



*Analytic overview of the methods of thermoelastic stresses in thermally massive steel slugs at heating is given.*

П. Э. РАТНИКОВ, Белорусский национальный технический университет

УДК 539.3:669.046

## АНАЛИЗ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ТЕРМОУПРУГИХ НАПРЯЖЕНИЙ В ТЕРМИЧЕСКИ МАССИВНЫХ СТАЛЬНЫХ ЗАГОТОВКАХ ПРИ НАГРЕВЕ (АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР)

Изучение и учет температурных напряжений в нагреваемых изделиях и конструкциях необходимы при расчетах и усовершенствовании многих технологических процессов и режимов, которые применяются в металлургическом, литейном, химическом и сварочном производствах.

Нагрев металла — одно из важнейших звеньев производственного процесса в металлургии, которое коренным образом влияет на производительность и энергоемкость производства, себестоимость и качество продукции. Поэтому выбору правильной и научно обоснованной технологии нагрева металла отводится особое внимание. При тепловой обработке тела в нем возникают температурные напряжения, уровень которых обусловлен скоростью изменения и перепадом температуры.

Кроме того, рост производительности металлургических агрегатов, интенсификация их тепловой работы усложняют условия службы технологического оборудования металлургических заводов. Это приводит к резкому возрастанию напряжений в отдельных деталях, узлах или конструкциях. Все чаще проявляются недостатки проектирования оборудования или технологии без учета термомеханических процессов.

Начало теории термоупругости положили работы Ж.Дюамеля [1] (1837 г.) и Ф.Нейманна [2] (1841 г.), в которых впервые были сформулированы и решены задачи по определению температурных напряжений в неравномерно нагретом теле. Более глубокое обоснование некоторым постулатам Дюамеля—Нейманна было представлено Н.А.Умовым [3] в 1872 г. Эти три работы фактически и стали теоретическим фундаментом, на котором происходило зарождение и дальнейшее развитие термомеханики — науки, которая изучает механические процессы, протекающие в деформируемых твердых телах под действием температуры.

Если строго подходить к изучению термических напряжений, то необходимо учитывать не только прямое влияние нестационарной температуры на

напряженно-деформированное состояние тела, но и обратное действие процесса термического деформирования на температурное поле, созданное внешними и внутренними источниками тепла. Это взаимодействие полей температуры и деформаций называют «эффектом связанности» [3].

Кроме того, при нестационарной температуре тела поле его деформаций непрерывно изменяется во времени, что создает дополнительные (инерционные) усилия. Такое явление принято называть «динамическим эффектом» [4].

Учет этих эффектов приводит к так называемой связанной динамической задаче термоупругости, которая требует совместного решения системы дифференциальных уравнений: теплопроводности с внутренними источниками тепла, обусловленными деформированием тела, и механического равновесия, где силовые члены определяются температурным полем. Решить такую связанную динамическую задачу довольно сложно.

Однако при обычном тепловом воздействии влияние эффектов динамичности и связанности настолько незначительно, что ими можно пренебречь. Это существенно упрощает решение задачи термоупругости, что в большинстве практических случаев является достаточной компенсацией за ту потерю точности, которая при этом возникает. Эти упрощающие допущения носят название постулатов Дюамеля—Нейманна — ученых, которые впервые их сформулировали.

Итак, в рамках постулатов Дюамеля—Нейманна исследование термонапряженного состояния тела сводится к предварительному (целиком автономному) решению соответствующей краевой задачи теплопроводности, а затем уже уравнений статической упругости, в которых силовые члены выражаются через полученную температурную функцию. В такой последовательной постановке эти задачи известны как задачи квазистатической термомеханики. Они имеют наибольшее практическое значение.

Таким образом, квазистатическая несвязанная теория термоупругости (теория Дюамеля–Неймана) базируется на следующих предположениях: полная линейная деформация есть суперпозиция деформации, выраженной через напряжение по известному [4] обобщенному закону Гука, и относительного линейного температурного расширения, создаваемого температурным полем:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] + \alpha_T T,$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] + \alpha_T T,$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] + \alpha_T T,$$

где  $\nu$  – коэффициент Пуассона;  $\alpha_T$  – коэффициент линейного температурного расширения (КТР) материала;  $\varepsilon_i$ ,  $\sigma_i$  – компоненты тензоров деформаций и напряжений ( $i$  пробегает значения  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ).

Во многих существующих исследованиях по вопросам термомеханики в качестве «нагрузочной» функции используются точные решения тех или иных задач теплопроводности, представленные неограниченными рядами. Это приводит к сложным и громоздким выражениям, мало пригодным как для всестороннего анализа, так и практических расчетов термонапряженного состояния тела.

Кроме того, много практически важных задач теплопроводности вообще еще не получили точных решений. В таких случаях чаще всего применяются различные численные методы. Но получаемая при этом дискретная форма решения задачи теплопроводности очень неудобна для исследования термонапряженного состояния. Применение численных методов к полной задаче термомеханики – это, как правило, довольно сложная процедура в условиях инженерной практики.

Таким образом, для инженерных расчетов термомеханических процессов применение к задачам теплопроводности точных методов, изложенных в работах Г.Карслоу и Д.Егера [5], А.В.Лыкова [6, 7], Д.А.Мучника и И.В.Рубашева [8], А.Н.Тихонова и А.А.Самарского [9] и др. если и возможно, то не всегда приемлемо из-за значительной сложности получаемых функций распределения температуры. Инженерная практика требует, чтобы расчетные формулы были достаточно точными, простыми по форме и удобными для вычисления. Этим условиям могут удовлетворить приближенные методы.

Перенесение модели термического слоя в теорию квазистатической термоупругости, а также использование полученных простых функций температуры позволили дать приемлемые для инженерных расчетов формулы термических напряже-

ний, что, как известно, всегда было с точки зрения широкого технического применения довольно сложной проблемой. Полученные результаты нашли конкретное практическое воплощение при расчетах предельно допустимых температурных перепадов, поверхностных тепловых потоков, скоростей нагрева, максимальных температурных напряжений при нагреве и охлаждении металла, при разработке методик расчета массивных тел излучением и конвекцией, термонапряженного состояния различных (плоских, трубчатых и шарообразных) элементов, которые широко используются в печной теплотехнике и энергетике.

На необходимость учета температурных напряжений при разработке технологии нагрева стали указывают все исследователи, занимающиеся предпрокатной обработкой заготовок и слитков. Однако непосредственной разработке методик расчета температурных напряжений применительно к объектам металлургического производства посвящены немногие работы. К ним относятся исследования ученых уральской школы металлургов (Ю.А.Самойлович), белорусской школы (В.И.Тимошпольский), работы Ю.С.Постольника, Н.Ю.Тайца и некоторых других ученых.

При этом обычно не учитывалась зависимость физико-механических характеристик материала от температуры. Между тем в широких пределах изменения температур нагреваемой заготовки (слитка) такое влияние очень важно при определении температурных напряжений.

Обращаясь к обзору наиболее интересных исследований, следует отметить работу Ю.А.Самойловича [10]. В работе автор, используя метод разделения переменных, нашел температурное поле и при симметричном поле температур и постоянных физико-механических характеристиках получил решение термоупругой задачи.

Анализ температурных напряжений, возникающих в изделиях при их нагреве (охлаждении), обычно имеет своей целью установить параметры режима термической обработки, предупреждающие возможность разрушения изделий. В частности, при нагреве заготовок в пламенных печах наибольшую опасность представляют растягивающие напряжения. Для слитков опасность разрушения усугубляется наличием дефектов литейного происхождения (трещины, пористость, неметаллические включения) в зоне растяжения (т.е. в центральной зоне).

В работе проведена серия расчетов: для разных значений  $F_0$  и  $V_1$  найдены максимумы напряжений в средней плоскости пластины и максимальные разности температур по сечению. При этом наблюдается весьма значительное запаздывание момента достижения максимума напряжений на оси пластины по сравнению с моментом достижения максимума разности температур. Так, на-

пример, в случае нагрева пластины при  $Bi=2$  максимальная разность температур имеет место при  $Fo=0,173$ , а максимум напряжений на оси — при  $Fo=0,221$ .

Дальнейший анализ результатов расчетов показывает, что:

Во-первых, величина максимальной разности температур по сечению пластины и цилиндра оказалась одинаковой при одинаковых значениях  $Bi$ . Этот факт, впервые отмеченный в работе [11], заслуживает упоминания, поскольку в работе [12] приводятся графики максимальной разности температур по сечению, различные для пластины цилиндра и шара. Эта ошибка объясняется тем, что автор работы [12] ограничивается при расчетах лишь двумя первыми членами соответствующих сумм, что недостаточно при малых значениях критерия Фурье.

Во-вторых, выяснилось, что использование приближенной формулы, предложенной Ю.А.Самойловичем, которая определяет максимальное безразмерное напряжение для пластины как  $1/3$  максимальной относительной температуры, получается для больших относительных температур завышенным лишь на 4–5%.

Остановимся на работах Ю.С.Постольника. В [13] получено приближенное аналитическое решение нелинейной задачи теплопроводности, описывающей температурное поле тел плоской, цилиндрической и сферической геометрии с зависящими от температуры теплофизическими характеристиками при нагреве радиацией.

В исследовании [14] даны общие приближенные решения задач термоупругости для тел с переменными физико-механическими свойствами материала.

Приближенное аналитическое решение задачи о термоупругих напряжениях в пластине при ее симметричном нагреве приводится В.М.Губой, Ю.С.Постольником и В.А.Гаранчуком в работе [15]. Максимальное растягивающее напряжение возникает в середине пластины в конце инерционного этапа, а максимальное сжимающее напряжение возникает в начальный момент на поверхности пластины. На инерционном этапе в непрогретой зоне напряжение положительно. На регулярном этапе нагрева напряжения уменьшаются, что связано с выравниванием температуры по сечению пластины. Степень приближения результатов к точному решению определяется степенью приближения температурных функций.

В работе [16] получены расчетные выражения для наибольших температурных напряжений растяжения и сжатия, возникающих соответственно в центре и на поверхности пластины в момент окончания инерционного этапа радиационного симметричного нагрева. Решение было получено в предположении линейных зависимостей механических характеристик материала от температуры.

При нагреве металла в методической зоне печи, когда деформации еще упруги и аллотропные превращения еще не наступили, т.е.  $T \leq 700-800$  К, эти линейные зависимости весьма близки к действительным зависимостям  $E(T)$  и  $\alpha(T)$  [17].

В работе В.И.Тимошпольского [18] даются решения задач о температурных напряжениях, возникающих при предпрокатной тепловой подготовке стального слитка (заготовки).

В [19] рассматриваются математическое моделирование теплофизических процессов металлургического производства, формирование полей температур, напряжений и деформаций при охлаждении и нагреве слитков, а также в элементах металлургических агрегатов.

Как следует из [19, с. 257], переменность теплофизических и физико-механических свойств существенно влияет на величину температурных напряжений. Принятие теплофизических и физико-механических свойств постоянными (часто принимают эти величины усредненными для всего температурного интервала) может привести к ошибке при определении временных и остаточных напряжений в сторону их занижения.

В [20] предлагается решение указанной практической проблемы путем создания систематизированных основ металлургической термомеханики с включением в математические модели условий термической чувствительности материала (нелинейность I рода), граничных условий, зависящих от температуры (нелинейность II рода) и разрывных граничных условий (нелинейность III рода — фазовые превращения).

Путем введения принципа стабилизации теплового потока (Вейника) реальные объекты моделируются телами основной (базовой) формы — пластина, цилиндр, шар, которые в инженерной практике довольно распространены.

В [20] получены довольно точные приближенные решения многих линейных и нелинейных задач металлургической термомеханики, что дало возможность разработать ряд практических методик исследования и расчета соответствующих процессов, а также провести детальный (качественный и количественный) анализ влияния нелинейностей на температурное и термонапряженное состояние тела.

Большой теоретический и практический интерес представляют работы по решению ряда задач в области формирования слитка от разлива до выдачи под прокат (совмещенный теплотехнический процесс), а также задач термомеханики металлургических процессов и агрегатов [21, 22]. Показаны приемы разработки оптимальных режимов нагрева металла в промышленных печах. Решения проиллюстрированы авторами на конкретных числовых примерах.

Заканчивая обзор литературных источников, нельзя не отметить, что в научной литературе

практически не встречаются исследования термо-напряженного состояния нагреваемых стальных изделий в режиме противоточного теплообмена. В настоящее время нагрев заготовок под прокатку осуществляется в методических печах, где греющая среда (дымовые газы) движется навстречу нагреваемым изделиям (осуществляется режим теоретического противотока). Поэтому решение задачи термоупругости металлических заготовок, нагреваемых в противотоке, весьма актуально и представляет значительный практический интерес.

### Литература

1. Duhamel J.M.C. Second memoire sur les phenomenes thermomechaniques // Journal de l'ecole Polytechnique. 1837. Vol. 15. N. 25. P. 3–57.
2. Neumann F.E. Die Gesetze der Doppel brechung des Lidits in Komprimierten oder ungleichformig erwarmtenunrystallischen Korper // Abhand. der Koniglich. Acad. der Wiss. Zw. Teil – Berlin, 1841.
3. Умов Н.А. Избранные сочинения. Теория термомеханических явлений в твердых упругих телах. 1972. М.; Л.: Гостехиздат, 1950.
4. Писаренко Г.С., Квітка О.Л., Уманський Е.С. Опір матеріалів. Киев: Вища шк., 1933.
5. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Мир, 1964.
6. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967.
7. Лыков А.В. Некоторые аналитические методы решения задач нестационарной теплопроводности (краткий обзор) // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1969. № 2. С. 3–27.
8. Мучник Д.А., Рубашев И.В. Методы теории теплообмена. Ч. 1. Теплопроводность. М.: Высш. шк., 1970.
9. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972.
10. Самойлович Ю.А. Температурные напряжения в пластине и цилиндре при их нагреве излучением и конвекцией // Инж.-физ. журн. 1963. Т.6. №8. С. 59–65.
11. Иванцов Г.П. Нагрев металла. Свердловск – М.: Metallurgizdat, 1948.
12. Шевелев А.А. Температурные напряжения и идеальные условия нагревания // Инж.-физ. журн. 1961. Т.4. №4. С. 75–79.
13. Постольник Ю.С. Радиационный нагрев при переменных теплофизических параметрах // Изв. вузов. Энергетика. 1971. №11. С. 77–82.
14. Постольник Ю.С., Птица Р.Я., Татарчук В.Е. Определение температурных напряжений в полом цилиндре с переменными свойствами // Изв. вузов. Черная металлургия. 1980. №8. С. 88–92.
15. Губа В.М., Постольник Ю.С., Гаранчук В.А. Приближенное определение термоупругих напряжений в пластине при симметричном нагреве // Изв. вузов. Черная металлургия. 1971. №4. С. 132–135.
16. Постольник Ю.С. Термоупругие напряжения в металле с зависящими от температуры свойствами при лучистом нагреве // Изв. вузов. Черная металлургия. 1983. №6. С. 111–114.
17. Постольник Ю.С. Вопросы нелинейной теории нагрева и охлаждения металла: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Днепропетровск, 1980.
18. Тимошпольский В.И. Расчет температурных напряжений массивного цилиндра в схеме термического слоя // Изв. вузов. Черная металлургия. 1982. № 6. С. 155–158.
19. Прикладные задачи металлургической теплофизики / В.И.Тимошпольский, Н.М. Беляев, А.А.Рядно и др. Мн.: Навука і тэхніка, 1991.
20. Тимошпольский В.И., Постольник Ю.С., Андрианов Д.Н. Теоретические основы теплофизики и термомеханики. Мн.: Белорусская наука, 2005.
21. Тимошпольский В.И., Севастьянов П.В. Математическое моделирование тепловых и термоупруго-пластических явлений в совмещенном технологическом процессе «затвердевание–охлаждение–нагрев» листовых слитков // Применение ЭВМ в управлении химико-металлургическими процессами. Свердловск, 1987.
22. Математическое моделирование тепловых и термомеханических явлений в совмещенном технологическом процессе «затвердевание в изложнице–нагрев» / В.И. Тимошпольский, П.В. Севастьянов, В.А.Пумпур, Н.Л. Мандель, Э.А. Гурвич // Весці АН БССР. Сер. фіз.-тэхн. навук. 1989. № 1. С. 62–66.