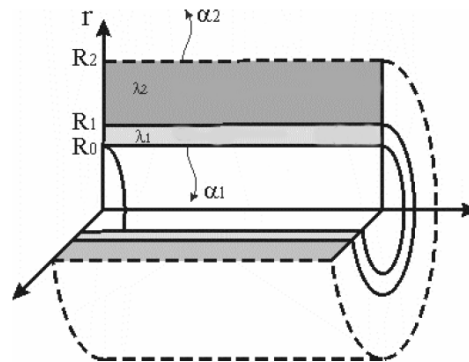


## НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩЕГО ЭЛЕМЕНТА

Куликов И.С., Глембоцкий А.В., Левчук А.В.

The problem on calculation of the deflected mode of a cylindrical fuel element is considered. The fuel element is loaded with all deformation kinds except plasticity one as it isn't allowed in the fuel element case. This problem is reduced to equation system which is solved with the Mathematica software suite.

Рассмотрим тепловыделяющий элемент, который состоит из топливного сердечника, представляющего собой цилиндр, и цилиндрической оболочки. При постановке задачи сделаем следующие допущения: поле температур в твэле осесимметрично; твэл бесконечно длинный, имеет место обобщённая плоская деформация; топливо представляет собой гомогенную среду с осреднёнными по объёму свойствами; между топливным сердечником и оболочкой существует контакт; в течении всей кампании ядерный реактор работает в стационарном режиме.



Разрез твэла

При введённых допущениях напряжённо-деформируемое состояние цилиндрического твэла можно описать следующей системой уравнений [2]:

1. Уравнение равновесия

$$\frac{\partial \sigma_{11}^{(i)}}{\partial r} + \frac{\sigma_{11}^{(i)} - \sigma_{22}^{(i)}}{r} = 0; \quad (1)$$

2. Соотношения Коши

$$\varepsilon_{11}^{(i)} = \frac{\partial u_1^{(i)}}{\partial r}, \quad \varepsilon_{22}^{(i)} = \frac{u_1^{(i)}}{r}, \quad \varepsilon_{33}^{(i)} = const; \quad (2)$$

3. Физические уравнения

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11}^{(i)} &= \frac{1}{E^{(i)}} [\sigma_{11}^{(i)} - \nu^{(i)} (\sigma_{22}^{(i)} + \sigma_{33}^{(i)})] + \varepsilon_{11}^{H(i)} \\ \varepsilon_{22}^{(i)} &= \frac{1}{E^{(i)}} [\sigma_{22}^{(i)} - \nu^{(i)} (\sigma_{11}^{(i)} + \sigma_{33}^{(i)})] + \varepsilon_{22}^{H(i)} \\ \varepsilon_{33}^{(i)} &= \frac{1}{E^{(i)}} [\sigma_{33}^{(i)} - \nu^{(i)} (\sigma_{11}^{(i)} + \sigma_{22}^{(i)})] + \varepsilon_{33}^{H(i)} \end{aligned} \quad (3)$$

где  $j = 1, 2, 3$ ,  $I = 1, 2$  – номер материала (1 – топливный сердечник, 2 – оболочка).

где  $\varepsilon^{(i)} = \frac{1}{3}(\varepsilon_{11}^{(i)} + \varepsilon_{22}^{(i)} + \varepsilon_{33}^{(i)})$ ,  $\varepsilon^{H(i)} = \frac{1}{3}(\varepsilon_{11}^{H(i)} + \varepsilon_{22}^{H(i)} + \varepsilon_{33}^{H(i)})$ .

Поставленную задачу будем решать аналитически. Выразим из физических уравнений (3) напряжения  $\sigma_{11}^{(i)}$ ,  $\sigma_{22}^{(i)}$  и  $\sigma_{33}^{(i)}$  через деформации, получим следующие выражения:

$$\begin{aligned}\sigma_{11}^{(i)} &= \frac{E^{(i)}}{(1+\nu^{(i)})} \cdot (\varepsilon_{11}^{(i)} - \varepsilon_{11}^{H(i)}) + \frac{3\nu^{(i)}E^{(i)}}{(1+\nu^{(i)})(1-2\nu^{(i)})} \cdot (\varepsilon^{(i)} - \varepsilon^{H(i)}), \\ \sigma_{22}^{(i)} &= \frac{E^{(i)}}{(1+\nu^{(i)})} \cdot (\varepsilon_{22}^{(i)} - \varepsilon_{22}^{H(i)}) + \frac{3\nu^{(i)}E^{(i)}}{(1+\nu^{(i)})(1-2\nu^{(i)})} \cdot (\varepsilon^{(i)} - \varepsilon^{H(i)}), \\ \sigma_{33}^{(i)} &= \frac{E^{(i)}}{(1+\nu^{(i)})} \cdot (\varepsilon_{33}^{(i)} - \varepsilon_{33}^{H(i)}) + \frac{3\nu^{(i)}E^{(i)}}{(1+\nu^{(i)})(1-2\nu^{(i)})} \cdot (\varepsilon^{(i)} - \varepsilon^{H(i)}),\end{aligned}\quad (4)$$

Выражения (4) с учётом соотношений Коши (2) подставляем в уравнение равновесия (1) и проделав преобразования, получим следующее уравнение равновесия в перемещениях:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u_1^{(i)}}{\partial r^2} + \frac{\partial u_1^{(i)}}{\partial r} \frac{1}{r} - \frac{u_1^{(i)}}{r^2} &= \frac{(1-2\nu^{(i)})}{(1-\nu^{(i)})} \frac{1}{r} (\varepsilon_{11}^{H(i)} - \varepsilon_{22}^{H(i)}) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial r} \left[ \varepsilon_{11}^{H(i)} + \frac{\nu^{(i)}}{(1-\nu^{(i)})} (\varepsilon_{22}^{H(i)} + \varepsilon_{33}^{H(i)}) \right].\end{aligned}\quad (5)$$

Проинтегрировав дважды дифференциальное уравнение (5) получим выражение для определения перемещений (6).

$$u_1^{(i)} = \frac{(1-2\nu^{(i)})}{(1-\nu^{(i)})} \frac{1}{r} \int_{a^{(i)}}^r r \cdot K(r)^{(i)} dr + \frac{1}{r} \int_{a^{(i)}}^r r \cdot L(r)^{(i)} dr + \frac{c_1^{(i)} r}{2} + \frac{c_2^{(i)}}{r}, \quad (6)$$

где  $K(r)^{(i)} = \int_{a^{(i)}}^r \frac{1}{r} (\varepsilon_{11}^{H(i)} - \varepsilon_{22}^{H(i)}) dr$ ,  $L(r)^{(i)} = \varepsilon_{11}^{H(i)} + \frac{\nu^{(i)}}{1-\nu^{(i)}} (\varepsilon_{22}^{H(i)} + \varepsilon_{33}^{H(i)})$ .

В интегралах, входящих в уравнения перемещений (6)  $a^{(i)}$  – внутренний радиус топливного сердечника или оболочки, в зависимости от индекса  $i$ .

Неупругие деформации  $\varepsilon_{jj}^{H(i)}$  определим из выражений:

$$\varepsilon_{jj}^{H(i)} = \alpha^{(i)} T^{(i)} + \frac{1}{3} S^{(i)} + \varepsilon_{jj}^{c(i)}, \quad (7)$$

где температурное поле  $T$ , набухание  $S$  топлива и оболочки считаются известными функциями радиуса  $r$ :

$$\begin{aligned}T^{(1)}(r) &= T_a + \frac{q}{4 \cdot \lambda_1} \cdot (R_1^2 - r^2), \\ T^{(2)}(r) &= T_a + \frac{q}{4 \cdot \lambda_2} \cdot (R_2^2 - r^2),\end{aligned}\quad (8)$$

если в начале кампании реактора существует зазор между топливным сердечником и оболочкой, то температурное поле  $T$  в оболочке следует определять по формуле:

$$T^{(2)}(r) = (T_b - T_a) \cdot \frac{\ln\left(\frac{R_2}{r}\right)}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} + T_b, \quad (8')$$

$$S^{(1)}(t) = K \cdot \beta \cdot t,$$

$$S^{(2)}(r, t) = 4.9 \cdot 10^{-51} \cdot (\phi \cdot t)^{1.71} \cdot 10^{\frac{1.549 \cdot 10^4}{T^{(2)}(r)} - \frac{5.98 \cdot 10^6}{(T^{(2)}(r))^2}} \quad (9)$$

Деформации ползучести  $\varepsilon_{ij}^{c(i)}$  определяются по следующему алгоритму:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{kjn}^{c(i)} &= \varepsilon_{kjn-1}^{c(i)} + \dot{\varepsilon}_{kjn-1}^{c(i)} \cdot \Delta t, \\ \dot{\varepsilon}_{kjn-1}^{c(i)} &= \frac{3}{2} \frac{\dot{\varepsilon}_{un-1}^{c(i)}}{\sigma_{un-1}^{(i)}} (\sigma_{kjn-1}^{(i)} - \delta_{ij} \sigma_{n-1}^{(i)}), \\ \sigma_{kjn-1}^{(i)} &= \frac{1}{3} (\sigma_{11n-1}^{(i)} + \sigma_{22n-1}^{(i)} + \sigma_{33n-1}^{(i)}), \\ \sigma_{un-1}^{(i)} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{11n-1}^{(i)} - \sigma_{22n-1}^{(i)})^2 + (\sigma_{22n-1}^{(i)} - \sigma_{33n-1}^{(i)})^2 + (\sigma_{33n-1}^{(i)} - \sigma_{11n-1}^{(i)})^2}, \\ \dot{\varepsilon}_{un-1}^{c(i)} &= f(\sigma_u^{(i)}, t). \end{aligned} \quad (10)$$

В нашем случае закон ползучести будет иметь вид  $\dot{\varepsilon}_u^c = A \cdot (\sigma_u)^m$ .

В формулах (10)  $n$  – шаг по времени.

Константы  $C_1^{(i)}$  и  $C_2^{(i)}$  в уравнениях (6), а также  $\varepsilon_{33}^{(i)}$  найдём из граничных условий.

Рассмотри два случая. В первом случае топливный сердечник представляет собой сплошной цилиндр, а во втором случае – полый цилиндр.

Для твэла с топливным сердечником в виде сплошного цилиндра граничные условия будут иметь вид:

$$\begin{aligned} u_1^{(1)} &= 0 \text{ при } r = 0, \\ u_1^{(1)} &= u_1^{(2)} \text{ при } r = R_1, \\ \sigma_{11}^{(1)} &= \sigma_{11}^{(2)} \text{ при } r = R_1, \\ \sigma_{11}^{(2)} &= -P_n \text{ при } r = R_2, \\ 2 \int_0^{R_1} \sigma_{33}^{(1)} r dr + 2 \int_{R_1}^{R_2} \sigma_{33}^{(2)} r dr &= -P_n R_2^2, \\ \varepsilon_{33}^{(1)} &= \varepsilon_{33}^{(2)}. \end{aligned} \quad (11)$$

Для твэла с топливным сердечником в виде полого цилиндра граничные условия будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \sigma_{11}^{(1)} &= -P_v \text{ при } r = R_0, \\ u_1^{(1)} &= u_1^{(2)} \text{ при } r = R_1, \\ \sigma_{11}^{(1)} &= \sigma_{11}^{(2)} \text{ при } r = R_1, \\ \sigma_{11}^{(2)} &= -P_n \text{ при } r = R_2, \end{aligned} \quad (12)$$

$$2 \int_{R_0}^{R_1} \sigma_{33}^{(1)} r dr + 2 \int_{R_1}^{R_2} \sigma_{33}^{(2)} r dr = -P_n R_2^2,$$

$$\epsilon_{33}^{(1)} = \epsilon_{33}^{(2)}.$$

Для производства оболочек твэлов быстрых ядерных реакторов применяют сталь ОХ16Н15МЗБ. Эта сталь охрупчивается в центральной и верхней частях твэлов до такой степени, что относительное удлинение равняется нулю в интервале температур 20...720 °С. Прочность оболочки составляет всего лишь 100...200 МПа, что авторы объясняют повреждением оболочки вследствие коррозии по границам зерен под воздействием продуктов деления. Для подавления распухания оболочек сталь подвергают холодной деформации. В таком случае максимальное распухание при флюенсе  $8,5 \cdot 10^{22}$  нейтрон/см<sup>2</sup> уменьшается в 20-30 раз по сравнению с распуханием стали в аустенизированном состоянии. В тоже время пластичность холоднодеформированной стали остается на достаточно удовлетворительном уровне (0,8% при флюенсе  $8,5 \cdot 10^{22}$  нейтрон/см<sup>2</sup>), что не хуже, чем для этой же стали в аустенизированном состоянии.

В качестве топлива наиболее широко применяются диоксид урана (UO<sub>2</sub>). Одним из основных параметров при разработке твэлов, является теплопроводность топливной композиции. В этом плане теплопроводность низкая и зависит от температуры и облучения, из-за чего в оксидном топливе возникают большие градиенты температуры (2000...3000 °С/см). Последние является причиной быстрой перестройки структуры оксидного топлива, в котором в рабочем состоянии образуется три зоны: первоначальная зона, зона равноосных и столбчатых зерен, вследствие чего возникают трещины. Чтобы избежать вышеназванных проблем, было предложено использовать в качестве топливной композиции для твэлов быстрого реактора керметное топливо UO<sub>2</sub>+WiCr или UO<sub>2</sub>+Cr [2].

Нами были проведены расчёты твэла быстрого ядерного реактора с оболочкой из стали ОХ16Н15МЗБ и топливом UO<sub>2</sub>+30%Cr.

Параметры твэла:

$R_0 = 0$  (для твэла со сплошным керметным топливным сердечником),  $R_0 = 2,3$  мм (для твэла с полым керметным топливным сердечником),  $R_1 = 2,7$  мм,  $R_2 = 3,1$  мм,  $P_n = 8$  МПа,  $P_v = 1$  МПа;  $\alpha^{(1)} = 18,3 \cdot 10^{-6}$  град<sup>-1</sup>,  $\alpha^{(2)} = 16,1 \cdot 10^{-6}$  град<sup>-1</sup>,  $T_a = 500$  °С,  $T_b = 530$  °С,  $\lambda^{(1)} = 12$  Вт/м·°С,  $\lambda^{(2)} = 18$  Вт/м·°С,  $q_v = 8,07 \cdot 10^8$  Вт/м<sup>3</sup>,  $\phi = 2,81 \cdot 10^{19}$  нейтр/(см<sup>2</sup>·час),  $\beta = 0,001\%$ /час,  $K = 1$  [3].

Для решения задачи используем шаговый метод по времени, одновременно решая на каждом временном шаге систему уравнений (6)–(10) с учётом граничных условий (11) либо (12), в зависимости от вида топливного сердечника.

При решении задачи с топливным сердечником в виде сплошного цилиндра интегралы, входящие в уравнения (6), определялись численно. Для решения данной задачи применялась формула средних прямоугольников. Это связано с возникновением неопределённости при использовании других формул численного интегрирования [1].

При решении задачи с топливным сердечником в виде полого цилиндра применялся подход определения приближенной функции полиномом, который подбирается по методу, минимизирующему расстояние между графиком полнома и истинной кривой, усреднённое по всей длине.

Результаты расчёта представлены на рис. 1-6.

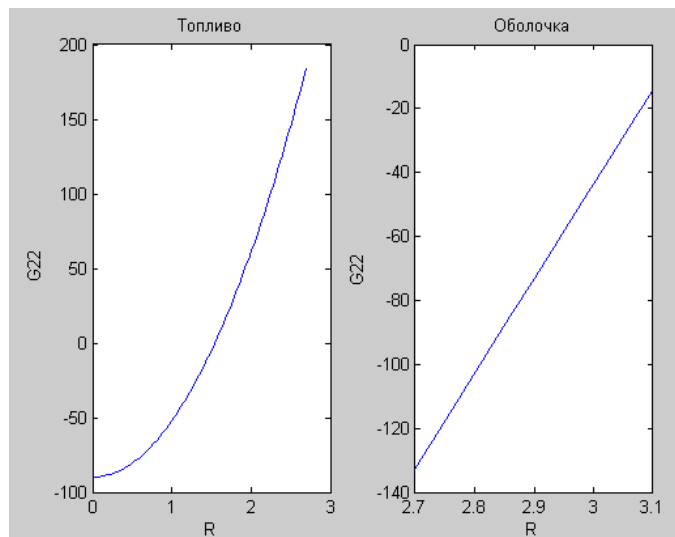


Рис. 1. График зависимости тангенциальных напряжений от радиуса в момент времени  $t=0$  для твэла с топливным сердечником в виде сплошного цилиндра

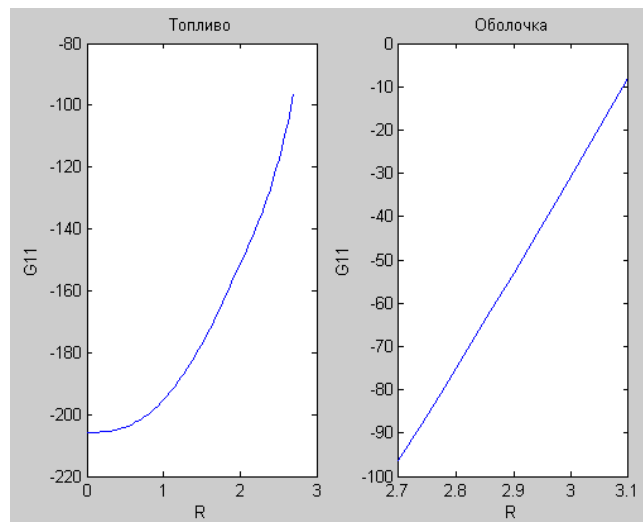


Рис. 2. График зависимости радиальных напряжений от радиуса в момент времени  $t=2000$  часов для твэла с топливным сердечником в виде сплошного цилиндра

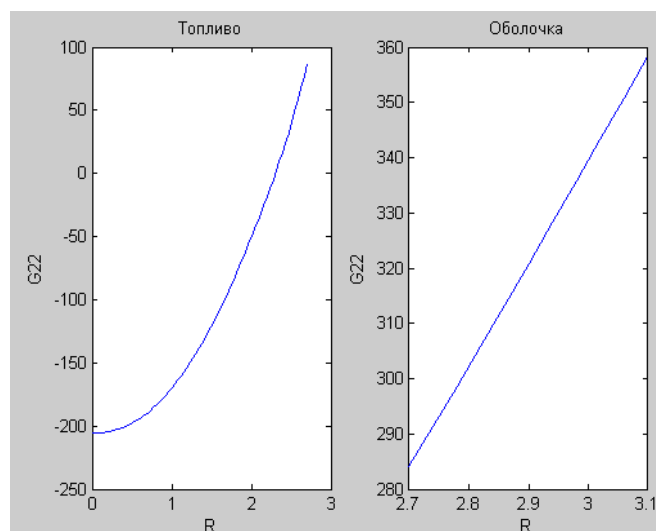


Рис. 3. График зависимости тангенциальных напряжений от радиуса в момент времени  $t=2000$  часов для твэла с топливным сердечником в виде сплошного цилиндра

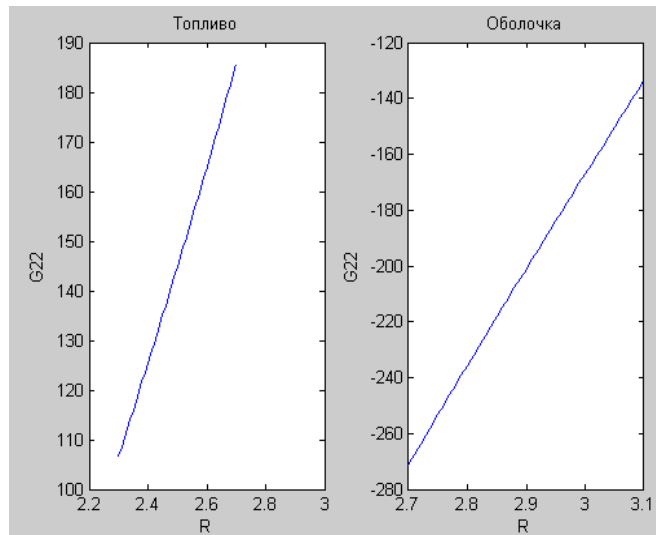


Рис. 4. График зависимости тангенциальных напряжений от радиуса в момент времени  $t=0$  для твэла с топливным сердечником в виде полого цилиндра

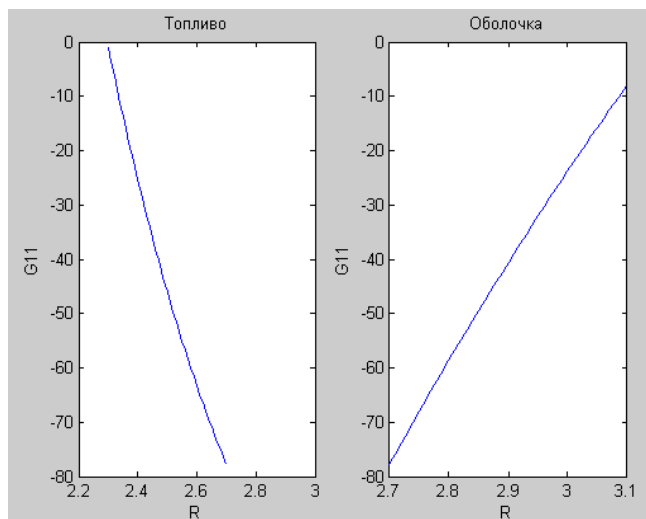


Рис. 5. График зависимости радиальных напряжений от радиуса в момент времени  $t=2000$  часов для твэла с топливным сердечником в виде полого цилиндра

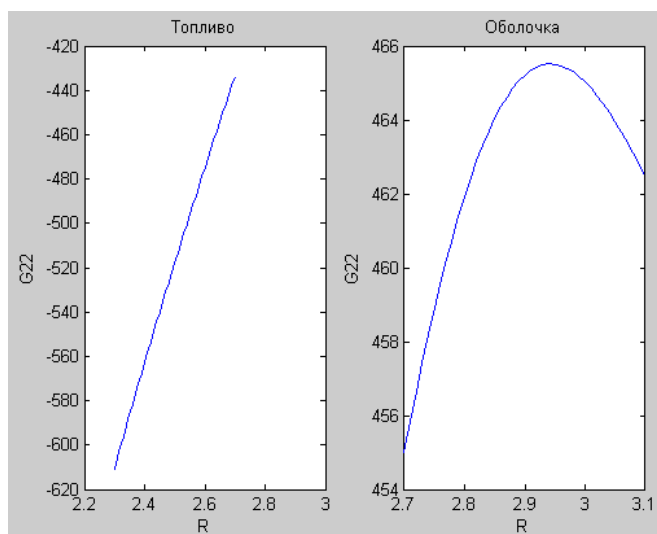


Рис. 6. График зависимости тангенциальных напряжений от радиуса в момент времени  $t=2000$  часов для твэла с топливным сердечником в виде полого цилиндра

### **Вывод.**

Проведённые расчёты свидетельствуют о том, что при данных параметрах с течением времени в оболочке твэла как с керметным топливным сердечником в виде сплошного цилиндра, так и с топливным сердечником в виде полого цилиндра возникают большие тангенциальные напряжения, которые могут привести к её разрушению. Так, к моменту времени кампании быстрого реактора 2000 часов (выгорание 2% тяжёлых атомов) напряжения могут достигнуть 360-460 МПа, что значительно превышает предел длительной прочности оболочки из стали ОХ16Н15МЗБ. Возникновение высоких напряжений можно объяснить взаимодействием топливного сердечника с оболочкой и неравномерным распуханием оболочки.

Представленное решение задачи в интегральной форме может служить тестовым при численном решении задач определения НДС тепловыделяющих элементов цилиндрической формы.

### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Калиткин Н.Н. Численные методы. – М.: Наука, 1978.
2. Куликов И.С., Нестеренко В.Б., Тверковкин Б.Е. Прочность элементов конструкций при облучении. – Мн.: Наука и техника, 1990.
3. Куликов И.С., Тверковкин Б.Е. Прочность тепловыделяющих элементов быстрых газоохлаждаемых реакторов. – Мн.: Наука и техника, 1984.