

Реологическая модель упруговязкого материала

Качанова Е.В.

Белорусский национальный технический университет

Простейшей моделью упруго-вязкого материала является так называемая модель Максвелла, в которой учитываются закон Гука и закон вязкости Ньютона. Модель Максвелла состоит из упругой пружины и вязкого амортизатора, соединенных последовательно. Пружина подчиняется закону Гука

$$\sigma_1 = E\varepsilon_1. \quad (1)$$

Амортизатор подчиняется закону вязкости Ньютона

$$\sigma_2 = \eta\dot{\varepsilon}_2, \quad (2)$$

где $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ – напряжения, одинаковые в обоих элементах; $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – относительные деформации; E – модуль Юнга; η – коэффициент вязкости.

Деформация модели представляет собой сумму деформаций пружины и амортизатора. Тогда получаем выражение для общей относительной деформации

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2. \quad (3)$$

Дифференцируя по времени выражение (1), получим

$$\dot{\varepsilon}_1 = \frac{\dot{\sigma}}{E}. \quad (4)$$

Продифференцируем выражение (3) по времени, учтем (2) и (4):

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\eta} \quad \text{или} \quad \frac{d\sigma}{dt} = E \frac{d\varepsilon}{dt} - \frac{E}{\eta} \sigma. \quad (5)$$

Релаксация напряжения вычисляется на основе (5) с учетом того, что относительная деформация является постоянной величиной $\varepsilon = \text{const}$:

$$\frac{d\sigma}{dt} = -\frac{E}{\eta} \sigma. \quad (6)$$

Интегрируя (6) по времени в пределах от 0 до t и от σ_0 до σ , получаем закон релаксации Максвелла

$$\sigma = \sigma_0 \exp(-t/\tau), \quad (7)$$

где $\tau = \frac{\eta}{E}$ – время релаксации.

Закон релаксации Максвелла (7) имеет качественное экспериментальное подтверждение для вязких полимеров, обладающих упругостью, т.е. для упруговязких тел.

Научный руководитель: канд. ф.-м. наук, доцент Юркевич Н.П.