

**Связь решений нелинейного дифференциального уравнения  
2-го порядка с заданной нелинейностью  
с решениями уравнения Клейна-Гордона**

Самодуров А.А., Федорако Е.И.

Белорусский государственный университет,  
Белорусский национальный технический университет

Рассмотрим нелинейное дифференциальное уравнение 2-го порядка

$$y''_{xx} + f(x, z)y'_x + \Phi(y, z) + F(x, z) = 0, \quad (1)$$

где  $y(x, z)$  – функция переменных  $x$  и  $z$ , постоянная,  $f(x, z)$ ,  $\Phi(y, z)$  и  $F(x, z)$  – аналитические функции своих переменных.

Покажем, что решения уравнения (1) связаны с решениями уравнения Клейна-Гордона

$$U_{xz} = G(U). \quad (2)$$

Для этого в уравнении (2) выполним замену переменных:

$$U = y + p(x, z), \quad x_1 = p_1(x, z), \quad z_1 = z, \quad (3)$$

где  $y(x, z)$  – новая неизвестная функция,  $p(x, z)$  и  $p_1(x, z)$  – дважды непрерывно дифференцируемые функции.

В результате выполнения замены приходим к уравнению (1), где

$$f(x, z) = \frac{p''_{1xz}}{p'_{1x} \cdot p'_{1z}}, \quad \Phi(y, z) = \frac{F(y + p(x, z))}{p'_{1x} \cdot p'_{1z}}, \quad F(x, z) = \frac{p''_{xz}}{p'_{1x} \cdot p'_{1z}}.$$

Тогда если  $y_0(x, z)$  – решение уравнения (1), то  $U_0 = y_0 + p(x, z)$  является решением уравнения (2) при выполнении соотношений (3). Решения уравнения (2) для различных видов правой части известны и приведены в пособии [1]. Связь между решениями двух нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка вида (1) можно также находить с использованием методов теории непрерывных групп преобразований, как было сделано в статье [2].

Литература:

1. Полянин А.Д., Зайцев В.Ф. Справочник по нелинейным уравнениям математической физики. – М.: Физматлит, 2002. – 432 с.
2. Самодуров А.А., Федорако Е.И. О связи между решениями двух нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка // Доклады БГУИР. – 2011. – №8 (62). – С. 5–8.