



The calculations on computer modeling of the process of chill mold filling with different number of castings in mold are presented. The interrelation between spatial configuration of chill mold and frequency curved lines for gradients of the chill mold and casting temperatures is analyzed. The possibilities of using of the temperatures gradients for analysis of thermo-stressed state of foundry units are shown.

А. Н. ЧИЧКО, БНТУ, Л. В. МАРКОВ, ОАО «ММЗ»,  
В. Ф. СОБОЛЕВ, С. Г. ЛИХОУЗОВ, О. И. ЧИЧКО, БНТУ

УДК 669.27:519

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ИЗМЕНЕНИЯ ГРАДИЕНТОВ ТЕМПЕРАТУР В ОТЛИВКЕ И КОКИЛЕ ПРИ ЕГО ЗАПОЛНЕНИИ С ПОМОЩЬЮ КОМПЬЮТЕРНОЙ СИСТЕМЫ «ПРОЛИТ-2к»

Известно, что важнейшей характеристикой процесса литья в кокиль является пространственное распределение термических напряжений, возникающих в процессе заполнения формы, как в отливке, так и в кокиле. Термонапряженное состояние отливки определяется ее пространственной конфигурацией и способностью к образованию трещин. В то же время при формировании отливки кокиль испытывает термические нагрузки, что существенным образом влияет на его стойкость в процессе эксплуатации. На термостойкость кокиля также влияет его пространственная конфигурация.

В работах [1–5] были разработаны математические модели, основанные на использовании условий равновесия для расчетов трехмерных полей напряжений в охлаждающихся и кристаллизующихся литейных и металлургических объектах. На основе этих расчетов были построены частотные характеристики распределения температур и напряжений по сеточным элементам моделируемого объекта. Следует отметить, что расчеты напряжений для пространственных объектов состоят из двух этапов. Первый этап – расчет поля температур. Второй этап – расчет поля напряжений. Однако проведенные расчеты трудоемки по временным затратам машинного времени, что делает необходимым поиск новых методов и подходов к анализу термонапряженного состояния. Сокращение времени расчетов можно добиться, рассчитывая скорости изменения температур в объекте, что позволяет оценить уровень напряженного состояния в объекте, не используя уравнения равновесия. В качестве характеристики скорости изменения температур в объекте можно использовать градиенты температур отливки и кокиля. Математически градиент температур может быть определен как

$$\Delta T_{(x,y,z,\tau)}^n = \frac{T_{(x,y,z,\tau+\Delta\tau)} - T_{(x,y,z,\tau)}}{\Delta\tau}, \quad (1)$$

где  $\Delta T_{(x,y,z,\tau)}^n$  – изменение температуры в точке  $(x, y, z)$  на  $n$ -м такте моделирования;  $\Delta\tau$  – шаг моделирования;  $T_{(x,y,z,\tau)}$  – температура в точке  $(x, y, z)$  в момент времени  $\tau$ .

Как известно, градиент температуры коррелирует с характеристиками напряженного состояния и может быть использован в качестве критериального параметра. Чтобы оценить эффективность применения градиента температур для оценки термонапряженного состояния отливки и кокиля, необходимо провести исследования на простейших литейных объектах.

Цель настоящей работы – системный анализ частотных характеристик распределения по градиентам температур для форм с различным количеством отливок для оценки возможности использования критериального параметра  $\Delta T_{(x,y,z,\tau)}$  в качестве оценочного для термических напряжений в кокиле и отливке.

Для реализации этой цели были проведены расчеты температурного поля в модельных литейных объектах, которые приведены на рис. 1. В расчетах рассмотрены три варианта литниковых систем. Первый вариант (рис. 1, а) представляет собой одногнездный вариант отливки, второй и третий варианты – соответственно двух- и трехгнездные варианты литниковых систем (рис. 1, б, в).

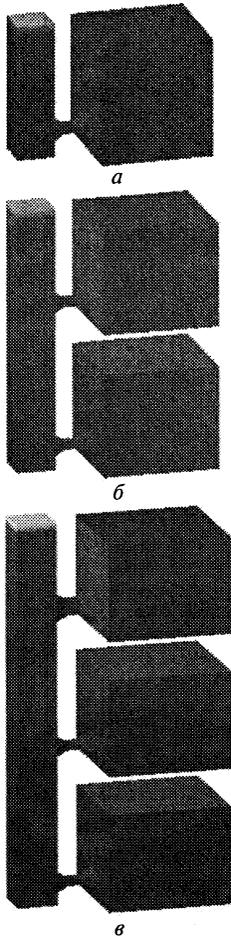


Рис. 1. Варианты литниковых систем: а – одногнездный вариант (модель 1); б – двухгнездный вариант (модель 2); в – трехгнездный вариант (модель 3)

В качестве расплава использовали чугун со следующими теплофизическими свойствами: заливаемый металл – чугун СЧ10; температура заливки – 1400°С;  $T_{\text{лиq}}=1238^{\circ}\text{C}$ ;  $T_{\text{сол}}=1145^{\circ}\text{C}$ ; теплопроводность  $\lambda=40$  Вт/(м·К); теплоемкость  $c=838$  Дж/(кг·К); плотность как функция от температуры.

В качестве материала кокиля использовали сталь со следующими характеристиками: начальная температура – 200°С; теплопроводность  $\lambda=29$  Вт/(м·К); теплоемкость  $c=820$  Дж/(кг·К); плотность  $\rho=7500$  кг/м<sup>3</sup>.

При моделировании использовали следующие типы материалов:  $\Omega_1$  – жидкий металл;  $\Omega_2$  – форма или закристаллизовавшийся металл;  $\Omega_3$  – воздух;  $\Omega_4$  – ось симметрии;  $\Omega_5$  – источник ( $\rho(\Omega_5)=\text{const}$ ;  $T(\Omega_5)=\text{const}$ );  $\Omega_6$  – граница первого рода ( $T(\Omega_6)=\text{const}$ ).

В предлагаемом методе использовали следующие начальные условия для  $t=0$ :  $v_x(\Omega_i)=0$ ;  $v_y(\Omega_i)=0$ ;  $v_z(\Omega_i)=0$ ;  $\rho(\Omega_i)=\rho_0(\Omega_i)$ ;  $P(\Omega_i)=0$ ;  $T(\Omega_i)=T_{\text{зал}}$ ;  $T(\Omega_2)=T_2$ ;  $T(\Omega_3)=T_3$ ;  $T(\Omega_4)=T(\Omega_1)$ ;  $T(\Omega_5)=T_{\text{зал}}$ ;  $T(\Omega_6)=T_6$ , где  $i=1, 6$ .

При  $t \neq 0$  задавали следующие граничные условия:  $v_x(\Omega_1)=v_x(\Omega_{1n})$ ;  $v_y(\Omega_1)=v_y(\Omega_{1n})$ ;  $v_z(\Omega_1)=v_z(\Omega_{1n})$ ;  $\rho(\Omega_1)=\rho(\Omega_{1n})$ ;  $P(\Omega_1)=P(\Omega_{1n})$ ;  $T(\Omega_1)=T(\Omega_{1n})$ ;  $v_x(\Omega_2)=0$ ;  $v_y(\Omega_2)=0$ ;  $v_z(\Omega_2)=0$ ;  $\rho(\Omega_2)=\rho_0(\Omega_2)$ ;  $P(\Omega_2)=P(\Omega_1)$ ;  $T(\Omega_2)=T(\Omega_{2n})$ ;  $v_x(\Omega_3)=v_x(\Omega_1)$ ;  $v_y(\Omega_3)=v_y(\Omega_1)$ ;  $v_z(\Omega_3)=v_z(\Omega_1)$ ;  $\rho(\Omega_3)=\rho(\Omega_{3n})$ ;  $P(\Omega_3)=0$ ;  $T(\Omega_3)=T(\Omega_{3n})$ ;  $v_x(\Omega_4)=-v_x(\Omega_1)$ ;  $v_y(\Omega_4)=v_y(\Omega_1)$ ;  $v_z(\Omega_4)=v_z(\Omega_1)$ ;  $\rho(\Omega_4)=\rho(\Omega_1)$ ; если граница перпендикулярна оси  $X$ , то  $P(\Omega_4)=P(\Omega_1)$  и  $T(\Omega_4)=T(\Omega_1)$ ;  $v_x(\Omega_4)=v_x(\Omega_1)$ ;  $v_y(\Omega_4)=-v_y(\Omega_1)$ ;  $v_z(\Omega_4)=v_z(\Omega_1)$ ;  $\rho(\Omega_4)=\rho(\Omega_1)$ ; если граница перпендикулярна оси  $Y$ , то  $P(\Omega_4)=P(\Omega_1)$  и  $T(\Omega_4)=T(\Omega_1)$ ;  $v_x(\Omega_4)=v_x(\Omega_1)$ ;  $v_y(\Omega_4)=v_y(\Omega_1)$ ;  $v_z(\Omega_4)=-v_z(\Omega_1)$ ;  $\rho(\Omega_4)=\rho(\Omega_1)$ ; если граница перпендикулярна оси  $Z$ , то  $P(\Omega_4)=P(\Omega_1)$  и  $T(\Omega_4)=T(\Omega_1)$ ;  $v_x(\Omega_4)=v_x(\Omega_1)$ ;  $v_y(\Omega_4)=v_y(\Omega_1)$ ;  $v_z(\Omega_4)=-v_z(\Omega_1)$ ;  $\rho(\Omega_4)=\rho_0(\Omega_4)$ ;  $P(\Omega_4)=0$ ;  $T(\Omega_4)=T_{\text{зал}}$ ;  $v_x(\Omega_5)=0$ ;  $v_y(\Omega_5)=0$ ;  $v_z(\Omega_5)=0$ ;  $\rho(\Omega_5)=\rho_0(\Omega_5)$ ;  $P(\Omega_5)=0$ ;  $T(\Omega_5)=T_6$ .

При  $t \geq t_{\text{зан}}$  задавали начальные условия:  $v_x(\Omega_1)=v_x(\Omega_1)$ ;  $v_y(\Omega_1)=v_y(\Omega_1)$ ;  $v_z(\Omega_1)=v_z(\Omega_1)$ ;  $\rho(\Omega_1)=\rho_0(\Omega_1)$ ;  $P(\Omega_1)=P(\Omega_1)$ ;  $T(\Omega_1)=T(\Omega_1)$ ;  $v_x(\Omega_2)=0$ ;  $v_y(\Omega_2)=0$ ;  $v_z(\Omega_2)=0$ ;  $\rho(\Omega_2)=\rho(\Omega_2)$ ;  $P(\Omega_2)=P(\Omega_1)$ ;  $T(\Omega_2)=T(\Omega_2)$ ;  $v_x(\Omega_3)=0$ ;  $v_y(\Omega_3)=0$ ;  $v_z(\Omega_3)=0$ ;  $\rho(\Omega_3)=\rho(\Omega_3)$ ;  $P(\Omega_3)=0$ ;  $T(\Omega_3)=T(\Omega_3)$ ;  $v_x(\Omega_4)=v_x(\Omega_4)$ ;  $v_y(\Omega_4)=v_y(\Omega_4)$ ;

Для математического моделирования процесса заполнения кокиля была использована система уравнений Навье–Стокса, дополненная уравнением неразрывности:

$$\begin{cases} \rho \left( \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \eta \left( \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right), \\ \rho \left( \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) = \rho g - \frac{\partial P}{\partial y} + \eta \left( \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right), \\ \rho \left( \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \eta \left( \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right), \end{cases} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = 0, \quad (2)$$

где  $v_x, v_y, v_z$  – соответственно проекция скорости на оси  $X, Y$  и  $Z$ ;  $g$  – ускорение свободного падения;  $\rho$  и  $\eta$  – плотность и динамическая вязкость жидкости (расплава);  $t$  – время;  $P$  – давление в рассматриваемой точке потока.

Для учета процесса охлаждения потока описанные выше системы дополняли уравнением теплообмена Фурье–Кирхгофа:

$$c\rho \left( \frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + q(x, y, z, T). \quad (3)$$

Теплообмен на поверхности твердого тела с жидкостью описывался как

$$\alpha \Delta T = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (4)$$

где  $\rho$  – плотность жидкости (расплава);  $t$  – время;  $T$  – температура в рассматриваемой точке потока  $(x, y, z)$ ;  $\lambda$  и  $c$  – теплопроводность и теплоемкость жидкости;  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи на граничной поверхности.

$$v_z(\Omega_4)=v_z(\Omega_4); \rho(\Omega_4)=\rho(\Omega_1); P(\Omega_4)=P(\Omega_1); T(\Omega_4)=T(\Omega_4); v_x(\Omega_5)=v_x(\Omega_5); v_y(\Omega_5)=v_y(\Omega_5); v_z(\Omega_5)=v_z(\Omega_5); \rho(\Omega_5)=\rho_0(\Omega_1); P(\Omega_5)=0; T(\Omega_5)=T_{\text{зал}}; v_x(\Omega_6)=0; v_y(\Omega_6)=0; v_z(\Omega_6)=0; \rho(\Omega_6)=\rho(\Omega_2); P(\Omega_6)=0; T(\Omega_6)=T_6.$$

Математическая модель и система граничных условий были реализованы в виде компьютерной системы «ПРОЛИТ-2к», с помощью которой и проводили все расчеты данной работы.

На рис. 2 показаны фрагменты процесса заполнения литейных объектов, изображенных на рис. 1. Расчеты показали, что времена заполнения отливок практически одинаковы и составляют  $\tau=7,35$  с (рис. 2, а),  $\tau=7,23$  с (рис. 2, б),  $\tau=7,44$  с (рис. 2, в).

Для проведения расчетов процессы заполнения отливки и нагрева кокиля разбивали на заданные промежутки времени:  $\tau=12, 15$  и  $25$  с.

Каждому промежутку времени ставили в соответствие температурные поля отливки и кокиля. Рассчитанные температурные поля использовали для построения функции  $N_1 = f(T)$  и  $N_2 = f(\Delta T)$ , где  $N_1, N_2$  – соответственно относительное число элементов отливки (кокиля) в зависимости от температуры и градиента температур. Значения  $N_1$  и  $N_2$  показывают относительную долю сеточных элементов, которые имеют заданные  $T$  и  $\Delta T$  в интервале  $[\tau, \tau+\Delta\tau]$ . Следует отметить, что градиенты температур относились только к твердой и твердо-жидкой фазам. На рис. 3, а представлена частотная зависимость распределения числа сеточных элементов отливок по градиентам температуры для различных вариантов литниковых систем на момент времени  $\tau=5$  с. Как видно из рисунка, литниковая система с тремя отливками имеет большие значения градиентов температур  $\Delta T$ , чем литниковая система с одной отливкой. Литниковая система с двумя отливками занимает промежуточное положение. Это свидетельствует о том, что в отливках, получаемых по варианту 3, градиенты температур большие и в них большая склонность к развитию трещин. Наоборот, для варианта 1 с одной отливкой склонность к образованию трещин более низкая.

На рис. 3, б приведены частотные зависимости  $N_2 = f(\Delta T)$  на момент времени  $\tau=20$  с. Как видно из рисунка, вариант 3 приводит к высокому уровню градиентов температуры в отливке. Причем практически во всем диапазоне градиентов частотная кривая для варианта 3 находится выше аналогичных частотных кривых для вариантов 2 и 3. Для  $\tau=20$  с состояние отливки является твердым для всех трех вариантов, поэтому данное распределение в большей степени характеризует напряжение в отливках, чем в случае для  $\tau < 20$  с.

На рис. 4 представлены частотные зависимости  $N_2 = f(\Delta T)$  на моменты времени  $\tau=50$  и  $100$  с. Из рисунка видно, что варианту 3 литниковой системы соответствует наибольший уровень интегральных градиентов по температуре. На основании этого можно предположить, что уровень напряжений в варианте 3 литниковой системы более высокий по сравнению с двумя предыдущими.

На следующем этапе моделирования были рассчитаны частотные зависимости градиентов температур в кокиле для различных вариантов литниковых систем. Результаты расчетов приведены на рис. 5, 6. Как видно из рисунков, на момент времени  $\tau=5$  с наибольший уровень градиентов температур соответствует варианту литниковой системы 3. Следует отметить, что для кокиля ярко выражена положительная составляющая градиентов, а для отливки – отрицательная. Этот расчетный факт объясняется тем, что отливка охлаждается, а кокиль нагревается в моделируемом процессе. Увеличение времени охлаждения отливки приводит к близким частотным распределениям для всех трех литниковых систем, о чем свидетельствует подобный характер построенных частотных зависимостей для  $\tau=20, 50$  и  $100$  с (рис. 6).

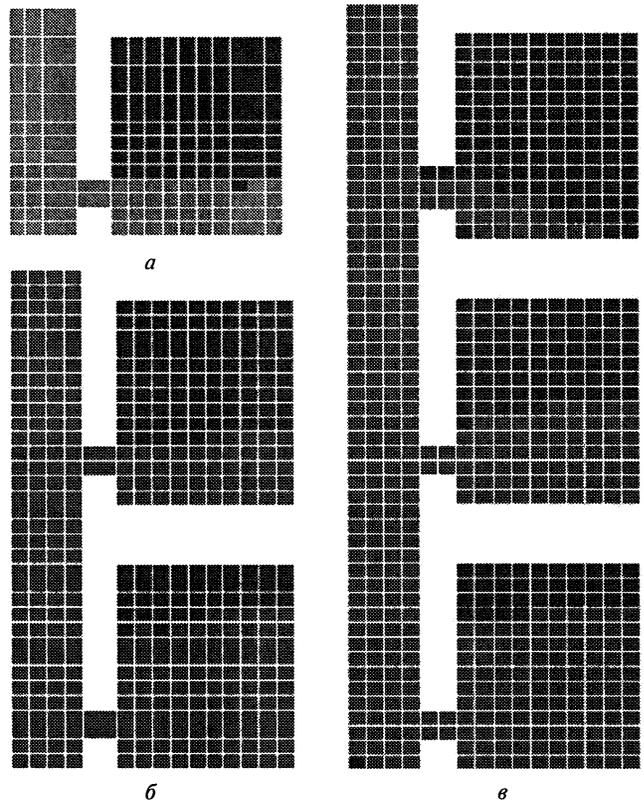


Рис. 2. Фрагменты заполнения литейных объектов: а – одногнездный вариант; б – двухгнездный вариант; в – трехгнездный вариант

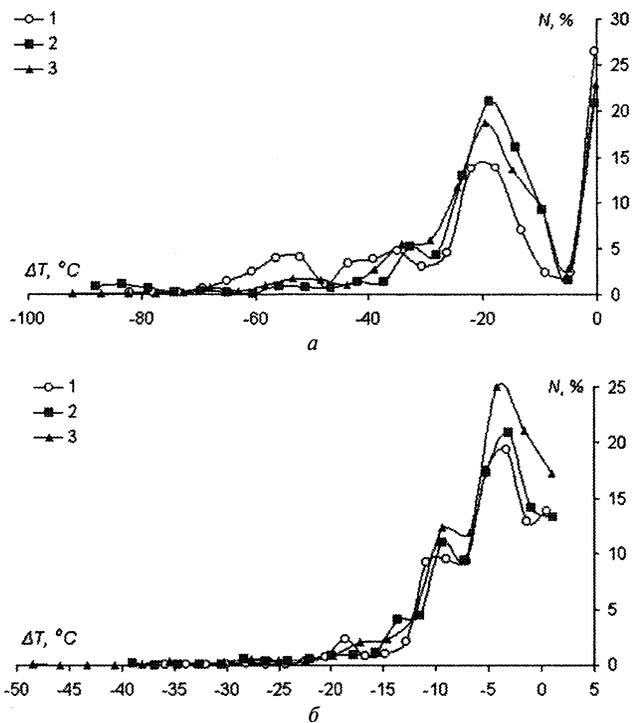


Рис. 3. Распределение градиентов температур в отливке для литниковых систем с одной (1), двумя (2), тремя (3) отливками в кокиле на моменты времени 5 с (а) и 20 с (б)

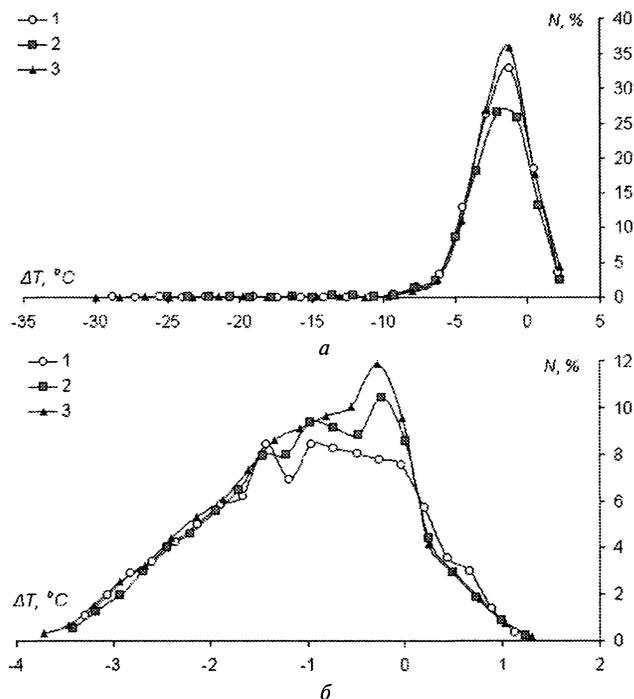


Рис. 4. Распределение градиентов температур в отливке для литниковых систем с одной (1), двумя (2), тремя (3) отливками в кокиле на моменты времени 50 с (а) и 100 с (б)

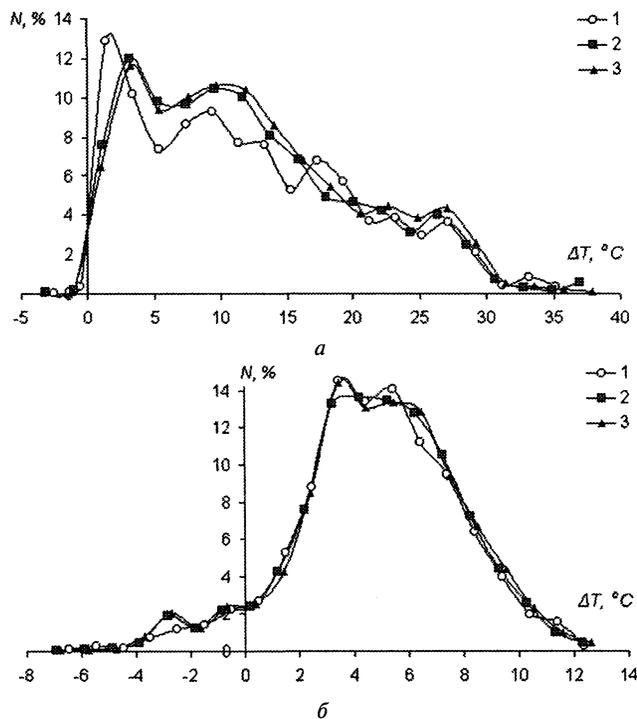


Рис. 5. Распределение градиентов температур в кокиле для литниковых систем с одной (1), двумя (2), тремя (3) отливками в кокиле на моменты времени 5 с (а) и 20 с (б)

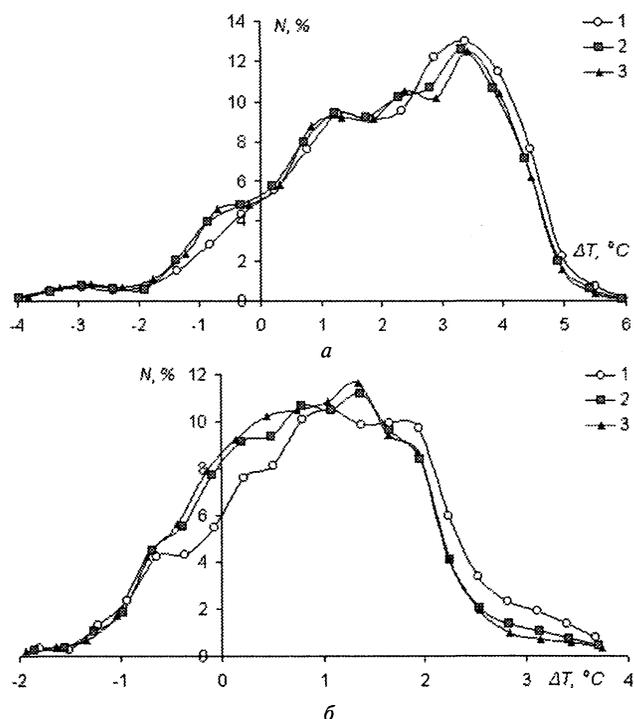


Рис. 6. Распределение градиентов температур в кокиле для литниковых систем с одной (1), двумя (2), тремя (3) отливками в кокиле на моменты времени 50 с (а) и 100 с (б)

Таким образом, рассчитанные частотные распределения по градиентам температуры для кокиля и отливки свидетельствуют о том, что более развитые поверхности отливки в кокиле соответствуют большей склонности к температурным перепадам. При более развитой граничной поверхности между кокилем и отливкой формируется более высокий уровень напряжений, что приводит к снижению стойкости кокиля и сопровождается высокой вероятностью образования в нем трещин.

На следующем этапе были рассчитаны интегральные характеристики градиентов температуры для всех отливок и кокилей (три модели), которые определялись как

$$P_1 = \int_{T_{\min}}^0 \Delta T(\tau) d\tau, \quad P_2 = \int_0^{T_{\max}} \Delta T(\tau) d\tau,$$

где  $P_1$  и  $P_2$  определяют интегральные доли отрицательных и положительных градиентов температуры соответственно для отливок, кокилей, границы раздела «кокиль–отливка». Как видно из таблицы, параметры  $P_1$  и  $P_2$  увеличиваются в направлении перехода модель 1–модель 2–модель 3, т.е. с увеличением числа отливок в системе. Причем эта тенденция сохраняется как для положительных, так и отрицательных температурных градиентов. Анализируя изменение  $P_1$  для отливок с увеличением времени, можно видеть уменьшение доли отрицательных градиентов по температуре и увеличение положительных. Для кокиля наблюдается более сложная тенденция в изменении параметра  $P_1$ : первоначально значения  $P_1$  уменьшаются, а затем увеличиваются, что можно объяснить различными тепловыми режимами кокиля. Первоначально кокиль нагревается за счет заполнения каналов формы, а затем процесс скорости изменения нагрева тормозится и кокиль входит в стационарный тепловой режим. Для всех исследованных объектов (модели 1, 2, 3) процессы теплового нагрева идут по-разному, однако общая тенденция сохраняется.

**Интегральные характеристики ( $P_1$  и  $P_2$ ) градиентов температуры (скорости изменения температуры) для теплового процесса охлаждения отливки (а), кокиля (б), поверхности раздела «отливка–кокиль» (в)**

Тип объекта	$\tau$	Модель 1		Модель 2		Модель 3	
		$P_1$	$P_2$	$P_1$	$P_2$	$P_1$	$P_2$
а	5	-3,2	328,59	-4,29	341,92	-4,51	350,01
	10	-12,99	181,97	-17,7	182,2	-20,19	189,06
	20	-24,43	83,46	-27,13	81,13	-25,97	84,31
	50	-17,27	37,48	-17,29	36,71	-16,12	37,93
	100	-6,53	25,39	-6,78	25,43	-7,29	25,28
б	5	-827,03	0	-885,68	0	-923,78	0
	10	-685,11	0	-575,56	0	-648,06	0
	20	-353,78	0,5	-379,09	1,14	-475,64	1,04
	50	-269,87	2,55	-230,79	3	-280,12	2,8
	100	-24,89	3,36	-25,62	3,73	-28,08	3,89
в	5	-3,2	328,59	-4,29	341,92	-4,51	350,01
	10	-18,3	111,43	-23,67	116,89	-26,79	120,1
	20	-33,23	42,02	-36,92	40,05	-35,86	40,5
	50	-24,25	15,12	-24,23	14,83	-22,81	15,42
	100	-10,95	7,42	-11,3	7,43	-11,77	7,86

Таким образом, модельные распределения градиентов температуры являются динамическими характеристиками теплового состояния кокиля и отливки. Они различаются во времени и от пространственного расположения литниковой системы и отливок. Эти характеристики могут быть использованы для анализа скоростных режимов охлаждения отливок и нагрева кокиля, а также для анализа термонапряженного состояния технологической оснастки, используемой при литье в кокиль. Чем сложнее граница раздела между отливкой и кокилем, тем выше значение уровня температурных градиентов как отрицательных, так и положительных. Это позволяет сформулировать гипотезу о том, что частотные распределения температурных градиентов для отливки и кокиля могут являться важнейшей динамической характеристикой кокиля, что может быть использовано при проектировании кокильной оснастки. Интервал изменения градиентов в кокиле может служить характеристикой стойкости кокиля и способности его к образованию трещин в процессе его заполнения.

**Литература**

1. Чичко А.Н., Марков Л.В. Расчет динамики изменения температур при заполнении металлической формы // Литье и металлургия. 2005. № 2. Ч. 1. С. 57–63.
2. Чичко А.Н., Марков Л.В. Моделирование динамики изменения температур в отливке и форме при варьировании различных теплофизических характеристик кокильных покрытий // Литье и металлургия. 2005. № 2. Ч. 1. С. 52–56.
3. Чичко А.Н., Соболев В.Ф., Яцкевич Ю.В., Маточкин В.А., Чичко О.И. Моделирование эволюции термических и механических напряжений стального слитка, получаемого методом непрерывной разливки при радиальном вытягивании // Докл. НАН Беларуси. 2003. Т. 47. № 5. С. 119–123.
4. Чичко А.Н., Бороздин А.С. Математическая модель расчета напряжений движущегося в печи слитка // Изв. вузов. Черная металлургия. 2005. №8. С. 47–50.
5. Чичко О.И., Соболев В.Ф. О новых методах компьютерных САМ для анализа напряжений и деформаций деталей, подвергнутых термической обработке // Литье и металлургия. 2002. №2. С. 47–52.