также факторные модели и методы оптимизации. Для частных относительных показателей, отражающих отношение всего выпуска продукции к одному из более важных факторов производства, используются однофакторные модели роста: К ним относятся в первую очередь модели для прогнозирования фондоотдачи, производительности труда при известных параметрах, выражающих эффективность соответствующего фактора. Процесс расширенного воспроизводства в течение достаточно длительного срока характеризуется не только соотношением показателей эффективности, но и соответствием долговременных пропорций между накоплением и потреблением. Для прогнозирования экономического роста используются оба типа динамики в зависимости от срока прогнозирования, а также от разрыва во времени между текущими расходами на накопление и предстоящим приростом потребления. Проведен графический анализ показателей эффективности производства транспортных маши, который показал, что линейную модель нельзя признать удачной. Далека от реальности и показательная модель. Значительно ближе к фактическим данным ложатся уровни, выровненные по параболической модели, хотя прогнозное несколько завышено. Дальнейшее исследование моделей проведено с помощью интервальных оценок. Погрешность, связанная с погрешностью оценивания параметров кривых и с отклонением отдельных наблюдений от тренда, характеризующего некоторый средний уровень ряда на каждый момент времени, отражена в виде доверительного интервала прогноза. Чем выше степень полинома, тем шире доверительный интервал.

УДК 681.51.033.26

Применение расширенного корневого годографа для синтеза устойчивых интервальных полиномов

Несенчук А.А.
Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси

Рассмотрим гурвицев характеристический полином вида

$$p(s) = s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_{n-1} s + a_n, \qquad (1)$$

где a_j – вещественные коэффициенты, $j = 1, 2, \ldots, n$, $s = \sigma + i\omega$.

На основе (1) требуется синтезировать новый устойчивый интервальный полином $\hat{p}(s)$.

Для решения задачи определим расширение E_n [1] полинома (1) выражением

$$E_n = \{p_k(s) = s^k + a_1 s^{k-1} + \ldots + a_{k-1} s + a_k\}, \qquad (2)$$

где $k = \overline{1, n}$, $p_k(s) = p(s)$.

Полином

$$p_{k-1}(s) = (p_k(s) - a_k)/s \quad (3)$$

называется порождающим по отношению к полиному (2).

Утверждение 1. Корневой годограф порождающего полинома $p_{k-1}(s)$ относительно любого из его коэффициентов a_j представляет собой траектории начальных точек свободного годографа $p_k(s)$.

Утверждение 2. Если полином $p_{k-1}(s)$, который является порождающим по отношению к полиному $p_k(s)$, асимптотически устойчив, то все начальные точки свободного корневого годографа $p_k(s)$, за исключением нулевой, располагаются в левой полуплоскости корней.

Утверждение 3. Если все начальные точки свободного корневого годографа полинома $p(s)$ степени k, за исключением одной в начале координат, располагаются в левой полуплоскости s, то для асимптотической устойчивости этого полинома необходимо и достаточно, чтобы

$$0 < a_k < \inf A_k, \quad (4)$$

где A_k *– множество значений свободного члена* a_k *в точках пересечения границы асимптотической устойчивости положительными ветвями корневого годографа* $p(s)$.

Поэтому для синтеза интервального полинома на основе номинального полинома (1) требуется настроить последовательно, начиная с $n = 1$, каждый коэффициент a_j полинома (1) посредством настройки свободного члена a_k соответствующего k-го полинома расширения (2) согласно условию (4), приняв $k = j$.

Литература:

1. Несенчук, А.А. Корневой метод синтеза устойчивых полиномов путем настройки всех коэффициентов / А.А. Несенчук // Автоматика и телемеханика. – 2010. – № 8. – С. 13–24.

УДК 517.4

Асимптотическая устойчивость скалярного уравнения с запаздыванием

Шавель Н.А.
Белорусский национальный технический университет

Рассмотрим скалярное дифференциальное уравнение с запаздыванием

$$\dot{x}(t) = f\left(t,\ x_t\right),\ f\left(t,\ 0\right) \equiv 0,$$