

УДК 621.034

## **ПРИМЕНЕНИЕ КОМПЬЮТЕРНЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ**

*Канд. техн. наук СТЕПАНЕНКО Д. А.*

*Белорусский национальный технический университет*

Одним из эффективных методов проектирования элементов ультразвуковых колебательных систем (УЗКС), входящих в состав различных технологических установок, например ультразвуковых станков для обработки хрупких материалов, является применение САЕ-систем (CAD и CAE – акронимы от английских выражений Computer Aided Design (компьютерное

проектирование) и Computer Aided Engineering (компьютерное моделирование)). Наибольшее распространение при моделировании электро-механических (мехатронных) устройств получили САЕ-системы, основанные на применении метода конечных элементов (МКЭ). Для моделирования УЗКС могут использоваться как универсальное программное обеспечение (ПО)

для расчетов с применением МКЭ, позволяющее моделировать различные по функциональному назначению и принципу преобразования энергии электромеханические устройства, так и специализированные программы, разработанные для моделирования ультразвуковых устройств. К числу универсальных САЕ-систем для решения мультифизических задач с помощью МКЭ принадлежит ANSYS (SAS IP, Inc., США), который успешно используется для моделирования сложных УЗКС [1, 2]. Под мультифизическими понимают задачи, вовлекающие в себя учет физически связанных явлений различной природы, например деформация пьезоэлектрического материала под действием внешнего электрического поля. В качестве примера специализированного ПО для расчета УЗКС можно назвать CARD (Computer Aided Resonator Design) (Krell Engineering, США) [3]. В статье на простом тестовом примере выполнен сравнительный анализ эффективности применения различных САЕ-систем для проектирования УЗКС.

**Постановка задачи.** В качестве тестового объекта рассмотрим ступенчатый концентратор с плавным переходом (галтелью) между ступенями. В качестве исходных параметров зададим: резонансную частоту концентратора  $f = 22$  кГц; материал концентратора (сталь 45, длина волны на частоте 22 кГц  $\lambda = 236,4$  мм); отношение входного и выходного диаметров  $D/d = 2$  (входной диаметр  $D = 40$  мм); радиус галтели  $r = 10$  мм; длину входной ступени концентратора  $x_0 = \lambda/4$ . Требуется определить резонансную длину  $L$  концентратора и коэффициент  $K$  усиления колебаний по амплитуде.

**Решение задачи численно-аналитическим методом.** В качестве первого метода решения поставленной тестовой задачи рассмотрим численно-аналитический метод, результаты которого будем использовать для сопоставления с другими методами. Как известно, продольные колебания концентраторов описываются уравнением Вебстера [4]

$$\xi'' + \frac{S'}{S}\xi' + k^2\xi = 0, \quad (1)$$

где  $\xi$  – амплитуда продольных смещений;  $S$  – площадь поперечного сечения концентратора;  $k$  – волновое число.

Уравнение Вебстера может быть решено численными методами, например методом Рунге – Кутты, однако в рассматриваемом случае применение этого метода невозможно, так как производная площади поперечного сечения по продольной координате  $x$  обращается в бесконечность в точке  $x = x_0$  сопряжения галтели с входной ступенью концентратора. В связи с этим уравнение (1) было представлено в виде эквивалентного интегродифференциального уравнения

$$u' = -k^2 S \left( \xi_0 + \int_0^x \frac{u}{S} dx \right), \quad (2)$$

где функция  $u$  определяется выражением  $u = S\xi'$ ;  $\xi_0 = \xi(0)$  – начальное значение амплитуды смещений.

Начальное условие для уравнения (2) имеет вид

$$u(0) = S(0)\xi'_0, \quad (3)$$

где  $\xi'_0 = \xi'(0)$  – начальное значение относительной деформации.

Уравнение (2) с начальным условием (3) может быть использовано для описания продольных колебаний галтели концентратора, так как не содержит в явном виде производную  $S'(x)$ . Величина  $\xi_0$  равна нулю, так как входная ступень имеет четвертьволновую длину. Величина  $\xi'_0$  определяется из решения уравнения продольных колебаний входной ступени.

Уравнение (2) может быть легко решено численными методами. Для этого разобьем интервал  $x \in [0; r]$ , на котором ищется решение, на  $N$  равных частей:  $\Delta x = r/N$  и будем искать значение решения в узловых точках  $x_i = i\Delta x$ , где  $i = 1, 2, \dots, N$ . Значения производной в узловых точках определим по приближенной формуле

$$u'_i = (u_i - u_{i-1})/\Delta x. \quad (4)$$

Интеграл в правой части (2) может быть приближенно заменен суммой в соответствии с квадратурной формулой правых прямоугольников

$$\int_0^{x_i} \frac{u}{S} dx = \sum_{j=1}^i \frac{u_j \Delta x}{S_j}. \quad (5)$$

Подставив выражения (4) и (5) в уравнение (2) и принимая во внимание начальное условие (3), получим рекуррентные формулы для вычисления значений решения в узловых точках:

$$u_0 = S_0 \xi_0', \quad u_1 = \frac{u_0 - k^2 \xi_0 S_1 \Delta x}{1 + (k \Delta x)^2};$$

$$u_m = \frac{u_{m-1} - k^2 S_m \Delta x \left( \xi_0 + \sum_{j=1}^{m-1} \frac{u_j \Delta x}{S_j} \right)}{1 + (k \Delta x)^2},$$

$$m = 2, 3, \dots, N.$$

Рассчитав распределение колебательных смещений по длине входной ступени и галтели, можно решить уравнение продольных колебаний выходной ступени, учитывая непрерывность сил и смещений в точке ее сопряжения с галтелью. Длину выходной ступени при расчете можно задать заведомо превышающей резонансную, например равной  $\lambda/4$ . Резонансная длина определяется из условия обращения в нуль относительной деформации.

**Решение задачи с помощью CARD.** В качестве второго метода решения тестовой задачи рассмотрим применение САЕ-системы CARD. Следует отметить, что любая задача расчета УЗКС может рассматриваться как задача анализа, если геометрические параметры системы известны, а определению подлежат ее резонансная частота или амплитудно-частотная характеристика, либо как задача синтеза, если определению подлежат неизвестные геометрические параметры системы, обеспечивающие ее резонанс на заданной частоте. Первый тип задач возникает, как правило, при необходимости согласования существующей УЗКС с неизвестной резонансной характеристикой с электрической цепью ультразвукового генератора. Второй тип задач возникает при инженерном проектировании УЗКС и в связи с этим представляет особый интерес для разработчика. Все САЕ-системы можно подразделить на две группы в зависимости от возможности прямого решения задач синтеза с их помощью. CARD принадлежит к группе САЕ-систем, позволяющих производить прямое решение задач синтеза УЗКС. Для этого в программе предусмотрен режим автоматической настройки длины для

заданной резонансной частоты. Для резонансной настройки системы по длине CARD используют метод входного импеданса [5], причем при расчете импеданса УЗКС со сложным профилем продольного сечения разбивается на тонкие слои (одномерный аналог МКЭ). Результаты расчета с помощью численно-аналитического метода и САЕ-системы CARD приведены в табл. 1.

Таблица 1

Наименование параметра	Значение параметра	
	Расчет численно-аналитическим методом	Расчет с помощью CARD
Длина концентратора $L$ , мм	120,7	120,8
Коэффициент усиления $K$	3,974	3,82

Как следует из анализа приведенных данных, применение различных методов приводит к расхождению расчетных значений коэффициента усиления на 4 %, что является незначительной погрешностью. Расхождение расчетных значений резонансной длины при этом пренебрежимо мало (менее 0,1 %).

**Модальный анализ концентратора в ANSYS.** ANSYS не позволяет напрямую решать задачи синтеза и, как правило, используется для расчета резонансных характеристик существующих УЗКС или проверки правильности синтеза с помощью других методов. Процедура расчета собственных частот и форм колебаний с помощью МКЭ называется модальным анализом. При модальном анализе синтезированного с помощью CARD концентратора была учтена геометрическая симметрия задачи. Чтобы определить частоту продольных колебаний, была рассмотрена четверть твердотельной модели концентратора с симметричными граничными условиями. Наложение таких граничных условий позволяет исключить рассмотрение изгибных колебаний. Так как рассматриваемая задача является осесимметричной, также может быть полезным использование гармонических конечных элементов. В этом случае можно рассматривать плоскую конечно-элементную модель, геометрия которой соответствует форме осевого сечения концентратора. Это позволяет повысить плотность сетки конечных элементов и точность вычис-

лений. Результаты модального анализа концентратора представлены на рис. 1.

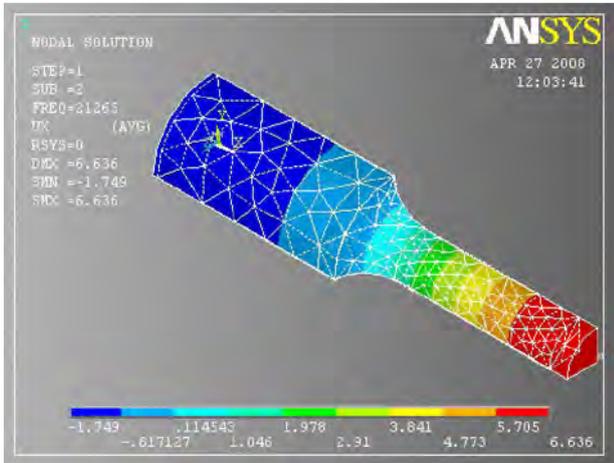


Рис. 1

Расчетное значение резонансной частоты составило 21,265 кГц, т. е. отклоняется от заданного на 3,5 %. Это подтверждает высокую точность решения задачи синтеза концентратора с помощью численно-аналитического метода и САЕ-системы CARD. Расчетное значение коэффициента усиления составило 3,794 и отклоняется от рассчитанного численно-аналитическим методом на 4,7 %.

**Синтез концентратора в ANSYS.** Для решения задачи синтеза концентратора в ANSYS может быть применена следующая методика.

Для заданной резонансной частоты  $f$  задаем длины  $L_1$  и  $L_2$ , одна из которых  $L_2$  заведомо больше резонансной, а другая – заведомо меньше. Для этих длин с помощью ANSYS рассчитываем резонансные частоты  $f_1$  и  $f_2$ . Чтобы исключить затраты времени на перестройку модели в ANSYS при изменении длины, можно построить модель в любой параметрической CAD-системе (например, SolidWorks), сохранить ее в формате IGES (Initial Graphics Exchange Specification, стандартный формат, используемый для передачи геометрических данных между различными системами CAD и CAE), а затем импортировать в ANSYS. При изменении размеров параметрической модели в SolidWorks происходит ее автоматическая перестройка, после чего можно импортировать модель в ANSYS, выполнив указанные выше действия. Следует следить за соответствием единиц измерения в ANSYS и SolidWorks, так

как ANSYS использует по умолчанию систему МКС (метр–килограмм–секунда), а SolidWorks – систему ММГС (миллиметр–грамм–секунда). При импорте модели используем опцию Defeature model (в случае использования этой опции происходит автоматическое создание объемов). По заданным начальным приближениям длины  $L_1$  и  $L_2$  определяем новое приближение  $L_3$  по формуле

$$L_3 = L_2 - \frac{L_2 - L_1}{f_2 - f_1} (f_2 - f).$$

Если значение частоты  $f_3$ , соответствующее длине  $L_3$ , оказывается меньше заданной частоты  $f$ , то вводим новые приближения по формулам:  $L_2 := L_3$ ;  $L_1 := L_1$ . Если значение частоты  $f_3$ , соответствующее длине  $L_3$ , оказывается больше заданной частоты  $f$ , то вводим новые приближения по формулам:  $L_2 := L_2$ ;  $L_1 := L_3$ . Для введенных новых приближений производим следующую итерацию процесса. Описанный итеративный процесс аналогичен методу секущих, применяемому для отыскания корней функций.

Результаты расчета для рассматриваемой тестовой задачи представлены в табл. 2.

Таблица 2

Номер приближения	Длина $L$ , мм	Частота $f$ , Гц
1	114,1	23412
2	124,1	20593
3	119,1	21867
4	118,7	22007

Как следует из анализа представленных данных, итерационный процесс быстро сходится. Четвертому приближению резонансной длины соответствует значение частоты, отклоняющееся от заданного на 0,03 %. Расчетное значение резонансной длины отклоняется от значения, определенного численно-аналитическим методом, на 1,7 %.

Обмен данными между системами CAD и CAE является известным приемом при проектировании УЗКС. Например, известен подход к автоматизации проектирования УЗКС, основанный на построении модели системы в AutoCAD с последующей передачей данных из AutoCAD в ANSYS с помощью специально

разработанного ПО на языке Delphi [2]. Параметры для расчета колебательной системы в ANSYS (тип и число конечных элементов, свойства материалов, частотный диапазон модального анализа) задаются непосредственно при передаче данных. По результатам расчета УЗКС в ANSYS проектировщик корректирует геометрические параметры модели в AutoCAD и производит повторный анализ модели. Процесс повторяется до тех пор, пока не будут достигнуты требуемые значения параметров УЗКС. Недостатками описанного метода являются необходимость применения специального ПО для импорта модели УЗКС и необходимость ручной перестройки модели при корректировке геометрических параметров, так как AutoCAD является непараметрической системой CAD. Кроме того, не ясна концепция корректировки геометрических параметров УЗКС. Можно предположить, что корректировка производится методом проб и ошибок, в то время как описанный выше способ, основанный на методе секущих, позволяет производить целенаправленное изменение параметров. Для избежания проблем, связанных с импортом сложных геометрических моделей в ANSYS, можно использовать CAE-систему CosmosWorks, специально созданную для работы с моделями SolidWorks. Однако по сравнению с ANSYS она имеет ограниченные возможности.

## ВЫВОДЫ

1. Выполнен сравнительный анализ эффективности применения различных CAE-систем (CARD и ANSYS) для автоматизированного проектирования элементов УЗКС.
2. Предложена методика синтеза элементов УЗКС, основанная на использовании обмена данными между параметрической CAD-системой (SolidWorks) и системой CAE (ANSYS) и поиске подлежащих определению значений геометрических параметров с помощью метода секущих.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Cunningham, P. M.** Use of the finite element method in ultrasonic applications / P. M. Cunningham // Online: [http://www.caeai.com/papers/uia\\_presentation.pdf](http://www.caeai.com/papers/uia_presentation.pdf)
2. **Автоматизированное** проектирование ультразвуковых колебательных систем / В. Н. Хмелев, С. Н. Цыганок, А. Н. Лебедев // Известия Тульского государственного университета. Сер. «Технологическая системотехника». – 2003. – Вып. 1. – С. 14.
3. **Computer Aided Resonator Design (CARD):** description, equipment requirements, support. Online: <http://www.krellengineering.com/software/cad/cardinfo/cardinfo.htm>.
4. **Webster, A. G.** Acoustical impedance, and the theory of horns and of the phonograph / A.G. Webster // Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America. – 1919. – Vol. 5. – P. 275–282.
5. **Степаненко, Д. А.** Применение метода входного импеданса для расчета колебательных систем ультразвуковых технологических установок / Д. А. Степаненко // Машиностроение и техносфера XXI века: сб. тр. XIV МНТК, Севастополь, 17–22 сентября 2007 г.: в 5 т. – Т. 4. – Донецк, 2007. – С. 5–8.

Поступила 07.07.2008