МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Технология машиностроения»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

«Разработка математической модели и нахождение начальных опорных планов при решении задачи организации работы технологических линий с использование алгоритма транспортной задачи»

по курсу «Дискретная математика и математическое моделирование технологических задач в машиностроении»

для студентов специальностей 1-36 01 01 «Технология машиностроения», 1-36 01 04 «Оборудование и технологии высокоэффективных процессов обработки материалов», направления специальности 1-53 01 01-01 «Автоматизация технологических процессов и производств (машиностроение и приборостроение)»

Учебное электронное пособие

Минск 2009

УДК 621.01

Составители:
С.Г. Бохан, С.И. Пармон

Рецензенты:
В.И. Туромша, заведующий кафедрой «Металлорежущие станки и инструменты» БНТУ, кандидат технических наук, доцент;
В.И. Клевзович, декан факультета повышения квалификации и переподготовки специалистов Учреждения образования «Государственный институт повышения квалификации и переподготовки кадров в области газоснабжения «ГАЗ-ИНСТИТУТ», кандидат технических наук, доцент

В работе приведены основные положения, методические указания и пример решения технологической задачи с использованием алгоритма транспортной задачи и различных методов нахождения начального опорного плана.

Работа предназначена для студентов специальностей 1-36 01 01 «Технология машиностроения», 1-36 01 04 «Оборудование и технологии высокоэффективных процессов обработки материалов» и направления специальности 1-53 01 01-01 «Автоматизация технологических процессов и производств (машиностроение и приборостроение)», а также для других специальностей машиностроительного профиля.

Белорусский национальный технический университет
пр-т Независимости, 65, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.(017) 293-91-97 факс (017) 292-91-37
Регистрационный № БНТУ/МСФ23 – 1.2009

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ.

Овладение навыками разработки математической модели и решения задачи оптимизации организации работы технологических линий и выбора варианта организации технологического процесса изготовления и сборки изделий.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ.

На технологических линиях производится соответственно некоторое количество изделий, необходимых для выпуска различных видов сборочных единиц, которые собираются на нескольких сборочных участках. Известна технологическая себестоимость изготовления и транспортировки изделий с технологических линий на указанные сборочные участки. Требуется составить математическую модель задачи, пользуясь которой, можно найти вариант изготовления изделий для различных сборочных участков, при котором общие технологические затраты минимизируются.

1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1.1. ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА ПО КРИТЕРИЮ СТОИМОСТИ В МАТРИЧНОЙ ПОСТАНОВКЕ

Простейшая задача на перевозки по критерию стоимости формулируется следующим образом [1].

В $\boldsymbol{m}$ пунктах производства $\boldsymbol{A_1}$, ..., $\boldsymbol{A_m}$ находится однородный продукт (заготовки, материалы и т. д.) в количествах соответственно $\boldsymbol{a_1}$,..., $\boldsymbol{a_m}$ ед., который должен быть доставлен n потребителям $\boldsymbol{B_1}$,..., $\boldsymbol{B_n}$ в количествах b_1,..., b_n ед. Известны транспортные издержки c_{ij} (расходы), связанные с перемещением единицы продукта из пункта $\boldsymbol{A}i$ ($i = 1,m$) в пункт $\boldsymbol{B}j$ ($j = 1,n$). Требуется составить такой план перевозок, который обеспечивал бы при минимальных транспортных издержках удовлетворение спроса всех пунктов потребления за счет распределения всего продукта, произведенного всеми пунктами поставки.

Для разрешимости поставленной задачи необходимо и достаточно, чтобы сумма запасов продукта равнялась сумме спроса на него, т. е.

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j \,. \qquad (1)$$

Такую транспортную задачу называют *закрытой* или *задачей с правильным балансом,* если же условие (1) нарушается, — открытой.

На практике условие (1), как правило, не выполняется. Однако при использовании рассматриваемых ниже методов решения предполагается, что задача закрытая. Поэтому надо знать, как открытую задачу формально преобразовать в закрытую.

Если суммарный запас продукта превышает общий спрос т.е.

$$\sum_{i=1}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j$$

то в рассмотрение вводится фиктивный (n +1)-й пункт потребления $\boldsymbol{B_{n+1}}$ со спросом, равным небалансу, т. е.

$$b_{n+1} = \sum_{i=1}^{m} a_i - \sum_{j=1}^{n} b_j ,$$

и одинаковыми тарифами, полагаемыми обычно равными нулю. Теперь условие разрешимости выполняется, а величина целевой функции остается прежней, поскольку цены на дополнительные перевозки равны нулю. При этом грузы, которые должны быть перевезены в пункт $\boldsymbol{B_{n+1}}$ фактически останутся в пункте отправления.

Если же общий спрос потребителей больше суммарного запаса продукта, то вводится фиктивный (m+1)-й пункт отправления $\boldsymbol{A_{m+1}}$ *с* запасом продукта

$$a_{m+1} = \sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{i=1}^{m} a_i .$$

Тарифы на доставку продукта фиктивным поставщиком полагают, как и в предыдущем случае, равными нулю, что не отразится на целевой функции.

Для наглядности поместим все данные сформулированной выше задачи в таблицу, которую будем называть *распределительной* или *транспортной* (табл. 1). При этом предполагаем, что рассматривается закрытая задача.

В табл. 1 количество груза, перевозимого из i-го пункта отправления в j-й пункт назначения, обозначено x_{ij}. Мы будем предполагать, что все $x_{ij} \geq 0$, т. е. обратные перевозки (например, по рекламации) не рассматриваются.

Таблица 1

Поставщик	**Потребитель**				**Запас груза**
	B_1	B_2	…	B_n	
A_1	C_{11} x_{11}	C_{12} x_{12}	…	C_{1n} x_{1n}	a_1
A_2	C_{21} x_{21}	C_{22} x_{22}	…	C_{2n} x_{2n}	a_2
…	…	…	…	…	…
A_m	C_{m1} x_{m1}	C_{m2} x_{m2}	…	C_{mn} x_{mn}	a_m
Потребность в грузе	b_1	b_2	…	b_n	

Матрицу $(c_{ij})_{m \times n}$ называют *матрицей тарифов, а числа* c_{ij} — *тарифами.*

Планом транспортной задачи называют матрицу $X = (x_{ij})_{m \times n}$. Ее называют также *матрицей перевозок.*

Составим математическую модель задачи. Целевая функция f, выражающая суммарные транспортные затраты, связанные с реализацией плана X перевозок, запишется в виде:

$$f = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + \ldots + c_{mn}x_{mn} = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \qquad (2)$$

Переменные x_{ij} должны удовлетворять ограничениям по запасам:

$$x_{i1} + x_{i2} + \ldots + x_{in} = \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \quad (i = \overline{1, m}). \qquad (3)$$

И ограничениям по потребностям

$$x_{1j} + x_{2j} + \ldots + x_{mj} = \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \quad (j = \overline{1, n}). \qquad (4)$$

Поскольку обратные перевозки не предполагаются, то

$$x_{ij} \ge 0 \quad (i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}). \qquad (5)$$

Таким образом, математически транспортная задача (2) — (5) ставится следующим образом.

Среди множеств решений системы линейных уравнений (3), (4) и неравенств (5) найти такое решение $(x^*_{11}; x^*_{12}; \ldots; x^*_{mn})$, *которое доставляет минимум линейной функции (2).*

Отсюда видно, что транспортная задача является задачей линейного программирования, и ее можно решать симплекс-методом. Однако специфические особенности системы ограничительных уравнений (3),(4) позволили разработать для транспортной задачи более простые методы решения.

Эти особенности состоят в следующем:

1) коэффициенты при переменных во всех уравнениях равны либо единице, либо нулю;

2) каждая переменная встречается в двух и только двух уравнениях: один раз в системе ограничений по запасам и один раз в системе ограничений по потребностям;

3) система уравнений симметрична относительно всех переменных x_{ij}.

Практика показала, что большое количество оптимизационных распределительных задач, совсем не связанных с перевозками груза, может быть решено теми же методами, какими решаются транспортные задачи. Это возможно в тех случаях, когда модель задачи обладает отмеченными выше особенностями системы ограничительных уравнений транспортной задачи.

Пример 1.

На технологических линиях А, Б и В производится соответственно 100, 150 и 50 изделий, необходимых для выпуска различных видов сборочных единиц, которые собираются на четырех сборочных участках, которым требуется 75, 80, 60 и 85 изделий соответственно. Технологическая себестоимость изготовления и транспортировки с технологической линии А на указанные сборочные участки составляет 6, 7, 3 и 5 ден. ед., с линии Б — 1, 2, 5 и 6 ден. ед, с линии В — 3, 10, 20 и 1 ден. ед. соответственно. Составить математическую модель задачи, пользуясь которой, можно найти вариант изготовления изделий для различных сборочных участков, при котором общие технологические затраты минимизируются.

Решение:

Здесь в качестве "груза" следует рассматривать производимые изделия, "поставщиками" A_i $(i = 1{,}3)$ будут технологические линии А, Б и В, "потребителями" B_i $(i = 1{,}4)$ — сборочные участки, смысл тарифов c_{ij} имеет технологическая себестоимость изделий. Условия задачи записаны по типу табл. 1, но в более компактном виде (табл. 2).

Таблица 2

	B_1 (75)	B_2(80)	B_3(60)	B_4(85)
A_1 (100)	6 x_{11}	7 x_{12}	3 x_{13}	5 x_{14}
A_2(150)	1 x_{21}	2 x_{22}	5 x_{23}	6 x_{24}
A_3(50)	3 x_{31}	10 x_{32}	20 x_{33}	1 x_{34}

Переходя к построению математической модели, обозначим через $\boldsymbol{x}_{ij}$ количество изделий, направляемых с технологической линии Ai на сборочный участок Bj. Целевая функция f должна выражать общие затраты по перегону порожняка со всех станций во все пункты погрузки заготовок, поэтому:

$$f = 6x_{11} + 7x_{12} + \ldots + 1x_{34}. \tag{6}$$

Приступая к формированию ограничений, сравниваем суммарный резерв вагонов 100 + 150 + 50 = 300 с общим количеством вагонов, необходимым всем пунктам погрузки: 75 + 80 + 60 + 85 =300. Эти суммы равны, следовательно, налицо задача с правильным балансом.

Условия использования всего вагонного парка имеют вид:

$$\left.\begin{array}{c} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 100 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 150 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 50 \end{array}\right\} \tag{7}$$

Условия удовлетворения заявок всех пунктов погрузки заготовок запишутся следующим образом:

$$\left.\begin{array}{c} x_{11} + x_{21} + x_{31} = 75 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 80 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 60 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 85 \end{array}\right\} \tag{8}$$

По смыслу переменных они должны выражаться неотрицательными числами:

$$x_{ij} \geq 0 \ (i = 1,3;\ j = 1,4). \qquad (9)$$

Анализируя модель (6) — (9), нетрудно заметить, что система ограничительных уравнений (7), (8) обладает всеми отмеченными выше особенностями модели транспортной задачи, так что решать эту задачу можно методами, разработанными для задач о перевозках груза.

1.2. ОПОРНЫЙ ПЛАН ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧИ И ЕГО ПОСТРОЕНИЕ

Структура опорного плана. Важное для приложений значение имеет приведенная ниже теорема.

Теорема. *Ранг матрицы системы ограничительных уравнений транспортной задачи (2) — (5) на единицу меньше числа уравнений, т. е.*

$$r = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n} - 1. \qquad (10)$$

Система ограничительных уравнений содержит $m*n$ переменных и $m + n$ уравнений. Из сформулированной теоремы следует, что каждый опорный план задачи имеет $(\boldsymbol{m} + n - 1)$ базисных переменных и свободных переменных, равных нулю, определяемых из следующего соотношения:

$$(\boldsymbol{m}*\boldsymbol{n} - (m + n - 1)). \qquad (11)$$

План перевозок будем строить непосредственно в транспортной таблице. Если переменная $\boldsymbol{x}_{ij}$ принимает значение $\boldsymbol{a}_{ij}$, отличное от нуля, т.е. $\boldsymbol{x}_{ij} = \boldsymbol{a}_{ij} \neq 0$, то в соответствующую клетку $(i; j)$ таблицы будем вписывать это значение; если же $\boldsymbol{x}_{ij} = 0$, то клетку $(i; j)$ оставляем свободной. Согласно сформулированной теореме, каждый опорный план будет загружать $m + \boldsymbol{n} - 1$ клеток, а остальные останутся свободными. Это не единственное требование к опорному плану. Второе требование связано с циклами в транспортной таблице.

Циклом в транспортной таблице **называют набор клеток, в котором две и только две соседние клетки расположены в одной строке или одном столбце и последняя клетка набора лежит в той же строке или столбце, что и первая.**

Упомянутый набор клеток можно записать в виде:

$$(i_1; j_1) \to (i_1; j_2) \to (i_2; j_2) \to \ldots \to (i_s; j_s) \to (i_s; j_1). \qquad (12)$$

Графическим изображением цикла является замкнутая ломаная линия (контур), звенья которой расположены только в строках и столбцах таблицы. Каждое звено соединяет две и только две соседние клетки цикла. Таким образом, *план транспортной задачи является опорным тогда и только тогда, когда из занятых им $m + n - 1$ клеток нельзя образовать ни одного цикла.*

При решении транспортной задачи будем использовать знакомый нам по симплекс-методу прием последовательного улучшения плана, предусматривающий следующие этапы:

1) построение начального опорного плана;

2) оценка этого плана;

3) переход от имеющегося опорного плана к новому опорному плану с меньшими транспортными затратами.

Рассмотрим способы построения начального опорного плана. Составить опорный план можно различными способами. Однако для всех способов непременным является" требование, чтобы в процессе заполнения распределительной таблицы в каждую загружаемую клетку вписывалась максимально возможная по величине поставка. В таком случае каждый раз будет либо исчерпываться весь запас груза у поставщика (мы будем говорить: "закрывается строка"), либо полностью удовлетворяться спрос потребителя ("закрывается столбец"). Соблюдение этого требования обеспечит заполнение именно $m + n - 1$ клеток.

1.2.1. Способ "северо-западного угла"

Первой загружается клетка (1; 1). Если закрывается строка, то следующей загружается клетка (2; 1); если же закрывается столбец, то следующей загружается клетка (1; 2). Итак, каждый раз загружается клетка, соседняя либо по строке, либо по столбцу (в зависимости от конкретных данных задачи). Последней будет загружена клетка (m; n). В результате загруженные клетки расположатся вдоль диагонали (1; 1) — (m; n), поэтому способ "северо-западного угла" называют еще *диагональным способом.*

Пример 2.

По условиям примера 1 (см. табл. 2) составить опорный план способом "северо-западного угла".

Решение:

Сопоставляя наличие изделий на технологической линии A_1 (100 ед.) с потребностями сборочного участка B_1 (75 ед.), заключаем, что эту заявку необходимо полностью выполнить за счет пункта A_1, т.е. "поставка" для клетки (1; 1) x_{11} — 75 и столбец B_1 закрывается (табл. 3). Остающиеся 25 изделий на технологической линии A_1 придется запланировать сборочному участку B_2, т.е. "поставка" для клетки (1; 2) x_{12} = 25 и первая строка закрывается. Следующей надо загружать клетку (2; 2), поскольку заявка сборочного участка B_2 удовлетворена лишь частично. Недостающие 55 изделий придется направить с технологической линии A_2, так что x_{22} = 55 и второй столбец закрывается. Рассуждая аналогично, загружаем клетку (2; 3) "поставкой" x_{23} = 60 и т.д. Для большей наглядности в табл. 3 индексами при "поставках" указана последовательность заполнения клеток.

Таблица 3

	$B_1(75)$	$B_2(80)$	$B_3(60)$	$B_4(85)$
$A_1(100)$	6 75_1	7 25_2 -	3 * +	5
$A_2(150)$	1	2 55_3 +	5 60_4 -	6 35_5
$A_3(50)$	3	10	20	1 50_6

Подсчитаем расходы, связанные с реализацией построенного плана:

$f = 75 \cdot 6 + 25 \cdot 7 + 55 \cdot 2 + 60 \cdot 5 + 35 \cdot 6 + 50 \cdot 1 = 1295$ ден. ед.

Существенным недостатком способа "северо-западного угла" является игнорирование при загрузке клеток тарифов c_{ij}, поэтому построенный опорный план обычно оказывается весьма далеким от оптимального.

1.2.2. Способ "минимального элемента"

Первой в распределительной таблице загружается клетка с наименьшим тарифом. Далее загружается клетка той же строки (столбца) со следующим по величине тарифом и т.д.

Поскольку при заполнении таблицы учитываются величины тарифов, то, как правило, построенный план оказывается ближе к оптимальному, нежели построенный способом «северо-западного угла».

Пример 3.

По условиям примера 1 (см. табл. 2) составить опорный план способом "минимального элемента".

Решение:

Наименьший тариф в табл. 2, равный единице, соответствует сразу двум клеткам: (2; 1) и (3; 4). Есть смысл отдать предпочтение клетке (2; 1), поскольку поставка для нее x_{21} = 75, тогда как для клетки (3; 4) поставка x_{34} = 50, т.е. меньше. Столбец B_1 закрывается.

Остаток изделий линии A_2, равный 150 – 75 = 75, поместим в клетку (2; 2), поскольку она обладает наименьший тарифом среди свободных клеток этой строки. В результате строка A_2 закрывается. Чтобы полностью удовлетворить заявку сборочного участка B_2 загружаем клетку (1; 2) поставкой: x_{12} = 5 (тариф клетки (1; 2) меньше тарифа 10 клетки (3; 2)). По индексам при поставках в табл. 4 можно проследить за последовательностью загрузки клеток.

Таблица 4

	$B_1(75)$	$B_2(80)$	$B_3(60)$	$B_4(85)$	
$A_1(100)$	6	7 5_3	3 60_4	5 35_5	u_1
$A_2(150)$	1 75_1	2 75_2	5	6	u_2
$A_3(50)$	3	10	20	1 50_6	u_3
	v_1	v_2	v_3	v_4	

Расходы, связанные с реализацией построенного плана, f = 655 ден. ед., что существенно меньше, чем в примере 2.

1.2.3. **Способ Фогеля**

Прежде всего, по каждой строке и каждому столбцу находят разности двух наименьших тарифов (будем записывать их за пределами распределительной таблицы напротив соответствующих строк и столбцов). Из этих разностей выделяется наибольшая, и в соответствующей строке (столбце) загружается клетка с наименьшим тарифом. Закрывшаяся строка (столбец) исключается из дальнейшего рассмотрения. Описанная операция повторяется до тех пор, пока не закроются все строки и столбцы, т. е. $m + n – 1$ раз.

Если наибольшая разность окажется сразу в нескольких строках и столбцах, то выбирают из них ту строку (столбец), в которой придется загружать клетку с меньшим тарифом. Если и эти показатели будут одинаковыми, то выбирают клетку, в которую придется записать большую поставку.

Пример 4.

По условиям примера 1 (см. табл. 2) составить опорный план способом Фогеля.

Решение:

В табл. 5 операции пронумерованы, а максимальные разности заключены в рамки. По результатам операции 1 максимальной оказалась разность, соответствующая второму столбцу. В нем поставкой $x_{22} = 80$ загружается клетка (2; 2) с наименьшим тарифом, равным 2. Столбец B_2 закрывается. При операции 2 наибольшая разность соответствует второй строке и четвертому столбцу. Во второй строке поставкой $x_{21} = 70$ должна загружаться клетка (2; 1) с наименьшим тарифом 1, а в четвертом столбце загрузке поставкой $x_{34} = 50$ подлежит клетка (3; 4) также с тарифом 1. Предпочтение отдается клетке (2; 1). Рассуждая аналогично, загружают и другие клетки. По индексам при поставках можно проследить за порядком загрузки. Всего загружено $m + n – 1 = 3 + 4 – 1 = 6$ клеток, так что построенный план невырожденный. Расходы f по этому плану составляют 665 ден. ед.

Опорный план, построенный способом Фогеля, весьма близок по затратам к оптимальному, а нередко получается сразу оптимальный план. Поэтому опорный план, построенный этим способом, иногда принимают за приближенное решение задачи.

Таблица 5

	$B_1(75)$	$B_2(80)$	$B_3(60)$	$B_4(85)$	Номера итераций					
					1	2	3	4	5	6
$A_1(100)$	6 5_5	7	3 60_3	5 35_6	2	2	2	1	1	5
$A_2(150)$	1 70_2	2 80_1	5	6	1	4	-	-	-	-
$A_3(50)$	3	10	20	1 50_4	2	2	2	2	-	-

Номера итераций	1	2	5	2	4
	2	2	-	2	4
	3	3	-	17	4
	4	3	-	-	4
	5	6	-	-	5
	6	-	-	-	5

В заключение сделаем важное замечание. Среди задач транспортного типа часто встречаются *вырожденные задачи,* т. е. такие, в опорных планах которых некоторые базисные переменные принимают нулевые значения. Вырожденность задачи практически может проявиться уже при построении начального опорного плана, когда после загрузки одновременно закрываются и строка, и столбец. В этом случае, чтобы набрать необходимый комплект из $(m + n - 1)$ клеток, в очередную подлежащую загрузке клетку в той же строке (столбце) вписывают нулевую поставку и считают клетку загруженной. Такое соглашение предотвратит образование циклов из загруженных клеток.

2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Составить математическую модель задачи.

2. Построить транспортную таблицу.

3. Найти начальный опорный план методом «северо-западного угла».

4. Найти начальный опорный план методом минимального элемента.

5. Найти начальный опорный план методом Фогеля.

3. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как формулируется простейшая задача на перевозки по критерию стоимости?

2. Что необходимо для разрешимости поставленной задачи?

3. Как преобразовать открытую задачу в закрытую? Как определяется сумма небаланса?

4. Что такое план транспортной задачи?

5. Как найти начальный опорный план методом «северо-западного угла»?

6. Как найти начальный опорный план методом минимального элемента?

7. Как найти начальный опорный план методом Фогеля?

4. ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов, А.В. Руководство к решению задач по математическому программированию / А.В. Кузнецов, Н.И. Холод, Л.С. Костевич. – Мн.: Выш. шк., 2001. – 448с.

2. Акулич, И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах / И.Л. Акулич. – М.: Высшая школа, 1986. – 387с.

5. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

1. A = 120, 150, 50, 110

B = 100, 60, 40, 130, 70, 30

тарифы

6	7	3	5	1	10
2	5	4	1	3	6
7	6	8	9	3	7
5	1	3	5	7	5

2. A = 110, 160, 80, 90

B = 100, 65, 35, 120, 80, 40

тарифы

5	6	3	10	7	20
21	14	9	6	5	3
10	8	5	7	6	6
5	1	2	5	1	6

3. A = 110, 110, 80, 100

B = 90, 50, 40, 120, 70, 30

тарифы

3	10	20	1	6	7
1	4	1	3	5	5
10	20	1	6	7	6
3	6	3	10	1	1

4. A = 130, 150, 80, 90

B = 110, 60, 50, 140, 70, 20

тарифы

5	7	6	3	6	10
6	4	1	3	5	4
2	18	24	16	27	20
5	6	3	10	20	6

5. A = 120, 140, 90, 80

B = 100, 60, 40, 130, 70, 30

тарифы

1	4	1	3	5	6
5	6	3	10	20	5
2	5	6	3	10	7
11	9	25	14	3	1

6. A = 110, 115, 85, 100

B = 90, 50, 40, 120, 70, 40

тарифы

6	3	10	20	1	3
6	7	3	5	1	10
2	5	6	3	10	3
6	11	10	5	6	8

7. A = 100, 95, 55, 110

B = 35, 60, 70, 90, 45, 60

тарифы

5	3	5	9	6	56
6	6	17	6	15	3
2	10	1	2	27	8
5	4	7	11	20	11

8. A = 170, 125, 75, 80

B = 100, 60, 40, 130, 70, 50

тарифы

5	7	5	9	12	9
6	4	8	6	15	7
2	18	1	2	27	11
5	16	7	11	20	15

9. A = 170, 105, 115, 70

B = 100, 55, 35, 120, 80, 60

тарифы

9	3	6	10	20	15
6	7	1	23	5	11
2	5	24	6	13	9
6	11	3	10	15	14

10. А = 130, 95, 115, 70

В = 110, 65, 45, 120, 40, 30

тарифы

3	5	13	6	8	7
9	6	7	1	3	10
16	2	5	24	16	6
10	15	11	4	10	12

11. А = 160, 60, 130, 70

В = 90, 50, 40, 120, 70, 50

тарифы

9	15	7	6	8	17
7	6	4	1	12	10
5	2	18	24	24	9
11	5	6	3	13	11

12. А = 170, 55, 155, 90

В = 110, 60, 50, 140, 70, 40

тарифы

18	11	6	7	5	14
3	10	20	8	6	11
1	4	9	13	5	9
10	20	14	15	17	12

13. A = 180, 145, 55, 80

B = 60, 40, 130, 70, 100, 60

тарифы

2	5	6	3	10	16
11	9	25	14	3	8
18	12	6	7	13	14
3	10	20	8	6	11

14. A = 110, 135, 55, 100

B = 90, 50, 40, 120, 70, 30

тарифы

5	7	16	3	6	8
6	4	1	3	5	12
2	18	24	16	27	15
5	26	13	10	20	9

15. A = 110, 125, 65, 130

B = 80, 50, 40, 130, 70, 60

тарифы

6	11	6	3	10	9
5	15	7	6	3	21
7	6	4	12	17	12
1	2	18	24	16	14

16. A = 110, 115, 75, 150

B = 50, 40, 80, 130, 70, 80

тарифы

11	6	7	5	6	9
10	20	8	6	1	5
4	1	3	5	5	8
20	1	6	7	6	10

17. A = 120, 80, 130, 70

B = 90, 50, 40, 115, 75, 30

тарифы

9	15	7	16	8	11
21	6	4	1	12	15
5	2	18	24	24	9
11	17	6	3	13	6

18. A = 100, 105, 125, 75

B = 90, 50, 40, 120, 70, 35

тарифы

9	15	7	16	8	7
7	6	4	17	12	4
15	2	18	24	24	18
11	5	6	3	13	6

19. A = 130, 95, 155, 90

B = 110, 60, 50, 140, 70, 40

тарифы

9	15	7	16	8	21
7	6	4	1	12	14
15	2	18	24	24	9
11	5	6	3	13	11

20. A = 100, 95, 115, 105

B = 110, 65, 45, 120, 40, 35

тарифы

18	11	6	7	5	12
3	10	20	8	6	8
1	4	9	13	15	11
10	20	14	15	17	6

21. A = 120, 150, 90, 80

B = 100, 60, 40, 130, 70, 40

тарифы

5	3	15	9	8	21
6	4	17	16	15	11
2	10	1	12	27	9
25	4	7	11	20	14

22. A = 150, 95, 55, 70

B = 60, 70, 35, 120, 45, 50

тарифы

14	7	17	3	26	20
16	4	1	13	5	11
2	18	24	12	27	9
5	6	15	10	20	12

23. A = 60, 120, 160, 85

B = 90, 40, 120, 55, 70, 50

тарифы

9	15	7	21	8	7
7	6	4	14	12	11
5	2	18	20	24	6
11	5	16	3	13	12

24. A = 160, 75, 115, 70

B = 80, 50, 40, 130, 90, 30

тарифы

11	6	17	15	19	21
10	20	8	14	11	12
4	1	3	25	5	10
20	12	6	7	16	9

25. A = 170, 110, 60, 80

B = 40, 90, 120, 50, 70, 50

тарифы

9	15	7	6	8	8
17	26	4	1	12	10
5	2	18	24	21	14
11	5	16	3	13	11