Белорусский национальный технический университет

ВЫПУЧИВАНИЕ НЕРАВНОМЕРНО НАГРЕТОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ В УСЛОВИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ И ОБЛУЧЕНИЯ НЕЙТРОННЫМ ПОТОКОМ

Куликов И.С., Шпургалова М.Ю.

Анализ современной научной литературы, посвященной исследованию проблем устойчивости неравномерно нагретых сферических оболочек в условиях ползучести и облучения показал, что данная задача, применительно к сферическим оболочкам в условиях облучения ранее не ставилась и не решалась.

Среди работ в этом направлении следует выделить следующие результаты научных исследований:

Xirochakis P.C, Jones Normax, Norton-Bailey, Md. Wahhaj Uddin, Misra J.C., Kar S.B., Samanta S.C. и многие другие.

В последнее время при решении задач прочности и устойчивости оболочек большое распространение получил метод конечных элементов. Однако, несмотря на это, в большинстве работ рассматривались в основном либо цилиндрические, либо конические оболочки. Очень мало работ посвящено вопросам прочности и устойчивости сферических оболочек.

Новизна поставленной задачи заключается в том, что в работе предполагается рассмотрение устойчивости неравномерно нагретых сферических оболочек в условиях ползучести и облучения.

Рассмотрим нагруженную равномерным внешним давлением p замкнутую сферическую оболочку (рис.1)

В этом случае усилия N_θ, N_φ перерезывающие силы Q и изгибающие моменты M_θ, M_φ будут функциями только угла θ.

Обозначим через r_c – радиус срединной поверхности оболочки, $2h$ – толщину оболочки, w – перемещение точек оболочки по радиусу, u – перемещение точек по касательной к меридиану в направлении угла θ.

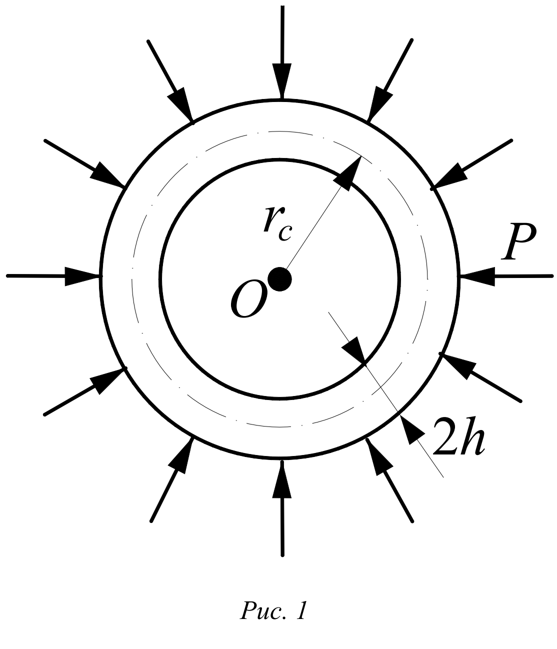

Рис. 1

В этом случае будем иметь следующую систему уравнений равновесия [1]:

$$\begin{aligned}
&\frac{dQ}{d\theta} + Qctg\theta - (N_\theta + N_\varphi) + \Pr_c = 0 \\
&\frac{dN_\theta}{d\theta} + (N_\theta - N_\varphi)ctg\theta + Q = 0 \qquad (1) \\
&\frac{dM_\theta}{d\theta} + (M_\theta - M_\varphi)ctg\theta + Qr_c = 0
\end{aligned}$$

Для волокна оболочки, лежащего на расстоянии z от срединной поверхности ($-h \le z \le h$), получим следующие выражения для деформаций:

$$E_{\theta} = \frac{w}{r_c} + \frac{1}{r_c}\frac{du}{d\theta} - \frac{z}{r_c^2}(\frac{d^2 w}{d\theta^2} + w) + E_{\theta}^{н}$$
$$E_{\varphi} = \frac{w}{r_c} + \frac{u}{r_c} ctg\theta - \frac{1}{r_c^2}(\frac{d^2 w}{d\theta^2} ctg\theta + w) + E_{\varphi}^{н} \quad (2)$$

Здесь $E_{\theta}^{н}, E_{\varphi}^{н}$ – неупругие деформации, возникающие в оболочке в процессе деформирования.

$$E_{\theta}^{н} = E_{\theta}^{T} + E_{\theta}^{S} + E_{\theta}^{C}$$
$$E_{\varphi}^{н} = E_{\varphi}^{T} + E_{\varphi}^{S} + E_{\varphi}^{C} \quad (3)$$

где $E_{\theta}^{T}, E_{\varphi}^{T}$ – деформации термического расширения, $E_{\theta}^{S}, E_{\varphi}^{S}$ – деформации радиационного распухания, $E_{\theta}^{C}, E_{\varphi}^{C}$ – деформации тепловой и радиационной ползучести.

$$E_{\theta}^{T} = E_{\varphi}^{T} = \alpha T(r,\theta) \quad (4)$$

где $T(r,\theta)$ – температурное поле в оболочке.

$$E_{\theta}^{S} = E_{\varphi}^{S} = \frac{1}{3} S[T(r,\theta), \Phi t] \quad (5)$$

где S – функция радиационного распухания материала оболочки, Φ – нейтронный поток, t - время.

Зная на каждом временном шаге значения напряжений σ_{θ}, σ_{φ} в оболочке можно пошагово определять возникающие деформации ползучести следующим образом [2]:

Для временного шага $t_n = t_{n-1} + \Delta_n t \ (n = 1,2...N)$

$$E_{\theta n}^{C} = E_{\theta n-1}^{C} + \Delta_n E_{\theta}^{C}$$
$$E_{\varphi n}^{C} = E_{\varphi n-1}^{C} + \Delta_n E_{\varphi}^{C}$$
$$\Delta_n E_{\theta}^{C} = \dot{E}_{\theta n}^{C} \Delta_n t$$
$$\Delta_n E_{\varphi}^{C} = \dot{E}_{\varphi n}^{C} \Delta_n t \quad (6)$$

Зная закон ползучести материала оболочки с учетом влияния облучения нейтронным потоком (радиационная ползучесть) $\dot{E}_u^C = f(\sigma_u, T, \Phi, t)$, можно в первом приближении принять скорость ползучести

$$\dot{E}_{\theta n}^{C(1)} = \dot{E}_{\theta n-1}^{C}; \ \dot{E}_{\varphi n}^{C(1)} = \dot{E}_{\varphi n-1}^{C};$$
$$\dot{E}_{\theta n-1}^{C} = \frac{1}{2}\frac{\dot{E}_{u n-1}^{C}}{\sigma_{u n-1}}(2\sigma_{\theta n-1} - \sigma_{\varphi n-1}) \quad (7)$$
$$\dot{E}_{\varphi n-1}^{C} = \frac{1}{2}\frac{\dot{E}_{u n-1}^{C}}{\sigma_{u n-1}}(2\sigma_{\varphi n-1} - \sigma_{\theta n-1}),$$

где $\sigma_u = \sqrt{\sigma_{\theta}^2 + \sigma_{\varphi}^2 + \sigma_{\theta}\sigma_{\varphi}}$ – интенсивность напряжений в оболочке.

Во втором и последующих приближениях можно принять:

$$\dot{E}^{C(2)}_{\theta n}=\frac{1}{2}(\dot{E}^{C}_{\theta n-1}-\dot{E}^{C}_{\theta n}) \tag{8}$$

$$\dot{E}^{C(2)}_{\varphi n}=\frac{1}{2}(\dot{E}^{C}_{\varphi n-1}-\dot{E}^{C}_{\varphi n}),$$

где под $\dot{E}^{C}_{\theta n}$ и $\dot{E}^{C}_{\varphi n}$ понимаются скорости деформаций ползучести, полученные на основе новых значений напряжений, соответствующих скоростям ползучести $\dot{E}^{C}_{\theta n-1}$ и $\dot{E}^{C}_{\varphi n-1}$.

Процесс вычислений продолжается до тех пор, пока во всех точках не будут выполнены условия:

$$\left|\dot{E}^{C(P-1)}_{\theta n}-\dot{E}^{C(P)}_{\theta n}\right|<\varepsilon, \tag{9}$$

$$\left|\dot{E}^{C(P-1)}_{\varphi n}-\dot{E}^{C(P)}_{\varphi n}\right|<\varepsilon,$$

где p – приближение, ε – заданная точность.

Из третьего уравнения равновесия (1) получим

$$Q=\frac{1}{r_c}\left[\frac{dM_\theta}{d\theta}+(M_\theta-M_\varphi)ctg\theta\right].$$

Выразив $N_\theta, N_\varphi, Q, M_\theta, M_\varphi$ через перемещение u, прогиб n и неупругие деформации $E^{н}_{\theta}, E^{н}_{\varphi}$, получим систему дифференциальных уравнений для u и w:

$$\frac{d^3w}{d\theta^3}+ctg\theta\frac{d^2w}{d\theta^2}-3\mu^2\frac{d^2u}{d\theta^2}-\left[3(1+\nu)\mu^2-1+(1-\nu)ctg^2\theta+\frac{\nu}{\sin^2\theta}\right]\frac{dw}{d\theta}-$$

$$-3\mu^2 ctg\theta\frac{du}{d\theta}+\left[3\mu^2(1-\nu)ctg^2\theta+3\mu^2\frac{\nu}{\sin^2\theta}\right]u+\frac{3}{2}\mu^3 ctg\theta(N^{н}_\theta-N^{н}_\varphi)+ \tag{10}$$

$$+\frac{3}{2}\frac{\mu^2}{h}\frac{d\mu^{н}_\theta}{d\theta}+\frac{3}{2}\frac{\mu^2}{h}(M^{н}_\theta-M^{н}_\varphi)ctg\theta=0.$$

$$\frac{d^4w}{d\theta^4}+(3-\nu)ctg\theta\frac{d^3w}{d\theta^3}+\left[1+\frac{2\nu}{\sin^2\theta}-\frac{3}{\sin^2\theta}\right]\frac{d^2w}{d\theta^2}+$$

$$+\left[(2-3\nu)\frac{ctg\theta}{\sin^2\theta}+(\nu-1)ctg^3\theta+(1+\nu)ctg\theta\right]\frac{dw}{d\theta}+(1+\nu)3\mu^2\frac{du}{d\theta}+6(1+\nu)\mu^2 w+$$

$$+3(1+\nu)\mu^2 u+\frac{3}{2}\frac{\mu^2}{h}\frac{d^2M^{н}_\theta}{d\theta^2}+3\frac{\mu^2}{h}ctg\theta\frac{dM^{н}_\theta}{d\theta}-\frac{3}{2}\frac{\mu^2}{h}ctg\theta\frac{dM^{н}_\varphi}{d\theta}-\frac{3}{2}\frac{\mu^2}{h}M^{н}_\theta+$$

$$+\frac{3}{2}\frac{\mu^2}{h}M^{н}_\varphi-\frac{3}{2}\mu^3(N^{н}_\theta-N^{н}_\varphi)-\frac{3}{2}\mu^3\frac{pr_c(1-\nu^2)}{E}=0,$$

где $\mu=\frac{r_c^2}{h^2}$, E – модуль упругости материала оболочки, ν – коэффициент Пуассона. Граничные условия для решения системы (10) можно принять следующими:

$$u=\frac{dw}{d\theta}=\frac{d^3w}{d\theta^3}=0 \text{ при } \theta=0,\theta_0, \tag{11}$$

где выбор θ_0 зависит от закона распределения температуры в оболочке.

В уравнениях (10) величины $N^{н}_{\theta}, N^{н}_{\varphi}, M^{н}_{\theta}, M^{н}_{\varphi}$ определяются следующим образом:

$$N^{н}_{\theta} = \int_{-h}^{h} (E^{н}_{\theta} + \nu E^{н}_{\varphi}) dz ,$$

$$N^{н}_{\varphi} = \int_{-h}^{h} (E^{н}_{\varphi} + \nu E^{н}_{\theta}) dz ,$$

$$M^{н}_{\theta} = \int_{-h}^{h} (E^{н}_{\theta} + \nu E^{н}_{\varphi}) z dz , \tag{12}$$

$$M^{н}_{\varphi} = \int_{-h}^{h} (E^{н}_{\varphi} + \nu E^{н}_{\theta}) z dz$$

При постановке данной задачи исследуется ползучесть основного состояния, которая описывается уравнениями (10). Поэтому данная задача – есть задача выпучивания сферической оболочки, которая состоит в определении критического времени, соответствующему сколь угодно большой скорости роста прогиба w. Критическая скорость роста прогиба или критическое значение прогиба w может быть определено на основании испытаний сферических оболочек на выпучивание в упругой области (определение критического внешнего давления). В дальнейшем значение скорости прогиба или самого прогиба могут быть приняты за критические как соответствующие критическому давлению, но достигаемые в процессе ползучести с течением времени. При этом могут быть учтены дополнительные факторы, способные повлиять на величину прогиба и критическое время соответственно, а именно: неравномерный нагрев и неравномерное радиальное распухание материала оболочки, вызванные облучением нейтронным потоком. Поскольку скорость роста прогиба вызвана главным образом ползучестью ввиду нелинейной связи между напряжениями и скоростями деформации ползучести, то точность определения w зависит от точности определения скоростей деформаций ползучести, которые в свою очередь зависят от точности численного решения системы в общем случае дифференциальных уравнений (10).

В то же время решение этой системы нелинейных уравнений может быть сведено к последовательному решению системы линейных дифференциальных уравнений путём разбиения процесса деформирования на достаточно малые временные этапы. Более того, для получения значений скоростей деформаций ползучести, близких к точным, с помощью соотношений (7) – (9) необходимо на каждом временном шаге решать систему уравнений (10) p раз. Для уменьшения числа итераций можно взять достаточно малый временной шаг или запрограммировать автоматический выбор шага. Система (10) может быть решена одним из известных численных методов, например, методом конечных разностей или методом переменных направлений.

Для тестировки численного решения могут быть использованы данные, полученные в работе [3].

ЛИТЕРАТУРА:

1. Куликов И.С., Нестеренко В.Б., Тверковкин Б.Е. Прочность элементов конструкций при облучении. Минск, «Навука і тэхніка», 1990, 144с.
2. Куликов И.С., Тверковкин Б.Е. Прочность тепловыделяющих элементов быстрых газоохлаждаемых реакторов. Минск, «Навука і тэхніка», 104с.
3. Jones Normax, Xirochakis P.C. The creep buckling of shells. Creep in structure, Heedelberg: Springer, 1981, p.308-379.