УДК 51(077)

**Бинарная операция деления функциональных нулей**

Новиков А.А.
Белорусский национальный технический университет

Понятие «функциональный ноль» используется нами для наименования некоторого расширения известного свойства бесконечной малости функций одной переменной ($\varepsilon(x=x_0)$ – б.м.ф. если $\varepsilon(x=x_0)=0$ непрерывно) на функции двух переменных: $\varepsilon(x=x_{0,}\ y=y_0)$-функциональный ноль (*флюксия* по терминологии Ньютона) если $\varepsilon(x=x_{0,}\ y=y_0))=0$ непрерывно. Прагматика нововведения: флюксии специального вида $\varepsilon_f(x,\ y)=f(x)-f(y)$ и $\varepsilon_\varphi(x,\ y)=\varphi(x)-\varphi(y)$, являясь полноценными функциями двух переменных, при $x=y$ вырождаются не в функцию одной переменной, а сразу в константу-ноль, но формальное деление (разумеется, через предел) этих функций весьма часто порождает вполне благопристойную функцию одной переменной $\psi(x)$:

$$\frac{\varepsilon_f(x,y)}{\varepsilon_\phi(x,y)}\Big|_{x=y} = \underset{x\leftrightarrow y}{Lim}\frac{f(x)-f(y)}{\varphi(x)-\phi(y)} = \psi(x) = {df(x)}\Big/{d\varphi(x)} \quad (1),$$

а сама означенная процедура является новой бинарной операцией порождения (из двух однотипных объектов создается третий объект того же типа) – дифференцированием.

Доказано, что для выполнения операции (1) необходимо, чтобы порядок малости у обеих флюксий $\varepsilon_f(x,\ y)$ и $\varepsilon_\varphi(x,\ y)$ был одинаков, но вовсе не постоянен для разных значений аргумента $x$. Настораживающим звеном в доказательствах является количественное оценивание степени малости через привлечение операции потенцирования (возведения в степень) – операции третьего порядка, которая формально не нужна для (1). Тот факт, что для любой б.м.ф. $\varepsilon(x=x_0)$ существует эквивалентная б.м.ф. $\mu(x=x_0)=a(x-x_0)^b$ вообще-то относится к аксиоматическим ограничениям, последующее устранение которых приводит к появлению понятия «обобщенные функции».

Для сравнения малости флюксий можно непосредственно рассматривать отношение именно их порядков, которые, разумеется, вычисляются через логарифмы

$$\underset{x\leftrightarrow y}{Lim}\frac{Ln\varepsilon_f(x,y)}{Ln\varepsilon_\phi(x,y)} = \underset{x\leftrightarrow y}{Lim}\frac{\ln(f(x)-f(y))}{\ln(\varphi(x)-\phi(y))} = P(x) \quad (2).$$

Просто показывается, что для большинства элементарных функций $f(x)$ и $\varphi(x)$ пределы (2) не только постоянны на всей области определения, но равны $P(x)=1$. В качестве контр-примера: для $f(x)=x^3$ и $\varphi(x)=x^2$ $dx^3/dx^2=3x/2$ , а $P(x)=(1$ *при* $x \neq 0$ *и* $3/2$ *при* $x=0)$.