

СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛНОВОДОВ ДЛЯ МИНИМАЛЬНО-ИНВАЗИВНОЙ ХИРУРГИИ

Степаненко Д.А., Минченя В.Т., Чигарев А.В.

Flexible ultrasonic waveguides are widely used in minimally invasive surgery. Their design is sophisticated procedure because they exhibit complex vibration phenomena like parametric resonance and inter-modal interactions and at present there are no scientific and engineering theories capable to facilitate this procedure. This work presents generic mathematical and computer models which may be useful for design of flexible waveguides. Timoshenko's model and Webster's equation are used to study resonant conditions for flexural and longitudinal vibrations and to obtain their graphical representation in the form of resonant curves and surfaces depending on the number of varied parameters. Correctness of the proposed models is verified by means of finite elements method.

Данная статья посвящена проблеме моделирования гибких волноводов для передачи ультразвуковых колебаний и является продолжением исследований авторов в этой области [1-4]. Основной областью применения гибких ультразвуковых волноводов является минимально-инвазивная хирургия, где они применяются для разрушения патологических тканей, например, опухолей и тромбов. Благодаря возможности упругого деформирования такие волноводы могут доставляться к патологической ткани через естественные каналы и полости в теле пациента, например, кровеносные сосуды, уретру или клиновидную пазуху носа, что требует минимального хирургического вмешательства.

Так как эффективность процесса разрушения патологических тканей определяется величиной амплитуды продольных колебаний рабочего окончания волновода, то следует стремиться к достижению максимального значения этой амплитуды при заданной удельной акустической мощности электроакустического преобразователя, который используется в качестве возбудителя колебаний и преобразует электрическую энергию в энергию механических колебаний. Колебания от преобразователя передаются к волноводу через концентратор в виде стержня переменного сечения, который усиливает их по амплитуде. Так как концентратор имеет в отличие от волновода значительную изгибную жесткость, то его колебания могут считаться чисто продольными. Однако в волноводе вследствие малой изгибной жесткости могут возникать динамическая потеря устойчивости и явление параметрического резонанса, которые проявляются в возникновении поперечных (изгибных) колебаний волновода. При этом часть энергии продольных колебаний расходуется на возбуждение изгибных колебаний, что приводит к снижению амплитуды продольных колебаний и эффективности функционирования колебательной системы. Для теоретического обоснования способов повышения устойчивости волновода необходимо, прежде всего, исследовать влияние параметров волновода, в частности, его геометрических размеров, на условия резонанса продольных и изгибных колебаний, так как для волновода с заданными параметрами устойчивость будет зависеть от собственных форм и соотношения собственных частот этих колебаний.

С точки зрения механики задача исследования условий резонанса ультразвуковых волноводов сводится к задаче о собственных колебаниях стержней переменного сечения, которая в свою очередь может быть решена в случае продольных колебаний путем анализа уравнения Вебстера [5], используемого при расчете ультразвуковых концентраторов, а в случае изгибных колебаний – на основе теории Эйлера-Бернулли или теории Тимошенко [6]. Исследуемый волновод (Рис. 1) состоит из ступеней 1-3 постоянного поперечного сечения, связанных между собой переходными участками 4-5 переменного поперечного сечения.

Волновод может иметь 2-3 ступени в зависимости от требуемого коэффициента усиления колебаний по амплитуде. Изменение диаметра поперечного сечения переходных участков описывается полиномиальными функциями $d(x)$, коэффициенты которых определяются по заданным значениям диаметра d_i в равномерно распределенных точках x_i (Табл. 1), а также исходя из условий гладкого сопряжения переходных участков со смежными ступенями.

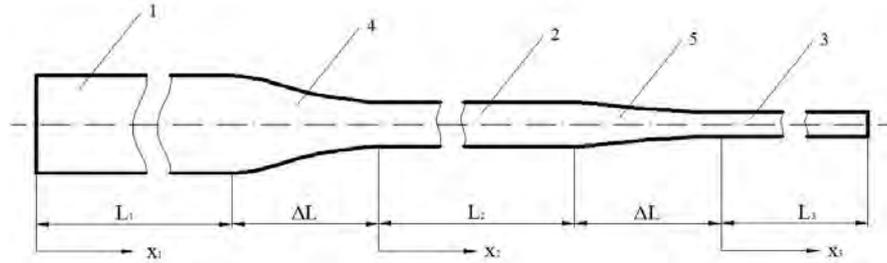


Рис. 1. Схема конструкции волновода

Решение задачи о собственных колебаниях двухступенчатого волновода было подробно рассмотрено в предшествующих исследованиях авторов [1-4], в связи с чем в данной статье мы приведем лишь основные результаты этих исследований:

1. Разработан комбинированный численно-аналитический метод исследования условий резонанса волновода, основанный на использовании аналитических решений уравнения колебаний для ступеней волновода и численном решении уравнения колебаний для переходного участка, которое позволяет определить передаточную матрицу (матрицу связи) [7], связывающую значения решения на конце первой ступени со значениями решения в начале второй ступени.

2. Построены резонансные кривые, представляющие собой совокупность точек на плоскости (L_1, L_2) , соответствующих значениям длин L_1 и L_2 ступеней волновода, при которых наблюдается резонанс при заданной частоте колебаний f . Эти кривые, пример которых для частоты $f = 25 \text{ кГц}$ приведен на Рис. 2, позволяют решать задачу синтеза волновода с заданной резонансной частотой. Резонансные кривые могут быть построены как линии уровня (контурные графики) функции $\text{sgn}(\det A(L_1, L_2))$, вдоль которых обращается в нуль резонансная функция $\det A(L_1, L_2)$, зависящая от геометрических параметров волновода, механических свойств его материала, граничных условий на концах волновода и частоты колебаний.

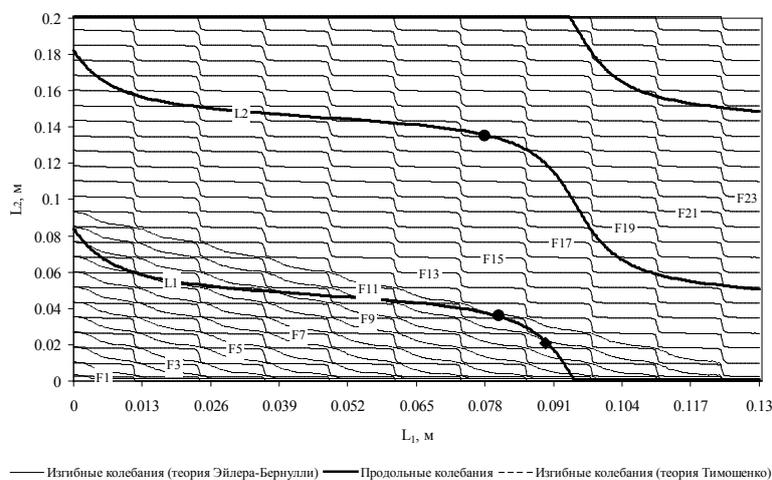


Рис. 2. Резонансные кривые продольных (L) и изгибных (F) колебаний для двухступенчатого волновода

3. Установлено, что при исследовании изгибных колебаний теория Тимошенко дает более точные результаты по сравнению с теорией Эйлера-Бернулли, причем последняя может давать существенную погрешность при определении резонансных значений геометрических параметров.

4. Разработана методика полуавтоматического моделирования собственных колебаний гибких волноводов с использованием программы ANSYS и языка программирования APDL (ANSYS Parametric Design Language) [4]. Результаты моделирования подтверждают правильность разработанного численно-аналитического метода исследования условий резонанса.

Таблица 1.

Значения диаметра для переходных участков волновода

Координата x , мм	0	1	2	3	4	5	6
Диаметр d для перехода 4, мм	2	1,89	1,62	1,33	1,13	1	0,9
Диаметр d для перехода 5, мм	0,9	0,83	0,73	0,64	0,57	0,51	0,5

В случае трехступенчатого волновода приходится рассматривать не резонансные кривые, а резонансные поверхности в пространстве (L_1, L_2, L_3) . Каждая из резонансных поверхностей может быть охарактеризована порядком n_s , то есть номером, возрастающим по мере ее удаления от начала координат. Параметры (L_1, L_2, L_3) неотрицательны, так как имеют смысл длин ступеней, поэтому рассматриваются лишь поверхности, заключенные в первом октанте. Поверхность, наиболее близкая к началу координат, имеет первый порядок. Каждая из поверхностей соответствует определенной моде колебаний, характеристикой которой является порядок моды n_m , имеющий физический смысл числа узловых точек эпюры колебательных смещений для данной моды. Как будет показано далее, для изгибных колебаний порядок резонансной поверхности связан с порядком соответствующей ей моды колебаний зависимостью $n_m = n_s + 1$, то есть поверхности первого порядка соответствует мода второго порядка и т.д. Для продольных колебаний $n_m = n_s$. Так как резонансные поверхности упорядочены в соответствии с их расстоянием r относительно начала координат, то целесообразно описывать их с помощью сферических координат (r, φ, θ) . Для определения зависимостей $r(\varphi, \theta)$, соответствующих резонансным поверхностям, рассматриваются значения резонансных функций $\det A(r, \varphi, \theta)$ вдоль множества дискретных направлений (φ_i, θ_j) , заполняющих первый октант пространства (r, φ, θ) . Значения резонансной функции для каждого из направлений рассчитываются для ряда дискретных значений радиальной координаты r_k . Значение радиальной координаты $r(n, \varphi_i, \theta_j)$, при котором резонансная функция изменяет свой знак n -ый раз, будет соответствовать резонансной поверхности n -го порядка. В качестве примера на Рис. 3 приведены контурные графики резонансной поверхности 14-го порядка для изгибных колебаний (тонкие сплошные линии) и резонансной поверхности 1-го порядка для продольных колебаний (тонкие штриховые линии), построенные для частоты $f = 25$ кГц.

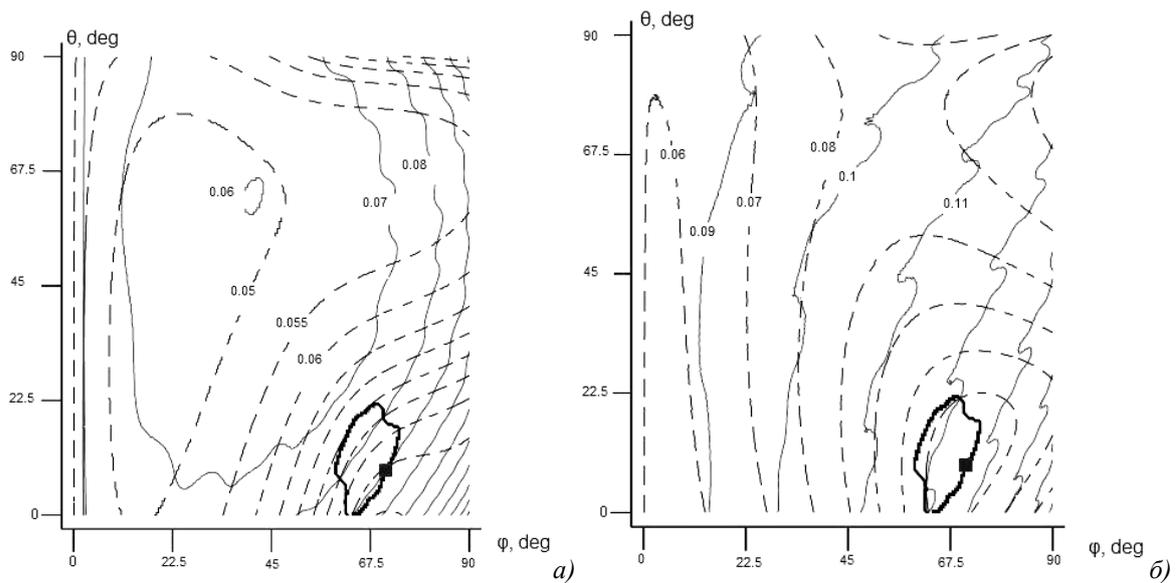


Рис. 3. Контурные графики резонансных поверхностей

Изолинии на Рис. 3а соответствуют равным значениям радиальной координаты r , а изолинии на Рис. 3б – равным значениям длины волновода L . Резонансные поверхности для продольных и изгибных колебаний пересекаются по пространственной кривой (резонансной кривой), проекция которой изображена на Рис. 3 утолщенной сплошной линией. Точки, принадлежащие этой кривой, соответствуют значениям геометрических параметров волновода, обеспечивающим совместный резонанс продольных и изгибных колебаний. Для любой точки резонансной поверхности значения геометрических параметров волновода могут быть найдены по известным формулам перехода от сферических координат к декартовым:

$$L_1 = r \sin \varphi \cos \theta, \quad L_2 = r \sin \varphi \sin \theta, \quad L_3 = r \cos \varphi.$$

Трехмерное представление резонансной поверхности 1-го порядка для продольных колебаний в пространстве (L_1, L_2, L_3) приведено на Рис. 4.

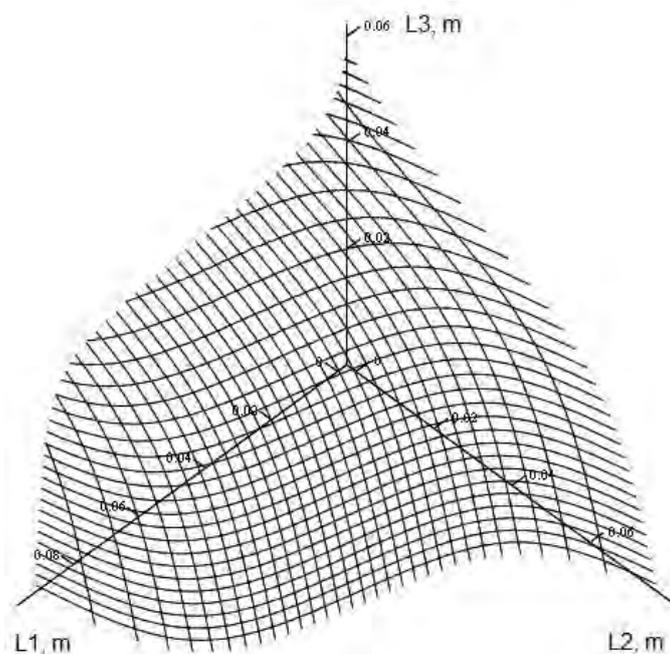


Рис. 4. Трехмерное представление резонансной поверхности 1-го порядка для продольных колебаний

Изолинии резонансной поверхности, соответствующие равным значениям длин ступеней L_1 и L_3 , по своей форме сходны с резонансными кривыми продольных колебаний, приведенными на Рис. 2.

Для расчета длин ступеней (L_1, L_2, L_3) , обеспечивающих совместный резонанс продольной моды колебаний m -го порядка и изгибной моды колебаний, соответствующей резонансной поверхности n -го порядка, необходимо задаться значением радиальной координаты r и определить угловые координаты (φ_i, θ_j) , соответствующие этому значению на резонансной кривой. Значение r может задаваться произвольным образом, что соответствует бесконечному множеству резонансных конфигураций волновода в отличие от случая двухступенчатых волноводов, для которого совместный резонанс продольных и изгибных колебаний реализуется лишь для конечного числа конфигураций. Определение угловых координат (φ_i, θ_j) производится путем построения матрицы $M_{ij} = (r_l(m, \varphi_i, \theta_j) - r)^2 + (r_f(n, \varphi_i, \theta_j) - r)^2$, где индексы l и f соответствуют продольным и изгибным колебаниям. Индексы i и j , соответствующие минимальному элементу матрицы M , определяют значения искомым угловых координат. Верификация результатов моделирования выполнялась с помощью метода конечных элементов (МКЭ) для волновода с длинами ступеней $L_1 = 0,0846$ м, $L_2 = 0,0134$ м и $L_3 = 0,0293$ м. Точка резонансной кривой, соответствующая этим значениям длин, отмечена на Рис. 3 маркером в виде квадрата. Рассматриваемый волновод имеет наибольшую длину среди волноводов, для которых наблюдается совместный резонанс продольной моды колебаний 1-го порядка и одной из изгибных мод колебаний (в рассматриваемом случае 15-го порядка). Для рассматриваемого волновода выполнялся модальный анализ с помощью программы ANSYS и полученные в результате анализа собственные частоты колебаний сравнивались с заданной частотой $f = 25$ кГц, которая была принята при расчете геометрических параметров. Относительная погрешность составила 0,33 % для продольных колебаний и 0,31 % – для изгибных, что подтверждает правильность полученных результатов. Моделирование с помощью МКЭ также позволило установить связь между порядком резонансной поверхности для изгибных колебаний и порядком соответствующей этой поверхности моды колебаний. Для этого был рассмотрен волновод, состоящий только из переходных участков, что соответствует началу координат в пространстве (L_1, L_2, L_3) . Собственные частоты изгибных мод колебаний 1-го и 2-го порядков составили для этого волновода 12963 и 40764 Гц. Так как любая другая конфигурация волновода получается из рассматриваемой путем удлинения, то соответствующие ей собственные частоты изгибных мод 1-го и 2-го порядков будут снижаться по сравнению с рассмотренной начальной конфигурацией. Это означает, что резонанс на заданной частоте $f = 25$ кГц может наблюдаться лишь для изгибных мод колебаний с порядком не ниже 2-го, то есть резонансной поверхности 1-го порядка будет соответствовать мода 2-го порядка, а в общем случае будет выполняться соотношение $n_m = n_s + 1$.

Полученные результаты могут быть использованы при проектировании и расчете гибких волноводов для минимально-инвазивной хирургии, а также для анализа их динамической устойчивости и возможных способов ее повышения, который будет являться предметом дальнейших исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Минченя, В.Т. Линейные колебания двухступенчатого волновода-концентратора для ультразвукового тромболитика / В.Т. Минченя, Д.А. Степаненко // Доклады НАН Беларуси. – 2009. – Т. 53, № 6. – С. 114-119.
2. Stepanenko, D.A. Modeling of flexible waveguides for ultrasonic vibrations transmission: Longitudinal and flexural vibrations of non-deformed waveguide / D.A. Stepanenko, V.T. Minchenya // Ultrasonics. – 2009. – doi: 10.1016/j.ultras.2009.09.033.
3. Минченя, В.Т. Анализ резонансных явлений в гибких волноводных системах с применением теорий Эйлера-Бернулли и Тимошенко / В.Т. Минченя, Д.А. Степаненко, Е.Н. Юрчик // Материалы МНТК «Приборостроение-2009». – Мн., 2009. – С. 247-248.
4. Bubulis, A. Semi-automatic modal analysis of flexible ultrasonic waveguides in ANSYS / A. Bubulis, V.T. Minchenya, D.A. Stepanenko // Материалы МНТК «Приборостроение-2009». – Мн., 2009. – С. 145-146.
5. Webster, A.G. Acoustical impedance, and the theory of horns and of the phonograph / A.G. Webster // Proc. of the National Academy of Sciences of the USA. – 1919. – Vol. 5. – Pp. 275-282.
6. Han, S.M. Dynamics of transversely vibrating beams using four engineering theories / S.M. Han, H. Benaroya, T. Wei // Journal of Sound and Vibration. – 1999. – Vol. 225. – Pp. 935-988.
7. Квашнин, С.Е. Ультразвуковые электроакустические преобразователи и волноводы-инструменты для медицины. – М.: Издательство МГТУ, 1995. – 43 с.