

П.Э. РАТНИКОВ, канд. техн. наук,
С.М. КАБИШОВ, канд. техн. наук,
И.А. ТРУСОВА, д-р техн. наук,
Д.В. МЕНДЕЛЕВ, канд. техн. наук,
Г.А. РУМЯНЦЕВА, канд. техн. наук (БНТУ),
М.Е. КОСТЕНКО (ЧТПУП «Кератех»)

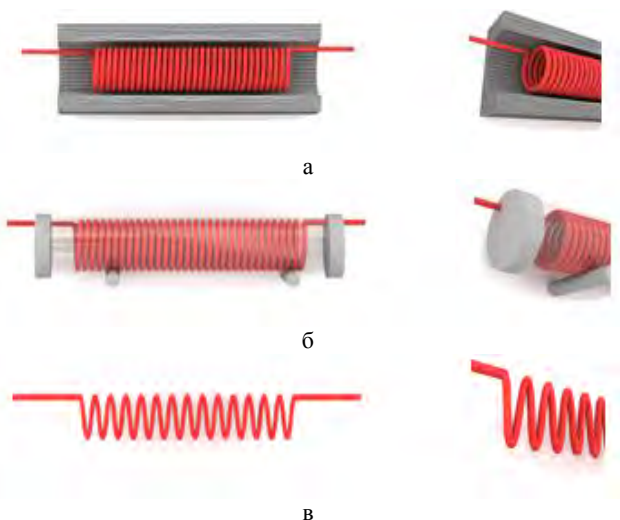
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛОВОЙ РАБОТЫ ЭЛЕКТРОПЕЧИ СОПРОТИВЛЕНИЯ*

При создании математической модели печи сопротивления представляется целесообразным использовать общепринятые подходы в области расчета и моделирования тепловой работы высокотемпературных технологических агрегатов, например [1]. Вместе с тем, детальный учет геометрических особенностей конструкции нагревателей и их расположения в рабочем пространстве печи существенно усложнит модель и, что более важно, приведет к многократному увеличению времени расчета. А в случае 3D моделирования потребует значительных мощностей вычислительной техники и использования дорогостоящих программных продуктов, которые на данный момент недоступны рядовым пользователям. Кроме того, как показывает опыт расчетов и моделирования различных нагревательных устройств [2–4 и др.], излишняя детализация модели, как правило, не позволяет получить результаты, обладающие большей точностью по сравнению с более простыми моделями. Поэтому полагаем целесообразным большее внимание уделить точному заданию теплофизических свойств различных огнеупорных и теплоизоляционных материалов и конструкциям печей, которые можно использовать на практике.

Учитывая сказанное, в физико-математической модели, сформулированной ниже, сделаны некоторые допущения. В частности, в соответствии с рекомендациями, изложенными в работе [5], нагревательные элементы сложной формы заменяются эквивалентной пластиной. Но, в отличие от автора [5], в данной модели предлагается учесть конструктивные особенности печей сопротивления, т.е.

предусмотреть возможность применения нагревателей различной конструкции.

Согласно работе [6] наибольшее распространение в настоящее время получили варианты установки различных нагревательных элементов, приведенные на рисунке 1.



а – проволочные спирали, полуоткрытые в пазах футеровки; б – проволочные спирали на полочках в трубках; в – проволочные зигзагообразные (стержневые) нагреватели

Рисунок 1 – Типы и способы установки нагревательных элементов в печах сопротивления

Очевидно, что применение единого подхода при описании формы нагревателей в виде эквивалентной пластины требует некоторых уточнений, чтобы учесть приведенные конструктивные особенности. В инженерных методах расчета [7, 8] предлагается использовать коэффициент эффективности излучения, который показывает, какая доля лучистого потока поглощается садкой и другими теплопринимающими поверхностями. Значения этого коэффициента получены на основе анализа тепловой работы различных печей сопротивления, и, следовательно, обладают требуемой для конструктивных расчетов точностью.

Помимо сказанного, в рассматриваемой модели предлагается площадь стен (поверхностей), на которых установлены нагревательные элементы, определять как разность между собственно площадью поверхности и площадью, занимаемой этими элементами. Для того чтобы корректно учесть участие в теплообмене внутренней поверхности печи, предлагается эквивалентную нагревательную пластину сделать «прозрачной» для лучистого потока от футеровки стены, на которой установлены нагреватели.

Пренебрежение затратами на нагрев электронагревателей, которое предложено в работе [5], на наш взгляд, возможно лишь в том случае, когда их масса более чем на два порядка меньше массы садки. Иначе такое допущение будет вносить существенную погрешность в результаты расчета мощности, потребляемой печью.

Одномерное приближение для расчета конвективного теплообмена на наружных поверхностях печи, которое реализовано в статье [5], вполне оправдано. Но с целью более точного определения тепловых потерь целесообразно учесть, что площадь слоев футеровки по мере удаления от рабочего пространства увеличивается. Это особенно важно для небольших камерных и шахтных печей, где соотношение внешней и внутренней поверхностей может различаться в два и более раз. В конечном итоге, площадь стенки (свода, пода) по толщине будет изменяться следующим образом:

$$F_{ст}(r) = F_{вн} \left[1 + \frac{r}{\delta} \frac{F_{нар} - F_{вн}}{F_{вн}} \right],$$

где $F_{вн}$ и $F_{нар}$ – площади внутренней и наружной поверхностей стены (свода, пода), m^2 ; δ – толщина стены, m ; r – текущая координата по толщине стены (по оси, нормальной к стене), m .

В соответствии с данным допущением любая из ограждающих поверхностей в сечении будет представлять собой фигуру, изображенную на рисунке 2.

Еще одной особенностью предлагаемой тепловой модели печи сопротивления является учет режима ее работы. Так, при периодическом режиме работы расчет следует вести, принимая во внимание затраты мощности на разогрев футеровки, т.е. решать нестационарную задачу теплопроводности. Но, как показывает опыт эксплуата-

ции печей сопротивления, а также анализ режимов их работы, на стадии разогрева печь, как правило, работает на максимальной мощности. Т.е. при решении поставленной задачи допустимо считать, что сила тока и напряжение, подаваемые на нагревательные элементы в течение периода разогрева, не изменяются.

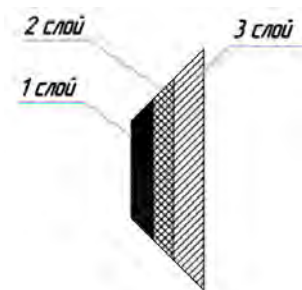


Рисунок 2 – Расчетная схема сечения стены (свода, пода) печи

Здесь мы делаем допущение, что электрическое сопротивление нагревателя не зависит от температуры. В действительности для нихрома и фехраля при нагреве от 20 до 1000 °С сопротивление возрастает не более, чем на 10 %. В том случае, когда характеристики материала, из которого изготовлены нагревательные элементы, существенно изменяются с ростом температуры, мощность, выделяющуюся в нагревателях, следует рассчитывать не в виде произведения сила тока на напряжение, а как произведение квадрата силы тока на омическое сопротивление:

$$N = I^2 R(T_n).$$

При работе печи в непрерывном (квазистационарном) режиме такое уточнение не обязательно. В данном случае мощность нагревателей в отдельно взятой зоне печи будет определяться из балансового уравнения с учетом температурного режима, задаваемого в качестве исходных данных с учетом требований технологии термообработки. Решение уравнения теплопроводности для футеровки не требуется, достаточно лишь рассчитать стационарное распределение температуры по толщине слоев футеровки при известных граничных условиях на внутренней и внешней поверхности.

Таким образом, при выборе конструкции футеровки для печи непрерывного типа действия основной задачей будет являться обеспечение на внешней поверхности температуры не выше 45 °С и выбор места установки и типа нагревательных элементов, которые позволят добиться максимального эффекта.

Резюмируя вышеизложенное, следует отметить, что в общем случае модель теплопереноса для нагревательных (термических) печей сопротивления должна включать в себя:

- 1) модель переноса излучения в рабочем пространстве печи;
- 2) модель нестационарного нагрева обрабатываемых материалов, учитывающую способы укладки и расположение, температурные зависимости теплофизических характеристик материала;
- 3) модель нестационарного нагрева футеровки печи;
- 4) модель теплообмена внешней поверхности ограждающих конструкций печи с окружающим пространством;
- 5) модель определения нестационарного температурного поля нагревателей.

При формулировании математической модели лучистого теплообмена в рабочем пространстве печей сопротивления будем считать атмосферу лучепрозрачной (содержание трехатомных газов в атмосфере печи не превышает 1 %).

Для обрабатываемых материалов температура определяется при решении нестационарного трехмерного уравнения теплопроводности

$$c_{p_эфф}(T, P)\rho_n(T, P)\frac{\partial T(r, t)}{\partial t} = \nabla[\lambda_{эфф}(T, P)\nabla T(r, t)], \quad (1)$$

где $r = (x, y, z)$ – текущая координата, м; T – температура, К; t – время, с; P – пористость материала; $c_{p_эфф}$ – эффективная удельная изобарная теплоемкость садки, Дж/(кг·К); ρ_n – насыпная плотность материала, кг/м³; $\lambda_{эфф}$ – эффективный коэффициент теплопроводности садки.

Теплофизические свойства садки в случае укладки «навалом» либо термообработки в корзинах или ящиках рассчитываются в зависимости от пористости укладки:

$$c_{\text{эфф}}(T, P) = c_{\text{м}}(T)(1 - P) \cdot \rho_{\text{м}} + c_{\text{возд}}(T)P \cdot \rho_{\text{возд}}, \quad (2)$$

где $\rho_{\text{м}}$ и $\rho_{\text{возд}}$ – соответственно плотности металла и воздуха; $c_{\text{возд}}$ – теплоемкость воздушно-дымовой прослойки; $c_{\text{м}}(T)$ – удельная массовая теплоемкость данного металла (сплава).

Пористость лома определяется по формуле:

$$P = 1 - \frac{\rho_{\text{нас}}}{\rho_{\text{м}}},$$

где $\rho_{\text{нас}}$ – насыпная плотность садки.

При расчете влияния пористости на эффективный коэффициент теплопроводности $\lambda_{\text{эфф}}$ садки были использованы формулы, приведенные в работе [9]:

$$\lambda_{\text{эфф}}(T, P) = \lambda_{\text{м}}(T) \left[1 - \left(1 - \frac{\lambda_{\text{п}}}{\lambda_{\text{м}}(T)} \right) \cdot P \right], \quad (3)$$

где $\lambda_{\text{м}}(T)$ – коэффициент теплопроводности обрабатываемого металла (сплава); $\lambda_{\text{п}}$ – коэффициент теплопроводности газовых прослоек.

При определении эффективного коэффициента теплопроводности садки в него включают часть, отвечающую за переизлучение внутри газовых прослоек, т.е. задачу теплообмена излучением вносят в тепловую задачу теплопроводности путем введения фиктивного члена в определении коэффициента теплопроводности. Физическая картина в этом случае выглядит следующим образом:

- тепловой поток, попадающий на открытую поверхность садки, поглощается металлическими элементами, находящимися сверху;
- верхние элементы садки прогреваются;
- после прогрева данных элементов садки дальнейшая передача энергии во внутренние слои садки осуществляется как теплопроводностью, так и излучением от нагретых участков металла через газовые прослойки.

В работе [10] принято допущение, что 2/3 теплового потока проходит в насыпном слое садки внутри пор, а 1/3 – теплопроводностью через металлические элементы садки.

Тогда коэффициент теплопроводности садки $\lambda_{эфф}$ с учетом принятого допущения определяется в первом случае:

$$\lambda_{эфф}(T, P) = \lambda_m(T) \left[1 - \left(1 - \frac{\lambda_n}{\lambda_m(T)} \right) \cdot P \right], \quad (4)$$

а во втором

$$\lambda_{эфф}(T, P) = \lambda_m(T) \frac{1}{1 + \left(\frac{\lambda_n}{\lambda_m(T)} - 1 \right) P}, \quad (5)$$

причем $\lambda_n = \lambda_r + \lambda_l$, где λ_r – коэффициент теплопроводности печной атмосферы, зависящий от температуры; λ_l – коэффициент, учитывающий излучение внутри прослоек:

$$\lambda_l = 0,04 \varepsilon_{пр} C_0 \left(\frac{t + 273}{100} \right)^3 \delta, \quad (6)$$

где C_0 – коэффициент излучения абсолютно черного тела; t – температура стенок прослойки, °C; δ – толщина прослойки, м; $\varepsilon_{пр}$ – приведенная степень черноты стенок прослойки, определяемая формулой:

$$\varepsilon_{пр} = \frac{1}{\left(\frac{2}{\varepsilon_0} - 1 \right)}, \quad (7)$$

где ε_0 – степень черноты материала.

Уравнение (1) необходимо дополнить начальными и граничными условиями. Начальное условие нагрева материала:

$$T(r, 0) = \text{const}. \quad (8)$$

Граничные условия на поверхности материала при отсутствии конвективной составляющей можно представить в виде суммы лучистых потоков от нагревателей и разогретой поверхности кладки печи:

$$q_{\text{рез}}(r, t) = -\lambda_{\text{эфф}}(T, P) \frac{\partial T(r, t)}{\partial n} \Big|_{r \in \Pi} = \varepsilon_{\text{в_нагр}} \sigma_0 (T_{\text{нагр}}^4 - T_{\text{м}}^4) \varphi \psi + \varepsilon_{\text{в_фут}} \sigma_0 (T_{\text{фут}}^4 - T_{\text{м}}^4) (1 - \varphi) \psi, \quad (9)$$

где φ – доля площади, занимаемой нагревателями, от площади кладки; ψ – отношение тепловоспринимающей поверхности материала к суммарной излучающей поверхности; $\varepsilon_{\text{в_нагр}}$ и $\varepsilon_{\text{в_фут}}$ – видимые коэффициенты излучения в системах «нагреватели–металл» и «кладка–металл», которые определяются по формуле Г.Л. Поляка: для электрических печей [11]:

$$\varepsilon_{\text{в_нагр}} = \varepsilon_{\text{м}} \varepsilon_{\text{нагр}} \frac{\psi + 1}{\psi(\varepsilon_{\text{м}} + \varepsilon_{\text{нагр}} - \varepsilon_{\text{м}} \varepsilon_{\text{нагр}}) + \varepsilon_{\text{нагр}}}; \quad (10)$$

$$\varepsilon_{\text{в_фут}} = \varepsilon_{\text{м}} \varepsilon_{\text{фут}} \frac{\psi + 1}{\psi(\varepsilon_{\text{м}} + \varepsilon_{\text{фут}} - \varepsilon_{\text{м}} \varepsilon_{\text{фут}}) + \varepsilon_{\text{фут}}}.$$

В случае принудительной циркуляции атмосферы печи в уравнение (9) добавится конвективная составляющая. Коэффициент теплоотдачи от потока газов к поверхности садки можно определить из критериальных соотношений, приведенных в работе [12].

При движении теплоносителя вдоль плоской поверхности:

$$\text{Nu} = 0,032 \text{Re}^{0,8}.$$

При нагреве одиночных цилиндров в поперечном потоке газов:

$$\text{Nu} = c_k \cdot \text{Re}^n \text{Pr}^{0,4},$$

где значения c_k и n зависят от скорости газового потока: при $Re = 80-5000$ $c_k = 0,715$, $n = 0,46$; при $Re > 5000$ $c_k = 0,226$, $n = 0,6$.

При движении воздуха в каналах (садка загружается насыпью, в ящиках или корзинах):

$$Nu = 0,023Re^{0,8} Pr^{0,4}.$$

Приближенно средняя скорость движения газов в рабочем пространстве печи может быть определена исходя из параметров вентилятора (расхода Q , м³/с):

$$\bar{u} = \frac{Q}{V_{p.n} - V_c} L,$$

где $V_{p.n}$ и V_c – объемы рабочего пространства печи и садки соответственно, м³; L – линейный размер рабочего пространства в направлении потока воздуха по оси вентилятора, м.

Для определения результирующих потоков на металл необходимо задаваться температурой кладки и температурой нагревателей, которые находятся из решения задач нестационарной теплопроводности относительно нагревательных элементов и футеровки печи.

Энергия, подводимая в печь, расходуется на излучение в рабочее пространство, нагрев самих нагревателей и тепловые потери через футеровку. Для решения задачи теплообмена в рабочем пространстве и определения тепловых потерь через ограждающие конструкции используем понятие коэффициента эффективности излучения K , показывающего, какая доля энергии попадает в рабочее пространство. Он определяется по литературным данным [13] и зависит от конструкций нагревателей и их размещения. В таблице 1 приведены значения K для некоторых типов нагревателей, получивших наиболее широкое распространение.

Суммарная мощность, выделяемая в печи, может быть рассчитана по выражению

$$Q(t) = I(t) U(t), \quad (11)$$

где $I(t)$ – сила тока, А; $U(t)$ – напряжение, В.

Таблица 1 – Значение коэффициента эффективности излучения

Тип нагревателей, их размещение	Коэффициент K
Проволочные спирали, полузакрытые в пазах футеровки	0,16–0,24
Проволочные спирали на полочках в трубках	0,3–0,36
Проволочные зигзагообразные (стержневые) нагреватели	0,6–0,72
Ленточные зигзагообразные нагреватели	0,38–0,44
Ленточные профилированные (ободовые) нагреватели	0,56–0,7

Часть мощности $I(t)U(t)K$ поступает в печное пространство, а $I(t)U(t)(1 - K)$ представляет собой ту часть, которая поглощается футеровкой и теряется в окружающую среду с наружных поверхностей ограждающих конструкций печи. Будем считать, что энергия, выделившаяся в нагревателях, распределяется пропорционально K между энергией, попавшей в рабочее пространство, и потерями через кладку.

$$I(t)U(t)K = mc_{\text{нагр}} \frac{dT_{\text{нагр}}}{dt} K + \varepsilon_{\text{в_нагр}} \sigma_0 (T_{\text{нагр}}^4 - T_{\text{м}}^4) \phi F_{\text{кл}} + \varepsilon_{\text{в_нагр}} \sigma_0 (T_{\text{нагр}}^4 - T_{\text{фут}}^4) \phi F_{\text{кл}} ; \quad (12)$$

$$I(t)U(t)(1 - K) = mc_{\text{нагр}} \frac{dT_{\text{нагр}}}{dt} (1 - K) + \sum_i Q_{\text{акк},i} + q_{\text{пот}} F_{\text{кл}} ,$$

где $Q_{\text{акк},i}$ – теплота, аккумулированная i -м слоем кладки; $q_{\text{пот}}$ – тепловые потери с 1 м^2 кладки.

Температурное поле футеровки определяем исходя из решения нестационарного уравнения теплопроводности для футеровки

$$c_{\text{фут}_i}(T) \rho_{\text{фут}_i}(T) \frac{\partial T_{\text{фут}_i}(r, t)}{\partial t} = \nabla [\lambda_{\text{фут}_i}(T) \nabla T(r, t)] . \quad (13)$$

Начальные условия для футеровки и нагревательных элементов выглядят следующим образом

$$T_{\text{фут},i}(r, 0) = T_0 \text{ и } T_{\text{нагр}}(0) = T_0. \quad (14)$$

Граничные условия на внутренней поверхности футеровки:

$$-\lambda_{\text{фут}}(T) \frac{\partial T(r, t)}{\partial n} \Big|_{r \in \Phi 1} = \left(I(t)U(t)(1-K) - mc_{\text{нагр}} \frac{dT_{\text{н}}}{dt} (1-K) \right) / F_{\text{кл}}, \quad (15)$$

где $\Phi 1$ – область внутренней поверхности футеровки.

Граничное условие на внешней поверхности футеровки:

$$-\lambda_{\text{фут}}(T) \frac{\partial T(r, t)}{\partial n} \Big|_{r \in \Phi 2} = \varepsilon \sigma_0 (T_{\text{фут}}^4 - T_{\text{о.с}}^4) + \alpha (T_{\text{фут}} - T_{\text{о.с}}), \quad (16)$$

где $\Phi 2$ – область наружной поверхности футеровки; ε – степень черноты наружной поверхности футеровки (стальной наружный кожух имеет степень черноты 0,8–0,85, при использовании краски следует учитывать степень черноты окрашенной поверхности).

Так как температура наружной поверхности лимитируется (согласно нормам охраны труда температура наружной поверхности не должна превышать 45 °С), то преобладающим видом теплообмена с наружной поверхности футеровки является конвективный теплообмен. При расчетах коэффициента конвективной теплоотдачи α воспользуемся формулами, приведенными в работе [5].

Для свода печи используется коэффициент свободно-конвективного теплообмена на горизонтальной теплоотдающей поверхности, обращенной вверх:

$$\text{Nu} = 0,15 \text{Ra}^{1/3}; \text{ Ra} \in (8 \cdot 10^{10}, 3 \cdot 10^{10}); \quad (17)$$

$$\alpha = 0,15 \lambda_{\text{в}} \left[\frac{g \beta (T_{\text{св}} - T_{\text{о.с}})}{\nu_{\text{в}} a} \right]^{1/3},$$

где $\text{Nu} = \alpha l / \lambda$ – критерий Нуссельта; $\text{Ra} = g \beta l^3 (T_{\text{св}} - T_{\text{о.с}}) / (\nu_{\text{в}} a)$ – критерий Рэлея; g – ускорение свободного падения; β – коэффициент

объемного расширения (для идеальных газов $\beta = 1/T$); $T_{\text{св}}$ – температура поверхности свода, К; $T_{\text{о.с}}$ – температура окружающей среды; a – коэффициент температуропроводности воздуха, $\text{м}^2/\text{с}$; $\nu_{\text{в}}$ – кинематическая вязкость воздуха, $\text{м}^2/\text{с}$.

Теплообмен для наружных боковых стенок будет определяться соотношением для свободно-конвективного теплообмена как для теплоотдающей вертикальной поверхности:

$$\text{Nu}^{1/2} = 0,825 + \frac{0,387\text{Ra}^{1/6}}{\left[1 + \left(\frac{0,492}{\text{Pr}}\right)^{9/16}\right]^{8/27}}. \quad (18)$$

Теплоотдачу для наружной поверхности дна печи рассчитаем в приближении свободно-конвективного теплообмена для теплоотдающей горизонтальной поверхности, обращенной вниз:

$$\text{Nu} = 3,88 + 0,0775\text{Gr}^{1/3} \quad (19)$$

Критерий Грасгофа определяется по выражению:

$$\text{Gr} = g\beta l^3(T_{\text{пов}} - T_{\text{о.с}})/\nu_{\text{в}}^2. \quad (20)$$

Таким образом, приведенная постановка задачи (1)–(20) является замкнутой и позволяет рассчитывать теплообменные процессы в печи по заданной геометрии печи, теплофизическим и геометрическим характеристикам садки и тепловому режиму нагрева (мощности печи).

Литература

- 1. Металлургические печи.** Теория и расчеты: Учебник. В 2 т. Т.2 / В.И. Губинский [и др.]; под общ. ред. В.И. Тимошпольского, В.И. Губинского. – Минск: Белорус. наука, 2007. – 832 с.
- 2. Повышение эффективности работы печных агрегатов /** А.М. Парамонов [и др.] // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением. – 2009. – № 5. – С. 35–39.

3. Несенчук, А.П. Системный подход к модернизации печного хозяйства заготовительного и механосборочного производств машиностроительных и автотракторных предприятий Республики Беларусь / А.П. Несенчук // Изв. вузов. Энергетика. – 2007. – № 3. – С. 51–65.

4. Денисов, М.А. Разработка и применение методов теплофизического исследования резервов ресурсосбережения в процессах нагрева металла : дис. ... д-ра техн. наук : 05.16.02 / М.А. Денисов. – Екатеринбург, 2005. – 369 с.

5. Гринчук, П.С. Математическое моделирование тепловых режимов работы электропечей сопротивления / П.С. Гринчук // Инженерно-физический журнал. – Том 83. – № 1. – 2010. – С. 28–37.

6. Шеховцев, В.П. Электрическое и электромеханическое оборудование / В.П. Шеховцев. – М.: Форум: Инфра-М. – 2004. – 407 с.

7. Свенчанский, А.Д. Электрические промышленные печи: в 2-х ч. Ч. 1. Электрические печи сопротивления / А.Д. Свенчанский // М.: Энергия. – 1975. – 384 с.

8. Арндарчук, А.В. Общепромышленные электропечи периодического действия / А.В. Арндарчук, А.С. Бородачев, В.И. Филиппов. – М.: Энергоатомиздат. – 1990. – 112 с.

9. Расчет теплофизических параметров металлошихты, переплавляемой в ДСП, при варьировании ее составом: отчет о НИР / Белорус. нац. техн. ун-т; рук. И.А. Трусова. – Минск, 2006. – 24 с. – № ГР 2006886.

10. Теплотехнология металлургических мини-заводов / В.И. Тимошпольский [и др.]. – Минск: Наука и техника, – 1992. – 158 с.

11. Теплообмен излучением в системах с лучепрозрачной средой / В.Ф. Присняков [и др.]. – Днепропетровск: ДГУ, 1998. – 240 с.

12. Киселев, Е.В. Электрические печи сопротивления: учеб. пособие / Е.В. Киселев, В.Б. Кутьин, В.И. Матюхин. – Екатеринбург: УГТУ–УПИ, 2010. – 78 с.

13. Дьяков, В.И. Типовые расчеты по электрооборудованию / В.И. Дьяков. – М: Высш. школа, 1991. – 160 с.