УДК 620.22:51-07

Некоторые краевые задачи проводимости волокнистых материалов с идеальными наполнителями и включениями

Кузнецова А.А.
Белорусский национальный технический университет

Задача о проводимости волокнистых материалов с наполнителями и включениями в работе [1] сведена к задаче R-линейного сопряжения для некоторой специальной многосвязной области

$$(t-a_k)(\psi(t)-\overline{a_k}) = (t-a_k)\psi_k(t) - \overline{(t-a_k)}\overline{\psi_k(t)} + \beta_k\,,\ \left|t-a_k\right| = r_k\,,$$

которая решается путем сведения к линейному функциональному уравнению

$$\psi_k(z) = \sum_{m\neq k}\left(\frac{r_m}{z-a_m}\right)^2\overline{\psi_m(z^*_{(m)})} + \frac{1}{z^2}\overline{\psi_0(z^*_{(0)})} - a_k\,,\left|z-a_k\right| \le r_k\,,\ k = 1,2,\ldots,n,$$

решение которого приведено в [2]. В частности, задача имеет единственное решение в классе однозначных функций, определяемое с точностью до 1 постоянного слагаемого. В классе же многозначных функций эта задача имеет $(n+1)$ R-линейно независимых решений, которые имеют вид

$$\Phi(z)=\begin{cases}\psi_k(z)-\sum\limits_{m\neq k}\left(\dfrac{r_m}{z-a_m}\right)^2\overline{\psi_m(z^*_{(m)})}-\dfrac{1}{z^2}\overline{\psi_0(z^*_{(0)})}+a_k,\left|z-a_k\right|\le r_n\\ \psi_0(z)-\sum\limits_{m=1}^{n}\left(\dfrac{r_m}{z-a_m}\right)^2\ \psi_m\left(z^*_{(m)}\right),\left|z\right|\ge 1\\ \psi(z)-\sum\limits_{m=1}^{n}\left(\dfrac{r_m}{z-a_m}\right)^2\ \overline{\psi_m(z^*_{(m)}}-\dfrac{1}{z^2}\overline{\psi_0(z^*_{(0)})},z\in D\end{cases}.$$

Данная задача возникает при исследовании проводимости волокнистых материалов с несколькими наполнителями (включениями), которые являются идеальными кругами.

Литература:

1. Mityushev, V., Pesetskaya, E., Rogosin, S.: Analytical Methods for Heat Conduction, in Composites and Porous Media in Cellular and Porous Materials Ochsner A., Murch G, de Lemos M. (eds.) Wiley-VCH, Weinheim (2008).

2. Mityushev V.: Riemann-Hilbert problems for multiply connected domains and circular slit maps, Comput. Methods Funct. Theory, n. 2, 575.