку магистральной улицы без примыканий «слева» и с хорошими условиями видимости, поэтому скорости движения достаточно высокие (средние скорости около 60км/ч). В связи с этим в предложенной модели необходим учет дополнительных данных, характеризующих состав транспортного потока, число перестроений или равномерность движения и т.д.

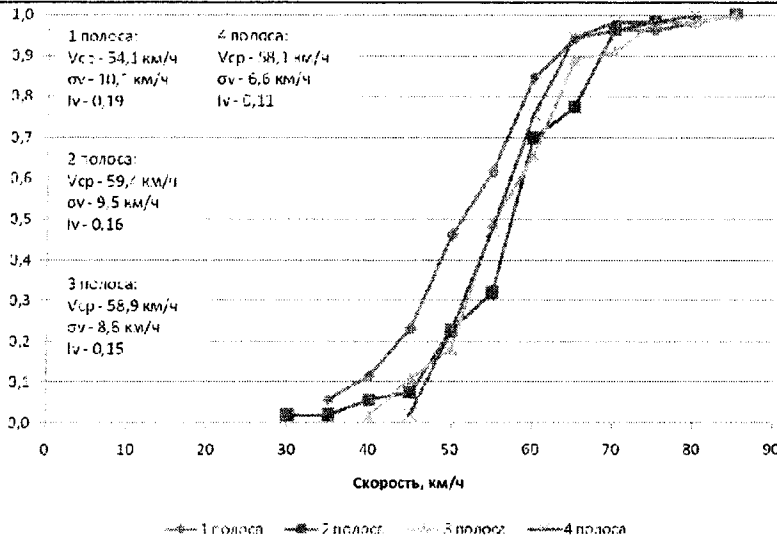


Рис. 10. Кумулятивные кривые распределения скоростей движения

**Заклучение.** Разработана усовершенствованная модель распада координированной пачки при движении по магистральной улице, отражающая физический смысл распада пачки и учитывающая изменение состава транспортного потока, количество перестроений, осуществляемых автомобилями при движении в потоке, изменение скоростей движения и равномерность движения автомобилей. Результаты теоретических и экспериментальных данных имеют лучшую, чем предыдущая модель, сходимость.

Разработанная модель распада координируемой пачки при движении вдоль магистральной улицы может использоваться в САПР автоматизированной системы управления дорожным движением для разработки алгоритмов, учитывающих сдвиги времени включения разрешающих сигналов на светофорных объектах при координируемом регулировании без установки дополнительных детекторов транспорта.

**СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Врубель, Ю.А. Организация дорожного движения: в 2 ч. / Ю.А. Врубель. – Минск: Белорусский фонд безопасности дорожного движения, 1996. – 634 с.
2. Дрю, Д. Теория транспортных потоков и управление ими / Д. Дрю; пер. с англ. – М.: Транспорт, 1972. – 424 с.
3. Иносэ, Х. Управление дорожным движением; пер. с англ. / Х. Иносэ, Т. Хамада – М.: Транспорт, 1983. – 248 с.
4. Капитанов, В.Т. Управление транспортными потоками в городах / В.Т. Капитанов, Е.Б. Хилажев – М.: Транспорт, 1985. – 144 с.
5. Кременец, Ю.А. Технические средства регулирования дорожного движения / Ю.А. Кременец, М.П. Печерский. – М.: Транспорт, 1981. – 252 с.

6. Pacey, G. M. The Progress of a Bunch of Vehicles Released from a Traffic Signal. Research Note №. Rn/2665/GMP. Road Research Laboratory, London (mimeo), 1956. – P.15–17.
7. D.I.Robertson. Transyt: a traffic network study tool. RRL Report LR 253, 1969. – P. 64–63.
8. Volz, M.A. Kansas Speedway Event Management Using ITS / M.A. Volz and B.J. Nicholson. – Research Council: Washington, D.C., 2003. – 143 pp.
9. Schuman, R. and Sherer, E. 511 Deployment Conference, Scottsdale, Arizona, Marc 2002. "Inside ITS," Volume 13, No. 7 April 1, 2003 – p. 3.
10. Gartner, N. Optimization of traffic signal settings in networks by mixed-integer linear programming / N. Gartner, T.D.C. Little, H. – Gabbay: Cambrige (mass), 1974 – p.12.
11. Newell, G.F. Synchronization of traffic lights for high flow Quarterly of applied mathematics 21, 1964. – p. 31.
12. Пржибыл, П. Телематика на транспорте / П. Пржибыл, М. Свитек. – М.: МАДИ (ГТУ), 2003. – 540 с.
13. Теленик, С.Ф. Концепция моделирования и управления движением автотранспортных средств // Автомобильный транспорт / С.Ф. Теленик, В.Н. Томашевский – Сб. науч. трудов. – Вып. 1, 1998. – Харьков: ХГАДТУ. – С. 98–100.
14. Горлов, Ю.Г. Имитационное моделирование дорожного движения по транспортной сети промышленного центра // Материалы НТС: Современная миссия технических университетов в развитии инновационных территорий. – Варна, 2004. – С. 125–135.

Материал поступил в редакцию 08.11.10

**KUHARENOK G.M., KAPSKY D.V., NAVOJ D.V., ROZHANSKY D.V., SHUTS V.N. Research of disintegration mechanism of a coordinated vehicle platoon driving on an arterial highway link**

The analysis micro- and macro- models of movement of a road transport stream is made. On the basis of the analysis the best model adequately reflecting specificity of movement of cars in a road stream is established. For coordination the disintegration model coordination's packs of cars is developed at movement along a highway. Results of experimental and theoretical researches are resulted. Directions of the further researches under the account of the specific conditions influencing road disintegration of a pack are defined.