


БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет **энергетический**  
Кафедра **Тепловые электрические станции**

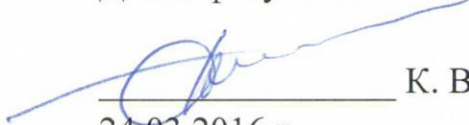
СОГЛАСОВАНО

Заведующий кафедрой

  
\_\_\_\_\_ Н. Б. Карницкий  
24.03.2016 г.

СОГЛАСОВАНО

Декан факультета

  
\_\_\_\_\_ К. В. Доброго  
24.03.2016 г.

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ПО УЧЕБНОЙ  
ДИСЦИПЛИНЕ**

**ТЕОРИЯ ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ**

для специальности 1-43 01 08 Паротурбинные установки атомных электрических станций

Составитель: к.т.н., доцент Сорокин В. В.; ассистент Денисов С. М.

Рассмотрено и утверждено  
на заседании совета энергетического факультета  
24 марта 2016 г., протокол № 7

## **Перечень материалов**

Курс лекций по учебной дисциплине, материалы для проведения практических занятий, вопросы к зачету, учебная программа, литература, таблицы, учебно-методические и справочные материалы.

## **Пояснительная записка**

### *Цели ЭУМК:*

повышение эффективности и качества образовательных услуг за счет обеспечения студентов комплектом учебных и учебно-методических материалов, позволяющим углубленно или самостоятельно изучать дисциплину «Теория ядерных реакторов». ЭУМК также может быть использован преподавателями сходных дисциплин для подготовки к лекционным и практическим занятиям, организации курсового проектирования.

### *Особенности структурирования и подачи учебного материала:*

ЭУМК включает следующие разделы: теоретический (курс лекций по учебной дисциплине), практический (материалы для проведения практических занятий), контроля знаний (вопросы к зачету) и вспомогательный (учебная программа по дисциплине, рекомендуемые учебно-методические материалы).

### *Рекомендации по организации работы с УМК:*

рекомендуется последовательно изучать материалы теоретического раздела с последующим закреплением полученных знаний в ходе решения задач на практических занятиях.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	4
КУРС ЛЕКЦИЙ .....	6
Раздел I. ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА НЕЙТРОНОВ .....	6
Тема 1. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НЕЙТРОНОВ С ЯДРАМИ .....	6
Тема 2. ЭЛЕМЕНТЫ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА НЕЙТРОНОВ ...	18
Тема 3. ДИФФУЗИЯ НЕЙТРОНОВ .....	28
Раздел II. ИЗМЕНЕНИЕ ЭНЕРГИИ НЕЙТРОНОВ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С ВЕЩЕСТВОМ .....	36
Тема 4. ЗАМЕДЛЕНИЕ НЕЙТРОНОВ В СРЕДАХ .....	36
Тема 5. ТЕРМАЛИЗАЦИЯ НЕЙТРОНОВ .....	53
Тема 6. ПРОСТРАНСТВЕННОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАМЕДЛЯЮЩИХСЯ НЕЙТРОНОВ .....	58
Раздел III. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАСЧЕТА АКТИВНОЙ ЗОНЫ РЕАКТОРА .....	63
Тема 7. ЖИЗНЕННЫЙ ЦИКЛ НЕЙТРОНОВ В РЕАКТОРЕ .....	63
Тема 8. ОДНОСКОРОСТНАЯ ДИФФУЗИОННАЯ ТЕОРИЯ РЕАКТОРА .....	66
Тема 9. ТЕОРИЯ РЕАКТОРА НА ОСНОВЕ ФОРМУЛЫ ЧЕТЫРЕХ СОМНОЖИТЕЛЕЙ .....	72
Тема 10. ГЕТЕРОГЕННЫЕ ЭФФЕКТЫ В РЕАКТОРАХ (ТЕОРИЯ РЕШЕТКИ) .....	75
Тема 11. ТЕОРИЯ ОТРАЖАТЕЛЯ .....	98
Тема 12. ЭФФЕКТЫ И КОЭФФИЦИЕНТЫ РЕАКТИВНОСТИ .....	100
МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ .....	116
ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ .....	121
УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА .....	124
УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ И СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ .....	133

## ВВЕДЕНИЕ

Электронный учебно-методический комплекс (ЭУМК) разработан в соответствии с учебным планом специальности 1-43 01 08 «Паротурбинные установки атомных электрических станций» и предназначен для самостоятельного изучения дисциплины «Теория ядерных реакторов» студентами указанной специальности дневной формы обучения. ЭУМК также может быть использован преподавателями сходных дисциплин для подготовки к лекциям и организации практических занятий.

Цель изучения курса – ознакомление с нейтронно-физическими процессами происходящих в активной зоне ядерных реакторов, методами их расчета, взаимосвязью нейтронно-физических и теплогидравлических процессов, их влиянием на выбор материалов и конструкцию реактора.

Основная задача дисциплины – использование студентами полученных теоретических знаний для проведения анализа физических характеристик ядерных реакторов и предсказания изменения их характеристик на основе использования нейтронно-физических и конструктивных характеристик.

Настоящий курс связан с другими дисциплинами. Для изучения курса необходимы знания, полученные в общенаучных и общинженерных дисциплинах учебного плана, а также желательны знания из специальных курсов «Кинетика ядерных реакторов», «Ядерные энергетические реакторы». В свою очередь сведения, полученные при изучении дисциплины, используются в курсе «Ядерные энергетические реакторы».

В результате освоения дисциплины «Теория ядерных реакторов» студент должен знать:

- основные закономерности сечения взаимодействия нейтронов с материалами реакторных сред;
  - закономерности диффузии нейтронов в средах и распределения нейтронных полей в средах;
  - закономерности замедления нейтронов и возраста нейтронов в среде;
  - закономерности процесса термализации нейтронов и температуры нейтронного газа;
  - основы физики ядерных реакторов и методов проведения нейтронно-физических расчётов;
- уметь:
- оценивать виды распределение нейтронов в размножающих средах, оценивать температуру нейтронного газа, длины и коэффициенты диффузии;
  - использовать элементы теории реакторов при решении практических задач;

иметь навыки:

- работы с таблицами нейтронных сечений и оценки на их основе сечений взаимодействия материалов с нейтронами;
- самостоятельной работы с литературой, качественного и количественного анализа характеристик тех или иных ядерных аппаратов на основе нейтронных и конструкционных данных.

Изучение дисциплины «Теория ядерных реакторов» формирует у студентов комплекс знаний и глубокое понимание нейтронно-физических процессов, происходящих в ядерных реакторах.

Знание курса «Теория ядерных реакторов» поможет студентам при прохождении производственной и преддипломной практики, написании и защите дипломного проекта по специальности.

В конце ЭУМК приведен список литературы [1–12] для углубленного изучения курса «Теория ядерных реакторов» и уточнения хода некоторых громоздких математических выкладок.

# КУРС ЛЕКЦИЙ

## Раздел I. ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА НЕЙТРОНОВ ТЕМА 1. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НЕЙТРОНОВ С ЯДРАМИ

Нейтрон не имеет электрического заряда, обладает дипольным магнитным моментом и не стабилен. Ввиду отсутствия электрического заряда нейтрон не участвует в кулоновском взаимодействии, т.е. для него не существует кулоновского барьера ядра, имеет возможность при сколь угодно малой кинетической энергии проникнуть в область действия ядерных сил и вступить в сильные (ядерные) взаимодействия. Из всех перечисленных взаимодействий наиболее сильными являются ядерные.

Ядерные силы – короткодействующие и проявляются на расстояниях порядка радиуса ядра (около  $(1 - 10) \cdot 10^{-13}$  см).

В нейтронной физике принята классификация нейтронов в зависимости от их энергии (табл. 1).

Таблица 1

Энергия*	Ниже $10^{-7}$	$[10^{-7}, 10^{-3}]$	$[10^{-3}, 1]$	$[1, 10^{+5}]$	$[10^{+5}, 5 \cdot 10^{+7}]$	Выше $5 \cdot 10^{+7}$
Название	Ультра-холодные	Холодные	Тепловые	Промежуточные (резонансные)	Быстрые	Сверх-быстрые

В ядерном реакторе нейтроны получают в результате реакции деления ядер топлива. При этом доля нейтронов с энергией выше 12 МэВ пренебрежимо мала. С другой стороны, чем меньше энергия нейтронов, тем активнее они поглощаются ядрами среды. Поэтому в реальных средах относительная доля нейтронов с энергиями ниже  $10^{-3}$  эВ также пренебрежимо мала. Таким образом, в ядерных реакторах присутствуют нейтроны, энергия которых с подавляющей вероятностью лежит в интервале  $[10^{-3}$  эВ, 12 МэВ].

Из атомной физики известно, что любую частицу можно характеризовать приведенной длиной волны де Бройля –  $\lambda$ , которая зависит от энергии частицы:

$$\lambda = \frac{\hbar}{p}, \text{ или } \lambda = \frac{\hbar}{\sqrt{2m \cdot E}} \text{ [см]},$$

$\hbar$  где – приведенная постоянная Планка;  $p$  – импульс

нейтрона;  $m$  – масса нейтрона;  $E$  – кинетическая энергия нейтрона.

Приведенная длина волны нейтронов де Бройля для нейтронов различных энергий дана в табл. 2.

Таблица 2

Энергия, эВ	$10^{-3}$	0,5	$10^{+4}$	$10^{+6}$
$\lambda$ , см	$1,43 \cdot 10^{-8}$	$6,0 \cdot 10^{-10}$	$4,55 \cdot 10^{-12}$	$4,55 \cdot 10^{-13}$

Для самых тяжелых ядер средняя энергия связи нуклона примерно на 1 МэВ ниже, чем у наиболее устойчивых ядер (рис.1).

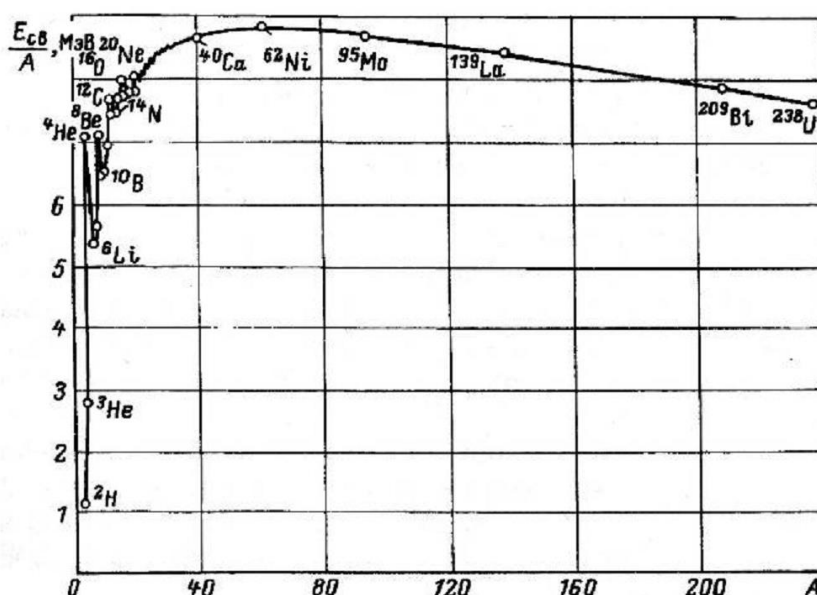


Рис. 1. Зависимость средней энергии связи нуклона в ядре от массового числа

Поскольку энергия связи – убыль энергии покоя частицы в связанном состоянии, превращение тяжелого ядра в два более легких сопровождается выделением свободной энергии. Если энергетически выгодный процесс возможен, но не происходит немедленно, это означает, что его течению препятствует энергетический барьер.

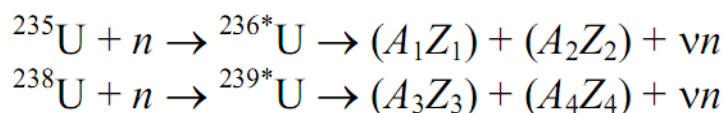
Отделение одной части ядра от другой сначала сопровождается возрастанием потенциальной энергии, которая снижается лишь по достижении высоты энергетического барьера. Так как барьер при делении определяется силами поверхностного натяжения, которые направлены на сохранение формы ядра, соответствующей минимуму поверхностной потенциальной энергии, то начальное изменение формы

ядра возможно только при получении извне какого-то количества энергии, т.е. при возбуждении ядра.

Процесс деления энергетически выгоден уже для ядер с массовыми числами более 80. Но выигрыш в энергии сначала очень мал, а высота барьера  $U_b$  столь велика, что при возбуждении ядер идут реакции с испусканием нуклонов, а не реакции деления. Только для самых тяжелых ядер энергетический барьер оказывается примерно равным величине энергии связи нуклона, так что распад составных ядер по каналу деления становится существенным, а в некоторых случаях и преобладающим.

Другими словами, если деление энергетически выгодно, то оно возможно и без предварительного возбуждения ядра. Если тяжелое ядро находится в возбужденном состоянии, например после процесса захвата нейтрона, то вероятность деления резко возрастает, если энергия возбуждения ядра больше, чем энергия порога его деления.

Во время деления тяжелых ядер под действием нейтронов в результате каждого акта деления появляются новые свободные нейтроны, способные вызвать последующие акты деления, таким образом возникает возможность для получения самоподдерживающейся цепной реакции. При возбуждении процесса нейтронами делится ядро с массовым числом на единицу большим, чем массовое число ядра мишени. Например, при поглощении нейтронов ядрами  $^{235}\text{U}$  или  $^{238}\text{U}$  протекают следующие реакции:



Так как энергия связи парного нейтрона всегда больше, чем непарного, то энергия связи нейтрона в ядрах  $^{234}\text{U}$ ,  $^{236}\text{U}$  и  $^{240}\text{Pu}$  оказывается больше величины энергетического барьера деления, а в ядрах  $^{233}\text{Th}$  и  $^{239}\text{U}$  – меньше. Это и обуславливает возможность деления  $^{233}\text{U}$ ,  $^{235}\text{U}$  и  $^{239}\text{Pu}$  нейтронами любых энергий. Нуклиды, которые делятся нейтронами с любой кинетической энергией, называются делящимися. Напротив,  $^{232}\text{Th}$  и  $^{238}\text{U}$  могут делиться только нейтронами с достаточно высокой кинетической энергией, так как пороги деления у них составляют у  $^{232}\text{Th}$  около 1,2 МэВ, а у  $^{238}\text{U}$  – около 1 МэВ.

Среднее число вторичных нейтронов, приходящееся на один акт деления, играет определяющую роль в развитии цепной реакции. В табл. 3 приведены характеристики мгновенных нейтронов для основных делящихся нуклидов при делении тепловыми нейтронами и для  $^{238}\text{U}$  при делении быстрыми нейтронами. С увеличением энергии нейтрона, вызывающего деление, несколько возрастает энергия возбуждения ядер-



осколков, и это приводит к небольшому росту среднего числа испускаемых ими нейтронов.

Таблица 3

Нуклид	Нейтронов на один акт деления	Зависимость от энергии нейтрона $dn/dE$ , 1/МэВ
$^{233}\text{U}$	2,507	0,115
$^{235}\text{U}$	2,442	0,115
$^{239}\text{Pu}$	2,881	0,110
$^{238}\text{U}$	2,8	Пороговая

Параметры распределения по энергии нейтронов деления определяются из эксперимента. Характерный спектр мгновенных нейтронов при делении ядра  $^{235}\text{U}$  тепловыми нейтронами приведен на рис. 2. Средняя энергия мгновенных нейтронов близка к 2 МэВ, а энергия максимума распределения около 0,7 МэВ.

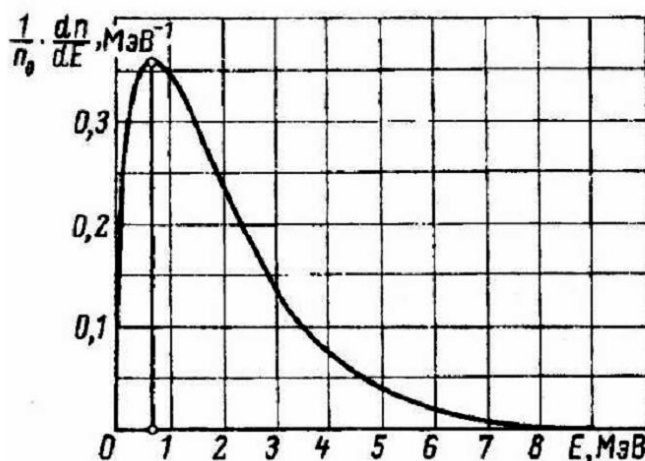


Рис. 2. Спектр мгновенных нейтронов деления  $^{235}\text{U}$  тепловыми нейтронами

### Основные процессы взаимодействия нейтронов с ядрами среды

Процессы, которые могут происходить при взаимодействии нейтрона с ядром (ядерные реакции), принято делить на два основных вида – рассеяние и поглощение. Поглощение включает все взаимодействия нейтрона с ядром, в результате которых появляются новое ядро и новые частицы (в том числе и нейтроны). Под рассеянием понимаются такие взаимодействия нейтрона с ядром, в результате которых новых ядер не образуется, а происходит только перераспределение кинетической энергии и момента количества движения между нейтроном и ядром. Любое столкновение нейтрона с ядром приводит или к рассеянию нейтрона, или к его поглощению. Эта классификация процессов взаимодействия нейтронов с ядрами основана на балансе нейтронов, что является принципиальным в

физике ядерных реакторов. Действительно, рассеяние может рассматриваться как взаимодействие, в результате которого баланс нейтронов не изменился. В тоже время любое поглощение приводит к исчезновению исходного нейтрона. Надо понимать, что в результате реакции поглощения могут появиться новые нейтроны, но они будут учитываться как источники в соответствующих уравнениях баланса. Процессы, протекающие при взаимодействии нейтрона с ядром, определяются свойствами ядра и кинетической энергией нейтрона.

Среди процессов рассеяния нейтрона выделяют потенциальное, упругое резонансное и неупругое рассеяния.

Потенциальное рассеяние представляет собой рассеяние нейтронной волны на потенциале ядра без проникновения нейтронной волны внутрь ядра. При этом происходит перераспределение энергии и импульса между нейтроном и ядром, но квантовое состояние ядра в процессе взаимодействия не меняется. Потенциальное рассеяние идет при любой кинетической энергии нейтрона, а его величина зависит только от радиуса ядра.

Радиационный захват – реакция поглощения нейтрона, в результате которой нейтрон захватывается ядром, т.е. образуется новый изотоп (новое ядро), а вся энергия возбуждения составного ядра уносится гамма-квантами.

Деление – реакция поглощения нейтрона, в результате которой составное ядро распадается на несколько осколков.

Ядра могут классифицироваться по атомному весу как легкие, промежуточные и тяжелые.

### **Эффективные нейтронные сечения**

Рассмотрим следующий эксперимент: на тонкую фольгу (толщина фольги  $X$  [см] много меньше длины свободного пробега нейтрона в веществе фольги) площадью  $S$  [см<sup>2</sup>], содержащую  $N$  [1/см<sup>3</sup>] ядер в единице объема, падает коллимированный моноэнергетический пучок нейтронов интенсивностью  $I$  [нейтр./см<sup>2</sup>·с] перпендикулярно поверхности фольги-мишени.

Очевидно, что скорость взаимодействия нейтронов с ядрами среды в фольге ( $R_{вз}$ ) пропорциональна интенсивности нейтронного пучка и полному числу атомов в фольге ( $N \cdot S \cdot X$ ):

$$R_{вз} \sim I \cdot (N \cdot S \cdot X) \text{ [взаимодействий/с].}$$

Коэффициент пропорциональности в этой зависимости называется эффективным микроскопическим сечением взаимодействия нейтронов с ядрами и обозначается  $\sigma$ :

$$\sigma = R_{вз} / (I \cdot N \cdot S \cdot X).$$

Таким образом, физический смысл эффективного микроскопического сечения – скорость взаимодействия нейтронов с ядрами среды, приходящаяся на один атом мишени при единичной интенсивности падающего пучка.

Эффективное микроскопическое сечение характеризует вероятность протекания данного типа реакции при взаимодействии нейтрона с ядром и зависит от типа ядра (энергетической структуры) и кинетической энергии нейтрона.

Размерность  $\sigma$  – это сантиметры в квадрате ( $\text{см}^2$ ). В качестве единицы измерения микроскопического сечения удобно использовать барны (б):

$$1 \text{ б} = 10^{-24} \text{ см}^2.$$

Любому процессу взаимодействия нейтронов с ядрами среды соответствует свое эффективное микроскопическое сечение:

$\sigma_{\text{tot}}$  – полное микроскопическое сечение взаимодействия (total);

$\sigma_a$  – микроскопическое сечение реакции поглощения (absorption);

$\sigma_s$  – микроскопическое сечение реакции рассеяния (scattering);

$\sigma_c$  – микроскопическое сечение реакции радиационного захвата (capture);

$\sigma_f$  – микроскопическое сечение реакции деления (fission);

$\sigma_{el}$  – микроскопическое сечение упругого рассеяния (elastic);

$\sigma_{in}$  – микроскопическое сечение неупругого рассеяния (inelastic);

$\sigma_{(n, 2n)}$  – микроскопическое сечение (n, 2n)-реакции и т.д.

Выполняются следующие равенства:

$$\sigma_{tot} = \sigma_a + \sigma_s, \quad \sigma_a = \sigma_c + \sigma_f + \sigma_{(n, 2n)} + \dots, \quad \sigma_s = \sigma_{el} + \sigma_{in}.$$

Зависимость микроскопического сечения взаимодействия (количественная характеристика этих взаимодействий) от энергии нейтрона носит, в общем случае, сложный характер. Типичная зависимость приведены на рис. 3.

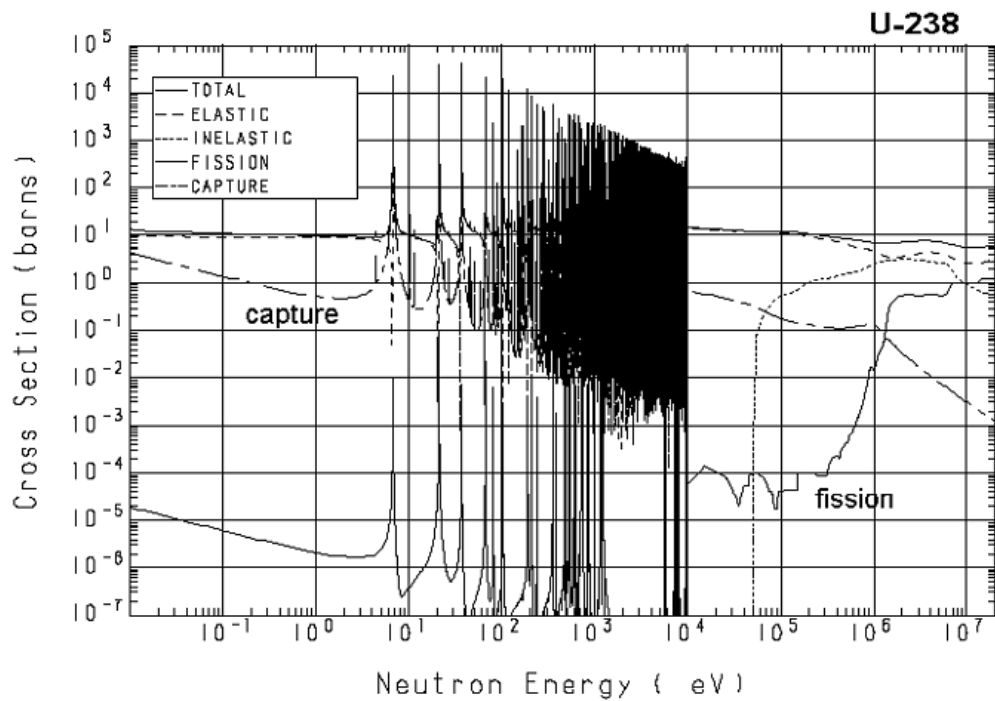


Рис. 3. Зависимость микроскопических сечений от энергии для  $^{238}\text{U}$

Резонансный уровень для ядра урана-238 расположен при 6,7 эВ, поэтому, начиная с энергии в несколько электронвольт, зависимость сечения от энергии носит ярко выраженный резонансный характер. В области резонансной зависимости сечения от энергии принято выделять область разрешенных резонансов – область энергий, где неопределенность в энергии каждого энергетического уровня меньше, чем расстояние между соседними уровнями и, как следствие этого, каждый резонанс в микроскопическом сечении «вырисовывается» отдельно. Для ядра урана-238 область разрешенных резонансов лежит от нескольких электронвольт до нескольких килоэлектронвольт.

Выше расположена область энергий, где соседние энергетические уровни ядра начинают перекрываться, и каждый отдельный резонанс в сечении не может быть разрешен. Это так называемая область неразрешенных резонансов. На рис. 3 – это область энергий от единиц до десятков килоэлектронвольт. В области более высоких энергий идет возбуждение непрерывного спектра ядра, и зависимость сечений от энергии носит плавный характер. В области энергий выше энергии связи нейтрона в ядре (несколько мегаэлектронвольт) начинают идти пороговые реакции  $(n, 2n)$ , а выше двух энергий связи нейтрона в ядре –  $(n, 3n)$ -реакции.

Величину  $\sum_i = \sigma_i \cdot N$ , где  $\sigma_i$  – микроскопическое сечение взаимодействия процесса  $i$  (поглощение, рассеяние, деление,

радиационный захват и т.д.);  $N$  – число ядер среды в единице объема, которые могут вступать во взаимодействие  $i$ , назовем макроскопическим сечением среды по отношению к  $i$ -му процессу взаимодействия нейтронов с ядрами. Размерность макроскопического сечения –  $1/\text{см}$ . Если среда состоит из смеси ядер, то макроскопическое сечение среды по отношению к процессу  $i$  рассчитывается как:

$$\Sigma_i = \sum_k \sigma_i^k \cdot N_k,$$

где  $\sigma_i^k$  – микроскопическое сечение  $i$ -го типа взаимодействия нейтронов с  $k$ -м типом ядер;  $N_k$  – количество ядер  $k$ -го типа в единице объема. Макроскопическое сечение является характеристикой среды и зависит от ее состава и кинетической энергии нейтронов. Свойства некоторых изотопов, нуклидов и веществ, играющих важную роль в физике ядерных реакторов, приведены в разделе «Справочные материалы».

#### **Длина свободного пробега нейтрона в среде**

Длина свободного пробега  $\lambda$  [см] – среднее расстояние, которое проходит нейтрон в среде от точки рождения до точки первого взаимодействия. Если при взаимодействии нейтрона с ядрами его энергия не меняется, то длину свободного пробега можно рассматривать как среднее расстояние между двумя последовательными взаимодействиями. Это, например, имеет место для модели диффузии моноэнергетических нейтронов, которая будет рассмотрена далее. Для вычисления длины свободного пробега в бесконечной среде (в среде, характерный размер которой много больше длины свободного пробега) рассмотрим полубесконечную среду, состоящую из атомов одного типа, на которую перпендикулярно к границе падает коллимированный пучок моноэнергетических нейтронов интенсивностью  $I_0$  [ $1/(\text{см}^2 \cdot \text{с})$ ]. Количество атомов в единице объема среды –  $N$  [ $1/\text{см}^3$ ], микроскопическое сечение взаимодействия нейтронов данной энергии с ядрами среды –  $\sigma$  [ $\text{см}^2$ ], тогда для  $\lambda$  справедливо выражение:

$$\lambda = \frac{\int_0^{\infty} x w(x) dx}{\int_0^{\infty} w(x) dx},$$

где  $w(x) dx$  – вероятность первых взаимодействий, которую можно определить как произведение вероятностей двух независимых процессов, т.е.

прохождение нейтроном в среде пути  $x$  без взаимодействия ( $P_1$ ) и взаимодействие нейтрона на пути  $dx$  около точки  $x$  ( $P_2$ ):  $w(x)dx = P_1 \cdot P_2$ .

Рассчитаем упомянутые выше вероятности. Любое взаимодействие нейтронов с ядрами среды выводит нейтрон из начального пучка, так как произойдет изменение энергии и направления движения нейтрона в случае рассеяния нейтрона на ядре или он поглотится, в противном случае. Обозначим:  $I(x)$  – интенсивность пучка нейтронов, которые не испытали взаимодействие с ядрами среды на пройденном в среде пути (от 0 до  $x$ ). Рассмотрим баланс нейтронов в слое  $[x, x + dx]$ . Очевидно, что скорость взаимодействий нейтронов с ядрами среды в этом слое, в расчете на единичную площадь, равна разности в интенсивностях пучка нейтронов на границах слоя:

$$-dI(x) = I(x) \cdot \Sigma \cdot dx$$

$$I(0) = I_0.$$

$$I(x) = I_0 \exp\{-\Sigma x\}.$$

Функция  $I(x)$  описывает распределение вдоль оси  $x$  нейтронов, которые еще не испытали взаимодействие с ядрами среды (непрореагировавшие нейтроны). Очевидно, что величина  $I(x)/I_0 = \exp\{-\Sigma x\}$  является вероятностью пройти нейтрону в среде путь  $x$  без взаимодействия, а величина  $dI(x)/I(x) = d(I_0 \exp\{-\Sigma x\}) / (I_0 \exp\{-\Sigma x\}) = -\Sigma dx$  вероятностью нейтрону испытать взаимодействие на пути  $dx$ . Отсюда следует физический смысл макроскопического сечения – это вероятность нейтрону испытать взаимодействие на единичном пути в среде.

Таким образом,  $w(x) = P_1 \cdot P_2 = \Sigma \exp\{-\Sigma x\}$ . Подставив найденное выражение для плотности вероятности в выражение для средней длины свободного пробега нейтрона в среде, получим:

$$\lambda = \frac{\int_0^{\infty} dx x \Sigma \exp\{-\Sigma x\}}{\int_0^{\infty} dx \Sigma \exp\{-\Sigma x\}} = \frac{1}{\Sigma} \text{ [см]}.$$

### Описание нейтронного поля в среде

Под нейтронным полем будем понимать совокупность нейтронов в среде, характеризуемых распределением по пространству, энергии,

направлению движения в данный момент времени. При описании нейтронного поля в среде важно подчеркнуть следующие утверждения, которые являются общими для всех рассматриваемых в данном курсе моделей.

1. В задачах, связанных со статистическим описанием распределения нейтронов в среде, нейтрон может рассматриваться как точечная частица, поскольку для нейтронов, имеющих энергию от единиц электронвольт до нескольких мегаэлектронвольт, приведенная длина волны де Бройля много меньше расстояний между соседними ядрами в среде. Это утверждение нарушается только при энергиях нейтронов в тепловой области (существенно ниже 1 эВ) – в так называемой области термализации нейтронов.

2. Плотность ядер в среде  $\sim 10^{21} - 10^{22}$  [яд./см<sup>3</sup>]. В ядерных реакторах плотность нейтронов составляет  $10^7 - 10^8$  [нейтр./см<sup>3</sup>] (в специальных ловушках может достигать до  $10^{12}$  нейтр./см<sup>3</sup>). Таким образом, вероятность нейтрону столкнуться с нейтроном в среде гораздо меньше, чем вероятность нейтрону столкнуться с ядром, и, следовательно, взаимодействия нейтронов с нейтронами можно не учитывать при описании нейтронного поля. Математическим следствием этого факта является линейность уравнений, которые описывают нейтронное поле в среде.

3. Поскольку среднее время жизни поколения нейтронов в среде, а тем более время ядерного взаимодействия, на много порядков меньше периода полураспада нейтрона, то нейтрон может рассматриваться как стабильная частица.

4. Все функции, описывающие нейтронное поле в среде, носят статистический характер, т.е. являются результатом усреднения по большому числу событий. Поскольку плотность нейтронов в среде достаточно высока, то среднестатистические значения хорошо описывают рассматриваемые процессы. Таким образом, не учитываются флуктуации нейтронного поля. Это справедливо для практически всех задач физики ядерных реакторов.

Точечная частица в пространстве в каждый момент времени описывается следующим набором фазовых переменных:

$$\vec{r} = (x, y, z)$$

радиус-вектор, описывающий пространственное положение нейтрона;

$$\vec{\Omega} = (\theta, \varphi)$$

единичный вектор направления скорости нейтрона ( $\theta$  – полярный угол,  $\varphi$  – азимутальный угол);  $E$  – энергия нейтрона.

Поэтому в общем случае область определения функций, описывающих нейтронное поле, – это семимерное фазовое пространство. В конкретных моделях нейтронное поле может описываться в фазовом пространстве меньшей размерности.

Рассмотрим основные функции, описывающие нейтронное поле в среде. Плотность нейтронов:

$$n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$$

среднестатистическое число нейтронов в единице объема около точки  $r$  направление вектора скорости которых лежит в единичном угловом диапазоне около направления  $\Omega$  [ $1/(\text{см}^3 \cdot \text{эВ} \cdot \text{стер})$ ], энергия – в единичном интервале около энергии  $E$ , в данный момент времени  $t$ .

В различных моделях используется плотность нейтронов, определенная в фазовом пространстве меньшей размерности:

$$n(\vec{r}, E, t) = \int_{4\pi} d\vec{\Omega} n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) [1/\text{см}^3 \cdot \text{эВ}]$$

$$n(\vec{r}, t) = \int_0^{E_{\max}} dE n(\vec{r}, E, t) [1/\text{см}^3],$$

которые имеют тот же физический смысл, только для всех направлений скорости нейтронов, или в дополнении к этому и для всех значений энергии нейтронов соответственно.  $E_{\max}$  – максимально возможная энергия нейтронов которая для ядерных реакторов составляет около 12 МэВ.

Плотность потока нейтронов:

$$\Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$$

среднестатистическое число нейтронов, направление вектора скорости которых лежит в единичном интервале около направления  $\Omega$ , энергия – в единичном интервале около  $E$ , и которые в единицу времени пересекают воображаемую единичную площадку, расположенную в окрестности точки  $r$  таким образом, что единичный вектор нормали к этой площадке совпадает с направлением вектора скорости нейтронов  $\Omega$ , [ $1/(\text{см}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{эВ} \cdot \text{стер})$ ].

В различных моделях используется плотность потока нейтронов, определенная в фазовом пространстве меньшей размерности:

$$\Phi(\vec{r}, E, t) = \int_{4\pi} d\vec{\Omega} \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) [1/(\text{см}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{эВ})]$$

$$\Phi(\vec{r}, t) = \int_0^{E_{\max}} dE \Phi(\vec{r}, E, t) [1/(\text{см}^2 \cdot \text{с})],$$



которая имеет тот же физический смысл, только по отношению к единичным площадкам, ориентированным всевозможными способами.

Часто функцию

$$\Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$$

называют дифференциальной плотностью потока нейтронов,  $\Phi$  – полной плотностью потока нейтронов, а

$$\Phi(\vec{r}, t)$$

глобальной плотностью потока нейтронов.

Плотность потока нейтронов связана с плотностью нейтронов следующим соотношением:

$$\Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \cdot V ,$$

$$\Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) dS = n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \cdot V \cdot dS ,$$

Плотность тока нейтронов:

$$i_n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$$

среднестатистическое число нейтронов, направление вектора скорости которых лежит в единичном интервале около направления  $\Omega$ , энергия – в единичном интервале около  $E$ , которые пересекают единицу времени единичную площадку с нормалью  $n$ , расположенную в точке  $r$  [ $1/(\text{см}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{эВ} \cdot \text{стер})$ ]. Плотность тока нейтронов всегда определяется через конкретную площадку (поверхность), что подчеркивает индекс нормали  $n$  в обозначении

$$i_n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$$

Функция плотности тока нейтронов связана с функцией плотности потока следующим выражением:

$$i_n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \cdot (\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_S) ,$$

Односторонние токи нейтронов (в направлении нормали к площадке и в противоположном направлении) и определяются следующими выражениями:

$$i_n^+(\vec{r}, E, t) = \int_{(\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_S) > 0} d\vec{\Omega} i_n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = \int_{(\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_S) > 0} d\vec{\Omega} \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) (\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_S) ;$$

$$i_n^-(\vec{r}, E, t) = - \int_{(\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_S) < 0} d\vec{\Omega} i_n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = - \int_{(\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_S) < 0} d\vec{\Omega} \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) (\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_S) .$$

$$i_n(\vec{r}, E, t) = i_n^+(\vec{r}, E, t) - i_n^-(\vec{r}, E, t) .$$

## ТЕМА 2. ЭЛЕМЕНТЫ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА НЕЙТРОНОВ

Здесь будет рассмотрена самая общая модель переноса нейтронов в неразмножающих средах. Рассмотрим конечную неразмножающую среду с внешними источниками нейтронов и получим уравнение, описывающее стационарное нейтронное поле в этой среде в фазовом пространстве  $(\Omega, \vec{r}, E)$ . Уравнение будет записано относительно функции плотности потока нейтронов  $\Phi$  которая, по определению, представляет собой среднестатистическое число нейтронов с энергией в единичном интервале около энергии  $E$  и направлением скорости в единичном телесном угле около направления  $\Omega$ , которые пересекают в единицу времени единичную площадку, расположенную в точке  $\vec{r}$  таким образом, что вектор нормали к этой площадке совпадает с вектором  $\Omega$ . При выводе уравнения будут использованы только самые общие положения, принятые для описания нейтронного поля:

- 1) нейтрон рассматривается как точечная частица;
- 2) нейтрон рассматривается как стабильная частица;
- 3) взаимодействие нейтронов с нейтронами не учитывается;
- 4) все величины, описывающие нейтронное поле носят статистический характер.

### Уравнение Больцмана

Рассмотрим баланс нейтронов в элементарном фазовом объеме  $dVdEd\Omega$  для стационарной задачи в неразмножающей среде с внешними источниками нейтронов. Скорость убыли нейтронов из рассматриваемого фазового объема определяется двумя процессами:

$$L(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$$

скоростью утечки нейтронов через границу фазового объема;

$$AP(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$$

скоростью убыли нейтронов за счет процессов взаимодействия с ядрами среды.

Отметим, что процесс утечки связан с пересечением нейтронами, энергия и направление полета которых лежат внутри  $dE$  и  $d\Omega$  соответственно, границы пространственного объема  $dV$ . Значение утечки представляет собой разность числа нейтронов, которые в единицу времени вытекают из объема  $dV$  и числа нейтронов, которые за этот же промежуток времени втекают в объем  $dV$  в соответствующем угловом и энергетическом диапазонах. Если утечка имеет положительный знак, то она присутствует в уравнении в качестве члена, описывающего убыль нейтронов в фазовом

объеме. В противном случае член утечки будет описывать поверхностный источник нейтронов и войдет в уравнение со знаком плюс.

Любое столкновение с ядром среды нейтрона, который находится внутри пространственного объема  $dV$ , энергия и направление полета которого лежат внутри  $dE$  и  $d\Omega$  соответственно, приводит или к процессу поглощения нейтрона, или к его рассеянию. Очевидно, что поглощение приводит к исчезновению нейтрона. В результате процесса рассеяния меняется энергия нейтрона  $E$  и направление полета  $\Omega$ , а новые значения энергии и направления полета будут лежать вне рассматриваемых элементарных интервалов  $dE$  и  $d\Omega$ . Следовательно, и любое рассеяние нейтрона приводит к его исчезновению из рассматриваемого фазового объема.

Скорость генерации нейтронов в фазовом объеме может происходить за счет двух процессов:

$$R(\vec{r}, E, \bar{\Omega})$$

скорости генерации нейтронов за счет рассеяния при других значениях энергии и с другими направлениями полета;

$$Q(\vec{r}, E, \bar{\Omega})$$

скорости генерации нейтронов внешними источниками нейтронов.

Таким образом, уравнение баланса нейтронов в элементарном фазовом объеме  $dVdEd\Omega$  для стационарной задачи будет иметь вид:

$$-L(\vec{r}, E, \bar{\Omega}) - AP(\vec{r}, E, \bar{\Omega}) + R(\vec{r}, E, \bar{\Omega}) + Q(\vec{r}, E, \bar{\Omega}) = 0.$$

Выразим каждый из членов в этом уравнении через известные величины (параметры среды и внешний источник) и плотность потока нейтронов.  $L(\vec{r}, E, \bar{\Omega})$  - число нейтронов с энергией, лежащей в интервале  $dE$  около  $E$  и направлением полета в угловом диапазоне  $d\Omega$  около  $\bar{\Omega}$ , которые в единицу времени пересекают границу объема  $dV$ . Рассмотрим площадку  $dS$  поверхности объема  $dV$ , расположенную в точке  $\vec{r}_S$ .  $\vec{n}_S$  - вектор внешней нормали к площадке  $dS$ . По определению функция проекции вектора тока на нормаль к площадке  $i_n(\vec{r}_S, E, \Omega)$  описывает среднестатистическое число нейтронов, энергия которых лежит в единичном интервале около энергии  $E$ , направление полета — в единичном телесном угле около направления  $\bar{\Omega}$ , которые в единицу времени пересекают единичную площадку с нормалью  $\vec{n}_S$ , расположенную в точке  $\vec{r}_S$ .

Тогда площадку размером  $dS$  в единицу времени будет пересекать  $i_n(\vec{r}_S, E, \vec{\Omega})dSdEd\Omega$  нейтронов, энергия которых лежит в интервале  $dE$  около  $E$ , и направлением полета в угловом диапазоне  $d\Omega$  около  $\vec{\Omega}$ . Если последнее выражение проинтегрировать по всей поверхности объема  $dV - S$ , то это и будет искомым выражением для утечки нейтронов:

$$\begin{aligned}
 L(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) &= \oint_S dS i_n(\vec{r}_S, E, \vec{\Omega})dEd\Omega = dEd\Omega \oint_S dS i_n(\vec{r}_S, E, \vec{\Omega}) = \\
 &= dEd\Omega \oint_S dS (\vec{n}_S \vec{i}(\vec{r}_S, E, \vec{\Omega})) = dEd\Omega \oint_S dS (\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_S) \Phi(\vec{r}_S, E, \vec{\Omega}) = \\
 &= dEd\Omega \left[ \vec{\Omega} \cdot \oint_S dS \vec{n}_S \Phi(\vec{r}_S, E, \vec{\Omega}) \right] = dEd\Omega \left[ \vec{\Omega} \cdot \oint_S d\vec{S} \Phi(\vec{r}_S, E, \vec{\Omega}) \right] = \\
 &= dEd\Omega \left[ \vec{\Omega} \cdot \int_V dV \nabla \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \right] \approx \vec{\Omega} \cdot \nabla \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) dV dEd\Omega.
 \end{aligned}$$

В ходе вышеприведенного тождественного преобразования использовались следующие тождества:

$$\begin{aligned}
 \vec{i}_n(\vec{r}_S, E, \vec{\Omega}) &\equiv (\vec{n}_S \cdot \vec{i}(\vec{r}_S, E, \vec{\Omega})); \\
 \vec{i}(\vec{r}_S, E, \vec{\Omega}) &\equiv \vec{\Omega} \Phi(\vec{r}_S, E, \vec{\Omega}); \\
 dS \vec{n}_S &\equiv d\vec{S}; \\
 \oint_S d\vec{S} f(\vec{r}_S) &\equiv \int_V dV \nabla f(\vec{r}).
 \end{aligned}$$

Скорость взаимодействия нейтронов с ядрами среды в фазовом объеме рассчитывается как:

$$AP(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \Sigma_{tot}(\vec{r}, E) \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) dV dEd\Omega.$$

Если известно распределение мощности внешних источников  $S(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ , то скорость генерации нейтронов в фазовом объеме рассчитывается как

$$Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = S(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) dV dEd\Omega.$$

Чтобы найти член  $R(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ , рассмотрим фазовый объем  $dVdE'd\Omega'$ . В этом фазовом объеме в единицу времени происходит  $\Sigma_S(\vec{r}, E')\Phi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}')dVdE'd\Omega'$  процессов рассеяния нейтронов. Из них в фазовый объем  $dVdEd\Omega$  попадут  $\Sigma_S(\vec{r}, E')\Phi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}')dE'd\Omega' dV \cdot W(\vec{r}; E', \vec{\Omega}' \rightarrow E, \vec{\Omega}) \cdot dEd\Omega$  нейтронов, где функция  $W(\vec{r}, E', \vec{\Omega}' \rightarrow E, \vec{\Omega})$  – *индикатриса рассеяния*: плотность вероятности нейтрону с энергией  $E'$  и направлением полета  $\vec{\Omega}'$  после рассеяния в точке  $\vec{r}$  иметь энергию  $E$  и направление полета  $\vec{\Omega}$ . Тогда выражение  $W(\vec{r}, E', \vec{\Omega}' \rightarrow E, \vec{\Omega}) \cdot dEd\Omega$  представляет собой вероятность того, что после рассеяния в точке  $\vec{r}$  нейтрона с энергией  $E'$  и направлением полета  $\vec{\Omega}'$  его энергия будет лежать в интервале  $dE$  около энергии  $E$ , а направление полета – в угловом диапазоне  $d\vec{\Omega}$  около направления полета  $\vec{\Omega}$ .

Естественно, что выполняется нормировка:

$$\int_0^{\infty} dE \int_{4\pi} d\vec{\Omega} W(\vec{r}; E', \vec{\Omega}' \rightarrow E, \vec{\Omega}) = 1.$$

Проинтегрировав выражение

$$\Sigma_S(\vec{r}, E')\Phi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}')dE'd\Omega' \cdot W(\vec{r}; E', \vec{\Omega}' \rightarrow E, \vec{\Omega}) \cdot dVdEd\Omega$$

по всем возможным значениям энергии до рассеяния  $E'$  и всем возможным направления полета нейтрона до рассеяния  $\vec{\Omega}'$ , получим выражение для члена, описывающего скорость генерации нейтронов в фазовом объеме за счет процессов рассеяния при других значениях энергии и направлениях полета:

$$R(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = dVdEd\Omega \int_0^{\infty} dE' \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \Sigma_S(\vec{r}, E')\Phi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}')W(\vec{r}; E', \vec{\Omega}' \rightarrow E, \vec{\Omega}).$$

Подставим найденные скорости процессов в уравнение баланса нейтронов в фазовом объеме, сократим на величину  $dVdEd\Omega$  и получим уравнение баланса нейтронов в единичном фазовом объеме:

$$\begin{aligned} & \bar{\Omega} \cdot \nabla \Phi(\vec{r}, E, \bar{\Omega}) + \Sigma_{tot}(\vec{r}, E) \Phi(\vec{r}, E, \bar{\Omega}) = \\ & = \int_0^{\infty} dE' \int_{4\pi} d\bar{\Omega}' \Sigma_S(\vec{r}, E') \Phi(\vec{r}, E', \bar{\Omega}') W(\vec{r}; E', \bar{\Omega}' \rightarrow E, \bar{\Omega}) + S(\vec{r}, E, \bar{\Omega}). \end{aligned}$$

Это уравнение Больцмана. Оно представляет собой интегродифференциальное уравнение. Название этого уравнения пришло в теорию переноса нейтронов из теории газов, в которой подобное уравнение было получено Больцманом задолго до открытия нейтрона. Это уравнение точное. Уравнение Больцмана – наиболее общая форма уравнения переноса нейтронов, поскольку при его выводе не было сделано никаких дополнительных предположений. Из уравнения Больцмана путем математических преобразований возможно получить любое из рассмотренных ранее приближенных уравнений (моделей), описывающих нейтронное поле в среде.

Поскольку применение уравнения Больцмана неограничено никакими дополнительными предположениями, то его решение выступает в качестве эталонных значений при решении задач переноса нейтронов. Другими словами, сравнение решения задачи переноса нейтронов, полученного в каком-либо из рассмотренных выше приближений, с решением уравнения Больцмана позволяет сделать вывод о применимости той или иной модели описания нейтронного поля для конкретной физической задачи.

Рассмотрим границу раздела двух сред с разными свойствами (рис. 4), на которой отсутствуют локальные источники нейтронов. Определим объем  $\Delta V$  (заштрихованная область) и проинтегрируем уравнение Больцмана по этому объему:

$$\begin{aligned} & \int_{\Delta V} (\bar{\Omega} \cdot \nabla \Phi(\vec{r}, E, \bar{\Omega})) d\vec{r} + \int_{\Delta V} \Sigma_{tot}(\vec{r}, E) \Phi(\vec{r}, E, \bar{\Omega}) d\vec{r} - \\ & - \int_{\Delta V} d\vec{r} \int_0^{\infty} dE' \int_{4\pi} d\bar{\Omega}' \Sigma_S(\vec{r}, E') \Phi(\vec{r}, E', \bar{\Omega}') W(\vec{r}; E', \bar{\Omega}' \rightarrow E, \bar{\Omega}) - \\ & - \int_{\Delta V} S(\vec{r}, E, \bar{\Omega}) d\vec{r} = 0. \end{aligned}$$

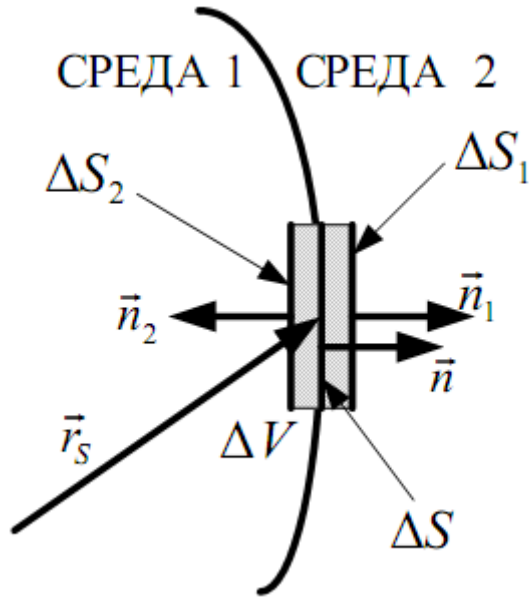


Рис. 4. Граница двух сред с разными свойствами

Рассмотрим предел записанного выражения при стремлении области интегрирования (объема  $\Delta V$ ) к нулю таким образом, что поверхности  $\Delta S_1$  и  $\Delta S_2$  стремятся к поверхности  $\Delta S$ . Тогда все слагаемые, кроме первого, будут равны нулю, поскольку они представляют собой интегралы от ограниченных функций по области интегрирования, стремящейся к нулю. Преобразуем первое слагаемое, используя теорему Остроградского – Гаусса при переходе от объемного интеграла к поверхностному в первом равенстве:

$$\begin{aligned}
 \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \int_{\Delta V} (\vec{\Omega} \nabla \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})) d\vec{r} &= \lim_{\substack{\Delta S_1 \rightarrow \Delta S \\ \Delta S_2 \rightarrow \Delta S}} \int_{S_V} (\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_S) \Phi(\vec{r}_S, E, \vec{\Omega}) dS = \\
 &= \lim_{\Delta S_1 \rightarrow \Delta S} \int_{\Delta S_1} (\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_1) \Phi(\vec{r}_S, E, \vec{\Omega}) dS + \lim_{\Delta S_2 \rightarrow \Delta S} \int_{\Delta S_2} (\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_2) \Phi(\vec{r}_S, E, \vec{\Omega}) dS = \\
 &= \int_{\Delta S} \left( (\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_1) \Phi_1(\vec{r}_S, E, \vec{\Omega}) + (\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_2) \Phi_2(\vec{r}_S, E, \vec{\Omega}) \right) dS = 0.
 \end{aligned}$$

Учитывая, что  $(\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_1) = -(\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_2) \equiv (\vec{\Omega} \cdot \vec{n})$ , где  $\vec{n}$  - внешняя нормаль к  $dS$ , из последнего равенства получим:

$$(\vec{\Omega} \cdot \vec{n}) \Phi_1(\vec{r}_S, E, \vec{\Omega}) = (\vec{\Omega} \cdot \vec{n}) \Phi_2(\vec{r}_S, E, \vec{\Omega}),$$

Таким образом, плотность потока нейтронов непрерывна на границе сред с разными свойствами.

**Условие локализованного источника.**

Рассмотрим среду, в которой в точке  $r_0$  расположен локализованный точечный источник нейтронов мощностью  $q$ . Тогда в уравнении Больцмана источник будет иметь вид:

$$S(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = q(\vec{r}, E, \vec{\Omega})\delta(\vec{r} - \vec{r}_0).$$

Окружим точечный источник сферой радиусом  $R$  (рис. 5). Проинтегрируем уравнение Больцмана по объему сферы  $\Delta V_R$  и возьмем предел получившегося выражения при «стягивании» сферы к точке источника. При этом предел от второго и третьего членов будет равен нулю, поскольку они представляют собой интеграл от ограниченной функции при стремлении области интегрирования к нулю. Из оставшегося равенства

$$\lim_{\Delta V_R \rightarrow 0} \int_{\Delta V_R} \vec{\Omega} \nabla \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) dV = \lim_{\Delta V_R \rightarrow 0} \int_{\Delta V_R} q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) dV,$$

после проведения интегрирования в правой части и тождественных преобразований левой части получим искомое условие локализованного источника:

$$\lim_{R \rightarrow 0} \int_{S_R} (\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_S) \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) dS = q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}).$$

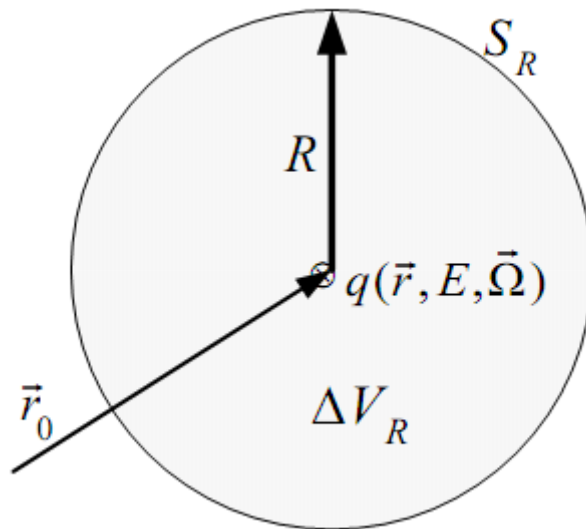


Рис. 5. Локализованный источник



## Интегральная форма уравнения переноса нейтронов

Рассмотрим ограниченную неразмножающую среду, помещенную в вакуум, с распределенными внешними источниками нейтронов,  $q$  – мощность внешних источников нейтронов. Выберем внутри среды точку  $\vec{r}_0$  и направление скорости нейтронов  $\vec{\Omega}$  (рис. 6). Расположим в точке  $\vec{r}_0$  площадку  $dS$  таким образом, чтобы вектор нормали к площадке  $\vec{n}$  совпадал с вектором направления скорости нейтронов  $\vec{\Omega}$ . Посчитаем все нейтроны из  $dE$  и  $d\vec{\Omega}$ , которые появились в среде в результате действия внешнего источника или процесса рассеяния нейтронов на ядрах среды, полетели в направлении площадки  $dS$ , прошли путь до нее без взаимодействия, а следовательно, пересекли площадку  $dS$ .

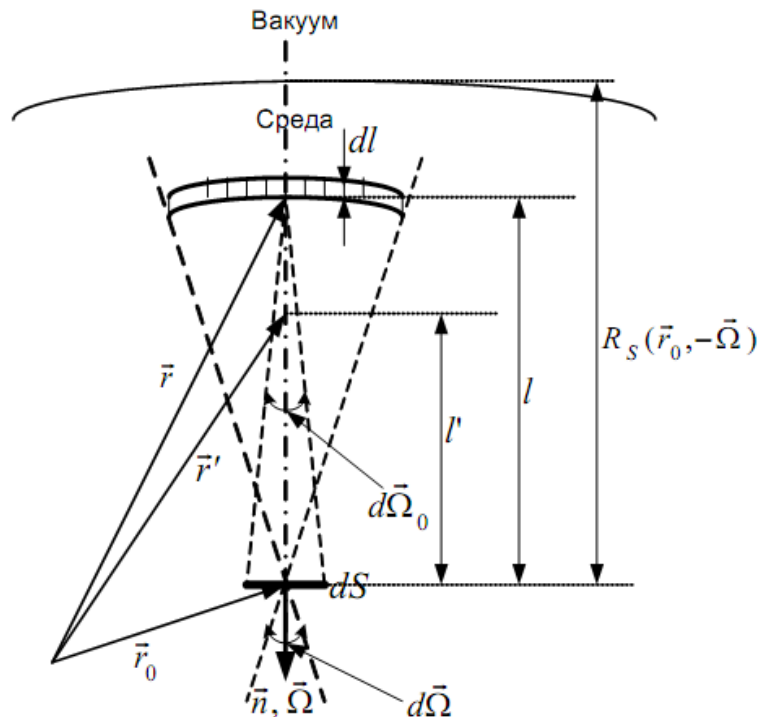


Рис. 6. Схема к выводу интегрального уравнения

Решим поставленную задачу, используя сферическую геометрию. На расстоянии  $l$  от площадки  $dS$  выделим элементарный сферический слой толщиной  $dl$  (см. рис. 6). В слое  $dl$  нейтроны появляются за счет действия внешних источников и рассеяния на ядрах среды. Нейтроны, родившиеся в области слоя  $dV$  (заштрихованной), если направление их скорости лежит в угловом диапазоне  $d\vec{\Omega}_0$  (телесный угол, под которым видна площадка  $dS$  из точки  $\vec{r}$ ), полетят в направлении площадки  $dS$  и, в случае избежания столкновений с ядрами среды, пересекут эту площадку в угловом диапазоне  $d\vec{\Omega}$ . Объем заштрихованной части сферического слоя  $dV$  равен  $4\pi l^2 dl d\vec{\Omega}$ . Если  $q(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$  – мощность внешних источников

нейтронов, то из заштрихованной области сферического слоя в направлении  $dS$  в диапазоне энергий  $dE$  полетит  $q(\vec{r}, E, \vec{\Omega})dVdEd\vec{\Omega}_0$  нейтронов, где  $d\vec{\Omega}_0 = \frac{dS}{4\pi l^2}$ . Аналогично, в результате рассеяния нейтронов на ядрах среды в объеме  $dV$  в направлении площадки  $dS$  полетит:

$$\int_0^{\infty} dE' \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \Sigma_S(\vec{r}, E') \Phi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') W_S(\vec{r}; E', \vec{\Omega}' \rightarrow E, \vec{\Omega}) dV dE d\vec{\Omega}_0$$

нейтронов, энергия которых лежит в интервале  $dE$ . Однако площадку  $dS$  пересекут не все нейтроны, которые после рождения имеют соответствующее направление скорости, а только те, которые на пути к площадке не столкнулись с ядрами среды. Вероятность нейтронам пройти в гетерогенной среде путь  $l$  без взаимодействия равна  $\exp\left\{-\int_0^l \Sigma_{tot}(\vec{r}', E) dl'\right\}$ . Умножим полное количество нейтронов, которые в результате рождения в элементарном сферическом слое имеют энергию в интервале  $dE$  и такое направление вектора скорости, что они полетели в направлении площадки  $dS$  вугловом диапазоне  $d\vec{\Omega}$ , на вероятность нейтронам пройти в гетерогенной среде путь  $l$  до площадки  $dS$  без взаимодействия и просуммируем по всем возможным значениям  $l$  от  $l=0$  до  $l = R_S(\vec{r}_0, -\vec{\Omega})$ , где  $R_S(\vec{r}_0, -\vec{\Omega})$  - расстояние от рассматриваемой точки  $\vec{r}_0$  до границы среды в направлении, противоположном направлению вектора  $\vec{\Omega}$ . В результате получим искомую функцию: среднестатистическое количество нейтронов, энергия которых лежит в интервале  $dE$  около энергии  $E$ , а направление вектора скорости - в интервале  $d\vec{\Omega}$ , около направления, определенного вектором  $\vec{\Omega}$ , и которые в единицу времени пересекают площадку  $dS$ , расположенную в точке  $\vec{r}_0$  таким образом, что вектор нормали к площадке  $\vec{n}$  совпадает с вектором направления скорости нейтронов  $\vec{\Omega}$ .

$$\begin{aligned} \Phi(\vec{r}_0, E, \vec{\Omega}) dS dE d\vec{\Omega} &\equiv \int_0^{R_S(\vec{r}_0, -\vec{\Omega})} dl \cdot \exp\left\{-\int_0^l \Sigma_{tot}(\vec{r}', E) dl'\right\} \times \\ &\times \left[ q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \int_0^{\infty} dE' \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \Sigma_S(\vec{r}, E') \Phi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') W_S(\vec{r}; E', \vec{\Omega}' \rightarrow E, \vec{\Omega}) \right] \times \\ &\times 4\pi l^2 d\vec{\Omega} \cdot dE \cdot \frac{dS}{4\pi l^2}. \end{aligned}$$

В последнем выражении учтено, что  $dV = 4\pi l^2 dl d\bar{\Omega}$  и  $d\bar{\Omega}_0 = \frac{dS}{4\pi l^2}$ .

Таким образом, после сокращения  $dS dE d\bar{\Omega}$  и учитывая, что  $\vec{r} = \vec{r}_0 - \bar{\Omega} \cdot l$  и  $\vec{r}' = \vec{r}_0 - \bar{\Omega} \cdot l'$ , окончательно получим:

$$\begin{aligned} \Phi(\vec{r}_0, E, \bar{\Omega}) = & \int_0^{R_S(\vec{r}_0, -\bar{\Omega})} dl \cdot \exp\left\{-\int_0^l \Sigma_{tot}(\vec{r}_0 - \bar{\Omega} \cdot l', E) dl'\right\} \times \\ & \times \left[ q(\vec{r}_0 - \bar{\Omega} \cdot l, E, \bar{\Omega}) + \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} \Sigma_S(\vec{r}_0 - \bar{\Omega} \cdot l, E') \times \right. \\ & \left. \times \Phi(\vec{r}_0 - \bar{\Omega} \cdot l, E', \bar{\Omega}') W_S(\vec{r}_0 - \bar{\Omega} \cdot l; E', \bar{\Omega}' \rightarrow E, \bar{\Omega}) d\bar{\Omega}' \right] \end{aligned}$$

Эта формула называется уравнением переноса нейтронов в интегральной форме. Граничное условие для этого уравнения имеет очевидный вид:  $\Phi(\vec{r}_0 - \bar{\Omega} \cdot R_S(\vec{r}_0, -\bar{\Omega}), E, \bar{\Omega}) = 0$ . Интегродифференциальное уравнение Больцмана и интегральная форма уравнения переноса полностью эквивалентны, т.е. одно уравнение может быть получено из другого путем тождественных математических преобразований.

### ТЕМА 3. ДИФФУЗИЯ НЕЙТРОНОВ

Основное приближение модели диффузии моноэнергетических нейтронов заключается в предположении, что все нейтроны имеют одну и ту же энергию, т.е. считается, что при взаимодействии с ядрами среды энергия нейтронов не изменяется. Это возможно, если при взаимодействии нейтронов с ядрами среды идут только процессы поглощения, упругого резонансного рассеяния или потенциального рассеяния на тяжелых или жестко связанных в кристаллической решетке или молекуле ядрах среды, поскольку при протекании всех перечисленных процессов взаимодействия нейтронов с ядрами среды энергия нейтрона не меняется. Показано, что для сред, состоящих из ядер с атомной массой более 10 атомных единиц массы (а.е.м.), использование диффузионного приближения дает хорошие результаты в случае, если это применение возможно, исходя из других ограничений, рассмотренных ниже. Рассматриваемая модель позволяет получать пространственное распределение нейтронов как в неразмножающих, так и в размножающих средах. Естественно, что модель диффузии моноэнергетических нейтронов допускает рассмотрение только моноэнергетического источника. Обобщение модели диффузии моноэнергетических нейтронов на многогрупповой случай, позволяет описывать не только пространственное, но и энергетическое распределение нейтронов для широкого класса задач расчета ядерных реакторов.

Если рассматривать изотропный внешний источник и учесть, что рассеяние на тяжелых ядрах изотропно в лабораторной системе, то из семимерного фазового пространства остается только пространственная и временная переменные. Таким образом, модель диффузии моноэнергетических нейтронов описывает только изменение во времени пространственного распределения нейтронов.

#### Балансное уравнение для скоростей процессов

Все уравнения, описывающие нейтронное поле в том или ином приближении по сути отражают закон сохранения нейтронов в элементарном фазовом объеме, т.е. являются балансными уравнениями. Для вывода уравнения модели диффузии моноэнергетических нейтронов рассмотрим баланс нейтронов в фазовом объеме, характерном для данной модели, а именно, в элементарном пространственном объеме  $\Delta V$  с поверхностью  $\Delta S$ , расположенным около точки  $r$ .

Уравнение баланса скоростей процессов в единичном фазовом объеме:

$$-\operatorname{div} \vec{i}(\vec{r}, t) - \Sigma_a(\vec{r}) \cdot \Phi(\vec{r}, t) + v_f \Sigma_f(\vec{r}) \cdot \Phi(\vec{r}, t) + S(\vec{r}, t) = \frac{1}{V} \frac{\partial \Phi(\vec{r}, t)}{\partial t}.$$

Уравнение получено в рамках следующих предположений:

- все функции – статистические величины;
- нейтрон рассматривается как точечная частица;
- взаимодействия нейтрон-нейтрон не учитываются;
- нейтрон – стабильная частица;
- все нейтроны имеют одну и ту же энергию.

Оно записано относительно двух неизвестных функций – плотности потока и вектора тока нейтронов, поэтому для нахождения функции плотности потока нейтронов необходимо получить еще одно уравнение, связывающее эти две функции.

### Закон Фика

Закон Фика – уравнение, которое в рамках дополнительных предположений устанавливает связь между плотностью потока и вектором тока нейтронов. Дополнительные предположения, которые необходимо будет сделать в ходе вывода этого закона, выделены далее по тексту курсивом.

Рассмотрим большую среду – среду, характерные размеры которой много больше длины свободного пробега нейтронов в этой среде. Рассчитаем количество нейтронов, которые пересекают в единицу времени около момента  $t$  площадку  $dS$ , расположенную в начале координат так, что ее нормаль совпадает с осью  $Z$  в направлении из верхнего полупространства ( $Z > 0$ ) в нижнее ( $Z < 0$ ), рис. 7.

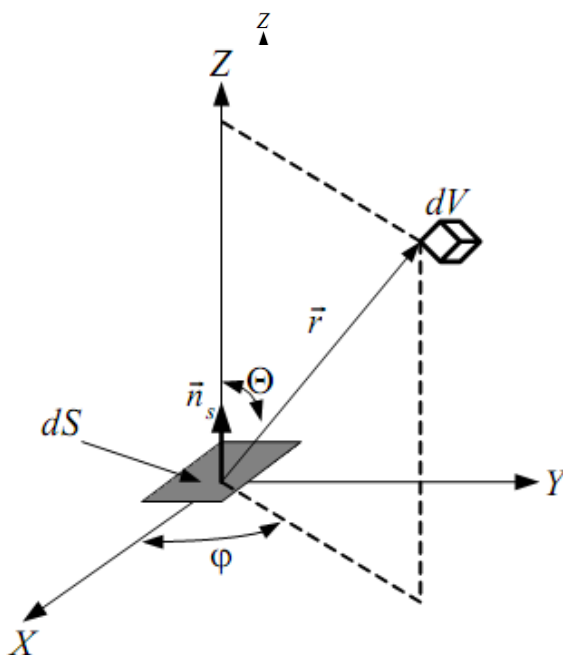


Рис. 7. К определению потока нейтронов

В случае изотропного рассеяния  $\frac{1}{4\pi r^2}$  из всех рассеявшихся нейтронов имеют направление движения в сторону единичной площадки на поверхности сферы радиусом  $r$  с центром в точке рассеяния. Для рассматриваемой площадки это число нейтронов составляет  $\frac{dS \cdot \cos\Theta}{4\pi r^2}$  от общего числа рассеянных в объеме нейтронов, где  $dS \cdot \cos\Theta$  – проекция рассматриваемой площадки  $dS$  на поверхность соответствующей сферы. Вероятность нейтрону пройти путь  $r$  без взаимодействия в среде –  $\exp\{-\Sigma_{tot}r\}$ , поэтому из всех нейтронов, которые испытали рассеяние в объеме  $dV$  в момент времени  $t'$ , после рассеяния только  $\Sigma_s(\vec{r}) \cdot \Phi(\vec{r}, t') \cdot dV \frac{dS \cdot \cos\Theta}{4\pi r^2} \cdot \exp\{-\Sigma_{tot}r\}$  нейтронов имеют направление движения в сторону площадки  $dS$ , достигнут площадку в момент времени  $t$  и, следовательно, пересекут ее. Проинтегрировав последнее выражение по всему верхнему полупространству ( $Z > 0$ ), получим полное число нейтронов, которые пересекают площадку  $dS$  против направления нормали в момент времени  $t$ , т.е. величину  $i_z^-(0, t) \cdot dS$ . При интегрировании учтем, что в сферических координатах  $dV = r^2 \sin\Theta \cdot dr \cdot d\Theta \cdot d\phi$ . Величина  $dS$  не зависит от переменных интегрирования, и сократится в правой и левой частях

$$i_z^-(0, t) = \int_0^\infty dr \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\Theta \Sigma_s(\vec{r}) \cdot \Phi(\vec{r}, t') \frac{\cos\Theta}{4\pi r^2} \exp\{-\Sigma_{tot}r\} r^2 \sin\Theta.$$

Под интегралом в правой части последнего равенства стоит функция  $\exp\{-\Sigma_{tot}r\}$ , которая при значении показателя  $\Sigma_{tot}r$ , уже равном трем, близка к нулю (а этот случай соответствует значению  $r = 3\lambda$ ). Поэтому подавляющий вклад в величину  $i_z^-(0, t)$  вносит область интегрирования от нуля до нескольких длин свободного пробега нейтрона. Предположим, что для рассматриваемой области справедливы следующие утверждения:

1) эта область находится далеко (более 2 – 3 длин свободного пробега нейтрона) от локальных неоднородностей (локализованные источники нейтронов, граница «среда – вакуум», граница раздела двух сред с разными свойствами);

2) в этой области слабое поглощение нейтронов ( $\Sigma_s \gg \Sigma_a$  т.е.  $\Sigma_{tot} \approx \Sigma_s$ );

3) сечение рассеяния в этой области не зависит от пространственной координаты;

4) среднее время между двумя последовательными процессами рассеяния нейтрона ( $\lambda_s/V$ ) много меньше времени, в течение которого существенно меняется плотность потока нейтронов в точке наблюдения.

Утверждение 3) после сокращения на  $r^2$  дает возможность переписать последнее выражение в виде

$$i_z^-(0,t) = \frac{\Sigma_s}{4\pi} \int_0^\infty dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\Theta \Phi(\vec{r}, t') \exp\{-\Sigma_{tot} r\} \cos\Theta \sin\Theta.$$

Предположение 4) позволяет утверждать, что выполняется следующее равенство:  $\Phi(\vec{r}, t') \approx \Phi(\vec{r}, t)$ , поскольку моменты времени  $t'$  и  $t$  отличаются на интервал времени не больший, чем время между двумя последовательными столкновениями нейтрона в среде, а согласно предположению 4) за это время функция плотности потока меняется не существенно. Предположения 1) и 2) дают возможность утверждать, что функция плотности потока нейтронов слабо меняется в рассматриваемой области, а следовательно, она достаточно хорошо может быть описана двумя первыми членами разложения ее в ряд Тейлора около нуля:

$$\Phi(\vec{r}, t) \approx \Phi(0, t) + \frac{\partial\Phi}{\partial x}(0, t) \cdot x + \frac{\partial\Phi}{\partial y}(0, t) \cdot y + \frac{\partial\Phi}{\partial z}(0, t) \cdot z,$$

где координаты  $x$ ,  $y$  и  $z$  выражаются в сферических координатах следующим образом:

$$x = r \sin \Theta \cos \varphi; \quad y = r \sin \Theta \sin \varphi; \quad z = r \cos \Theta.$$

После подстановки последних выражений в ряд Тейлора а его – в формулу для  $i_z^-(0,t)$ , получим справа четыре слагаемых, два из которых будут равны нулю, поскольку будут содержать интегралы  $\int_0^{2\pi} d\varphi \sin\varphi$  или  $\int_0^{2\pi} d\varphi \cos\varphi$ , которые равны нулю. Окончательно имеем:

$$i_z^-(0,t) = \frac{\Sigma_s}{4\pi} \Phi(0,t) \int_0^\infty dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\Theta \exp\{-\Sigma_{tot}r\} \cos\Theta \sin\Theta +$$

$$+ \frac{\Sigma_s}{4\pi} \frac{\partial\Phi}{\partial z}(0,t) \int_0^\infty dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\Theta r \cos\Theta \exp\{-\Sigma_{tot}r\} \cos\Theta \sin\Theta.$$

Учитывая, что одним из условий получения последнего уравнения являлось выполнение предположения 2), т.е. следующего равенства  $\Sigma_{tot} \approx \Sigma_s$ , сократим макроскопическое сечение рассеяния в числителе дробей с полным макроскопическим сечением в знаменателе и получим следующее выражение для одностороннего тока:

$$i_z^-(0,t) = \frac{\Sigma_s}{4\Sigma_{tot}} \Phi(0,t) + \frac{\Sigma_s}{6\Sigma_{tot}^2} \frac{\partial\Phi}{\partial z}(0,t).$$

Если провести рассмотрения, аналогичные уже проведенным, для площадки  $dS$ , расположенной не в начале координат с нормалью, ориентированной по оси  $Z$ , а для произвольной площадки  $dS$  с нормалью  $\vec{n}$ , расположенной в точке  $\vec{r}$ , то для односторонних токов можно получить следующие выражения:

$$i_n^-(\vec{r},t) = \frac{1}{4} \Phi(\vec{r},t) + \frac{1}{6\Sigma_{tot}} \frac{\partial\Phi}{\partial \vec{n}}(\vec{r},t),$$

$$i_n^+(\vec{r},t) = \frac{1}{4} \Phi(\vec{r},t) - \frac{1}{6\Sigma_{tot}} \frac{\partial\Phi}{\partial \vec{n}}(\vec{r},t),$$

$$i_n(\vec{r},t) = i_n^+(\vec{r},t) - i_n^-(\vec{r},t) = -\frac{1}{3\Sigma_{tot}} \frac{\partial\Phi}{\partial \vec{n}}(\vec{r},t).$$



Величину  $\frac{1}{3\Sigma_{tot}(\vec{r})}$  называют коэффициентом диффузии и обозначают  $D(\vec{r})$ :

$$D(\vec{r}) = \frac{1}{3\Sigma_{tot}(\vec{r})} \text{ [см]}.$$

Производная по нормали  $\frac{\partial\Phi}{\partial\vec{n}}(\vec{r},t)$  представляет собой проекцию градиента функции на нормаль  $\frac{\partial\Phi}{\partial\vec{n}}(\vec{r},t) = (\text{grad}\Phi(\vec{r},t) \cdot \vec{n})$  и обозначается как  $\nabla_n\Phi(\vec{r},t)$ . Учитывая этот факт и то, что  $i_n(\vec{r},t) = (\vec{i}(\vec{r},t) \cdot \vec{n})$ , из последнего равенства получается искомая связь между вектором тока нейтронов и плотностью потока нейтронов - закон Фика:

$$\vec{i}(\vec{r},t) = -D(\vec{r}) \nabla\Phi(\vec{r},t).$$

Суммировав используемые при выводе закона Фика предположения, можно утверждать, что закон Фика справедлив для больших (размер среды много больше длины свободного пробега нейтрона в среде) слабопоглощающих сред, состоящих из тяжелых (атомная масса больше 10 а.е.м.) ядер, далеко (более трех длин свободного пробега нейтрона в среде) от локальных неоднородностей и в случае, если макроскопическое сечение рассеяния слабо зависит от пространственной переменной.

При выводе закона Фика для односторонних токов в диффузионном приближении получены выражения:

$$i_n^-(\vec{r},t) = \frac{1}{4}\Phi(\vec{r},t) + \frac{D(\vec{r})}{2}\nabla_n\Phi(\vec{r},t);$$

$$i_n^+(\vec{r},t) = \frac{1}{4}\Phi(\vec{r},t) - \frac{D(\vec{r})}{2}\nabla_n\Phi(\vec{r},t).$$

Необходимо отметить, что в рамках диффузионного приближения возможно учесть слабую анизотропию упругого рассеяния, если для определения коэффициента диффузии вместо полного макроскопического сечения использовать так называемое транспортное макроскопическое сечение  $\Sigma_{tr}$ , которое рассчитывается по следующей формуле:

$$\Sigma_{tr} = \Sigma_{tot} - \mu \Sigma_s,$$

где  $\mu$  – средний косинус угла рассеяния в лабораторной системе. Если рассеяние в лабораторной системе изотропно, то средний косинус угла рассеяния равен нулю, и транспортное сечение равно полному сечению.

### Уравнение диффузии моноэнергетических нейтронов

Подставив закон Фика в уравнение баланса скоростей процессов превращения нейтронов, получим:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} D(\vec{r}) \nabla \Phi(\vec{r}, t) - \Sigma_a(\vec{r}) \cdot \Phi(\vec{r}, t) + v_f \Sigma_f(\vec{r}) \cdot \Phi(\vec{r}, t) + \\ + S(\vec{r}, t) = \frac{1}{V} \frac{\partial \Phi(\vec{r}, t)}{\partial t}. \end{aligned}$$

уравнение диффузии моноэнергетических нейтронов и справедливо только, если выполняются все предположения, сделанные при выводе закона Фика, т.е. для больших слабопоглощающих сред, состоящих из тяжелых ядер, далеко от локальных неоднородностей и в случае, если макроскопическое сечение рассеяния слабо зависит от пространственной переменной.

Во всех других случаях использование уравнения диффузии для описания нейтронного поля будет приводить к неадекватным результатам, причем погрешность описания будет тем больше, чем существеннее нарушаются перечисленные условия.

Запишем уравнение диффузии моноэнергетических нейтронов для нескольких частных случаев:

1) стационарная задача (нет зависимости от временной переменной)

$$\operatorname{div} D(\vec{r}) \nabla \Phi(\vec{r}) - \Sigma_a(\vec{r}) \cdot \Phi(\vec{r}) + v_f \Sigma_f(\vec{r}) \cdot \Phi(\vec{r}) + S(\vec{r}) = 0;$$

2) стационарная задача, среда неразмножающая (сечение деления равно нулю)

$$\operatorname{div} D(\vec{r}) \nabla \Phi(\vec{r}) - \Sigma_a(\vec{r}) \cdot \Phi(\vec{r}) + S(\vec{r}) = 0;$$

3) гомогенная (свойства среды не зависят от пространственной переменной) неразмножающая среда, стационарная задача –

$$D \Delta \Phi(\vec{r}) - \Sigma_a \cdot \Phi(\vec{r}) + S(\vec{r}) = 0.$$

Поскольку в случае гомогенной среды ее свойства не зависят от пространственной переменной, следовательно, в первом слагаемом коэффициент диффузии можно вынести за знак дивергенции, а дивергенция от градиента функции – лапласиан этой функции. Этот факт учтен в последнем уравнении. Разделим последнее уравнение на коэффициент диффузии и введем новое обозначение:

$$L^2 = \frac{D}{\Sigma_a} \text{ [см}^2\text{]}.$$

Введенная величина называется квадратом длины диффузии нейтронов, а  $L$  [см] – длиной диффузии нейтронов соответственно.  $L$  пропорциональна среднеквадратичному смещению нейтрона от точки его термализации до точки поглощения средой.

Перепишем последнее уравнение в виде стационарного уравнения диффузии в гомогенной неразмножающей среде с внешним источником нейтронов.

$$\Delta\Phi(\vec{r}) - \frac{1}{L^2} \cdot \Phi(\vec{r}) + \frac{1}{D} S(\vec{r}) = 0.$$

Начальное и граничные условия:

$$\Phi(\vec{r}, 0) = f(\vec{r}), \text{ где } f(\vec{r}) \text{ – известная функция.}$$

$$\Phi_1(\vec{r}_S, t) = \Phi_2(\vec{r}_S, t)$$

$$D_1 \nabla_n \Phi_1(\vec{r}_S, t) = D_2 \nabla_n \Phi_2(\vec{r}_S, t).$$

на границе «среда – вакуум»: 
$$\frac{\nabla_n \Phi(\vec{r}_S, t)}{\Phi(\vec{r}_S, t)} = -\frac{1}{2D} = -\frac{3}{2} \Sigma_{tr} = -\frac{1}{\alpha}$$

Используя более точные приближения, чем диффузионное, можно показать, что (для обеспечения наилучшей точности описания плотности потока нейтронов внутри среды в рамках диффузионного приближения) длину линейной экстраполяции плотности потока в вакуум надо рассчитывать не как  $\frac{2}{3} \lambda_{tr}$ , а как  $0,71 \lambda_{tr}$ .

## Раздел II. ИЗМЕНЕНИЕ ЭНЕРГИИ НЕЙТРОНОВ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С ВЕЩЕСТВОМ

### ТЕМА 4. ЗАМЕДЛЕНИЕ НЕЙТРОНОВ В СРЕДАХ

Замедления нейтронов происходит в результате их рассеяния на ядрах среды. Процесс рассеяния нейтронов включает в себя потенциальное, упругое резонансное и неупругое резонансное рассеяния. Потенциальное и упругое резонансное рассеяния называют упругим рассеянием. Сечение рассеяния нейтронов в зависимости от кинетической энергии нейтрона имеет сложную зависимость, но из анализа соответствующих данных можно сделать вывод, что для легких ядер в широком диапазоне энергий идет только процесс потенциального рассеяния, сечение которого не зависит от кинетической энергии нейтрона.

До тех пор, пока длина волны нейтрона больше или сравнима с размером ядра, на котором происходит рассеяние, угловое распределение рассеянных нейтронов изотропно в системе центра масс. Поскольку легкие ядра имеют относительно небольшие размеры, и длина волны нейтрона обратно пропорциональна его кинетической энергии, то для легких ядер в широком диапазоне энергий выполняется указанное выше соотношение между длиной волной и размером ядра, а следовательно, рассеяние нейтронов изотропно в системе центра масс. Чем тяжелее ядро, тем оно больше и, следовательно, потенциальное рассеяние становится анизотропным при меньших значениях кинетической энергии нейтрона. Пороговое значение кинетической энергии нейтрона, при которой рассеяние становится анизотропным в системе центра масс (максимальное значение энергии, при котором рассеяние еще изотропно в системе центра масс), оценивается по формуле:

$$E_{\max} = \frac{10 \text{ МэВ}}{A^{2/3}},$$

где  $A$  – атомная масса ядра, а.е.м. Исходя из этой формулы, потенциальное рассеяние становится анизотропным при рассеянии на ядре водорода при 10 МэВ, а при рассеянии на ядре углерода – при около 2 МэВ.

Таким образом, в результате рассмотрения процесса рассеяния нейтронов на легких ядрах среды можно сделать два вывода:

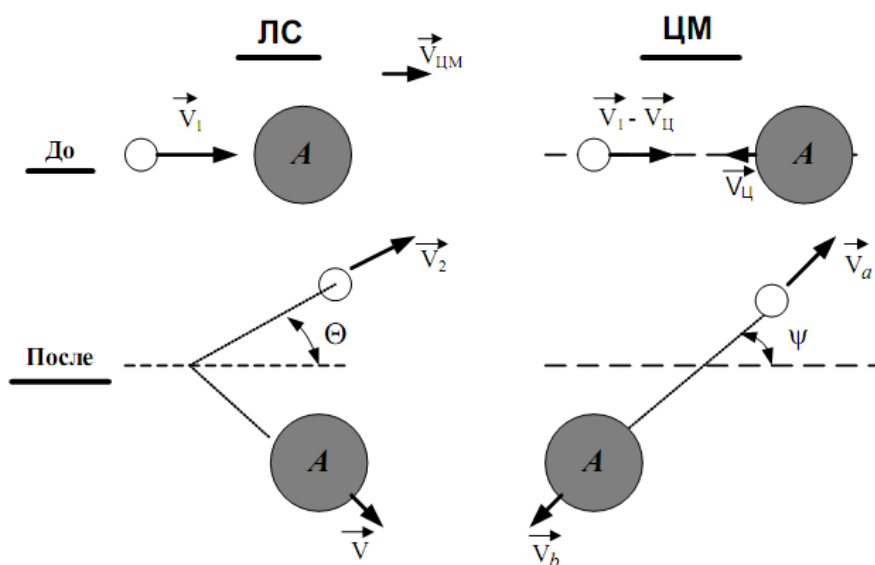
- сечение рассеяния нейтронов в области замедления не зависит от энергии нейтрона, поскольку замедление нейтронов идет только за счет процессов упругого потенциального рассеяния на ядрах замедлителя;
- рассеяние нейтронов изотропно в системе центра масс.

## Кинематика замедления

Рассмотрим процесс замедления нейтронов за счет упругого потенциального рассеяния, т.е. столкновений нейтрона с ядром, при котором меняется только скорость нейтрона и ядра, но не квантово-механическое состояние ядра. Будем считать, что:

- нейтроны сталкиваются со свободными ядрами, т.е. ядро не связано в молекуле или кристаллической решетке (это хорошее приближение для рассматриваемой области энергий, такой подход позволяет описывать процесс рассеяния нейтрона на ядре как столкновение двух упругих шаров);

- до рассеяния ядро покоится в лабораторной системе (ЛС), т.е. кинетическая энергия нейтрона на много больше энергии теплового движения ядер среды (это утверждение верно для рассматриваемой области энергий нейтронов и нарушается только в тепловой области). Задача заключается в нахождении связи энергии нейтрона после рассеяния ( $E_2$ ) с энергией нейтрона до рассеяния ( $E_1$ ) и углом рассеяния в системе центра масс. На рис. 8 приведена схема упругого рассеяния нейтрона в ЛС и в системе центра масс (ЦМ).



$A$  – атомная масса ядра, а.е.м.;  $\vec{V}_1$  – скорость нейтрона в ЛС до взаимодействия;  $\vec{V}_2$  – скорость нейтрона в ЛС после взаимодействия;  $\vec{V}$  – скорость ядра в ЛС после взаимодействия;  $\Theta$  – угол рассеяния в ЛС;  $\vec{V}_Ц$  – скорость системы ЦМ относительно ЛС;  $\vec{V}_a$  – скорость нейтрона в системе ЦМ после взаимодействия,  $V_a = V_1 - V_Ц$ ;  $\vec{V}_b$  – скорость ядра в системе ЦМ после взаимодействия,  $V_b = V_Ц$ ;  $\psi$  – угол рассеяния в системе ЦМ

Рис. 8. Схема рассеяния нейтрона на ядре

При упругом рассеянии в системе ЦМ скорости по величине остаются неизменными, но меняется направление движения нейтрона и ядра. Так как атомная масса нейтрона равна единице, то учитывая, что в системе центра масс суммарный импульс равен нулю, можно записать:

$$V_1 - V_{Ц} = A \cdot V_{Ц},$$

$$V_{Ц} = \frac{V_1}{A+1}.$$

$$\vec{V}_2 = \vec{V}_a + \vec{V}_{ЦМ},$$

$$\vec{V}_{ЦМ} = -\vec{V}_{Ц}.$$

Связь скоростей и углов рассеяния в различных системах приведена на диаграмме скоростей (рис. 9).

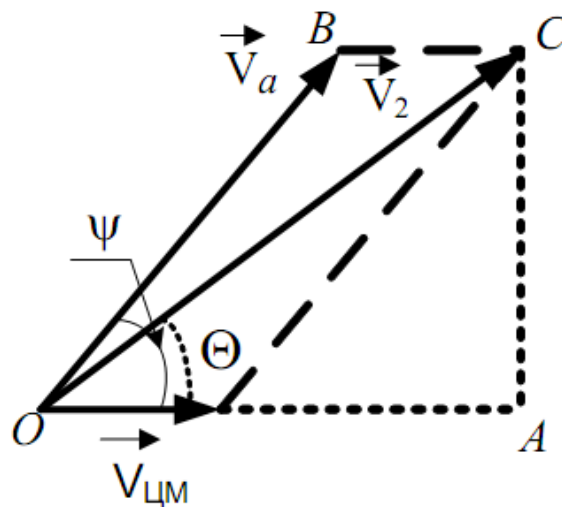


Рис. 9. Диаграмма скоростей

Возведя векторные равенства в квадрат и с учетом выражений

$$V_a = V_1 - V_{Ц} = V_1 - \frac{V_1}{A+1} = V_1 \frac{A}{A+1}; \quad V_{ЦМ} = V_1 \frac{1}{A+1},$$

Получим:

$$V_2^2 = V_1^2 \frac{A^2}{(A+1)^2} + V_1^2 \frac{1}{(A+1)^2} + 2 \cdot V_1^2 \frac{A}{(A+1)^2} \cos \psi$$

Переходя к кинетическим энергиями, приняв массу нейтрона за единицу, запишем:

$$E_2 = E_1 \frac{A^2}{(A+1)^2} + E_1 \frac{1}{(A+1)^2} + 2 \cdot E_1 \frac{A}{(A+1)^2} \cos \psi$$

$$E_2 = E_1 \frac{A^2 + 2 \cdot A \cos \psi + 1}{(A+1)^2}$$

Рассмотрим два предельных случая.

1. Если угол рассеяния в системе ЦМ равен нулю ( $\psi = 0$ ), что соответствует случаю отсутствия рассеяния, то  $\cos \psi = 1$  и

$$E_2 = E_1 \frac{A^2 + 2A + 1}{(A+1)^2} = E_1.$$

Таким образом, получен очевидный результат: если не было столкновения нейтрона с ядром, то его кинетическая энергия не изменилась.

2. Если угол рассеяния в системе ЦМ равен  $\pi$  ( $\pi = \psi$ ), что соответствует рассеянию нейтрона «прямо назад», то  $\cos \psi = -1$ , и

$$E_2 = E_1 \frac{A^2 - 2A + 1}{(A+1)^2} = E_1 \left( \frac{A-1}{A+1} \right)^2 \equiv E_1 \alpha,$$

$$\text{где } \alpha = \left( \frac{A-1}{A+1} \right)^2.$$

Поскольку второй случай соответствует максимальной потере кинетической энергии нейтрона, то  $E_2$  – минимально возможная энергия нейтрона после рассеяния. Величину  $\alpha$  называют максимальной относительной потерей энергии при одном столкновении нейтрона с ядром. Отметим, что эта величина определяется только атомной массой ядра, а возможный диапазон изменения  $\alpha$  лежит от единицы в случае бесконечно тяжелого ядра до нуля в случае самого легкого ядра (водород –  $A = 1$ ).

Таким образом, энергия нейтрона после упругого столкновения с ядром не может быть любой, а лежит внутри интервала

$$\alpha E_1 \leq E_2 \leq E_1 \text{ или } E_2 \in [\alpha E_1; E_1].$$

Интервал энергий  $[\alpha E_1; E_1]$  называется ступенькой замедления. Отметим, что в случае замедления на водороде  $A = 1$  и  $\alpha = 0$ , следовательно, нейтрон может потерять всю свою кинетическую энергию в результате одного столкновения с ядром. Для водорода ступенька замедления имеет вид  $[0; E_1]$ .

### Законы упругого рассеяния

Найдем распределение энергии рассеянного нейтрона ( $E'$ ) внутри ступеньки замедления. Это распределение описывается функцией  $\rho(E_1 \rightarrow E')$ , которая представляет собой плотность вероятности того, что нейтрон, обладающий до столкновения энергией  $E_1$ , после столкновения будет иметь энергию  $E'$ . Тогда функция  $\rho(E_1 \rightarrow E')dE'$  представляет собой вероятность того, что нейтрон, обладающий до столкновения энергией  $E_1$ , после столкновения будет иметь энергию в диапазоне  $[E'; E'+dE']$ .

Для того чтобы определить функцию  $\rho(E_1 \rightarrow E')$ , сначала найдем функцию  $\mathcal{W}(\psi)$  – плотность вероятности рассеяния нейтрона на угол  $\psi$  в системе ЦМ. При этом воспользуемся тем, что в рассматриваемом интервале энергий рассеяние изотропно в системе ЦМ. Схема процесса рассеяния нейтрона на угол  $\psi$  в системе ЦМ приведена на рис. 10.

На рис. 10 точкой  $O$  обозначена точка рассеяния. Все нейтроны, направление движения которых после рассеяния ограничено кривыми  $a-a_1$  и  $b-b_1$ , рассеялись в  $d\psi$  около  $\psi$ . Так как рассеяние изотропно в системе ЦМ, то вероятность рассеяния равна  $S/S^*$ , где  $S$  – площадь сферы;  $S^*$  – часть площади сферы, ограниченная кривыми  $a-a_1$  и  $b-b_1$  (заштрихованная область на рис. 10). Площадь сферы  $S = 4\pi R^2$ . Поскольку  $d\psi$  – элементарный угловой диапазон, то

$$S^* = 2\pi \cdot r \cdot |ab| = 2\pi \cdot R \sin \psi \cdot R d\psi = 2\pi R^2 \sin \psi d\psi$$



так как  $r = R \sin \psi$ , а  $|ab| = R d\psi$ .

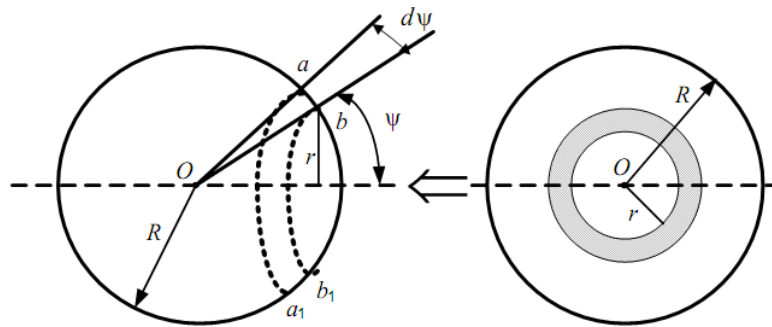


Рис. 10. Схема рассеяния нейтрона в системе ЦМ

Вероятность рассеяться на угол  $d\psi$  описывается функцией  $W(\psi) d\psi$ :

$$W(\psi)d\psi = \frac{S^*}{S} = \frac{2\pi R^2 \sin \psi d\psi}{4\pi R^2} = \frac{1}{2} \sin \psi d\psi .$$

Из последнего выражения следует, что:

$$W(\psi) = \frac{1}{2} \sin \psi .$$

Очевидно, что  $\int_0^{\pi} d\psi W(\psi) = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} d\psi \sin \psi = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$ , т.е. вероятность рассеяния на любой угол в интервале от 0 до  $\pi$  равна единице.

Из курса теории вероятности известно, что для двух функций  $\mathfrak{F}(x)$  и  $\mathfrak{R}(y)$  в случае, если переменные  $x$  и  $y$  однозначно связаны между собой, справедливо следующее выражение:

$$\mathfrak{F}(x) |dx| = \mathfrak{R}(y) |dy(x)| ,$$

которое представляет собой равенство соответствующих вероятностей.

В рассматриваемом случае известна функция  $W(\psi)$ , а надо определить функцию  $\rho(E_1 \rightarrow E')$ , в которой переменная  $E'$  однозначно связана с

переменной  $\psi$ , т.е. в рассматриваемом случае  $E' = E'(\psi)$ . Используя вышеприведенные соотношения, получаем:

$$p(E_1 \rightarrow E') |dE'| = W(\psi) |d\psi|;$$

$$p(E_1 \rightarrow E') = W(\psi) \left| \frac{d\psi}{dE'} \right|.$$

Первое из приведенных выражений имеет очевидный физический смысл: поскольку энергия нейтрона после рассеяния  $E'$  однозначно связана с углом рассеяния в системе ЦМ  $\psi$ , то вероятность рассеяния в энергетический интервал  $dE'$  равна вероятности рассеяния в соответствующий угловой интервал  $d\psi$ .

$$\cos \psi = \frac{(A+1)^2}{2A} \frac{E'}{E_1} - \frac{A^2+1}{2A}.$$

После дифференцирования правой и левой частей этого уравнения получим:

$$p(E_1 \rightarrow E') = \frac{1}{2} \sin \psi \frac{1}{\sin \psi} \frac{(A+1)^2}{2AE_1} = \frac{(A+1)^2}{4A} \frac{1}{E_1}.$$

Учитывая, что  $\alpha = \left( \frac{A-1}{A+1} \right)^2 = \frac{A^2 - 2A + 1}{(A+1)^2}$ , имеем:

$$-\sin \psi d\psi = \frac{(A+1)^2}{2AE_1} dE';$$

$$\left| \frac{d\psi}{dE'} \right| = \frac{1}{\sin \psi} \frac{(A+1)^2}{2AE_1}.$$

$$1 - \alpha = 1 - \left( \frac{A-1}{A+1} \right)^2 = \frac{A^2 + 2A + 1 - A^2 + 2A - 1}{(A+1)^2} = \frac{4A}{(A+1)^2}.$$

Окончательно получаем выражение для  $p(E_1 \rightarrow E')$ :

$$p(E_1 \rightarrow E') = \frac{1}{(1 - \alpha)E_1}.$$

Отметим, что последнее выражение не зависит от  $E'$  – кинетической энергии нейтрона после рассеяния. Вероятность того, что после рассеяния нейтрона его энергия будет лежать внутри ступеньки замедления, определяется выражением:

$$Y = \int_{\alpha E_1}^{E_1} dE' p(E_1 \rightarrow E') = \frac{1}{E_1(1 - \alpha)} \cdot E_1(1 - \alpha) = 1.$$

Таким образом, закон упругого рассеяния гласит, что после рассеяния нейтроны равномерно (равновероятно) распределены внутри ступеньки замедления.

Зная  $p(E_1 \rightarrow E')$ , можно рассчитать любые величины, характеризующие акт рассеяния нейтрона на ядре. Рассмотрим некоторые из этих величин.

1. Средняя потеря энергии нейтрона на одно столкновение с ядром массой  $A$ , т.е.

$$\overline{\Delta E} = \overline{(E_1 - E')},$$

$$\overline{\Delta E} = \frac{\int_{\alpha E_1}^{E_1} dE' p(E_1 \rightarrow E') \cdot (E_1 - E')}{\int_{\alpha E_1}^{E_1} dE' p(E_1 \rightarrow E')}.$$

Среднеарифметическая потеря энергии при столкновении нейтрона с ядром:

$$\xi \equiv \overline{\ln E_1 - \ln E'} = \overline{\ln \frac{E_1}{E'}},$$

Отсюда следует, что средняя энергия после столкновения  $\overline{E'} = E_1 \frac{1+\alpha}{2}$  ;  
 средняя потеря энергии на одно столкновение  $\overline{\Delta E} = E_1 \frac{1-\alpha}{2}$ .

где  $E_1$  – кинетическая энергия нейтрона до столкновения с ядром;  $E'$  – кинетическая энергия нейтрона после столкновения с ядром.

$$\xi = 1 + \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln \alpha.$$

### Летаргия

Удобно использовать не переменную энергии –  $E$ , а переменную летаргии –  $u$ , где летаргия однозначно связана с энергией следующим соотношением:

$$u = \ln \frac{E_{\text{ист}}}{E}.$$

Здесь  $E_{\text{ист}}$  – максимально возможная энергия нейтрона (энергия источника), а  $E$  – текущее значение энергии, которой соответствует летаргия  $u$ . Летаргия – величина безразмерная. Летаргия нейтронов, энергия которых равна  $E_{\text{ист}}$ , равна нулю, а в процессе замедления с уменьшением энергии нейтрона летаргия возрастает. Рассчитаем средний прирост летаргии на одно столкновение нейтрона с ядром:

$$|\overline{\Delta u}| = \left| \ln \frac{E_{\text{ист}}}{E_1} - \ln \frac{E_{\text{ист}}}{E'} \right| = \left| \ln E' - \ln E_1 \right| = \overline{\ln E_1 - \ln E'} = \xi, \text{ так как } E' < E_1.$$

Получаем, что средний прирост летаргии за одно столкновение равен среднелогарифмической потере энергии на одно столкновение  $\xi$ , не зависит от энергии нейтрона, при которой произошло столкновение с ядром, и определяется только массой ядра замедлителя.

Вывод уравнения замедления в бесконечной среде для водорода без поглощения, водорода с поглощением, любого ядра без поглощения и с поглощением рассмотрены в пособии [1].

### Спектры замедляющихся нейтронов. Спектр Ферми

Функция, которая описывает количество нейтронов в единичном пространственном объеме, энергия которых в процессе замедления в единицу времени меняется от значения большего  $E$  до значения меньшего  $E$ , называется плотностью замедления.

Плотность рассеяния  $F_{ac}(E)$  определяется выражением

$$F_S(E) = \Sigma_S(E)\Phi(E)$$

Спектр, описываемый формулой

$$\Phi(E) = \frac{q}{\Sigma_S(E) \cdot E},$$

называется спектром Ферми, и имеет физический смысл плотности потока рассеянных нейтронов. Перепишем спектр Ферми в переменных летаргии:

$$\Phi(u) = \Phi(E) \cdot E = \frac{q}{\Sigma_S(u)}.$$

Рассмотрим асимптотическую область энергий. Считается, что асимптотическая область энергий начинается после третьей ступеньки замедления от энергии источника. Нейтрон должен испытать достаточно много столкновений с ядрами среды для того, чтобы его энергия попала в асимптотическую область. Асимптотическая область энергий характеризуется тем, что плотность рассеяния  $F_{ac}(E)$  уже не зависит от номера ступеньки замедления.

$$F_{ac}(u) = \frac{q}{\xi},$$

$$\Phi_{ac}(u) = \frac{q}{\xi \Sigma_S(u)}.$$

В асимптотической области энергий нейтронов устанавливается спектр Ферми.

### **Микроскопическое эффективное сечение поглощения**

Для реальных замедлителей поглощение всегда присутствует, поэтому нейтрон при столкновении с ядром может как рассеяться, так и поглотиться. Кроме того, среда, как правило, состоит из смеси ядер замедлителя и топлива, а при взаимодействии нейтронов с ядрами топлива преобладающей является именно реакция поглощения, а не рассеяния. Для учета поглощения нейтронов при замедлении, прежде всего, необходимо рассмотреть зависимость микроскопического эффективного сечения

поглощения от энергии. Из всех ядерных реакций поглощения в рассматриваемой области энергий преобладает реакция радиационного захвата. Поэтому здесь под реакцией поглощения понимается реакция радиационного захвата.

Ядерная реакция поглощения идет через образование составного ядра. При этом энергия возбуждения  $E^*$  составного ядра представляет собой сумму кинетической энергии нейтрона в системе центра масс ( $E$ ) и энергии связи нейтрона в составном ядре ( $E_{св}$ ):

$$E^* = E_{св} + E .$$

Существование составного ядра является экспериментальным фактом, причем его время жизни составляет  $10^{-17}$ – $10^{-13}$  с. После этого составное ядро распадается по одному из возможных каналов. Реакция радиационного захвата характеризуется тем, что в результате взаимодействия нейтрона с ядром образуется новый изотоп, а энергия возбуждения уносится гамма-квантами. Таким образом, реакция радиационного захвата приводит к поглощению исходного нейтрона ядром и всегда сопровождается гамма-излучением.

Микроскопическое сечение реакции радиационного захвата равно произведению микроскопического сечения образования составного ядра и вероятности распада составного ядра по каналу ( $n, \gamma$ )-реакции:

$$\sigma(n, \gamma) = \sigma_c(E) \cdot W(\gamma) .$$

Вероятность распада составного ядра по тому или иному каналу определяется только энергией возбуждения  $E^*$  и свойствами составного ядра, но не способом его образования. А сечение образования составного ядра определяется свойствами исходного ядра и кинетической энергией налетающего нейтрона в системе центра масс.

Микроскопическое сечение образования составного ядра описывается формулой Брейта – Вигнера:

$$\sigma_c(E) = g\pi\lambda^2 \frac{\Gamma_n \cdot \Gamma}{(E - E_r)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2},$$

где  $g$  – статистический множитель (зависит от взаимной ориентации спинов нейтрона и ядра), в нашем случае  $g = 1$ ;  $\lambda$  – приведенная длина волны де Бройля нейтрона;  $\Gamma_n$  – нейтронная ширина уровня;  $\Gamma$  – полная ширина уровня,  $\Gamma = \sum_i \Gamma_i$  ( $\Gamma_i$  – парциальные ширины уровня);  $E_r$  – энергия резонансного уровня;  $E$  – кинетическая энергия нейтрона в системе ЦМ.

Величины  $\Gamma_i$  и  $\Gamma$  являются известными параметрами данного уровня ядра и приведены в соответствующих справочниках.  $\Gamma_n$  называется нейтронной шириной уровня,  $\Gamma_\gamma$  – радиационной шириной,  $\Gamma_f$  – делительной шириной. Полная ширина уровня всегда есть сумма всех возможных для данного уровня парциальных ширин. Парциальные ширины измеряются как ширина резонанса в микроскопическом сечении соответствующей ядерной реакции на его полувысоте (рис. 11), а полная ширина – как ширина резонанса полного микроскопического сечения взаимодействия нейтрона с ядром на его полувысоте. По существу, парциальная ширина уровня характеризует неопределенность в энергии данного энергетического уровня по отношению к конкретному типу ядерной реакции.

Вероятности различных каналов распада составного ядра рассчитываются как отношение соответствующей парциальной ширины уровня к полной ширине этого уровня:

$$W(i) = \frac{\Gamma_i}{\Gamma}.$$

Это дает возможность описать резонансную часть зависимости микроскопического эффективного сечения радиационного захвата от энергии как систему гауссовых кривых, расположенных при  $E = E_r$ . Если рассмотреть зависимость микроскопического сечения радиационного захвата от энергии во всей области энергий, то можно выделить четыре характерные области энергий (рис. 12), которые наиболее ярко проявляются для тяжелых ядер (топливо):

- тепловая область энергий (ниже 1 эВ), в этой области для большинства ядер зависимость микроскопического сечения радиационного захвата от энергии описывается выражением  $1/V = 1/(E)^{0,5}$ ;
- область разрешенных резонансов (от долей электронвольт до килоэлектронвольт области энергий), в этой области каждый отдельный резонанс в сечении можно измерить отдельно (таких резонансов для тяжелых ядер может быть несколько сотен, причем высота резонансов падает с ростом кинетической энергии нейтрона);
- область неразрешенных резонансов лежит в килоэлектронвольтовой области энергий (эта область характеризуется тем, что в ней идет перекрытие отдельных резонансных уровней). Вместе область разрешенных и неразрешенных резонансов называется резонансной областью энергий;
- быстрая область энергий (выше верхней границы области неразрешенных резонансов), в этой области энергий сечение имеет плавную зависимость от энергии нейтрона, которая, как правило, хорошо описывается функцией  $1/E$ .

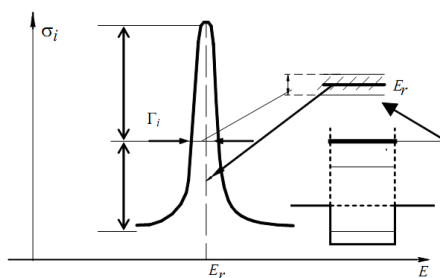


Рис. 11. Схема определения парциальных ширин уровня

Для самого нижнего резонанса, который для ряда тяжелых изотопов лежит около тепловой (или даже в тепловой) области энергий, кинетическая энергия нейтрона сравнима (или становится сравнимой при повышении температуры среды) с энергией теплового движения ядер среды. В этом случае необходимо учитывать направление движения ядра в момент взаимодействия с нейтроном.

Естественно, что при этом в зависимости от направления движения ядра меняется значение кинетической энергии нейтрона в системе ЦМ. Действительно, если в момент взаимодействия с нейтроном ядро двигалось в направлении от нейтрона, то кинетическая энергия нейтрона в системе ЦМ, которая определяет энергию возбуждения составного ядра,



будет меньше, чем в случае покоящегося ядра. А в случае, если ядро двигалось навстречу нейтрону – больше.

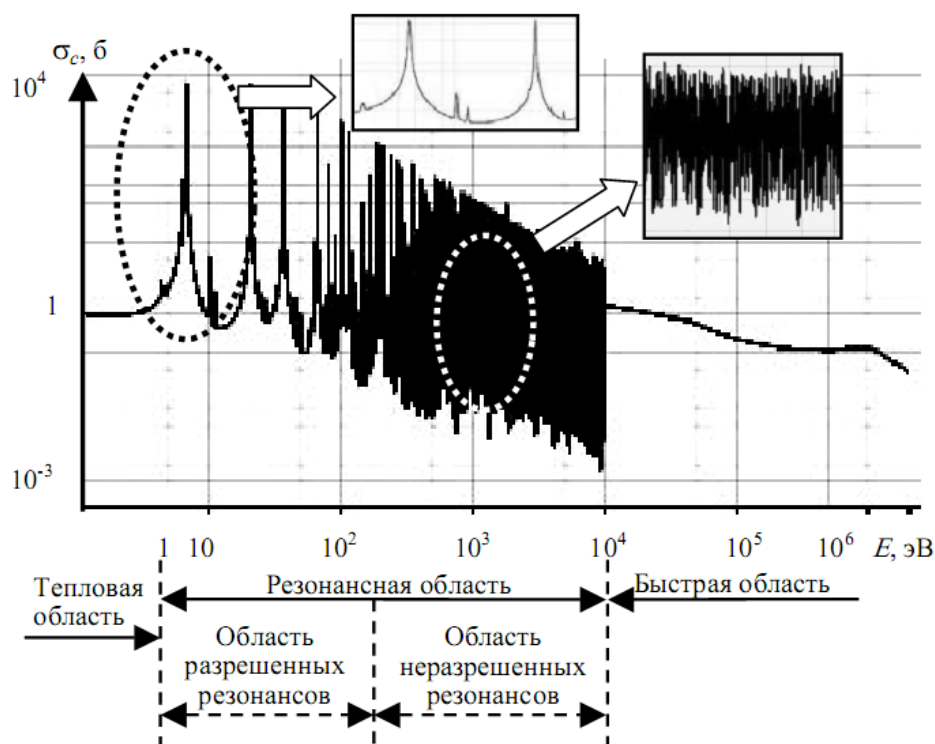


Рис. 12. Зависимость микроскопического сечения радиационного захвата  $^{238}\text{U}$  от энергии

Эту возникающую неопределенность в кинетической энергии нейтрона можно учесть, если для описания самого нижнего резонанса в сечении тяжелого ядра, вместо табличных значений парциальных ширин и полной ширины уровня взять соответствующим образом поправленные величины парциальных и полной ширин. Это, в свою очередь, приводит к тому, что гауссова кривая, описывающая резонанс, становится ниже и шире. Естественно, что поскольку средняя кинетическая энергия нейтрона (относительная кинетическая энергия, усредненная по всем возможным направлениям движения ядра) остается неизменной ввиду хаотичности движения ядер среды, то площадь под кривой остается также неизменной.

Этот эффект называется эффектом Доплера, а явление описанного изменения формы самого нижнего резонанса при увеличении температуры среды – доплеровским уширением резонанса. Доплер-эффект играет принципиальную роль для обеспечения безопасности ядерных реакторов. Поскольку одновременно с повышением мощности реактора нагревается топливо, то требование увеличения радиационного захвата при повышении

температуры топлива – обязательное для безопасной работы реактора. Ответственным за выполнение этого требования является эффект Доплера.

В тепловых ядерных реакторах физику реактора определяют скорости процессов в тепловой области энергий. При  $T_1$  (рабочей температуре топлива) первый резонанс в сечении радиационного захвата для  $^{238}\text{U}$ , которого в топливе 94 – 98 %, расположен выше тепловой области энергий ( $E_{r1} = 6,7$  эВ). Предположим, что произошло какое-либо событие, приведшее к увеличению мощности реактора. При этом температура топлива моментально повысится до  $T_2$ , и первый резонанс в сечении радиационного захвата  $^{238}\text{U}$  изменит форму и станет соответствовать  $T_2$ . Но при этой температуре уже значительная часть резонанса попадает в тепловую область энергии, а следовательно, возрастет среднее сечение радиационного захвата нейтронов в тепловой области, что приведет к уменьшению относительного количества делений ядер топлива, т.е., в конечном счете, к понижению температуры топлива. Этот эффект называется отрицательной обратной связью по температуре топлива.

### Эффективный и истинный резонансные интегралы

Рассмотрим задачу о нахождении спектра нейтронов и вероятности избежать поглощения при замедлении в среде, состоящей из смеси ядер замедлителя с атомной массой больше единицы и поглотителя (тяжелые ядра). Оказывается, что уравнение замедления в данной постановке задачи без дополнительных приближений (как в случае замедления на водороде) решить не представляется возможным.

В физике ядерных реакторов большой интерес представляет вероятность избежать поглощения при замедлении от  $E_0$  – энергии, при которой нейтроны рождаются (около 2 МэВ), до  $E_{th}$  – верхней границы тепловой области энергии (1 – 5 эВ). Естественно, что эту вероятность можно рассчитать по формуле:

$$\varphi(E_0, E_{th}) \approx \exp \left[ - \int_{E_{th}}^{E_0} \frac{\Sigma_a(E')}{\xi \Sigma_{tot}(E')} \frac{dE'}{E'} \right].$$

Расчет вероятности избежать поглощения при замедлении по этой формуле, представляет собой сложную задачу. Действительно, для каждой конкретной топливной композиции необходимо вычислить интеграл по энергетической переменной от функции, которая имеет сложную (резонансную) зависимость от энергии и которая стоит и в числителе, и в знаменателе подынтегральной функции. Задача существенно усложняется

для реальных сред, состоящих из нескольких десятков резонансных поглотителей (тяжелых ядер).

В показателе экспоненты в выражении стоит интеграл  $R = \int_{E_{th}}^{E_0} \frac{\Sigma_a(E')}{\xi \Sigma_{tot}(E')} \frac{dE'}{E'}$ , который пропорционален скорости поглощения нейтронов. Действительно, скорость поглощения нейтронов в области от  $E_{th}$  до  $E_0$  рассчитывается по формуле:

$$R_1 = \int_{E_{th}}^{E_0} \Sigma_a(E') \Phi(E') dE',$$

Перепишем  $R$  в переменных летаргии:  $R = \int_0^{u_{th}} \frac{\Sigma_a(u')}{\xi \Sigma(u')} du'$ , где  $u_{th}$  – летаргия, соответствующая  $E_{th}$ .

Если во всей области замедления реализуется случай слабого поглощения, то полное макроскопическое сечение приблизительно равно макроскопическому сечению рассеяния замедлителя и не зависит от энергии нейтрона ( $\Sigma_{tot}(E) \approx \Sigma_{S3}$ ). В этом случае выражение для  $R$  можно переписать следующим образом:

$$\int_0^{u_{th}} \frac{\Sigma_a(u')}{\xi \Sigma_{tot}(u')} du' = N_{\Pi} \int_0^{u_{th}} du' \frac{\sigma_{a\Pi}(u')}{\xi \Sigma_{S3}} = N_{\Pi} I \frac{1}{\xi \Sigma_{S3}},$$

где введено обозначение:

$$I \equiv \int_0^{u_{th}} du' \sigma_{a\Pi}(u').$$

Величина  $I$  называется истинным резонансным интегралом, представляет собой интеграл от микроскопического сечения поглощения поглотителя по всей области замедления и измеряется в барнах. Истинный резонансный интеграл не зависит от соотношения ядер поглотителя и замедлителя в среде, а является характеристикой данного нуклида. Для всех значимых в физике ядерных реакторов нуклидов он рассчитан и приведен в соответствующих справочниках. Таким образом, если во всей области замедления реализуется случай слабого поглощения,

то вероятность избежать резонансного захвата может быть рассчитана по формуле:

$$\varphi(0, u_{th}) = \exp \left\{ - \frac{N_{\Pi} I}{\xi \Sigma_{S3}} \right\}.$$

В общем случае преобразуем выражение для  $R$  следующим образом:

$$\int_0^{u_{th}} \frac{\Sigma_a(u')}{\xi \Sigma_{tot}(u')} du' = \frac{N_{\Pi}}{\xi \Sigma_{S3}} \int_0^{u_{th}} du' \sigma_{a\Pi}(u) \frac{\Sigma_{S3}}{\Sigma_{tot}(u')} = N_{\Pi} I_{\text{эф}} \frac{1}{\xi \Sigma_{S3}},$$

где введено обозначение

$$I_{\text{эф}} \equiv \int_0^{u_{th}} du' \sigma_{a\Pi}(u') \frac{\Sigma_{S3}}{\Sigma_{tot}(u')}.$$

Величина  $I_{\text{эф}}$  называется эффективным резонансным интегралом и измеряется в барнах. Эффективный резонансный интеграл рассчитывается для конкретной среды, поскольку он зависит от соотношения ядер поглотителя и замедлителя в среде, т.е. от изотопного состава среды. Эффективный резонансный интеграл в отличие от истинного учитывает резонансную самоэкранировку, поскольку использует спектр Вигнера. Зная эффективный резонансный интеграл в данной среде, можно рассчитать вероятность избежать поглощения при замедлении:

$$\varphi(0, u_{th}) = \exp \left\{ - \frac{N_{\Pi}}{\xi \Sigma_{S3}} I_{\text{эф}} \right\},$$

где  $N_{\Pi}$  – концентрация ядер поглотителя в среде.

Исходя из последней формулы, легко дать определение  $I_{\text{эф}}$ . Эффективный резонансный интеграл – эффективное микроскопическое сечение поглощения ядер резонансного поглотителя, которое позволяет на невозмущенном спектре замедления (спектре Ферми –  $1/\xi \Sigma S$ ) правильно рассчитать интегральную величину – вероятность избежать поглощения при замедлении.

## ТЕМА 5. ТЕРМАЛИЗАЦИЯ НЕЙТРОНОВ

Вся теория замедления нейтронов при упругом рассеянии, приведенная ранее, основывалась на законе рассеяния, который был получен в результате рассмотрения упругого взаимодействия нейтрона со свободным покоящимся ядром. Эти условия имели место для рассматриваемой области энергий – области замедления, но ядро уже нельзя считать свободным и покоящимся при описании взаимодействия нейтронов в области энергий ниже примерно нескольких электронвольт, т.е. в тепловой области энергии. Тепловая область энергий представляет собой область от примерно  $10^{-3}$  до нескольких электронвольт. Нейтронов с энергией ниже  $10^{-3}$  эВ в ядерном реакторе пренебрежимо мало, поскольку сечение поглощения с уменьшением энергии растет, как правило, пропорционально  $1/V$ , где  $V$  – скорость нейтронов. Значение верхней энергетической границы тепловой области  $E_{th}$  зависит от состава среды и ее температуры и составляет, как правило, несколько электронвольт или  $4 - 5 kT$ , где  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – абсолютная температура среды. Процесс рассеяния нейтронов на ядрах среды в тепловой области энергий всегда носит неупругий характер, называется термализацией и имеет ряд характерных особенностей.

1. В тепловой области кинетическая энергия нейтрона становится сравнима с энергией теплового движения ядер среды  $3kT/2$ .

Это означает, что при описании рассеяния нейтрона на ядре уже необходимо учитывать тепловое движение ядер среды, т.е. ядро не может считаться покоящимся. Учет теплового движения ядер среды приводит к тому, что энергия нейтрона после рассеяния может быть не только меньше, чем до рассеяния, как это было всегда в области замедления, но и возрастет в случае, когда, например, ядро движется навстречу нейтрону.

2. С уменьшением кинетической энергии нейтрона длина волны де Бройля соответствующего волнового пакета возрастает, и в тепловой области энергий становится существенно больше размера ядра и сравнима с размерами молекулы или размерами соответствующих кристаллических структур. Это приводит к тому, что при рассмотрении рассеяния нейтронной волны необходимо учитывать, что она взаимодействует не с отдельным ядром, как это было в области замедления, а с молекулой жидкости (газа) в целом или с соответствующей областью кристаллической структуры для твердых тел. При описании взаимодействия нейтронной волны с молекулой необходимо учитывать возбуждение колебательных и вращательных уровней соответствующей квантово-механической системы, а при описании взаимодействия нейтронной волны с кристаллической структурой – интерференцию рассеянных от разных кристаллических плоскостей нейтронных волн. Тепловую область энергий часто называют

еще областью термализации. Верхняя граница этой области выбирается таким образом, что выше ее справедлива теория замедления.

Учет вышеперечисленных фактов приводит к существенному усложнению описания процесса рассеяния нейтрона в тепловой области энергий, которое может быть выполнено только с использованием подходов квантовой физики. Задача существенно упрощается, если ограничиться учетом только теплового движения ядер среды при описании процесса рассеяния нейтрона – это, так называемая, модель одноатомного газа. В рамках этой модели фактически рассматривается равновесное состояние двух одноатомных газов, одним из которых являются нейтроны (легкий газ), а вторым – тяжелый газ, моделирующий среду и распределение ядер которого по энергии известно из классической термодинамики (распределение Максвелла). Такой подход позволяет выявить и проанализировать основные закономерности формирования спектра нейтронов в тепловой области энергии. В рамках модели одноатомного газа аналитически возможно найти закон рассеяния, т.е. плотность вероятности рассеяния нейтрона с энергией  $E$  до энергии  $E'$ . Вид плотности вероятности уже зависит от той энергии, которую нейтрон имел до рассеяния –  $E'$ . В случае, если эта энергия существенно больше средней энергии теплового движения ядер среды ( $E' \gg kT$ ), закон рассеяния совпадает с законом упругого рассеяния. Чем ниже кинетическая энергия нейтрона  $E$ , тем более явно проявляется неупругий характер рассеяния нейтрона, связанный с учетом теплового движения ядер, что приводит к возрастанию относительной доли нейтронов, энергия которых после рассеяния  $E'$  становится больше, чем энергия нейтрона до рассеяния –  $E$ .

### **Спектр Максвелла. Температура нейтронного газа**

Рассмотрим бесконечную гомогенную непоглощающую среду и предположим, что в тепловой области энергий нет источника замедляющихся нейтронов. В этом случае уравнение замедления имеет вид

$$\Sigma_S(E)\Phi(E) = \int_0^{E_{th}} dE' \cdot \Phi(E') \Sigma_S(E') p(E' \rightarrow E)$$

и в приближении модели одноатомного газа может быть решено аналитически. Фактически в данном случае устанавливается термодинамическое равновесие двух газов: тяжелого – ядра среды с температурой  $T$ , и легкого – нейтроны. Данная задача решена в рамках классической термодинамики и получено распределение ядер легкого газа (в данном случае нейтронов) по энергии, которое называется спектром Максвелла:

$$\Phi_M(E) = \frac{2\pi n}{(\pi kT)^{3/2}} \sqrt{\frac{2}{m}} E \exp\left[-\frac{E}{kT}\right],$$

где  $n$  – плотность нейтронов;  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – абсолютная температура среды (в градусах Кельвина);  $m$  – масса нейтрона;  $E$  – энергия нейтрона.

В реальной среде в тепловой области всегда присутствует поглощение нейтронов и источник замедлившихся из надтепловой области энергий (эпитепловых) нейтронов. Эти процессы приводят к отклонению спектра нейтронов от идеального спектра Максвелла. Поскольку микроскопическое эффективное сечение поглощения нейтронов в тепловой области энергий для большинства изотопов имеет зависимость, пропорциональную  $1/E$ , то учет поглощения нейтронов приводит к тому, что относительная доля нейтронов с малыми энергиями уменьшается, а следовательно, относительная доля нейтронов с более высокими энергиями возрастает. Поскольку источник замедлившихся нейтронов формируется за счет рассеяния нейтронов на ядрах среды в надтепловой области энергий, где рассеяние еще идет по классическому закону упругого рассеяния, то величина этого источника максимальна в области около  $E_{th}$  и равна нулю ниже энергии  $\alpha E_{th}$  (граница ступеньки замедления).

Поэтому учет в тепловой области источника замедляющихся нейтронов приводит к возрастанию в спектре доли нейтронов с относительно высокой энергией. Можно показать, что в случае учета перечисленных выше факторов спектр нейтронов в тепловой области энергий можно описать функцией, аналогичной  $\Phi_M$ , если вместо температуры среды  $T$  в формуле использовать величину  $T_n$  – эффективную температуру нейтронного газа, которая всегда по описанным выше причинам выше температуры среды и зависит от температуры и свойств среды. Эффективную температуру нейтронного газа можно оценить по формуле:

$$T_n = T \left( 1 + a \frac{\Sigma_a}{\xi \Sigma_S} \right),$$

где макроскопические сечения рассчитываются при энергии, соответствующей температуре среды;  $a$  – параметр, лежащий в интервале от единицы до двух, который находится из экспериментальных данных и известен для всех замедлителей. Очевидно, что чем больше сечение поглощения нейтронов, тем меньше в спектре относительная доля нейтронов с низкими энергиями и, следовательно, тем выше эффективная температура нейтронного газа. В сильнопоглощающих средах (например, в топливе)

эффективная температура нейтронного газа может отличаться от температуры среды более чем на порядок.

Если рассматривается не бесконечная среда, а среда конечных размеров, то существует эффект утечки нейтронов через внешнюю границу среды в вакуум. Утечка нейтронов из среды наиболее эффективно происходит из приграничного слоя размером 2–3 длины свободного пробега. Поскольку для нейтронов с более высокой энергией эффективное макроскопическое сечение поглощения, а следовательно, и полное эффективное сечение имеют более низкое значение, то длина пробега таких нейтронов в среде больше, чем длина пробега в среде нейтронов с более низкими нейтронами. Это приводит к тому, что вероятность нейтронам с более высокими энергиями вылететь из среды выше, чем соответствующая вероятность для нейтронов с более низкими энергиями. Таким образом, в спектре нейтронов, который устанавливается в области размером 2–3 длины свободного пробега около границы «среда–вакуум» для среды конечных размеров, относительная доля нейтронов с более высокими энергиями меньше, чем в спектре нейтронов, который устанавливается в этой среде вне области около границы. Этот эффект называется диффузионным охлаждением среды и приводит к понижению эффективной температуры нейтронного газа в области около границы «среда–вакуум» по отношению к эффективной температуре нейтронного газа во внутренних областях среды. При этом спектр нейтронов во внутренних областях большой среды может быть описан формулой Максвелла с соответствующей эффективной температурой нейтронного газа.

В случае, если в тепловой области энергий зависимость микроскопического эффективного сечения пропорциональна  $1/v_r$ , а это характерно для сечения поглощения большинства нуклидов, то эта зависимость может быть представлена в виде

$$\sigma_a(v_r) = \sigma_a(v_0) \frac{v_0}{v_r},$$

где индексом «0» обозначены значения функций в так называемой тепловой точке, которая характеризуется следующими значениями:  $v_0 = 2200$  м/с,  $E_0 = 0,0253$  эВ,  $T_0 = 20,46$  °С.

Используя полученное выражение и соотношение

$$\Phi_0 = n v_0 = n \sqrt{\frac{2kT_0}{m}},$$



запишем выражение для расчета среднего по тепловой области сечения поглощения:

$$\bar{\Sigma}_a = \Sigma_a(v_0) \frac{\Phi_0}{\Phi_T} = \Sigma_a(v_0) \frac{n \sqrt{\frac{2kT_0}{m}}}{\frac{2n}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{2kT_H}{m}}} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \Sigma_a(v_0) \sqrt{\frac{T_0}{T_H}}.$$

В случае, если зависимость эффективного микроскопического сечения в тепловой области отличается от  $1/v$ , а это имеет место для ряда тяжелых ядер, первый резонанс в сечении которых полностью или частично расположен в тепловой области энергий, для расчета средних по тепловой области сечений можно применять следующую формулу:

$$\bar{\Sigma}_i = g_i(T_H) \frac{\sqrt{\pi}}{2} \Sigma_a(v_0) \sqrt{\frac{T_0}{T_H}},$$

где множитель  $g_i(T_H)$ , который называется фактором Вескотта, и учитывает как отклонение зависимости эффективного микроскопического сечения в тепловой области, так и отклонение реального спектра нейтронов в области термализации от спектра Максвелла. Естественно, что ввиду наличия эффекта Доплера факторы Вескотта зависят от температуры среды и от эффективной температуры нейтронного газа. Эти факторы рассчитаны для разных процессов  $i$  и для различных нуклидов (табл. 4).

Таблица 4

$T_H, ^\circ\text{C}$	$^{235}\text{U}$		$^{239}\text{Pu}$	
	$g_a$	$g_f$	$g_a$	$g_f$
20	0,9780	0,9759	1,0723	1,0487
100	0,9610	0,9581	1,1611	1,1150
400	0,9294	0,9208	1,8905	1,6904
1000	0,9118	0,8956	3,5353	3,0079

## ТЕМА 6. ПРОСТРАНСТВЕННОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАМЕДЛЯЮЩИХСЯ НЕЙТРОНОВ

После рождения внешним источником, или в результате деления ядер среды, нейтроны сталкиваются с ядрами, теряя энергию, и одновременно смещаются от источника нейтронов в пространстве. Поэтому для описания нейтронного поля в среде необходимо учитывать взаимосвязанные процессы диффузии и замедления нейтронов, или, другими словами, описывать пространственно-энергетическое распределение нейтронов. Таким образом, фазовое пространство для модели описания нейтронного поля, которое будет рассмотрено в данной главе, представляет собой совокупность переменных  $(E, r)$ . Будет рассмотрена конечная однородная неразмножающая и слабопоглощающая среда ( $\Sigma_a \ll \Sigma_S$ , состоящая из тяжелых ядер ( $A \gg 1$ )).

Размер среды должен быть существенно больше длины свободного пробега нейтронов в этой среде. Модель нейтронного поля будет формулироваться для пространственных областей, расположенных далеко (более трех длин свободного пробега нейтрона в среде) от локальных неоднородностей и в асимптотической области энергий. В случае замедления на ядрах с атомной массой существенно большей единицы упругое потенциальное рассеяние изотропно в ЛС. Если при этом рассматривать изотропные источники нейтронов, то можно сформулировать уравнения относительно интегральных по угловой переменной функций, т.е. исключить зависимость от угловой переменной. Отметим, что требование того, чтобы среда состояла из тяжелых ядер, является необходимым для применимости рассматриваемой модели (для сред, состоящих из водорода и дейтерия, данная модель не применима), но расчетные исследования показали, что данная модель может с успехом использоваться для описания нейтронного поля в средах, состоящих из веществ с атомной массой больше десяти, т.е. для реальных замедлителей ( $H_2O$ ,  $C$ ,  $D_2O$ ,  $Be$  и др.).

### Уравнение замедления в диффузионном приближении

Рассмотрим баланс нейтронов в элементарном фазовом объеме  $dVdE$  около точки фазового пространства  $(E, r)$ . При этом одновременно учтем два процесса – замедление нейтронов и их диффузию. Рассмотрим стационарную задачу и неразмножающую среду, состоящую из тяжелых ядер.

Уравнение баланса нейтронов в элементарном фазовом объеме в данном случае будет иметь вид

$$-L(\vec{r}, E) - A(\vec{r}, E) + R(\vec{r}, E) + Q(\vec{r}, E) = 0,$$

где  $L(\vec{r}, E)$  – скорость утечки нейтронов из  $dVdE$  через границу объема  $dV$  за счет диффузии;  $A(\vec{r}, E)$  – скорость исчезновения нейтронов из  $dVdE$  за счет процессов поглощения и рассеяния нейтронов;  $R(\vec{r}, E)$  – скорость генерации нейтронов в  $dVdE$  за счет замедления при  $E' > E$ ;  $Q(\vec{r}, E)$  – скорость генерации нейтронов в  $dVdE$  внешним источником.

Отметим, что любое рассеяние нейтрона уводит его из фазового объема  $dVdE$ , поскольку вероятность того, что энергия нейтрона после рассеяния останется в элементарном интервале  $dE$  бесконечно мала.

В случае гомогенной среды (параметры среды не зависят от пространственной переменной) уравнение замедления в диффузионном приближении принимает вид

$$D(E)\Delta\Phi(\vec{r}, E) - \Sigma_{tot}(E)\Phi(\vec{r}, E) + \int_E^{\min(E_0, E/\alpha)} dE' \Sigma_S(E')\Phi(\vec{r}, E') \frac{1}{(1-\alpha)E'} + S(\vec{r}, E) = 0.$$

Третий член в этом уравнении называется интегралом столкновений.

### Модель непрерывного замедления

Рассмотрим асимптотическую область энергий, т.е. будем разбирать уравнение замедления в области, отстоящей от области источника более чем на три ступеньки замедления.

Преобразуем интеграл столкновений в уравнении. В интеграл столкновений входит функция

$$F_S(\vec{r}, E) = \Sigma_S(E)\Phi(\vec{r}, E)$$

– плотность рассеяния нейтронов около точки  $\vec{r}$  при энергии  $E$ . В бесконечной гомогенной неразмножающей и непоглощающей среде при замедлении на ядрах с атомной массой больше единицы в асимптотической области энергий устанавливается спектр Ферми. В данном случае рассматривается конечная (но большая) поглощающая (но слабопоглощающая) среда с неоднородным расположением источников нейтронов. Поскольку рассматриваемое уравнение применимо только для больших слабопоглощающих сред далеко от локальных неоднородностей, то можно ожидать, что функция плотности рассеяния слабо меняется по

энергетической переменной (летаргии) в пределах ступеньки замедления, а следовательно, функцию в пределах ступеньки замедления можно адекватно описать двумя членами разложения в ряд Тейлора по летаргии  $u$  (летаргия после рассеяние) около летаргии  $u'$  (летаргия до рассеяния):

$$F_S(\vec{r}, u') \approx F_S(\vec{r}, u) + \frac{\partial F_S(\vec{r}, u)}{\partial u} (u' - u)$$

Это выражение точное в бесконечной гомогенной среде без поглощения даже без второго члена. Введением второго члена в разложении учитывается конечность среды, наличие поглощения и локальных неоднородностей для большой слабопоглощающей среды далеко от локальных неоднородностей. Заметим, что чем меньше ступенька замедления, т.е. чем тяжелее ядра среды, тем меньше интервал, на котором проводится разложение функции, и, следовательно, точность аппроксимации функции двумя первыми членами разложения в ряд выше. Отметим, что использование разложения подразумевает, что энергия нейтрона в процессе замедления меняется непрерывно, а не дискретным образом. Это модель непрерывного замедления.

Уравнение замедления в диффузионном приближении в асимптотической области энергий в переменных летаргии записывается в виде

$$-D(u)\Delta\Phi(\vec{r}, u) + \Sigma_{tot}(u)\Phi(\vec{r}, u) - \int_{u-g}^u F_S(\vec{r}, u') \frac{e^{-(u-u')}}{1-\alpha} du' = 0$$

После подстановки ряда и интегрирования уравнения получим:

$$-D(u)\Delta\Phi(\vec{r}, u) + \Sigma_a(u)\Phi(\vec{r}, u) + \frac{\partial}{\partial u} (\xi \Sigma_S(u)\Phi(\vec{r}, u)) = 0$$

уравнение замедления в модели непрерывного замедления. Оно справедливо в асимптотической области энергий в том случае, если можно использовать закон Фика. Чем тяжелее ядра среды, тем более точно уравнение описывает пространственно-энергетическое распределение нейтронов в среде.

### Уравнение возраста

Выполним тождественные преобразования уравнения замедления к более удобной форме. Перейдем от плотности потока нейтронов к плотности замедления:

$$-\frac{D(u)}{\xi\Sigma_S(u)}\Delta j(\vec{r}, u) + \frac{\Sigma_a(u)}{\xi\Sigma_S(u)}j(\vec{r}, u) + \frac{\partial}{\partial u}j(\vec{r}, u) = 0;$$

$$\Delta j(\vec{r}, u) - \frac{\Sigma_a(u)}{D(u)}j(\vec{r}, u) - \frac{\partial j(\vec{r}, u)}{\frac{D(u)}{\xi\Sigma_S(u)}\partial u} = 0.$$

Введем новую переменную  $\tau$  – возраст нейтронов, которая удовлетворяет следующему равенству:

$$\tau(u) = \int_0^u \frac{D(u')}{\xi\Sigma_S(u')} du' = \int_0^u \frac{du'}{3\xi\Sigma_{tr}(u')\Sigma_S(u')} \quad [\text{см}^2]$$

С новой переменной уравнение запишется в виде:

$$\Delta j(\vec{r}, \tau) - \frac{\Sigma_a(\tau)}{D(\tau)}j(\vec{r}, \tau) - \frac{\partial j(\vec{r}, \tau)}{\partial \tau} = 0.$$

Это уравнение возраста, которое, по существу, есть уравнение баланса скоростей процессов в единичном фазовом объеме в модели непрерывного замедления. Первый член в этом уравнении описывает скорость изменения плотности замедления за счет диффузии нейтронов (утечка через границу пространственного объема), второй – скорость изменения плотности замедления за счет процессов поглощения, а третий – скорость изменения плотности замедления за счет процессов рассеяния при более высоких энергиях. Уравнение можно применять для описания пространственно-энергетического распределения нейтронов в асимптотической области энергий для больших слабопоглощающих сред, состоящих из тяжелых ядер, далеко от локальных неоднородностей и в

случае, если макроскопическое сечение рассеяния слабо зависит от пространственной переменной.

Происхождение названия «возраст нейтрона» связано с тем, что  $\tau$  однозначно связан и с хронологическим возрастом нейтронов – средним временем замедления нейтрона от  $E_0$  до  $E$ . Действительно, если  $V$  – скорость нейтрона, то  $dS = Vdt$  – путь, проходимый нейтроном за время  $dt$ , а  $\frac{Vdt}{\lambda_S}$  (где  $\lambda_S$  – средняя длина свободного пробега до рассеяния) – среднее число актов рассеяния на ядрах среды, которое испытал нейтрон на пути  $dS$ . В среднем за одно рассеяние летаргия возрастает на  $\xi$ , т.е. после  $\frac{Vdt}{\lambda_S}$  рассеяний прирост летаргии  $du$  можно определить как  $du = \frac{Vdt}{\lambda_S} \xi$ .

Поскольку  $d\tau = \frac{du}{3\xi\Sigma_S\Sigma_{tr}}$ , то после подстановки выражения для  $du$  имеем:

$$d\tau = \frac{Vdt\xi}{\lambda_S 3\xi\Sigma_S\Sigma_{tr}} = DVdt$$

Отсюда легко получить среднее время замедления до возраста :

$$T(\tau) = \int_0^\tau \frac{d\tau'}{D(\tau')V(\tau')}.$$

Возраст нейтронов – шестая часть среднего квадрата смещения (расстояние по прямой) нейтрона в процессе замедления от точки, где его энергия равна  $E_0$  (энергия источника), до той точки, где его возраст стал равен заданной величине  $\tau$ .

Возраст может быть определен экспериментально по данным активационного анализа.

Раздел III. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАСЧЕТА  
АКТИВНОЙ ЗОНЫ РЕАКТОРА  
ТЕМА 7. ЖИЗНЕННЫЙ ЦИКЛ НЕЙТРОНОВ В РЕАКТОРЕ

**Нейтронный цикл в реакторе на тепловых нейтронах**

Реактор на тепловых нейтронах обладает следующими особенностями:

1. Содержит большие количества замедлителя для эффективного уменьшения энергии нейтронов в пределах активной зоны;
2. Большинство делений происходит тепловыми нейтронами;
3. Урановое топливо имеет небольшое обогащение (0,71 – 5 %) по ядрам  $^{235}\text{U}$ .

В гомогенном реакторе топливо представляет собой однородную смесь делящегося материала и замедлителя (раствор, расплав и т.п.) Нейтронный цикл в реакторе на тепловых нейтронах описывает поведение среднего нейтрона, который вызвал деление  $^{235}\text{U}$  в тепловой области.

Рассмотрим основные процессы взаимодействия нейтронов с ядрами среды в бесконечном гомогенном реакторе на тепловых нейтронах. Средняя энергия нейтрона деления около 2 МэВ, но могут появляться нейтроны с энергией в диапазоне от 0,1 до 10 МэВ. Рассмотрим последовательно процесс взаимодействия нейтронов с ядрами среды в различных диапазонах энергии нейтронов. Диапазон 1–10 МэВ (быстрые нейтроны). Данные нейтроны могут вызвать реакцию деления или реакцию (n, 2n) на ядрах изотопа  $^{238}\text{U}$ , которого в тепловом реакторе значительно больше, чем делящегося изотопа  $^{235}\text{U}$ . Поэтому, хотя основной процесс в данной области энергий нейтронов – рассеяние нейтронов на ядрах замедлителя, некоторые нейтроны вызывают деление ядер урана и число нейтронов, покидающих диапазон через границу 1 МэВ, может превышать их начальное число в данном диапазоне. Этот эффект можно учесть введя коэффициент размножения на быстрых нейтронах –  $\mu$ . Вместо одного нейтрона, появившегося в реакции деления, из данного диапазона энергий в следующий диапазон будет перетекать  $\mu$  нейтронов. Для тепловых реакторов  $\mu = 1,01 - 1,03$ . Диапазон 1 эВ – 1 МэВ (промежуточные, замедляющиеся, резонансные нейтроны). В данном диапазоне энергий нейтроны в основном рассеиваются на ядрах замедлителя и постепенно теряют свою энергию. Сечение радиационного захвата на ядрах замедлителя в данном диапазоне очень мало и можно считать, что нейтроны только рассеиваются. Однако, иногда на их пути встречаются ядра урана. Вероятность столкновения с ядрами урана резко возрастает для нейтронов определенных энергий. Эти энергии называются резонансными, т.к. в сечении радиационного захвата нейтрона изотопом  $^{238}\text{U}$  имеются резкие пики

(резонансы). Для того, чтобы учесть процесс захвата нейтронов на ядрах урана можно ввести еще один коэффициент – вероятность избежать резонансного захвата –  $\varphi$  ( $\varphi = 0,75$ ). Произведение коэффициентов  $\mu$  и  $\varphi$  позволяет оценить количество нейтронов, которые достигнут тепловой области энергий. Диапазон  $10^{-5} - 1$  эВ (тепловые нейтроны). В данном диапазоне энергий нейтроны в основном рассеиваются на ядрах замедлителя, но в отличие от предыдущего диапазона, средняя энергия нейтронов не изменяется. В процессе рассеяния энергия нейтрона может, как уменьшаться, так и возрасти из-за того, что энергия ядер среды в данном диапазоне становится сравнимой с энергией налетающего нейтрона. Сечение радиационного захвата ядер замедлителя в тепловой области возрастает и радиационный захват нейтронов на них необходимо учитывать. Для этого можно ввести еще один коэффициент – вероятность избежать поглощения на ядрах замедлителя –  $\theta$  ( $\theta = 0,55$ ). Произведение коэффициентов  $\mu$ ,  $\varphi$  и  $\theta$  позволяет оценить количество нейтронов, которые достигнут тепловой области энергий и поглотятся в топливе. В тепловой области значительно возрастает сечение деления изотопа  $^{235}\text{U}$ . Поэтому, несмотря на то, что ядер данного изотопа значительно меньше, чем ядер других изотопов вероятность взаимодействия нейтронов с ядрами  $^{235}\text{U}$  становится значимой. Поглощение на ядрах топлива не всегда будет приводить к делению, т.к. возможна еще реакция радиационного захвата, как на ядрах  $^{238}\text{U}$ , так и на ядрах  $^{235}\text{U}$ .

$\eta$  – число вторичных нейтронов при захвате теплового нейтрона любым изотопом топлива ( $\eta = 2,5$ ). Значение  $\eta$  зависит от обогащения топлива, но практически не зависит от других характеристик среды. Произведение коэффициентов  $\mu$ ,  $\varphi$ ,  $\theta$  и  $\eta$  позволяет оценить количество нейтронов следующего поколения в системе на один быстрый нейтрон предыдущего поколения.

Формула четырёх сомножителей

$$K_{\infty} = \mu\varphi\theta\eta$$

при анализе обычно выделяют и называют коэффициентом размножения в бесконечной среде.  $K_{\infty}$  – служит характеристикой собственных размножающих свойств среды активной зоны определённого состава, указывая предельную, максимально возможную, величину эффективного коэффициента размножения в активной зоне этого состава при бесконечном увеличении её размеров.



Эффективный коэффициент размножения реальной активной зоны конечных размеров может быть записан

$$K_{\text{эфф}} = K_{\infty} p_3 p_T$$

Величина эффективного коэффициента размножения реактора с определённым составом активной зоны конечных размеров есть произведение коэффициента размножения в бесконечной среде на величины вероятностей  $p_3 p_T$  избежания утечки нейтронов для этой конечной активной зоны. Эффективные размножающие свойства активной зоны сложная комбинация свойств отдельных сторон нейтронного цикла в реакторе.

В гомогенной среде для каждого из сомножителей могут быть составлены простые выражения в форме отношения рожденных и поглощенных в процессе нейтронов, составленные из макроскопических сечений взаимодействия.

## ТЕМА 8. ОДНОСКОРОСТНАЯ ДИФФУЗИОННАЯ ТЕОРИЯ РЕАКТОРА

В реальной размножающейся среде, имеющей конечные размеры, неизбежна утечка нейтронов, которая не учитывалась при вводе формулы для  $K_{\infty}$ . Коэффициент размножения нейтронов для среды конечных размеров называют эффективным коэффициентом размножения  $K_{эф}$ ; при чем он по-прежнему определяется как отношение числа нейтронов данного поколения к соответствующему числу нейтронов предыдущего поколения. Если через  $P_3$  и  $P_d$  обозначить вероятности избежания утечки нейтронов в процессе замедления и диффузии соответственно, то можно записать

$$K_{эф} = K_{\infty} P_3 P_d.$$

Очевидно, что условием поддержания цепной реакции в среде конечных размеров будет соотношение  $K_{эф} \geq 1$ . Произведение  $P_3 P_d$  всегда меньше единицы, поэтому для осуществления самоподдерживающейся цепной реакции в системе конечных размеров необходимо, чтобы  $K_{\infty}$  был всегда больше единицы.

Утечка нейтронов из реактора зависит от его геометрических размеров. Так как рождение нейтронов происходит во всем объеме активной зоны, а утечка их только через поверхность реактора, то, очевидно, с увеличением линейных размеров реактора, относительная доля нейтронов, потерянных через поверхность, уменьшается, а вероятности избежания утечки растут.

Минимальный размер реактора, при котором можно осуществить самоподдерживающуюся цепную реакцию, называется критическим размером.

Таким образом, условие критичности реакторов запишется в виде

$$1 = K_{\infty} P_3 P_d.$$

Количество образующихся нейтронов при делении урана равно количеству нейтронов, покинувших реактор, поглощенных материалами при процессах замедления и диффузии. В случае, когда  $K_{эф} > 1$ , количество нейтронов в реакторе непрерывно будет возрастать. В подкритическом реакторе  $K_{эф} < 1$ .

Уравнение баланса нейтронов (для критического реактора запишется в виде:

$$D\nabla^2\Phi - \Sigma_a\Phi + S = 0,$$

где:

$D$  – коэффициент диффузии нейтронов,

$\Phi$  – нейтронный поток,

$S$  – количество рожденных тепловых нейтронов.

Количество тепловых нейтронов  $S$  определяется на основании следующего. На один тепловой нейтрон, поглощенный в материалах активной зоны реактора, количество тепловых нейтронов, поглощенных ураном, будет  $\theta$ , а на одно поглощение теплового нейтрона ураном образуется  $\eta$  быстрых нейтронов. Значит количество быстрых нейтронов будет равно  $\theta\eta$ . Эти нейтроны могут произвести деление при коэффициенте размножения  $\epsilon$ , тогда окончательно число быстрых нейтронов будет равно  $\theta\eta\epsilon$ . Быстрые нейтроны в процессе замедления избегают резонансное поглощение с вероятностью  $\phi$  и утечку с коэффициентом  $P_3$ . Значит количество образовавшихся тепловых нейтронов будет равно  $\theta\eta\epsilon\phi P_3$ .

Таким образом, при общем поглощении тепловых нейтронов в единице объема материалами активной зоны, равном  $\Sigma_a\Phi$ , вновь образуются тепловые нейтроны  $\Sigma_a\Phi\theta\eta\epsilon\phi P_3$ . Окончательно количество тепловых нейтронов определится следующим образом:

$$S = \Sigma_a\Phi K_{\infty}P_3.$$

$$D\nabla^2\Phi - \Sigma_a\Phi + \Sigma_a\Phi K_{\infty}P_3 = 0$$

$$\nabla^2\Phi + \frac{\Sigma_a}{D}(K_{\infty}P_3 - 1)\Phi = 0.$$

Величину, зависящую от свойств материалов, называют материальным параметром и обозначают  $B^2$

$$(K_{\infty}P_3 - 1)\frac{\Sigma_a}{D} = B^2,$$

$$\nabla^2\Phi + B^2\Phi = 0.$$

Оба уравнения, полученные на основании уравнения баланса нейтронов для стационарного случая, соответствуют критическому реактору, в котором эффективный коэффициент размножения равен единице ( $K_{эф} = 1$ ).

Принимая во внимание, что  $\frac{\Sigma_a}{D} = \frac{1}{L^2}$ ,

$$\frac{K_{\infty}P_3}{1 + B^2L^2} = 1,$$

где  $L$  – длина диффузии.

Вероятность избежания утечки нейтронов в процессе диффузии определяется выражением  $(1 + B^2L^2)^{-1}$ . Вероятность избежания утечки нейтронов в процессе замедления вычисляется на основании рассмотрения процесса замедления и оказывается равной

$$P_3 = e^{-B^2\tau},$$

где  $\tau$  – величина, называемая возрастом нейтронов и имеющая размерность  $\text{см}^2$ .

В общем виде, когда коэффициент размножения в реакторе отличается от единицы, уравнение запишется следующим образом:

$$K_{\text{эф}} = \frac{K_{\infty} e^{-B^2\tau}}{1 + B^2L^2}.$$

Уравнение является основным уравнением реактора, раскрывающим зависимость эффективного коэффициента размножения нейтронов от состава и размеров активной зоны. Это уравнение справедливо для гомогенного и гетерогенного реакторов. Особенность гетерогенности активной зоны отражается в подходе к расчету параметров уравнения четырех сомножителей, а именно величин  $\epsilon$ ,  $\phi$  и  $\theta$ .

При стационарном процессе

$$\frac{K_{\infty}}{1 + B^2M^2} = 1,$$

где  $M^2 = L^2 + \tau$  величина, называемая площадью миграции,  $\text{см}^2$ .

Решение уравнения дает возможность определить величину  $B^2$ . В данном случае этот параметр является функцией размеров и геометрической формы активной зоны. В частности, для цилиндрического реактора:

$$B^2 = \left(\frac{2,4}{R}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{H}\right)^2,$$

где  $R$  – радиус, а  $H$  – высота активной зоны. В данном случае величина  $B^2$  называется геометрическим параметром.

Так как оба значения  $B^2$  соответствуют критическому реактору, то для такого состояния реактора материальный параметр должен быть равен геометрическому. На основании этого в зависимости от заданных условий уравнение используется для решения двух типов задач: для определения состава активной зоны, если заданы ее размеры и геометрия, и для определения размеров реактора в случае заданного состава активной зоны.

При решении задач первого типа вычисляется значение геометрического параметра. В этом случае состав активной зоны, например, обогащение урана изотопом  $^{235}\text{U}$ , определяется из уравнения путем предварительной оценки обогащения и расчета для каждого случая величины  $K_{\text{эф}}$ .

При решении задач второго типа порядок расчета может быть принят следующим. По составу активной зоны, который характеризуется обогащением урана, видом замедлителя, конструкционными материалами и др., вычисляются значения  $K_{\infty}$ ,  $\tau$  и  $L^2$ . Величина геометрического параметра  $B^2$  для заданного значения  $K_{\text{эф}}$  находится путем графического решения уравнения. В этом случае предварительно задаются несколькими значениями  $B^2$  и строят график  $K_{\text{эф}} = f(B^2)$ . Определив величину  $B^2$ , находят требуемые размеры активной зоны.

Например, для цилиндрического реактора, приняв предварительно оптимальные ( $H = 1,85 R$ ) или требуемые соотношения между высотой и диаметром активной зоны, находят радиус или высоту реактора. Из уравнений следует, что с увеличением  $L^2$  и  $\tau$  материальный параметр уменьшается и, следовательно, уменьшается равный ему геометрический параметр. А это значит, что критические размеры реактора возрастают.

Данный результат физически вполне очевиден. Действительно  $\tau$  характеризует расстояние по прямой, на которое смещается нейтрон в процессе своего замедления до тепловой энергии, а  $L^2$  характеризует расстояние по прямой, пройденное тепловым нейтроном до точки захвата. Чем больше эти расстояния, тем меньше вероятность того, что нейтрон избежит утечки в процессах замедления и диффузии, т. е. тем больше должны быть размеры реактора, при которых обеспечивается самоподдерживающаяся цепная реакция.

Например, реактор, где в качестве замедлителя используется обычная вода, при прочих равных условиях будет иметь значительно меньшие размеры, чем реактор с графитовым замедлителем, так как для воды  $L = 2,73$  см и  $\tau = 31$  см<sup>2</sup>, а для графита  $L = 54$  см и  $\tau = 364$  см<sup>2</sup>.

### **Нейтронный поток. Количество взаимодействий нейтронов с ядрами вещества активной зоны реактора. Мощность реактора, выраженная через нейтронный поток**

Решение уравнения  $\nabla^2\Phi + B^2\Phi = 0$  приводит также к зависимости, характеризующей распределение нейтронного потока по объему активной зоны. Для цилиндрического реактора с высотой  $H$  радиусом  $R$  эта зависимость имеет вид

$$\Phi = \Phi_{\max} J_0\left(\frac{2,4}{R} r\right) \cos \frac{\pi}{H} h,$$

где  $\Phi_{\max}$  – значение нейтронного потока в центре активной зоны;

$h, r$  – текущие координаты по высоте и радиусу активной зоны;

$J_0\left(\frac{2,4}{R} r\right)$  – текущее значение функции Бесселя нулевого порядка

первого рода.

Максимальное значение потока тепловых нейтронов в реакторе без отражателя устанавливается в геометрическом центре активной зоны и постепенно уменьшается до нуля с приближением к ее экстраполированным границам. В цилиндрическом реакторе изменение нейтронного потока по высоте при  $r = 0$ , когда  $J_0(0) = 1$ , будет описываться зависимостью

$$\Phi(h,0) = \Phi_{\max} \cos \frac{\pi h}{H}.$$

Коэффициент неравномерности нейтронного потока по высоте активной зоны определяется следующим образом:

$$K_h = \frac{\Phi_{\max}}{\Phi_{\text{ср.}h}} = \frac{\Phi_{\max}}{\frac{1}{H} \int_{-\frac{H}{2}}^{+\frac{H}{2}} \Phi_{\max} \cos \frac{\pi h}{H} dh} = \frac{\pi}{2} = 1,57.$$

Коэффициент неравномерности нейтронного потока по радиусу цилиндрического реактора будет равен

$$K_r = \frac{\Phi_{\max}}{\Phi_{\text{ср.}r}} = \frac{\Phi_{\max}}{\frac{1}{\pi R^2} \int_0^R \Phi_{\max} J_0\left(\frac{2,4}{R} r\right) 2\pi r dr} = 2,31.$$

Произведение коэффициентов  $K_h$  и  $K_r$  называется коэффициентом неравномерности нейтронного потока по объему активной зоны

$$K_v = K_h K_r = 3,62.$$

По известным значениям коэффициентов неравномерности нейтронного потока и при заданном значении среднего нейтронного потока можно определить величину максимального нейтронного потока в реакторе

$$\Phi_{\max} = K_v \Phi_{\text{ср}},$$

где  $\Phi_{\text{ср}}$  – средний нейтронный поток в реакторе, отнесенный к объему активной зоны. Средняя величина нейтронного потока может быть определена на основании следующего. Число делений урана в  $1 \text{ см}^3$  за 1 с составляет  $\Sigma_f \Phi_{\text{ср}}$ , а общее число делений во всем объеме активной зоны будет

равно  $\Sigma_f \Phi_{\text{ср}} V_{\text{аз}}$ . Если мощности 1 кВт соответствует  $3,1 \cdot 10^{13}$  делений в секунду, то мощность реактора можно выразить уравнением

$$W_p = \frac{\Sigma_f \Phi_{\text{ср}} V_{\text{аз}}}{3,1 \cdot 10^{13}},$$

отсюда

$$\Phi_{\text{ср}} = \frac{3,1 \cdot 10^{13} W_p}{\Sigma_f V_{\text{аз}}}.$$

Средние значения нейтронных потоков в энергетических реакторах находятся в пределах  $10^{12} \div 10^{14} \frac{\text{нейтр}}{\text{см}^2 \cdot \text{с}}$ .

Для выравнивания энерговыделения по радиусу цилиндрической активной зоны загрузка может быть выполнена с увеличением обогащения от центра к периферии. Например, могут быть использованы ТВС разной степени выгорания.

Активная зона набирается из центральной и двух периферийных подзон при трехгодичном использовании топлива с ежегодной догрузкой трети свежих ТВС, перестановкой по трети ТВС одного и двух годов выгорания внутри зоны и выгрузкой трети топлива, отработавшего срок. Расчет ведут в рамках трех уравнений диффузии нейтронов по подзонам, загруженным ТВС с разным выгоранием.

Могут применяться разные стратегии загрузки. Менее выгоревшее топливо ставят ближе к центру (in-in-out): получают максимальную неравномерность, максимальный коэффициент размножения; минимальные утечка и флюэнс на корпус. Более выгоревшее топливо ставят ближе к центру (out-in-in): получают минимальные неравномерность, и коэффициент умножения; максимальная утечка и флюэнс на корпус.

## ТЕМА 9. ТЕОРИЯ РЕАКТОРА НА ОСНОВЕ ФОРМУЛЫ ЧЕТЫРЕХ СОМНОЖИТЕЛЕЙ

Зависимость  $K_\infty$  от водоуранового отношения  $\omega$  имеет максимум, при котором топливо и нейтроны используются максимально эффективно. Для чистой холодной воды этот максимум расположен при  $\omega_{\text{опт}} \approx 2$ , следовательно, для энергетических реакторов было бы оптимально выбрать именно такое значение  $\omega_{\text{опт}}$ , и соответствующие этому  $\omega$  шаг решетки и диаметр ТВЭЛ, рис. 13). И действительно, для реактора ВВЭР 1000 водоурановое отношение выбрано приблизительно  $\omega \approx 1,8$ . Решетки с  $\omega$  в диапазоне 0,5–1,1 называют тесными (или «недозамедленными»), а решетки с  $\omega$  более 3 – разреженными (или «перезамедленными»).

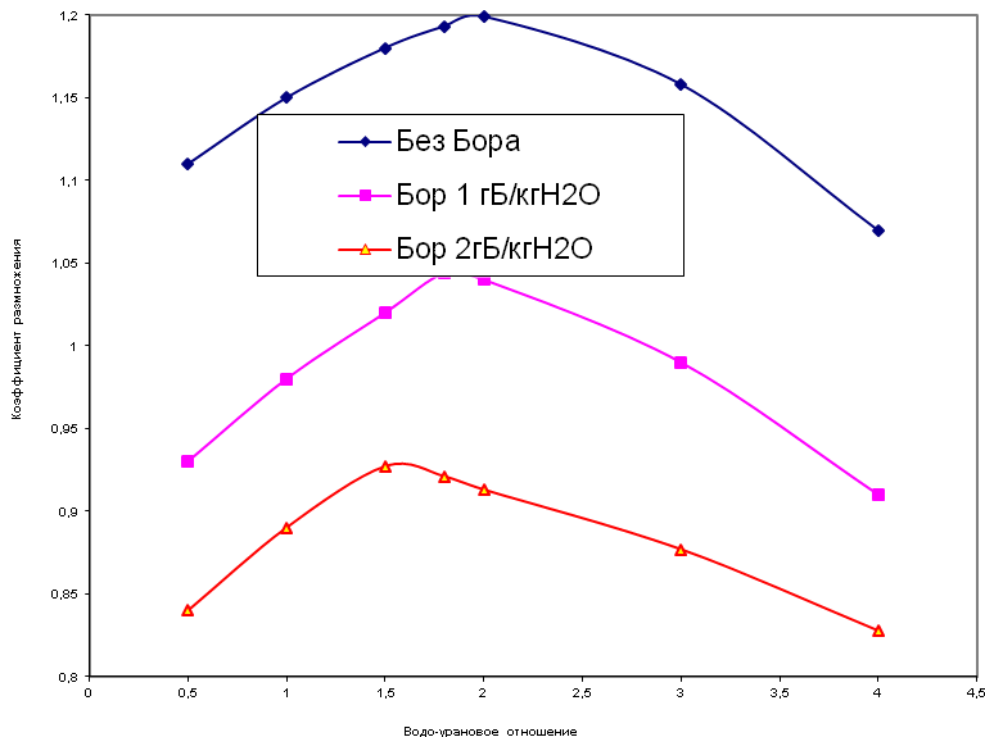


Рис. 13. Влияние водоуранового отношения на коэффициент размножения

Сравнение семейства кривых  $K_\infty$  при разных концентрациях бора  $C_B$  (их можно легко перевести и в концентрации борной кислоты  $C_{H_3BO_3}$  через коэффициент  $C_B \cdot 5,72 = C_{H_3BO_3}$ ) показывает, что кривые для  $K_\infty$  с ростом концентрации бора «проседают» вниз, что естественно, а их максимумы смещаются влево, что крайне важно для безопасности.



От величины  $\omega$  зависит не только характеристика  $K_{\infty}$ . Если на график  $K_{\infty}$  наложить график коэффициента воспроизводства вторичного горючего (КВ) от  $\omega$ , то окажется, что это кривая монотонно убывает от значений КВ  $\approx 0,9$  (при  $\omega \approx 0,5$ ) до КВ  $\approx 0,3$  (при  $\omega \approx 4$ ). Это означает, что в тесных решетках ценой неоптимальности использования топлива можно получать гораздо более высокое воспроизводство вторичного топлива, чем в обычных ВВЭР (где КВ  $\approx 0,5$ ). Следовательно, реактор с тесной решеткой будет иметь неоптимальную повышенную топливную загрузку, но удлиненную кампанию с повышенным воспроизводством, что существенно для реакторов специального назначения. Наоборот, при высоких значениях  $\omega$  воспроизводство плутония будет существенно снижено по сравнению с обычным энергетическим реактором ВВЭР.

Если в холодном состоянии решетка имеет выбранное отношение  $\omega_{\text{хол}}$  (здесь и далее под величиной  $\omega$  будет подразумеваться отношение масс или отношение количества ядер т.е.  $\omega'$ ), то при разогреве и снижении плотности воды ее количество в ячейке будет, естественно, уменьшаться, а значит будет снижаться и значение  $\omega(T)$ . Следовательно, если, например, принять  $\omega_{\text{хол}}$  в чистой воде равным 2,5, то при росте температуры критичность системы начнет расти, а значит, в интервале  $\omega(T)$  от 2,5 до 2 система является ядерно-опасной. Если же принять  $\omega_{\text{хол}} = 1,8$ , то при любом разогреве она всегда будет только снижать критичность и реактивность.

Следует помнить, однако, что максимумы семейства кривых для разного содержания бора в воде смещаются влево, значит, отношение  $\omega_{\text{хол}}$  действительно безопасное в чистой воде, может быть опасно при концентрации бора 2гБ/кгН<sub>2</sub>О. Значит, для выбранного в конструкции  $\omega_{\text{хол}}$  необходимо определить предельное значение концентрации бора и борной кислоты, при котором решетка будет всегда обладать свойствами ядерной безопасности, соответствующими ПБЯ РУ АЭС. Из приближенных оценок подобного рода (точные делаются только по специальным расчетным программам) следует, что максимальная безопасная концентрация борной кислоты для реактора ВВЭР 1000 после перегрузки и перед физическим пуском не должна превышать значений 8–8,5 гБК/кгН<sub>2</sub>О.

Еще раз стоит отметить особые аспекты «правильных», с точки зрения правил ядерной безопасности, плотностных эффектов реактивности, существенные для эксплуатации. При разогреве реактора от комнатной температуры 20 °С к рабочей (270–280 °С), будет наблюдаться потеря запаса реактивности примерно на 2–3 $\beta_{\text{эф}}$ . Наоборот, при расхолаживании реактора с

рабочих температур к нормальным, следует ожидать соответствующего возрастания реактивности.

Приведенное выше рассмотрение плотностного температурного эффекта относилось к рабочему диапазону температур ( $20^{\circ}\text{C}$ – $280^{\circ}\text{C}$ ) и плотностей ( $\gamma = 1,0 - 0,75\text{г/см}^3$ ) реактора. Однако оно не в меньшей, а может быть даже в большей, степени определяет поведение плотностного эффекта и свойства безопасности ВВЭР в аварийных режимах, когда плотность может изменяться в диапазонах  $\gamma = 0,75-0,25-0,0\text{ г/см}^3$ . Для этих режимов также можно заключить, что ядерная безопасность ВВЭР с изменением плотности воды будет обеспечена.

В реакторе РБМК охлаждение ТВС происходит кипящей водой, а замедление в блоках графита. Из-за высокой замедляющей способности воды, замедление проходит и в воде. Получается решетка с двумя замедлителями. Поскольку вода поглощает нейтроны заметно сильнее графита, потеря воды (например, вследствие увеличения доли пара в теплоносителе) уменьшает и замедление и поглощение. Это два противоположно действующих на величину коэффициента размножения процесса. Для целей безопасности целесообразно добиваться отрицательного влияния эффекта на коэффициент размножения, например, за счет выбора конструкции.

## ТЕМА 10. ГЕТЕРОГЕННЫЕ ЭФФЕКТЫ В РЕАКТОРАХ (ТЕОРИЯ РЕШЕТКИ)

Основное преимущество гетерогенного размещения топлива в ядерных реакторах заключается в пространственном разделении процессов замедления и поглощения (в основном резонансного), вследствие чего общая величина поглощения нейтронов в активной зоне может быть снижена.

### Понятие бесконечно протяженной решетки

Большинство существующих реакторов имеют гетерогенную структуру активной зоны. Во-первых, гетерогенное размещение ядерного топлива в активной зоне позволяет пространственно разделить несовместимые по физико-химическим свойствам материалы топлива, теплоносителя и замедлителя, что способствует повышению надежности и безопасности реакторов.

Во-вторых, как будет показано ниже, гетерогенное размещение топлива, замедлителя и теплоносителя приводит к улучшению размножающих свойств активной зоны. Благодаря этому удалось построить первые ядерные реакторы на природном уране.

В настоящее время существует большое разнообразие гетерогенных компоновок активных зон ядерных реакторов. В реакторах на быстрых нейтронах, в которых отсутствует замедлитель, топливные элементы погружены в теплоноситель и омываются им. То же самое имеет место и для реакторов водо-водяного типа (ВВЭР, ВК, PWR и BWR), в которых вода является одновременно и теплоносителем и замедлителем (рис. 14).

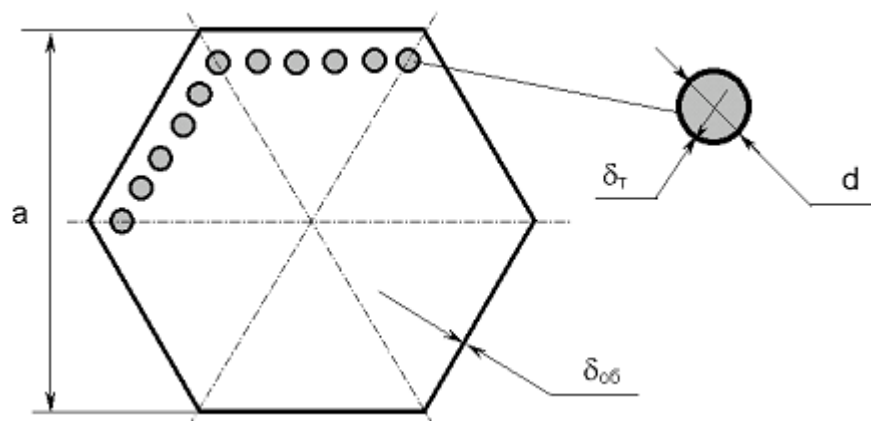


Рис. 14. Форма тепловыделяющей сборки реакторов ВВЭР:  
 $a$  – ТВС «под ключ»;  $\delta_{об}$  – оболочка (чехол) ТВС;  $\delta_T$  – оболочка ТВЭЛ;  
 $d$  – ТВЭЛ

В реакторах, где функции теплоносителя и замедлителя разделены, как, например, в РБМК и CANDU, топливо размещено в каналах и омывается теплоносителем, а сам теплоноситель отделен от замедлителя стенками канала (рис. 15). Более сложная гетерогенная структура размещения различных компонентов активной зоны имеет место в газографитовых реакторах, где топливо структурно размещено вместе с замедлителем и такие компакты омываются газообразным теплоносителем.

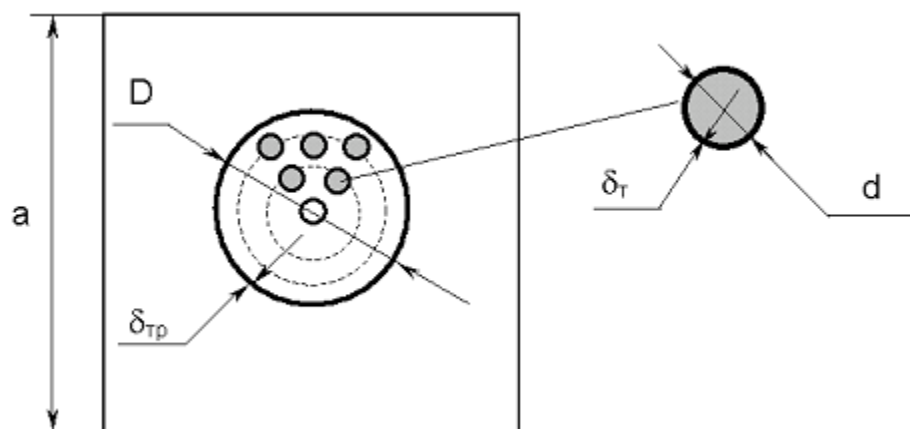


Рис.15. Форма тепловыделяющей сборки реакторов РБМК:  
 $a$  – ячейка;  $\delta_{тр}$  – оболочка трубы канала;  $D$  – труба канала;  
 $\delta_{т}$  – оболочка ТВЭЛ;  $d$  – ТВЭЛ)

Типичный ТВЭЛ состоит из топливного сердечника (блока) цилиндрической формы, заключенного в металлическую оболочку. В современных энергетических реакторах в качестве оболочки обычно используется либо сплав циркония и ниобия, либо нержавеющая сталь. В высокотемпературных газографитовых реакторах ТВЭЛ представляет собой микросферу из урана, окруженную несколькими слоями керамических покрытий.

С теплотехнической точки зрения диаметр топливных блоков должен быть как можно меньше, чтобы увеличить поверхность теплоотдачи на единицу массы топлива. Поэтому число ТВЭЛов в активной зоне энергетического реактора составляет несколько десятков тысяч. Для удобства загрузки и выгрузки такого количества ТВЭЛов их объединяют в сборки, состоящие из десятков и сотен ТВЭЛ. Сборкой называют конструкцию, представляющую совокупность определенным образом размещенных в решетке ТВЭЛов.

Тепловыделяющие элементы в сборках образуют фрагменты периодических решеток. В реакторах ВВЭР и БН решетка – треугольная,

поскольку твэлы в ней расположены в вершинах равностороннего треугольника, а в реакторах типа PWR и BWR решетка квадратная, так как твэлы в ней расположены в вершинах квадрата.

Квадратную решетку образуют и графитовые блоки в реакторе РБМК. Длина стороны равностороннего треугольника или стороны квадрата называется шагом решетки. Решетки также можно рассматривать как совокупности ячеек. В этом случае говорят, что сборки имеют ячеистую структуру. Как правило, наряду с твэлами, сборки содержат различные регуляторы, расположенные в определенном порядке. Такие сборки в активной зоне можно рассматривать как сложные ячейки (полиячейки).

Бесконечно протяженная решетка называется регулярной, если она периодическая и состоит из ячеек одного сорта (типа). Такие решетки называют также бесконечной гетерогенной средой (см. рис. 16). В бесконечно протяженной решетке тепловыделяющие элементы бесконечно длинные.

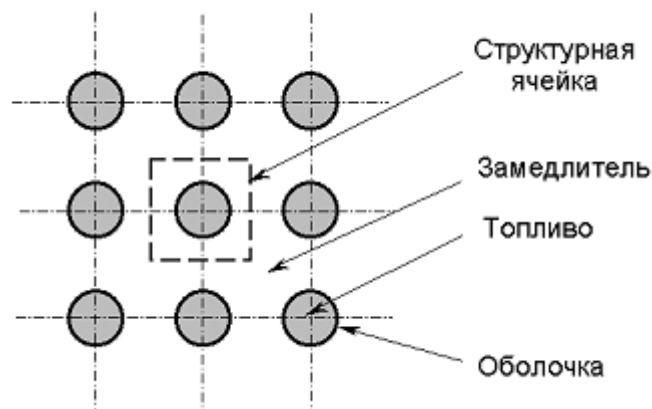


Рис. 16. Бесконечно протяженная регулярная решетка

### Метод эффективной гомогенизации

Сборки и активные зоны энергетических реакторов содержат большое число твэлов и их можно рассматривать как протяженные решетки. Естественно желание применить расчетные методы реакторов, основанных на гомогенных размножающих средах, к гетерогенным периодическим средам. Для этого используется так называемый метод «эффективной гомогенизации». Основная идея метода заключается в переходе от гетерогенных сред к гомогенным средам с эффективными константами, позволяющими правильно описывать процессы размножения, замедления и диффузии нейтронов в гетерогенных реакторах на основе соотношений, полученных для гомогенных реакторов.

Для бесконечной протяженной решетки пространственное распределение нейтронов будет иметь периодическую структуру.

Элементом периодичности выступает пространственное распределение нейтронов в одной ячейке. Если характерный размер ячейки  $R$  существенно превышает среднюю длину свободного пробега нейтронов  $R \gg \lambda$ , то для таких нейтронов пространственное распределение будет резко неоднородным. В конечной среде, составленной из периодической решетки твэлов, пространственное распределение нейтронов представляется в виде произведения двух составляющих, одна из которых описывает глобальное распределение нейтронов в гомогенной среде, а вторая – периодическую составляющую, отвечающую бесконечно протяженной решетке.

В результате этого функция пространственного распределения нейтронов будет иметь осцилляции (тонкая структура), обусловленные пространственной неоднородностью самих ячеек (рис. 17). Для быстрых и тепловых нейтронов осцилляции могут иметь значительные амплитуды.

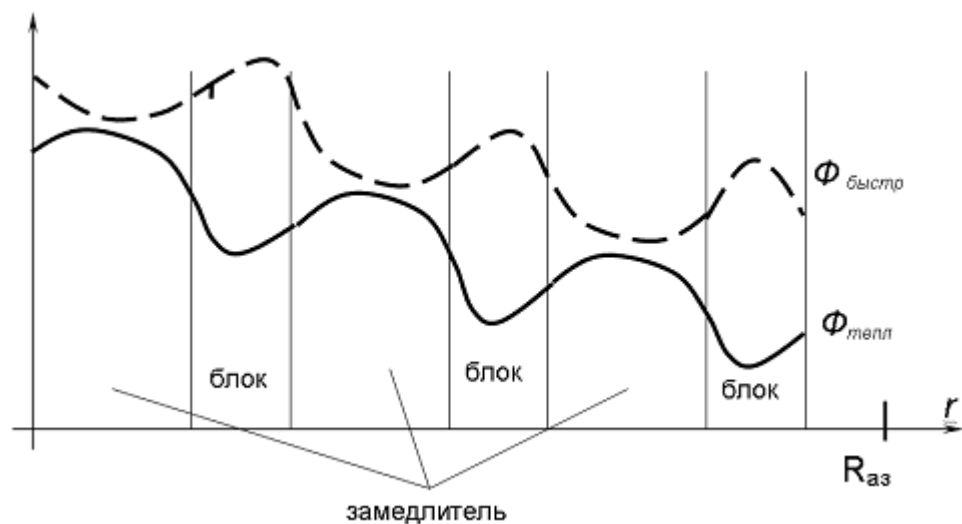


Рис. 17. Осцилляции потоков быстрых и тепловых нейтронов в решетке и снижение потока по мере приближения к границе реактора

Влияние пространственных осцилляций на нейтронно-ядерные процессы в гетерогенных зонах удобно анализировать, рассматривая бесконечно протяженные регулярные решетки, отвлекаясь тем самым от общей (гладкой) составляющей пространственного распределения, обусловленной, например, утечкой нейтронов из активной зоны. Распределение нейтронов в бесконечно-протяженной регулярной решетке удобно определять с помощью отдельной ячейки, ставя условие периодичности для потока нейтронов на границе ячеек. Такие ячейки называются замкнутыми. В симметрично замкнутых ячейках условие периодичности заменяется условием зеркального отражения нейтронов на границе ячейки. На рис. 18 сплошной линией показан путь

прямопротрельного нейтрона (нейтрона не испытавшего взаимодействия с ядрами среды) от точки А в ячейке (1) до точки В на границе ячейки (5) в решетке, состоящей из простых двухзонных ячеек. На этом же рисунке ячейка (1) представлена как замкнутая (закрытая); а пунктирной линией изображен тот же путь нейтрона АВ при условии его зеркального отражения на границе ячейки.

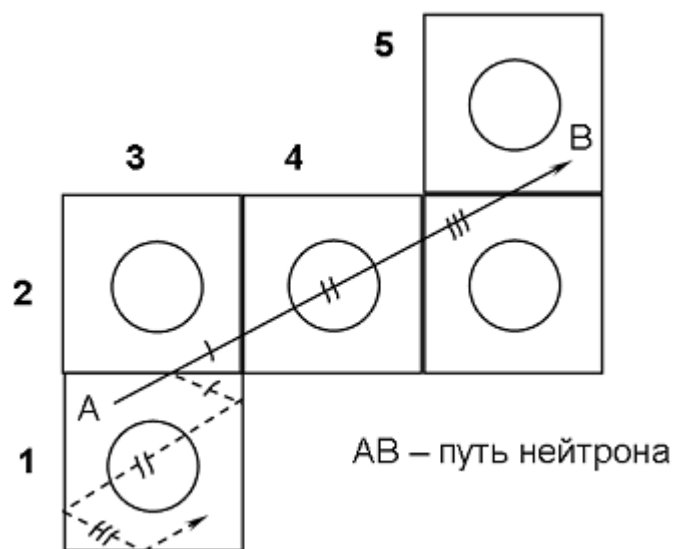


Рис. 18. Отображение в замкнутой ячейке пути нейтрона, пролетевшего в решетке без взаимодействия от точки А до точки В

### Эквивалентная ячейка

Как правило, в реакторах используются твэлы, длина которых много больше не только их поперечного размера, но и шага решетки, поэтому переход к бесконечно длинным ячейкам является достаточно хорошим приближением и позволяет рассматривать поток в ячейке как функцию двух переменных. Если толщина замедлителя значительно превышает длину свободного пробега нейтронов, то реальную ячейку можно заменить равной ей по площади (эквивалентной) цилиндрической одномерной ячейкой. Когда толщина замедлителя сравнима с длиной свободного пробега нейтронов, то распределение нейтронов в ячейке более чувствительно к форме границы ячейки. В этом случае сохранение условий зеркального отражения при переходе к эквивалентной ячейке может привести к искаженным результатам.

Опыт расчетов показывает, что погрешности могут быть снижены при использовании условия диффузного отражения (например, в форме равенства односторонних токов) на поверхности эквивалентной ячейки. Переход к эквивалентной ячейке позволяет сформулировать одномерную (по пространству) задачу расчета ячейки (рис. 19).

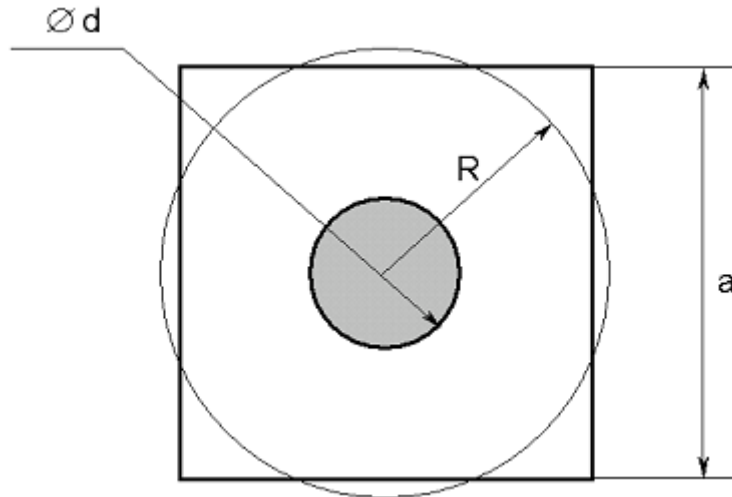


Рис. 19. Переход к эквивалентной ячейке

Рассмотрим произвольное макроскопическое сечение  $\Sigma$ , отвечающее определенному типу взаимодействия нейтронов в среде. В гетерогенной ячейке оно имеет не только энергетическую, но и пространственную зависимость:  $\Sigma = \Sigma(\vec{r}, E)$ . Поток нейтронов в ячейке будем описывать интегральной по угловой переменной функцией  $\Phi(\vec{r}, E)$ . Ячейку будем считать эффективно гомогенизированной, если ей можно сопоставить такое, не зависящее от пространственной переменной макросечение  $\bar{\Sigma}^{(яч)}(E)$ , для которого выполняется равенство:

$$\int_{V_{яч}} dV \cdot \Sigma(\vec{r}, E) \cdot \Phi(\vec{r}, E) = \bar{\Sigma}^{яч}(E) \cdot \bar{\Phi}_{яч}(E) \cdot V_{яч} .$$

Левая часть этого равенства представляет интегральную скорость столкновений нейтронов в ячейке, а правая – ее выражение через гомогенизированное макросечение и средний поток  $\bar{\Phi}_{яч}$  в ячейке.

Обычно средний поток нейтронов в ячейке определяют следующим образом:

$$\bar{\Phi}_{яч}(E) = \frac{1}{V_{яч}} \int_{V_{яч}} \Phi(\vec{r}, E) d\vec{r} .$$



Учитывая, что  $V_{\text{яч}}$  – объем ячейки, то  $\bar{\Phi}_{\text{яч}} \cdot V_{\text{яч}} = \Phi_{\text{яч}}(E)$  есть интегральный по ячейке поток нейтронов:  $\Phi_{\text{яч}}(E) = \int_{V_{\text{яч}}} \Phi(\vec{r}, E) d\vec{r}$ .

Очевидно, что равенство превращается в тождество, если в качестве гомогенизированного сечения принять величину

$$\bar{\Sigma}^{(\text{яч})}(E) = \frac{\int_{V_{\text{яч}}} dV \cdot \Sigma(\vec{r}, E) \cdot \Phi(\vec{r}, E)}{\int_{V_{\text{яч}}} dV \cdot \Phi(\vec{r}, E)} .$$

Если ячейка представляет собой совокупность гомогенных зон с объемами  $V_m$  ( $m = 1, 2, \dots, M$ ), то пространственная зависимость макросечений является кусочно-постоянной функцией и формула усреднения примет более простой вид:

$$\bar{\Sigma}_{\text{яч}}(E) = \frac{\sum_{m=1}^M \Sigma^{(m)}(E) \cdot \Phi^{V_m}(E)}{\sum_{m=1}^M \Phi^{V_m}(E)} ,$$

где  $\Sigma^{(m)}(E)$  – макросечение в зоне с номером  $m$ , а  $\Phi^{V_m}(E)$  – интегральный поток нейтронов в этой зоне. Таким способом определяются гомогенизированные макросечения для любых процессов, таких, как рассеяния, поглощение и деление, обозначаемые, соответственно,  $\bar{\Sigma}_s^{\text{яч}}$ ,  $\bar{\Sigma}_a^{\text{яч}}$ ,  $\bar{\Sigma}_f^{\text{яч}}$ , а также  $\bar{\nu}_f \bar{\Sigma}_f^{\text{яч}}(E)$ .

Если размер ячейки  $R$  существенно меньше длины свободного пробега нейтронов  $\lambda$ , то осцилляции потока нейтронов будут незначительными и можно пренебречь пространственной зависимостью потока нейтронов в ячейке  $\Phi(\vec{r}, E) = \Phi(E)$ . В этом случае будет иметь место равенство  $\Phi^{V_m}(E) = V_m \cdot \Phi(E)$ , и в результате формула для усреднения макроконстант примет вид:

$$\bar{\Sigma}^{\text{яч}} = \sum_{m=1}^M \Sigma^{(m)} \cdot \frac{V_m}{V_{\text{яч}}} = \sum_{m=1}^M \Sigma^{(m)} \cdot \varepsilon_m ,$$

где  $\varepsilon_m$  – объемная доля  $m$ -й зоны ячейки. Такой способ усреднения применяется для гомогенной смеси всех компонентов ячейки.

Соотношение обычно используется для гомогенизации ячеек в жесткой части спектра для реакторов на быстрых нейтронах, где микросечения различных процессов относительно невелики.

Пусть бесконечная гетерогенная среда представлена решеткой, ячейки которой имеют зонную структуру. Коэффициент размножения нейтронов  $K_\infty^{\text{гет}}$  в такой среде определяется формулой:

$$K_\infty^{\text{гет}} = \frac{\sum_{m=1}^M \int dE \cdot v_f \Sigma_f^{(m)}(E) \cdot \Phi^{V_m}(E)}{\int dE \cdot \Sigma_a^{(m)}(E) \cdot \Phi^{V_m}(E)}.$$

Числитель формулы представляет скорость генерации нейтронов деления в ячейке, а знаменатель – скорость поглощения нейтронов в ячейке.

Принимая во внимание формулы для гомогенизированных макроконстант в ячейке, выражение можно представить в следующем виде:

$$K_\infty^{\text{гет}} = \frac{\int dE \cdot \overline{v_f \Sigma_f^{\text{яч}}}(E) \cdot \Phi^{\text{яч}}(E)}{\int dE \cdot \overline{\Sigma_a^{\text{яч}}}(E) \cdot \Phi^{\text{яч}}(E)}.$$

При групповом описании нейтронного поля рассматриваются групповые потоки

$$\Phi_g = \int_{\Delta E_g} dE \cdot \Phi(E); \quad g = 1, 2, \dots$$

В многогрупповом диффузионном приближении коэффициент размножения для гетерогенной среды имеет вид

$$K_\infty^{\text{гет}} = \frac{\sum_m \sum_g (v_f \Sigma_f)_g^{(m)} \cdot \Phi_g^{V_m}}{\sum_m \sum_g (\Sigma_a)_g^{(m)} \cdot \Phi_g^{V_m}}.$$

Итак, расчет

гомогенизированных макрохарактеристик среды и коэффициента размножения бесконечной периодической решетки  $K_{\infty}^{\text{гет}}$  сводится к задаче определения интегральных по зонам ячейки потоков нейтронов.

### **Физические особенности гетерогенного расположения топлива и замедлителя**

В гетерогенных реакторах замедление нейтронов пространственно отделено от процесса поглощения, поскольку нейтроны теряют свою энергию в замедлителе, а поглощаются в основном в топливе. Это приводит к пространственной неоднородности распределения потока нейтронов в различных компонентах элементарной ячейки реактора. Влияние распределения потока нейтронов по ячейке на параметры размножения (так называемая физическая гетерогенность) зависит от энергии нейтронов. Элементарная ячейка, физически гетерогенная для одной области энергий нейтронов (например, тепловой), может быть практически гомогенной для нейтронов другой области энергий (например, для нейтронов спектра деления). Рассмотрим на качественном уровне влияние гетерогенности на размножающие свойства бесконечной гетерогенной среды (так называемые эффекты гетерогенности) и начнем это рассмотрение с области энергий быстрых нейтронов.

Каждой элементарной ячейке с гетерогенным расположением топлива и остальных компонентов ячейки сопоставим ячейку тех же размеров, но с гомогенной смесью всех компонентов исходной ячейки. Очевидно, что для гомогенной ячейки с условиями отражения на границе поток нейтронов всех энергий будет постоянным по всей ячейке. В гетерогенной ячейке поток нейтронов всех энергий существенно зависит от пространственной переменной. В принципе, при выводе формулы четырех сомножителей нигде не использовался факт гомогенного расположения топлива и разбавителя в размножающей среде. Поэтому коэффициент размножения в ячейке также можно представить в виде произведения четырех сомножителей, как это было сделано для гомогенной размножающей среды.

В тесных решетках средняя длина пробега нейтронов до столкновения с ядрами среды, энергия которых выше порога деления  $^{238}\text{U}$ , существенно больше характерных размеров неоднородностей в ячейке. Поэтому поток нейтронов, практически не зависит от координат и для этих решеток коэффициент размножения на быстрых нейтронах практически не отличается от его значения для гомогенной среды, полученной при гомогенном размещении всех компонентов элементарной ячейки. Однако для широких решеток поток этих нейтронов в блоке существенно выше, чем в замедлителе, поэтому коэффициент размножения на быстрых нейтронах в гетерогенной среде будет больше, чем в эквивалентной ей гомогенной среде (рис. 20).

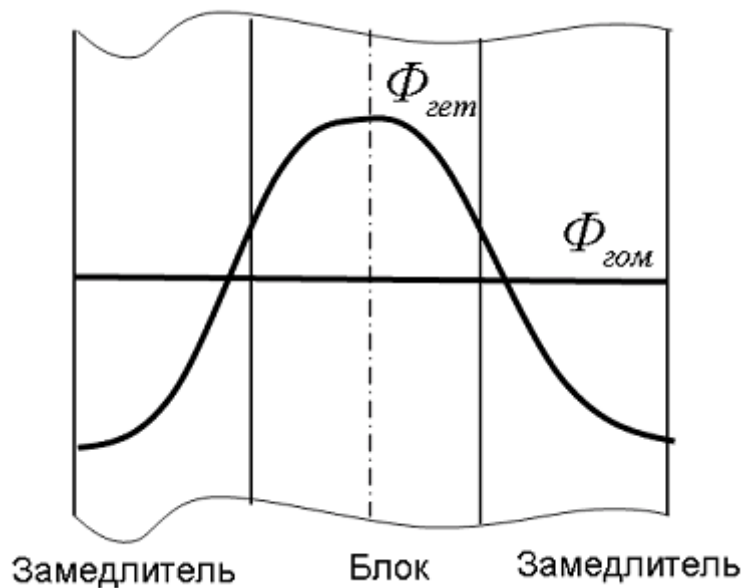


Рис. 20. Иллюстрация к выводу о том, что поток быстрых нейтронов в блоке в гетерогенной среде выше, чем в гомогенной среде

Нейтроны резонансных энергий, как и тепловые нейтроны, имеют принципиально другую форму пространственного распределения. Нейтроны резонансных энергий, попавшие в блок, поглощаются в тонком поверхностном слое блока. Во внутренних слоях уранового блока поток нейтронов этих энергий близок к нулю.

Значительная экранировка ядер урана, расположенных во внутренних слоях блока, приводит к тому, что они практически не участвуют в процессе поглощения резонансных нейтронов. Поэтому эффективный резонансный интеграл для гетерогенного случая существенно меньше, чем для соответствующей гомогенной среды. В результате вероятность избежать резонансного поглощения нейтронов в гетерогенной среде существенно выше, чем в гомогенной среде. Различие в потоке резонансных нейтронов для гомогенной и гетерогенной среды показаны на рис. 21.

В реакторах на тепловых нейтронах 80–90% процессов поглощения нейтронов происходит в области энергий тепловых нейтронов, а с точки зрения пространственного распределения, в основном, поглощение нейтронов происходит в топливе. Вследствие этого возникает градиент потока тепловых нейтронов, направленный в сторону блока. Превышение среднего потока тепловых нейтронов в замедлителе над средним потоком тех же нейтронов в блоке приводит к уменьшению суммарного поглощения нейтронов в блоке, то есть в топливе, и, как следствие, к уменьшению величины коэффициента использования тепловых нейтронов. Различие в

потоке тепловых нейтронов для гомогенной и гетерогенной сред аналогично различию резонансных нейтронов (рис. 21).

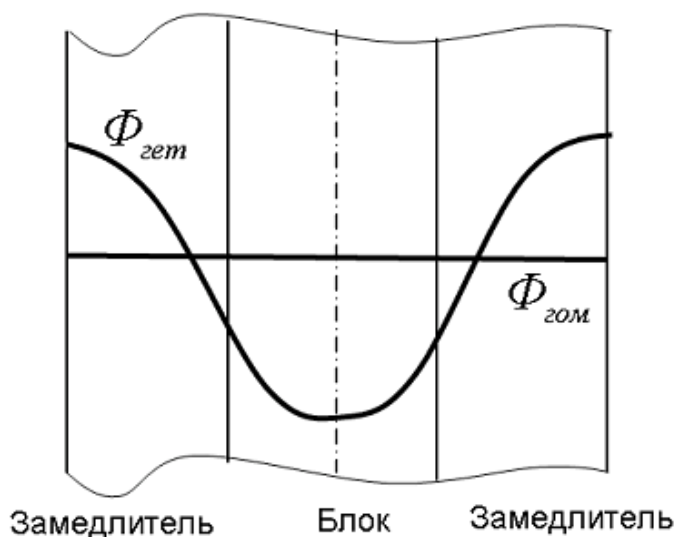


Рис. 21. Распределение потока резонансных нейтронов в гетерогенной и гомогенной ячейках

Превышение величины  $\varphi$  – вероятности избежать резонансного поглощения нейтронов в гетерогенной среде – оказывается более значительным, чем снижение коэффициента использования тепловых нейтронов  $\theta$ , так что в итоге коэффициент размножения нейтронов в гетерогенной среде оказывается несколько выше, чем в гомогенной. Именно по этой причине гомогенная смесь из природного урана и графита оказывается подкритической при любом соотношении ядер урана и графита, а в гетерогенной среде из тех же материалов можно подобрать оптимальное соотношение размеров топлива (урана) и замедлителя (графита), при котором гетерогенная среда будет надкритической.

В дальнейшем более подробно будет рассмотрен каждый из слагаемых формулы четырех сомножителей в гетерогенной среде. При анализе гетерогенных сред широко используется метод вероятностей первых столкновений, с помощью которого существенно упрощается вычисление интегральных потоков нейтронов в различных зонах ячейки.

#### **Метод вероятностей первых столкновений**

При анализе влияния гетерогенных эффектов на отдельные сомножители коэффициента размножения необходимо учитывать пространственное распределение нейтронов в различных зонах элементарной ячейки, относящиеся к определенным энергетическим интервалам. Так, например, при рассмотрении коэффициента размножения на

быстрых нейтронах главную роль играют нейтроны, энергия которых выше порога деления, а при анализе вероятности избежать резонансного поглощения – нейтроны резонансных энергий. Поэтому большое внимание уделяется поведению нейтронов с определенной энергией, так называемым, свободнолетящим нейтронам. Изменение энергии нейтронов происходит только в результате актов взаимодействия (столкновения) нейтронов с ядрами среды и большое значение имеет то, где произойдет первое столкновение нейтрона с ядром – в той же зоне, где он родился, или в другой. Действительно, если нейтрон, энергия которого выше порога деления  $^{238}\text{U}$  испытает первое столкновение с ядрами замедлителя, то его энергия в результате столкновения, как правило, будет ниже порога деления и он уже не сможет вызвать деление ядер  $^{238}\text{U}$ . Именно поэтому мы будем изучать пространственное распределение свободно летящих нейтронов в элементарной ячейке, с помощью которого можно получить простые выражения для вероятностей первых столкновений в различных зонах ячейки.

Поставим задачу – рассчитать пространственно-угловое распределение свободно летящих нейтронов в некотором гомогенном объеме  $V$ , ограниченном поверхностью  $S$  (рис. 22).

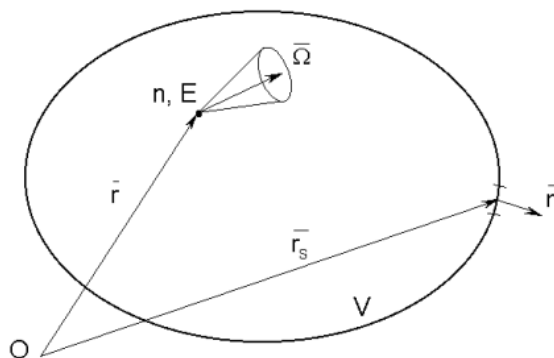


Рис. 22. Объем  $V$  с поверхностью  $S$

Поток свободно летящих нейтронов в объеме  $V$  подчиняется газокинетическому уравнению и краевым условиям:

$$\begin{aligned} \bar{\Omega} \nabla \Phi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) + \Sigma_t(E) \Phi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) &= q^V(\bar{r}, E, \bar{\Omega}), \\ |\bar{\Omega} \cdot \bar{n}| \Phi(\bar{r}_S, E, \bar{\Omega}) &= q^{(S)}(\bar{r}_S, E, \bar{\Omega}), \quad (\bar{\Omega} \cdot \bar{n}) < 0. \end{aligned}$$

Газокинетическое уравнение в стационарных задачах представляет собой баланс скоростей процессов, происходящих со свободно летящими

нейтронами, в единичном объеме, в единичном интервале энергий и телесного угла.

В условиях действия таких источников запишем баланс в следующей вероятностной форме:

$$P(S \leftarrow V, E) + P_{\Sigma}(V \leftarrow V, E) = 1.$$

Поэтому в условиях рассматриваемой задачи величина  $P(S \leftarrow V, E)$  трактуется как вероятность нейтрону, рождённому в объеме  $V$ , вылететь из него через поверхность  $S$ , не испытав столкновений с ядрами среды. Аналогичным образом раскрывается физический смысл второго члена в левой части равенства  $P_{\Sigma}(V \leftarrow V, E)$  как вероятность нейтрону, рождённому в объеме  $V$ , испытать в нём первое столкновение.

Аналогичное балансное соотношение:

$$P^V(S \leftarrow S, E) + P_{\Sigma}(V \leftarrow S, E) = 1,$$

Также есть условие взаимности

$$P_{\Sigma}(V \leftarrow S, E) = \frac{4V}{S} \cdot \Sigma(E) \cdot P_{\Sigma}(S \leftarrow V, E).$$

Определены локальные вероятности и записаны соотношения баланса, которым они удовлетворяют. Однако для того чтобы получить значения введенных вероятностей, необходимо решить газокINETическое уравнение с граничным условием, причем с источником, который представляет собой единичный источник в интегральном представлении. Как альтернатива, могут быть получены простые аналитические выражения для этих вероятностей при упрощенных представлениях потока нейтронов и источника.

### Средняя хорда блока

Множитель  $\tilde{L}^V = \frac{4 \cdot V}{S}$  имеет размерность длины и называется средней хордой объема  $V$ . Для определения средней хорды используют следующий формализм. Хордой  $L(\vec{r}_S, \vec{\Omega})$  называют отрезок пути, который проходит нейтрон, вошедший в пустой объем  $V$  из некоторой точки  $\vec{r}_S$  на поверхности  $S$ , по направлению  $\vec{\Omega}$  до пересечения с другой точкой поверхности  $S$ . Предполагается, что на поверхности объема  $V$  равномерно распределены

источники нейтронов с равномерным угловым распределением. При этих условиях выражение для средней хорды  $\tilde{L}^V$  объема  $V$  имеет следующий вид:

$$\tilde{L}^V = \frac{\oint_S dS \int_{(\vec{\Omega} \cdot \vec{n}) < 0} d\vec{\Omega} \cdot |\vec{\Omega} \cdot \vec{n}| \cdot L(\vec{r}_S, \vec{\Omega})}{\oint_S dS \int_{(\vec{\Omega} \cdot \vec{n}) < 0} d\vec{\Omega} \cdot |\vec{\Omega} \cdot \vec{n}|}.$$

Средние хорды для некоторых простейших по форме объемов приведены в табл. 5.

Таблица 5

Форма объема	Средняя хорда
Бесконечно протяженная пластина толщиной $h$	$2h$
Бесконечно длинный цилиндр радиуса $R$	$2R$
Сферический объем радиуса $R$	$4/3 R$

### Вероятностные уравнения в двухзонной ячейке

Здесь и в дальнейшем будем рассматривать двухзонную замкнутую ячейку, состоящую из блока и замедлителя (рис. 23). Локальные вероятности в блоке определяются по формулам, полученным для локального объема  $V$  с учетом замены:

$$\Sigma \rightarrow \Sigma_{\text{бл}}, \quad \tilde{L}^V \rightarrow \tilde{L}^{\text{бл}} = \frac{4V_{\text{бл}}}{S}.$$

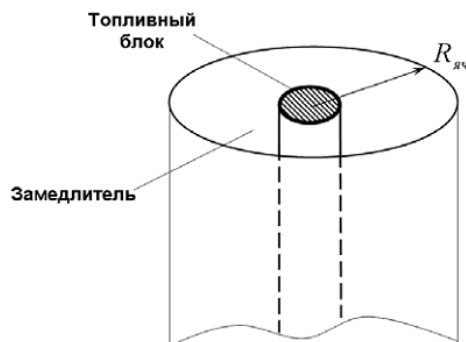


Рис. 23. Двухзонная ячейка

В тесных решетках нейтрон с данной энергией, рожденный в блоке и вылетающий из него без соударения, имеет вероятность пролететь зону



замедлителя также без соударений, попасть в соседний блок и там испытать первое столкновение. Наша цель – получить выражения для вероятностей первых столкновений в блоке и замедлителе с учетом возможности вылета нейтронов из ячейки, где он родился, в ячейку, где он испытал свое первое столкновение.

Для этого запишем выражения баланса нейтронов в блоке и замедлителе соответственно. Для блока эти выражения имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \Sigma^{\text{бл}}(E) \cdot \Phi^{\text{бл}}(E) = P_{\Sigma}(V_{\text{бл}} \leftarrow V_{\text{бл}}, E) \cdot Q^{\text{бл}}(E) + \\ + P_{\Sigma}(V_{\text{бл}} \leftarrow S, E) \cdot {}^{(-)}J^S(E), \\ {}^{(+)}J^S(E) = P(S \leftarrow V_{\text{бл}}, E) \cdot Q^{\text{бл}}(E) + P^{\text{бл}}(S \leftarrow S, E) \cdot {}^{(-)}J^S(E). \end{cases}$$

Аналогичным образом записываются вероятностные уравнения в замедлителе:

$$\begin{cases} \Sigma^{\text{зам}}(E) \Phi^{\text{зам}}(E) = P_{\Sigma}(V_{\text{зам}} \leftarrow V_{\text{зам}}, E) Q^{\text{зам}}(E) + \\ + P_{\Sigma}(V_{\text{зам}} \leftarrow S, E) {}^{(+)}J^S(E), \\ {}^{(-)}J^S(E) = P(S \leftarrow V_{\text{зам}}, E) \cdot Q^{\text{зам}}(E) + P^{\text{зам}}(S \leftarrow S, E) \cdot {}^{(+)}J^S(E). \end{cases}$$

Вероятности могут быть получены из экспериментов, аналогий или иных соображений. Одно из первых удачных выражений такого типа было предложено Вигнером:

$$P_{00} = \frac{\bar{l}_0 \cdot \Sigma_{t0}}{\bar{l}_0 \cdot \Sigma_{t0} + 1}$$

Универсальной функцией для определения  $P_{00}$  (вероятность нейтрону возникнуть в топливном блоке и испытать превращение в нем же, 0 – принятый индекс для топлива, 1 – для замедлителя) можно считать выражение:

$$P_{00} = \frac{(1 - \beta) \cdot \bar{l}_0 \cdot \Sigma_{t0}}{\bar{l}_0 \cdot \Sigma_{t0} + a_1} + \frac{\beta \cdot \bar{l}_0 \cdot \Sigma_{t0}}{\bar{l}_0 \cdot \Sigma_{t0} + a_2}$$

где для цилиндрического топливного блока параметры  $a_1 = 2$ ;  $a_2 = 3$ ;  $b = -1$ .

Вероятности первых столкновений (ВПС) могут использоваться для определения членов формулы четырех сомножителей.

### Коэффициент размножения на быстрых нейтронах

Рассмотрим подходы к вычислению коэффициента размножения на быстрых нейтронах в двухзонной замкнутой ячейке, используя введенное ранее понятие вероятности первых столкновений.

Во всех реакторах, в том числе и в реакторах на тепловых нейтронах, происходит процесс деления ядер, вызванный нейтронами, энергия которых выше тепловой области, так называемое надтепловое деление ядер. Различают два типа надтеплого деления ядер – резонансное и на быстрых нейтронах. Здесь будет рассмотрен только случай деления нейтронами с энергией  $E$  выше порога деления сырьевых нуклидов  $^{238}\text{U}$  ( $E = 1,4$  МэВ) и  $^{232}\text{Th}$  ( $E = 1,2$  МэВ). При небольших обогащениях топлива, характерных для реакторов на тепловых нейтронах, делением ядер  $^{235}\text{U}$  быстрыми нейтронами можно пренебречь. Тогда коэффициент размножения на быстрых нейтронах в гетерогенной среде можно представить в виде:

$$\mu_{\text{гет}} = 1 + \frac{\int_{V_{\text{бл}}} dV \int_{E_{\text{пр}}}^{\infty} \left[ v_f^8(E) \cdot \Sigma_f^8(E) - \Sigma_a^8(E) \right] \cdot \Phi(\vec{r}, E) dE}{\int_{V_{\text{бл}}} dV \int_0^{E_{\text{гр}}} v_f^5(E) \cdot \Sigma_f^5(E) \cdot \Phi(\vec{r}, E) dE}$$

где  $V_{\text{бл}}$  – объем топливного блока.

Обозначим через  $\chi$  – долю нейтронов спектра деления, энергия которых выше значения порога деления

$$\chi = \frac{\int_{E_{\text{пр}}}^{\infty} S(E) dE}{\int_0^{\infty} S(E) dE},$$

$S(E)$  – спектр нейтронов деления. В целях удобства применения вероятностей первых столкновений, запишем гет  $\mu$  в другой форме. По определению, коэффициент размножения на быстрых нейтронах есть число нейтронов, замедлившихся ниже порога деления  $^{238}\text{U}$ , на один быстрый нейтрон, появившийся в результате деления ядер урана тепловыми

нейтронами. Однако вызвать деление  $^{238}\text{U}$  могут только те быстрые нейтроны спектра деления, энергия которых выше порога.

Чтобы учесть этот факт, запишем другое выражение для вычисления величины  $\mu_{\text{гет}}$ . Для этого введем следующие обозначения:

$$N_8(E) = \int_{V_{\text{бл}}} dV \left[ v_f^8(E) \cdot \Sigma_f^8(E) - \Sigma_a^8(E) \right] \cdot \Phi(\vec{r}, E),$$

$$N_5(E) = \int_{V_{\text{бл}}} dV v_f^5(E) \cdot \Sigma_f^5(E) \cdot \Phi(\vec{r}, E).$$

В этих обозначениях коэффициент размножения на быстрых нейтронах можно представить в виде:

$$\mu_{\text{гет}} = 1 + \chi \cdot \left\{ \frac{\int_{E_{\text{пр}}}^{\infty} N_8(E) dE / \int_{E_{\text{пр}}}^{\infty} S(E) dE}{\int_0^{E_{\text{гр}}} N_5(E) dE / \int_0^{\infty} S(E) dE} \right\}.$$

Введем

$$\mu_{\text{гет}} = 1 + \chi \cdot (\tilde{\mu}_{\text{гет}} - 1) = (1 - \chi) + \chi \cdot \tilde{\mu}_{\text{гет}},$$

где  $\tilde{\mu}_{\text{гет}}$  – есть число нейтронов, замедлившихся за порог деления, на один быстрый нейтрон с энергией выше порога деления, появившийся в результате деления ядер урана тепловым нейтроном.

В блоке эти нейтроны будут иметь взаимодействия следующих типов:

деление на ядрах  $^{238}\text{U}$  –  $\sigma_f^8$ ;

радиационный захват на ядрах  $^{238}\text{U}$  –  $\sigma_c^8$ ;

неупругое рассеяние на ядрах  $^{238}\text{U}$  –  $\sigma_{in}^8$ ;

упругое рассеяние  $\sigma_s$ .

Неупругое рассеяние в большинстве случаев выводит нейтроны за порог деления, поэтому  $\frac{\Sigma_{in}}{\Sigma_t} \cdot P_{00} \cdot N_0$  нейтронов после первого

Оставшиеся после первого столкновения надпороговые нейтроны состоят, во-первых, из упруго рассеянных на ядрах топлива нейтронов, а во-вторых, из вновь появившихся надпороговых нейтронов деления. Суммарное их число

$$\left[ v_f^{(8)} \frac{\Sigma_f^8}{\Sigma_{t0}} \cdot \chi + \frac{\Sigma_s}{\Sigma_{t0}} \right] \cdot P_{00} \cdot N_0 = P_{00} \cdot N_0 \cdot z,$$

$$\text{где } z = \left[ v_f^{(8)} \frac{\Sigma_f^8}{\Sigma_{t0}} \cdot \chi + \frac{\Sigma_s}{\Sigma_{t0}} \right].$$

Судьба этих нейтронов второго поколения аналогична судьбе того первоначального количества нейтронов  $N_0$ , с которого началось столкновения в блоке выйдут за порог деления. Упругое рассеяние на тяжелых ядрах топлива приводит к малой потере энергии. Будем считать, что такое рассеяние оставляет нейтроны надпороговыми.

В результате деления ядер  $^{238}\text{U}$  появляются как надпороговые, так и подпороговые нейтроны. Число подпороговых нейтронов в результате деления будет  $v_f^8 \cdot \frac{\Sigma_f^8}{\Sigma_t} \cdot (1 - \chi) \cdot P_{00} \cdot N_0$ . Таким образом,

после первого столкновения надпороговых нейтронов в топливной зоне, а также вылета в замедлитель без столкновения за порог деления уйдет число нейтронов, равное

рассмотрение процесса размножения быстрых нейтронов.

Следовательно, после второго столкновения под порог деления уйдет порция нейтронов, равная

$$N^{(2)} = \left\{ 1 + P_{00} \left[ (1 - \chi) v_f^{(8)} \frac{\Sigma_f^8}{\Sigma_{t0}} + \frac{\Sigma_s}{\Sigma_{t0}} \right] \right\} P_{00} \cdot z \cdot N_0,$$

а количество надпороговых нейтронов будет равно  $(P_{00} \cdot z)^2 \cdot N_0$  и т.д.

Полное количество подпороговых нейтронов, образовавшихся в результате произвольного числа столкновений и рождений, будет определяться суммой по всем столкновениям:

$$\begin{aligned}
 N_1 &= N^{(1)} + N^{(2)} + \dots = \left( 1 + P_{00} \cdot \left( \frac{\Sigma_{in} + (1-\chi) \cdot v_f^8 \cdot \Sigma_f^8 - \Sigma_t}{\Sigma_t} \right) \right) \times \\
 &\times N_0 + \left( 1 + P_{00} \cdot \left( \frac{\Sigma_{in} + (1-\chi) \cdot v_f^8 \cdot \Sigma_f^8 - \Sigma_t}{\Sigma_t} \right) \right) \cdot P_{00} \cdot z \cdot N_0 + \dots = \\
 &= \left( 1 + P_{00} \cdot \left( \frac{\Sigma_{in} + (1-\chi) \cdot v_f^8 \cdot \Sigma_f^8 - \Sigma_t}{\Sigma_t} \right) \right) \cdot N_0 \times \\
 &\times \left( 1 + P_{00} \cdot z + (P_{00} \cdot z)^2 + \dots \right) = \\
 &= \frac{\left( 1 + P_{00} \cdot \left( \frac{\Sigma_{in} + (1-\chi) \cdot v_f^8 \cdot \Sigma_f^8 - \Sigma_t}{\Sigma_t} \right) \right) \cdot N_0}{1 - (P_{00} \cdot z)}.
 \end{aligned}$$

Разделив это количество подпороговых нейтронов на полное число первоначальных надпороговых нейтронов  $N_0$ , получим

$$\begin{aligned}
 \tilde{\mu}_{\text{гер}} &= \frac{\left( 1 + P_{00} \cdot \left( \frac{\Sigma_{in} + (1-\chi) \cdot v_f^8 \cdot \Sigma_f^8 - \Sigma_t}{\Sigma_t} \right) \right) \cdot N_0}{1 - (P_{00} \cdot z)} \cdot \frac{1}{N_0} = \\
 &= \frac{\left( 1 + P_{00} \cdot \left( \frac{\Sigma_{in} + (1-\chi) \cdot v_f^8 \cdot \Sigma_f^8 - \Sigma_t}{\Sigma_t} \right) \right)}{1 - \left( P_{00} \cdot \left[ v_f^{(8)} \frac{\Sigma_f^8}{\Sigma_{t0}} \cdot \chi + \frac{\Sigma_s}{\Sigma_{t0}} \right] \right)}.
 \end{aligned}$$

Искомая величина коэффициента размножения на быстрых нейтронах равна  $\mu_{\text{гет}} = 1 + \chi(\tilde{\mu}_{\text{гет}} - 1)$ . Поэтому вначале вычислим величину в круглых скобках:

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_{\text{гет}} - 1 &= \frac{1 + P_{00} \left[ \frac{\Sigma_{in} + (1 - \chi)v_f^{(8)}\Sigma_f^8 - \Sigma_t}{\Sigma_t} \right]}{1 - P_{00} \left[ \frac{\Sigma_{in} + (1 - \chi)v_f^{(8)}\Sigma_f^8 - \Sigma_{t0}}{\Sigma_t} \right]} - 1 = \\ &= \frac{P_{00} \cdot \left[ v_f^8 \cdot \Sigma_f^8 - \Sigma_a^8 \right]}{1 - P_{00} \cdot \left[ \frac{\chi \cdot v_f^8 \cdot \Sigma_f^8 + \Sigma_s}{\Sigma_t} \right]}, \end{aligned}$$

после чего получим окончательное выражение для коэффициента размножения на быстрых нейтронах в решетке:

$$\mu_{\text{гет}} = 1 + \chi \cdot \frac{v_f^8 \cdot \Sigma_f^8 - \Sigma_a^8}{\frac{\Sigma_t}{P_{00}} - (\chi \cdot v_f^8 \cdot \Sigma_f^8 + \Sigma_s)}.$$

Из полученного выражения следует, что основную роль, связанную с гетерогенным расположением топлива, играет величина  $P_{00}$ , которая, по определению, есть вероятность быстрого нейтрону, родившемуся в блоке, испытать в нем первое столкновение. Остальные величины получаются путем усреднения по спектру деления и слабо зависят от размеров топливного блока. Поэтому чем больше диаметр блока, тем больше вероятность нейтрону испытать в нем первое столкновение, а следовательно, тем выше коэффициент размножения на быстрых нейтронах. Заметим, что при определении вероятностей первых столкновений считалось, что они зависят от энергии нейтронов. В области спектра деления сечения всех изотопов слабо зависят от энергии, и эти вероятности можно считать постоянными в этой области энергий.

В случае тесных решеток необходимо учитывать возможность нейтронам, покинувшим блок без столкновений, перелететь через

замедлитель и совершить первое столкновение в другом, не обязательно соседнем, блоке. Условие зеркального отражения нейтронов на границе элементарной ячейки позволяет учесть эти нейтроны, не выходя за границы рассматриваемой ячейки.

### **Коэффициент использования тепловых нейтронов в двухзонной ячейке**

По определению, коэффициент использования тепловых нейтронов  $\theta$  есть вероятность того, что тепловой нейтрон поглотится ядрами топлива. В гетерогенной среде топливо размещено в топливной зоне, поэтому коэффициент  $\theta$  есть вероятность того, что тепловой нейтрон будет поглощен в топливной зоне. Как и в предыдущих случаях, рассмотрим простейшую двухзонную ячейку, состоящую из топливного блока и окружающего его замедлителя, для которой:

$$\theta = \frac{\int_{V_0} d\vec{r} \int_0^{E_{гр}} \Sigma_a^0(E) \cdot \Phi^0(\vec{r}, E) dE}{\int_{V_0} d\vec{r} \int_0^{E_{гр}} \Sigma_a^0(E) \cdot \Phi^0(\vec{r}, E) dE + \int_{V_1} d\vec{r} \int_0^{E_{гр}} \Sigma_a^1(E) \cdot \Phi^1(\vec{r}, E) dE} .$$

Введем в рассмотрение вспомогательную величину  $q$ , определяемую соотношением:

$$q = \frac{\int_{V_1} d\vec{r} \int_0^{E_{гр}} \Sigma_a^1(E) \cdot \Phi^1(\vec{r}, E) dE}{\int_{V_0} d\vec{r} \int_0^{E_{гр}} \Sigma_a^0(E) \cdot \Phi^0(\vec{r}, E) dE} ,$$

которая есть относительное значение скорости поглощения нейтронов в замедлителе, взятое по отношению к скорости поглощения нейтронов в топливной зоне. С помощью величины  $q$  коэффициент теплового использования примет вид

$$\theta = \frac{1}{1 + q} .$$

где  $q$  - это мера относительного (вредного) поглощения нейтронов.

### Блок-эффект

Тепловые нейтроны, как правило, рождаются в замедлителе, а поглощаются в топливе. Поэтому поток тепловых нейтронов в замедлителе выше среднего потока по ячейке, а в топливе – соответственно ниже среднего по ячейке. Этот фактор снижает величину  $\theta$  в гетерогенной среде. Мерой уменьшения  $\theta_{\text{гет}}$  служит отношение средних потоков в зоне замедлителя и топливной зоне. Это отношение обычно называют коэффициентом проигрыша. Коэффициент проигрыша можно представить в виде суммы двух слагаемых:

$$d = \frac{\bar{\Phi}(\bar{r}_0)}{\bar{\Phi}^0} + \frac{\bar{\Phi}^1 - \bar{\Phi}(\bar{r}_0)}{\bar{\Phi}^0} = Q_0 + Q_1,$$

$$d = \frac{\bar{\Phi}^1}{\bar{\Phi}^0}$$

где  $Q_0$  – внутренний блок-эффект, а  $Q_1$  – внешний блок-эффект,  $\Phi(r)$  – значение интегрального потока нейтронов на поверхности блока. Отметим, что в реальных ячейках значения  $Q_0$  и  $Q_1$ , как правило, отличаются на порядок.

Для расчета величины блок-эффекта и  $\theta$  часто используют диффузионное приближение. Оно позволяет в большинстве случаев получить аналитическое выражение, удобное для физического анализа задачи. Основная погрешность одногруппового диффузионного приближения обусловлена применением уравнения диффузии для топливной зоны, где  $\Sigma_a^0 \approx \Sigma_t^0$  и поэтому исключение из диффузионного рассмотрения сильно поглощающей среды должно привести к существенному повышению точности расчетов  $\theta$ .

Подробнее ход выкладок можно посмотреть в [3].

### Формулы Гуревича-Померанчука

Считается, что зависимость эффективного резонансного интеграла от размеров блока топлива имеет вид:  $l_{\text{аз}} = A + B(F/M)^{0,5}$ , где  $F$  – площадь блока, а  $M$  – его масса. Тогда для температуры 300К формулы зависимости  $l_{\text{аз}}$  для металлического урана и оксида выглядят соответственно:

$$l_{\text{аз}}(\text{мет}) = 4,05 + 25,8(F/M)^{0,5} \quad (0,07 < F/M < 0,53)$$

$$l_{\text{аз}}(\text{окс}) = 5,55 + 26,6(F/M)^{0,5} \quad (0,08 < F/M < 0,70)$$



Несколько лучше идет описание с помощью сечений рассеивателей находящихся в топливе  $\Sigma_m = N_p \sigma_{sp}$ , где  $N_p$  число ядер рассеивателя,  $\sigma_{sp}$  – его потенциальное сечение. Тогда

$$I_{a,eff} = 4.05 + 25.8 * \sqrt{\frac{F}{M} * \left(1 + \frac{l_0}{a} \Sigma_m\right)}$$

где  $l = 4 \sqrt{F}$  – средняя хорда блока,  $a = 1,27$ .

Температурная зависимость для  $l_{a3}(T) = l_{a3}(300) [1 + b\{(T)^{0,5} - (300)^{0,5}\}]$ ,  
 $b = (0,535 + 0,47 l_0) / 100$ . Таким образом зависимость резонансных интегралов от температуры – это корень из  $T$ .

Иногда берут относительно более "универсальную" формулу для резонансного интеграла:

$$I_{a,эфф} = \left[ 5.55 - 26.6 \sqrt{\gamma \frac{S}{p M}} \right] * [1 + \beta(\sqrt{T} - \sqrt{300})]$$

где  $\beta$  – коэффициент затенения в решетке (ориентировочно его значение равно 0,4 в холодном состоянии и 0,34 в горячем),  $S/M$  – отношение площади поверхности ТВЭЛа к массе топлива,  $b = \{0,535 + 0,47(S/M)\} / 100$ .  $T$  – средняя по АЗ температура топлива (К). Здесь явно видна и зависимость интеграла от средней хорды, и от температуры.

### Формализм Бондаренко

Для описания зависимостей вводятся факторы резонансной самоэкранировки резонансных интегралов. В качестве параметра, характеризующего внутренние рассеиватели, вводят сечение разбавления (для гомогенной среды)  $\sigma_o = \Sigma \rho_i \sigma_i / \rho_o$ . Это сечение всех изотопов среды кроме основного поглотителя (обычно уран-238) приходящихся на одно ядро основного. Если среда гетерогенна, то к этому гомогенному сечению разбавления добавляют гетерогенную поправку –  $a / (\rho_o l_0)$ . Тогда эффективный резонансный интеграл выражается через бесконечный:

$$I_{a,eff} = I_{a,inf} * f_a(\sigma_o, T)$$

где  $f(\sigma_o, T)$  называют фактором резонансной самоэкранировки резонансного интеграла поглощения. Он существенно уменьшает значение бесконечного интеграла, для урана-238 в реакторной среде 20 °С, например с 270 б до 20–30, т.е. примерно равен 0,1. С ростом сечения разбавления и температуры стремится к 1.

## ТЕМА 11. ТЕОРИЯ ОТРАЖАТЕЛЯ

В работающем реакторе имеет место утечка нейтронов из активной зоны. Для уменьшения этой утечки реактор окружают отражателем. Нейтроны, попавшие в отражатель, частично рассеиваются обратно в активную зону и тем самым достигается «экономия» нейтронов.

Полученную «экономия» нейтронов за счет установки отражателя можно использовать по двум направлениям: или уменьшить размеры активной зоны, не изменяя ее состава, или, оставляя неизменными размеры, уменьшить обогащение горючего делящимся изотопом. В обоих случаях получается уменьшение общей загрузки делящегося изотопа урана. Не менее важная роль отражателя для энергетических реакторов состоит в существенном выравнивании распределения потока тепловых нейтронов в объеме активной зоны.

При утечке из реактора быстрых нейтронов благодаря замедлению их в материале отражателя нейтроны могут попасть обратно в реактор уже тепловыми. Это приводит к увеличению потока тепловых нейтронов вблизи границы активной зоны. Материал отражателя должен обладать теми же качествами, что и замедлитель, а именно: хорошими замедляющими и рассеивающими свойствами. Поэтому часто для замедлителя и отражателя применяют одно и то же вещество.

Эффективный коэффициент размножения реактора с отражателем определяется по той же формуле, что и для реактора без отражателя. Однако в этом случае при расчете геометрического параметра  $B^2$  фактические размеры активной зоны увеличиваются на величину эффективной добавки. Например, для цилиндрического реактора будет иметь

$$B^2 = \left( \frac{\pi}{H'} \right)^2 + \left( \frac{2,4}{R} \right)^2,$$

где

$$\begin{aligned} H' &= H + 2\Delta; \\ R &= R + \Delta. \end{aligned}$$

При таком способе расчета реактор с отражателем как бы заменяется «голым» реактором, размеры которого превышают размеры активной зоны фактического реактора на величину эффективной добавки.

Коэффициенты неравномерности нейтронного потока активной зоны цилиндрического реактора при наличии отражателя определяются по формулам:

- по высоте реактора

$$K_h = \frac{1,57}{1 + \frac{2\Delta}{H'}}$$

- по радиусу реактора

$$K_r = \frac{2,31}{1 + \frac{2\Delta}{R'}}$$

При наличии отражателя коэффициенты неравномерности нейтронного потока уменьшаются, следовательно, энерговыделение по объему активной зоны будет более равномерным.

Величина добавки рассчитывается решением сопряженных уравнений диффузии для активной зоны и отражателя снаружи (часто в одно или двухгрупповом методе) [2]. В пределе тонкого отражателя добавка пропорциональна геометрической толщине отражателя. Для толстого – не зависит от геометрической толщины и оказывается порядка корня квадратного из длины миграции нейтронов в материале отражателя.

## ТЕМА 12. ЭФФЕКТЫ И КОЭФФИЦИЕНТЫ РЕАКТИВНОСТИ

### Общие определения и требования к коэффициентам реактивности

Известно, что свойства устойчивости и саморегулируемости любой системы зависят от наличия обратных связей, их величины и знака. Из общей теории автоматического регулирования известно, что любая система обладает свойством устойчивости тогда и только тогда, когда ее обратные связи отрицательны (и плюс к тому обладает хорошей управляемостью, если они еще и достаточно малы по величине)

В ходе дальнейшего изложения материала по эффектам реактивности будет приведено, по возможности объяснение явлений и эффектов на уровнях: формально математическом, иллюстративно-геометрическом и качественном.

Обратные связи в реакторе называют эффекты реактивности (ЭР), а характеризующие их коэффициенты – коэффициенты реактивности (КР). Формальное математическое определение коэффициента реактивности  $\rho$  по произвольному параметру «р» ( $\alpha_p$ ) – это частная производная от реактивности  $\rho$  по «р» в окрестности параметра  $p_0$ , т.е.

$$\alpha_p = \left. \frac{\partial \rho}{\partial p} \right|_{p_0} = \left. \frac{\partial K(K^2 \partial p)}{\partial p} \right|_{p_0} \approx (1/K) \left( \left. \frac{\partial K}{\partial p} \right|_{p_0} \right) = \left. \frac{\partial (\ln K)}{\partial p} \right|_{p_0}.$$

Эффектом реактивности называется разность между реактивностями в двух различных (по любому параметру «р») состояниях реактора, т. е.:

$$\text{ЭР}(p_2, p_1) = \Delta \rho = \rho(p_2) - \rho(p_1)$$

На "геометрическом" языке величина КР в точке  $p_0$  равна также тангенсу наклона кривой зависимости реактивности, или критичности, от параметра «р». Используют приближение – значение  $K^2$  заменяется на  $K$ , но поскольку значение  $K$  в работающем реакторе близко к 1, это приближение достаточно оправданно.

Выгода же от последней части этого выражения значительна, поскольку она позволяет на основе формул для  $K_{эф}$  и четырех сомножителей (т.е. для тепловых реакторов) оценить вклад в коэффициент реактивности от каждой области энергии и каждого из сомножителей ибо, если  $K_{эф} = K_{\infty} \cdot P$ , причем  $P = 1 / (1 + B^2 M^2)$  и  $K_{\infty} = (\mu \phi \theta v_{эф})$ , то:

$$\alpha_p = \frac{\partial (\ln K)}{\partial p} = \frac{\partial (\ln \mu)}{\partial p} + \frac{\partial (\ln \phi)}{\partial p} + \frac{\partial (\ln \theta)}{\partial p} + \frac{\partial (\ln v_{эф})}{\partial p} + \frac{\partial (\ln P)}{\partial p}$$

или:

$$\alpha_p = \partial\mu/(\mu\partial p) + \partial\varphi/(\varphi\partial p) + \partial\theta/(\theta\partial p) + \partial v_{эф}/(v_{эф}\partial p) - B^2 dM^2/dp$$

Значит, можно оценить и предсказать величину и знак вклада каждого из сомножителей по отдельности, причем в относительных величинах. Можно также заранее оценить зависимости каждого из слагаемых от характеристик среды, параметров решетки и т.п.

Из теории автоматического управления систем известно, что система будет устойчива только в том случае, когда обратные связи в ней отрицательны. Для ЯЭУ это сформулировано в требованиях «Правил ядерной безопасности» (ПБЯ РУ АЭС) следующим образом: «все эффекты реактивности в реакторе должны быть отрицательны» (только для параметра плотности жидкости это требование правильнее применять к удельному объему).

С формально-математической точки зрения это означает, что для любого параметра «р» должно быть выполнено условие  $\alpha_p < 0$ . На графическом языке это значит, что тангенс наклона кривой реактивности (или критичности) от параметра «р» должен быть отрицателен. Это можно сформулировать примерно так: при росте любого параметра «р» реактивность реактора должна уменьшаться.

Однако гипотетически может существовать реактор, в котором это требование нарушается для некоторых параметров  $p$ .

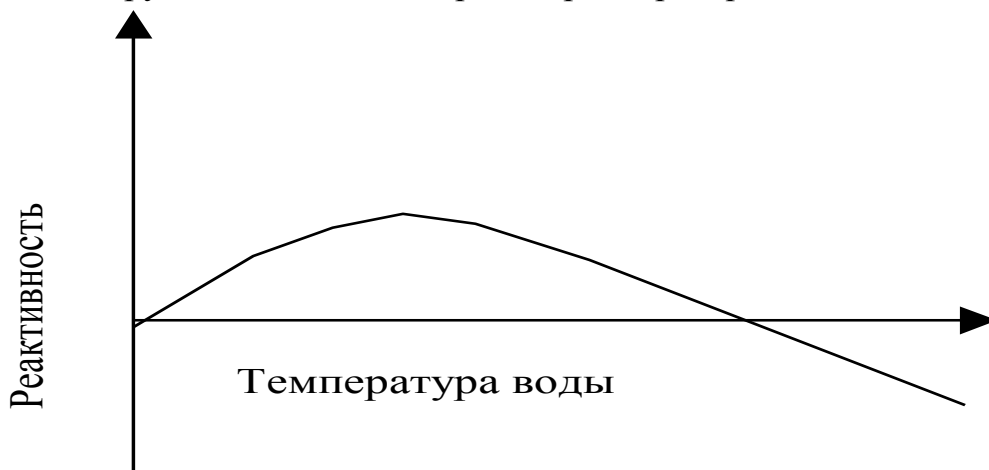


Рис.24. Зависимость реактивности реактора от температуры воды

На рис. 24 приведен пример поведения реактивности малого водородного реактора в зависимости от температуры воды.

Видно, что на начальном участке роста температуры (до максимума) производная реактивности по температуре или, что то же самое, тангенс угла наклона положительны. Реактивность с ростом температуры не только не уменьшается, а возрастает, что фактически противоречит требованиям ПБЯ.

Значит, на этом участке кривой реактор как система обладает положительным коэффициентом реактивности и положительной обратной связью по температуре воды, следовательно, обладает опасными свойствами.

В точке максимума производная и тангенс угла наклона кривой равны нулю, следовательно, реактор имеет нулевой коэффициент реактивности.

После прохождения максимума производная и тангенс угла наклона кривой становятся отрицательны (и численно равны коэффициенту реактивности), реактивность с ростом температуры снижается, значит, поведение реактора удовлетворяет требованиям ядерной безопасности.

Как видно, даже в простом случае коэффициент реактивности – величина не только не постоянная, но вполне может менять как значение, так и знак.

Следует отметить также обратную сторону того, что эффекты реактивности в реакторе отрицательны. При уменьшении параметра « $\rho$ » реактивность реактора возрастает. Значит при снижении температур топлива, замедлителя или теплоносителя реактивность систем, соответствующих основному требованию ПБЯ, будет возрастать. Действительно этот эффект имеет место и его необходимо учитывать при управлении реакторами, например, в режиме расхолаживания.

### **Виды эффектов реактивности**

Для понимания сущности эффектов реактивности следует начать с главного – с причин появления эффектов реактивности. Главной причиной появления почти всех (или большинства) эффектов можно считать изменение средней температуры реактора, т.е. всех компонент его среды, вызванное как работой внешних (по отношению к реактору) систем ЯЭУ, так и работой самого реактора (на мощности свыше 1%).

Какие же конкретные параметры и характеристики реактора могут обуславливать появление эффектов реактивности. Это характеристики среды и параметры эксплуатационных режимов реактора : температуры топлива, замедлителя и теплоносителя  $T$ , плотности жидких веществ  $\gamma$  (здесь правильнее говорить об удельном объеме), глубина выгорания топлива, концентрация ксенона и самария, концентрация поглотителей (борной кислоты, кадмия, эрбия или гадолиния), доли пара  $\phi$ , наконец мощность  $W$ . В этом ряду могут быть также и другие параметры (расход теплоносителя, давление и т.п.). Соответственно в реакторах выделяют коэффициенты реактивности (КР) по этим параметрам – температурам, плотностям, мощности и т.п.

Изменение температуры элементов активной зоны сложным образом влияет на реактивность. Здесь можно выделить влияние температуры на

изменение физических свойств веществ (плотность, доля пара и т.п.) и влияние ее на изменение ядерно-физических свойств этих же веществ и, соответственно, спектра нейтронов (имеется в виду изменение сечений взаимодействия воды, топлива, поглотителей в разных областях энергий). Поэтому можно рассматривать и анализировать эффекты по каждому материалу, области энергий, физической или ядерно-физической сущности по отдельности или группировать их по каким-либо признакам, что более рационально.

Существенно также, что каждый из эффектов имеет свои характерные времена развития, а, значит, и запаздывания ( $\tau$ ) по отношению к исходному процессу изменения температур. Поэтому по временным характеристикам выделяют эффекты медленно изменяющиеся во времени и быстродействующие, динамические.

Характер зависимости реактивности от температуры определяет динамические свойства реактора и решающим образом влияет на его устойчивость. Поэтому знание указанных зависимостей для каждого реактора совершенно необходимо.

### **Температурный эффект реактивности**

Температурный – ТЭР ( $\rho_T$ ) является интегральной характеристикой влияния температуры на реактивность и представляет собой изменение реактивности при разогреве или расхолаживании реактора в заданном интервале температур (при условии равномерности температурного поля по реактору). Он является интегральным потому, что в этот эффект войдут эффекты и на топливе и на замедлителе, причем во всех областях энергий. Измеряется температурный эффект реактивности так же, как и реактивность и в тех же единицах. ТЭР реактора ВВЭР определяют как изменение его реактивности при разогреве от 20 °С до рабочей температуры 270 °С:

$$\rho_T = \rho(T_2) - \rho(T_1)$$

Температурный коэффициент реактивности ТКР ( $\alpha, ^\circ\text{C}^{-1}$ ) является характеристикой изменения реактивности при разогреве реактора на 1 °С:

$$\alpha_T = d\rho_T/dT$$

С практической точки зрения  $\rho_T$  и  $\alpha_T$  удобно разделить на две составляющие: эффект и коэффициент медленно изменяющиеся во времени при изменении температуры и режима работы (т.н. *изотермические*  $\rho_t$  и  $\alpha_t$ ) и

быстрые, отслеживающие изменение мощности ядерного реактора (динамические, мощностные  $\rho_N$  и  $\alpha_N$ ):

$$\rho_T = \rho_t + \rho_N;$$

$$\alpha_T = \alpha_t + \alpha_N.$$

Изменение параметров обусловлено в основном двумя факторами: изменением макроскопических сечений взаимодействия нейтронов с ядрами атомов (по мере разогрева размножающей среды их скорость увеличивается, изменяются также энергии в степенях свободы воды для тепловой области); изменением плотности материалов активной зоны, определяющей их концентрацию, а следовательно, и макроскопические сечения.

Уже отмечалось, что по физической сущности все эффекты можно разделить на ядерно-физические и физические. Поэтому при анализе зависимостей температурных эффектов их также разделяют на две составляющие:

Ядерный ТЭР  $\rho_{я}$  – эффект, определяющий зависимость реактивности от микроскопических сечений материалов активной зоны при условии постоянства их плотностей;

Плотностной ТЭР  $\rho_{п}$  – эффект, определяющий зависимость реактивности от плотности материалов активной зоны при условии постоянства их микроскопических сечений.

При известных  $\rho_{я}$  и  $\rho_{п}$  можно определить полный температурный эффект реактивности как сумму:  $\rho_T = \rho_{я} + \rho_{п}$ . Аналогичным образом для коэффициентов можно записать:  $\alpha_T = \alpha_{я} + \alpha_{п}$ . Каждую из составляющих ТЭР и ТКР можно представить в соответствии с определенными моделями.

### **Общая характеристика составляющих ядерного ТЭР**

Целесообразно разделить ядерный ТЭР на две составляющие:

1. Составляющую, обусловленную изменением температуры и ядерных сечений взаимодействия замедлителя и приводящую в итоге к изменению спектра тепловых нейтронов;

2. Составляющую, обусловленную изменением температуры топлива и приводящую к уширению резонансов тяжелых ядер ( $^{235-238}\text{U}$ ,  $^{239-241}\text{Pu}$ ), т.е. к изменению зависимости сечения поглощения от энергии нейтрона вблизи каждого резонанса (так называемый эффект Доплера).

Первая составляющая связана с изменением энергии нейтронов, находящихся в тепловом равновесии со средой. Увеличение температуры среды (определяющее значение имеет температура замедлителя) приводит к



смещению спектра тепловых нейтронов в сторону более высоких энергий (разогрев). Этот процесс приближенно характеризуется изменением средней энергии или температуры нейтронов или «нейтронного газа» следующим образом:

$$T_{ng} = T_0 [1 + 1,4 * \Sigma_a (kT) / \xi \Sigma_s ]$$

где:  $T_0$  – температура замедлителя;

$\Sigma_a$  – макроскопическое сечение поглощения среды (тепловое);

$\xi \Sigma_s$  – замедляющая способность среды.

Поскольку сечения поглощения зависят именно от температуры нейтронного газа и снижаются с ростом энергии нейтронов (обычно по закону  $\approx 1/v = 1/\sqrt{E}$ ), то разогрев уменьшает поглощение нейтронов в активной зоне реактора. Вследствие увеличения энергии сшивки спектров с ростом температуры при разогреве сокращается также интервал замедления нейтронов. Кроме того, сечения когерентного и некогерентного рассеяния водорода в молекулах воды в зависимости от энергии в тепловой области также изменяются, что можно учесть только в рамках очень сложных моделей. Эффект смещения спектра тепловых нейтронов в той или иной степени сказывается на всех остальных характеристиках размножения среды.

Вторая составляющая (топливо) относится к промежуточной, вернее резонансной, области энергий. Скорость реакции нейтронов с ядрами определяется их относительной скоростью движения, причем абсолютная скорость теплового движения ядер (их колебания в решетке) увеличивается при разогреве и уменьшается при расхолаживании. Такое изменение температуры приводит к изменению формы резонансных пиков сечения поглощения, прежде всего ядер  $^{238}\text{U}$ , поскольку относительная скорость в системе нейтрон-ядро изменяется. Чем выше температура среды, тем сильнее снижается значение сечения в максимуме резонанса  $\sigma_{\text{max}}$  и тем сильнее уширение резонансного пика. При этом площадь под кривой резонансного пика всегда остается неизменной. По ассоциации с акустикой изменение формы резонансов вследствие теплового движения ядер названо *доплер-эффектом*, а соответствующий эффект и коэффициент реактивности в топливе называются доплеровскими – ДКР и ДЭР.

Доплер-эффект оказывает влияние как на вероятность избежать резонансного захвата в  $^{238}\text{U}$ , так и на поглощение и деление  $^{235}\text{U}$  и  $^{239}\text{Pu}$  во всей резонансной области и, в частности, в области их очень важного первого резонанса при 0,3 эВ.

Так как доплеровское изменение ширины резонансных пиков является следствием изменения температуры топлива, а смещение спектра тепловых нейтронов вызывается изменением температуры замедлителя, то в динамическом отношении (по времени запаздывания  $\tau$ ) эти эффекты значительно различаются.

### Составляющие ядерного ТКР

Слагаемое  $1/\varphi(d\varphi/dT)$  характеризует влияние температуры на вероятность избежать резонансного захвата.

$$\varphi = \exp(-\text{const} / v_{\text{эф}}^u)$$

Влияние эффекта Доплера на вероятность избежать поглощения в процессе замедления сказывается только через эффективный резонансный интеграл  $I_{\text{эф}}^u$ . В гетерогенных реакторах  $\varphi$  всегда зависит от температуры топлива и с ростом последней  $\varphi$  уменьшается. Это объясняется тем, что полуширина каждого резонанса  $\Gamma$  является таковой только при температуре 0К. При нагревании до температуры  $T$  она увеличивается на величину т.н. доплеровской добавки  $\Delta_d = \sqrt{4 kTE/(A+1)^2}$ , где  $k$  – постоянная Больцмана,  $E$  – энергия, т.е.  $\Gamma^2(T) = \Gamma^2 + \Delta_d^2$ .

В результате уширения каждой из резонансных линий, радиационный захват на  $^{238}\text{U}$  растет и вклад резонансного захвата в ядерный ТКР всегда оказывается отрицательным, т.е.:

$$[1/\varphi(d\varphi/dT)]_я < 0.$$

Физически указанная закономерность вполне очевидна. Увеличение температуры при прочих равных условиях приводит к снижению  $\varphi$ , так как в этом случае за счет отличия энергии относительного движения нейтронов от их абсолютной энергии большее число нейтронов может попасть в область резонанса.

Итак, изменение слагаемого  $[1/\varphi(d\varphi/dT)]_я$  зависит только от свойств ядер в области резонансных нейтронов.

Изменение слагаемых  $1/v_{\text{эф}}(dv_{\text{эф}}/dT)$  и  $1/\Theta(d\Theta/dT)$  определяется изменением жесткости спектра тепловых нейтронов. При этом вклады этих слагаемых в  $\alpha_я$  существенно различаются по величине. Наименьший вклад дает слагаемое  $1/v_{\text{эф}}(dv_{\text{эф}}/dT)$  (а также  $1/\mu(d\mu/dT)$ ) которое вообще от тепловых нейтронов не зависит). Можно считать, что:

$$[1/\mu(d\mu/dT)]_я \approx [1/\nu_{эф}(d\nu_{эф}/dT)]_я \approx 0.$$

Величина  $\mu$  от энергии нейтронов зависит слабо и только в связи с изменением  $P$  – вероятности первого соударения нейтрона в урановом блоке. При оценке температурного эффекта указанная зависимость столь незначительна, что ею обоснованно можно пренебречь.

Величина  $\nu_{эф}$  также мало изменяется с изменением температуры. Существующая слабая зависимость  $\nu_{эф}(T_{ср})$  обусловлена тем, что микроскопические сечения  $\sigma_f^5$  и  $\sigma_a^5$  по-разному отклоняются от закона  $1/v$  в случае изменения температуры размножающей среды (что выражается в зависимости т.н. фактора Весткотта). Ситуация для  $\nu_{эф}(T_{ср})$  заметно изменяется лишь при накоплении в топливе вторичного делящегося изотопа  $^{239}\text{Pu}$ , сечения деления и поглощения которого в области 0,3 эВ имеют очень сильный ( по сравнению с первичным  $^{235}\text{U}$ ) резонанс. Правда, эти изменения гораздо более сильно заметны в мягком спектре реакторов типа РБМК ( где они проявляются в перемене знака и в появлении положительных парового и мощностного КР и ЭР).

Из-за того, что с повышением температуры среды поглощение нейтронов уменьшается, длина диффузии в материалах ячейки возрастает, а это приводит к уменьшению неравномерности распределения потока тепловых нейтронов ( $\Phi$ ) в ячейке и, следовательно, к снижению коэффициента проигрыша, что положительно сказывается на величине  $\Theta$ .

Отношение же  $\sigma_a^3/\sigma_a^5$ , характеризующее относительное поглощение нейтронов в замедлителе, претерпевает изменения вследствие того, что  $\sigma_a^3$  с увеличением температуры уменьшается пропорционально  $1/v$ , а  $\sigma_a^5$  изменяется с отклонением от закона  $1/v$ . В результате, при разогреве ядерные эффекты увеличивают относительное поглощение нейтронов в замедлителе, что отрицательно сказывается на величине  $\Theta$ .

Поскольку рассмотренные факторы разнонаправленно влияют на  $\Theta$ , то результат будет зависеть от соотношения их вкладов. В итоге, проведенная оценка влияния указанных факторов на  $\alpha_я$  при разогреве реактора свидетельствует о том, что:

$$[1/\Theta(d\Theta/dT)]_я > 0.$$

Температурная зависимость слагаемого  $[B^2 dM^2/dT]$  также определяется в результате сопоставления двух конкурирующих эффектов, так как при увеличении  $T_{ср}$  с одной стороны значение  $L^2$  растет из-за снижения

поглощения, а с другой значение  $\tau$  уменьшается вследствие увеличения энергии сшивки и соответствующего сокращения интервала замедления. В результате  $[B^2 dM^2/dT]_я < 0$ , что определяется величиной соотношения  $L^2/\tau$ .

Подводя итог сказанному, можно заключить, что ядерный ТКР определяется балансом следующих слагаемых (в котором знаки слагаемых отражают знак их вклада) :

$$\alpha_я = [1/\Theta(d\Theta/dT)]_я - [1/\varphi(d\varphi/dT)]_я - [B^2 dM^2/dT]_я$$

Во многом знак  $\alpha_я$  зависит от соотношения  $T_U^{cp}$  и  $T_3^{cp}$ . В случае, когда изменение средней температуры топлива  $\Delta T_U^{cp}$  примерно равно изменению средней температуры замедлителя  $\Delta T_3^{cp}$  (малая мощность в топливе), первое слагаемое оказывается больше, чем второе. Эффект изменения  $\varphi$  начнет превалировать над эффектом изменения  $\Theta$  только при  $(\Delta T_U^{cp}/\Delta T_3^{cp}) \geq 3$ .

Знак ТКР важен, так как он в значительной степени влияет на устойчивость реактора, о чем будет сказано ниже, и он определяет знак ядерного ТЭР.

В заключение следует отметить, что выше были рассмотрены те эффекты, которые являются наиболее общими. А вообще при анализе температурного коэффициента и температурного эффекта реактивности, кроме рассмотренных, необходимо учитывать и такие факторы как:

- изменение эффективности отражателя, который через эффективную добавку влияет на геометрический параметр  $B^2$  и, следовательно, на  $\rho$ ;
- изменение эффективности средств регулирования мощности и компенсации реактивности, что влияет на  $\Theta$  и соответственно на  $\rho$ ;
- изменение поглощения нейтронов накопившимися в активной зоне нуклидами с большим сечением поглощения ( $^{239}\text{Pu}$ ,  $^{135}\text{Xe}$ ,  $^{149}\text{Sm}$ ), что сказывается на  $\Theta$  и соответственно на  $\rho$ .

### **Плотностной эффект реактивности**

В соответствии с приведенным выше определением плотностной эффект обусловлен зависимостью реактивности от плотности воды или, более точно, раствора борной кислоты –  $\rho_T = f(\gamma_{H_2O})$  при  $\sigma = \text{const}$ .

Плотностной эффект влияет на реактивность ВВЭР главным образом в период разогрева и расхолаживания реактора, так как при работе реактора в энергетических режимах средняя температура воды поддерживается постоянной на всех уровнях мощности. Он будет важнейшим и в гипотетическом случае аварии, поскольку определяет невозможность ядерного разгона реактора в этих режимах при вскипании теплоносителя

(при его плотности 0,3 и ниже), то есть обеспечивая реактору ВВЭР 1000 внутренне присущие свойства безопасности, т.е. свойства, основанные на физической природе вещей и не требующие вмешательств каких-либо внешних систем безопасности для останова реактора.

### **Мощностной эффект реактивности**

Когда теплопроводность ядерного топлива в реакторе мала (как у  $UO_2$  в реакторах ВВЭР), то с увеличением мощности сильно изменяется профиль температуры в твэле и возрастает радиальная неравномерность ее распределения. Если на внешней поверхности топливной таблетки температура составляет примерно 350–400 °С, то в центре твэла она достигает 1500 °С и более (в режимах нормальной эксплуатации). В результате средние по объему топлива и по объему активной зоны температуры становятся функциями мощности и средняя температура теплоносителя уже не отражает реальную ситуацию. Поэтому наряду с рассмотренными выше характеристиками температурного эффекта, используемыми в период разогрева и расхолаживания реактора для однородных температурных распределений, применяются также характеристики мощностного эффекта реактивности, используемые при работе реактора в энергетических режимах.

Мощностной эффект реактивности – это изменение реактивности в результате изменения мощности реактора  $W_p$  в заданном диапазоне при постоянном расходе теплоносителя  $G$  через активную зону. Измеряется мощностной эффект в единицах реактивности и обозначается  $\rho_w$ .

Мощностной коэффициент реактивности – это изменение реактивности в результате увеличения мощности реактора на 1% (либо на 1 МВт тепловой мощности) при постоянном расходе теплоносителя через активную зону. В соответствии с этим определением мощностной коэффициент реактивности (МКР)  $\alpha_w$  (1/ 1%  $W_p$ ) имеет вид:

$$\alpha_w = d\rho/dW_p$$

Так как оба введенных параметра учитывают эффект увеличения средней температуры активной зоны с ростом мощности реактора при постоянной средней температуре теплоносителя, то мощностной эффект и мощностной коэффициент реактивности отрицательны, поскольку отрицателен ТКР в области рабочих средних температур.

Зависимость мощностного эффекта от расхода теплоносителя проявляется в том, что с увеличением расхода мощностной эффект уменьшается, так как при росте расхода улучшается теплосъем и снижается

температура ядерного топлива. Примерный вид кривых мощностного эффекта реактивности в зависимости от мощности и расхода показан на рис. 25.

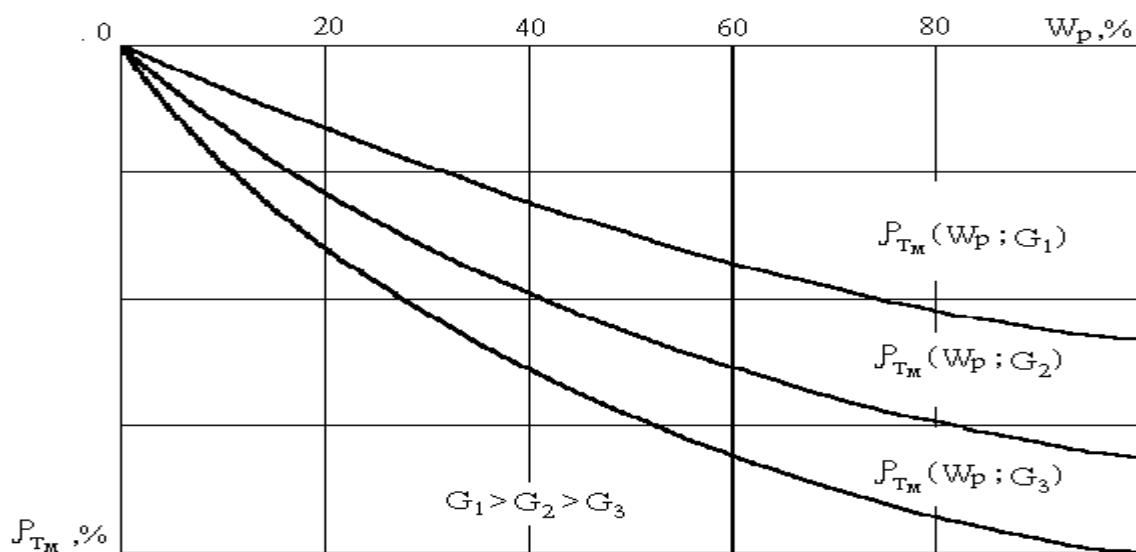


Рис. 25. Общий вид кривых мощностного эффекта реактивности

Кривые мощностного эффекта реактивности для каждого реактора в начале и конце кампании строятся отдельно, их пример приведен на рис. 26.

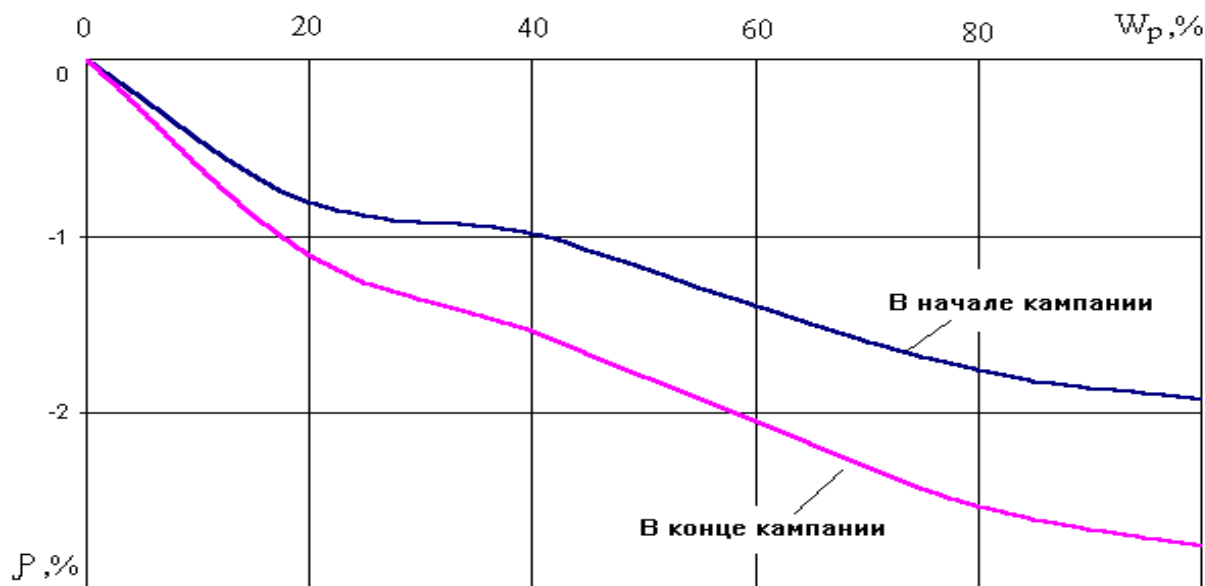


Рис.26. Кривые мощностного эффекта реактивности в начале и конце кампании

Однако для управления реактором самым важным фактором, следующим из наличия мощностного эффекта реактивности (из-за разогрева топлива и появления «температурного напора»), является изменение поведения реактора при наличии мощностного эффекта реактивности.

### **Переходные процессы в реакторе с мощностным эффектом реактивности**

Реактор с мощностного эффекта реактивности, как объект управления обретает отрицательные обратные связи и приобретает свойства саморегулирования. Действительно, любое мгновенное введение положительной реактивности  $0 < \rho_0 < \beta_{эф}$  при постоянном расходе и теплосъеме ( $G = \text{const}$ ) вызывает повышение мощности, немедленный разогрев топлива и повышение средней температуры активной зоны. Это приводит к появлению отрицательной реактивности (вырабатываемой внутри реактора за счет отрицательного мощностного эффекта реактивности  $\rho_{вн} = \alpha_w \cdot \Delta W$ ), и после переходного процесса мощность сама стабилизируется на новом, более высоком уровне.

Пример такого переходного процесса и самостоятельной стабилизации мощности реактора при наиболее неприятном скачке реактивности, например,  $\rho_0 = 0,5\beta_{эф}$  приведен на рис. 27 (подобный скачок возможен, например, при разрыве чехла кластера СУЗ). При этом процессе четко видимой границы между процессами на мгновенных и запаздывающих нейтронах не наблюдается. Амплитуда изменения мощности (разность мощности после переходного процесса  $W_2$  и до него  $W_1$ ) и введенная реактивность  $\rho_0$  будут связаны между собой значением среднего мощностного КР как  $W_2 - W_1 = \alpha_w / (\rho_0 - 0)$ .

С точки зрения управления это значит, что для подъема мощности на конечную величину  $\Delta W$  (пусть на 10%) необходимо ввести конечную величину положительной реактивности  $\Delta \rho_0$  (допустим, вывести 50 см группы ручного регулятора – РР). Если мы хотим поднять мощность еще на 10%, нужно извлечь РР еще на такую же величину и так далее.

При этом следует отметить, что нарастание мощности происходит медленнее, чем в переходном процессе в промежуточном диапазоне мощности (ДП). Наличие или отсутствие небольшого наблюдаемого выбега мощности (т.н. «эффект перекомпенсации») зависит от соотношения быстрой и медленной компонент в мощностном эффекте для каждого данного реактора.

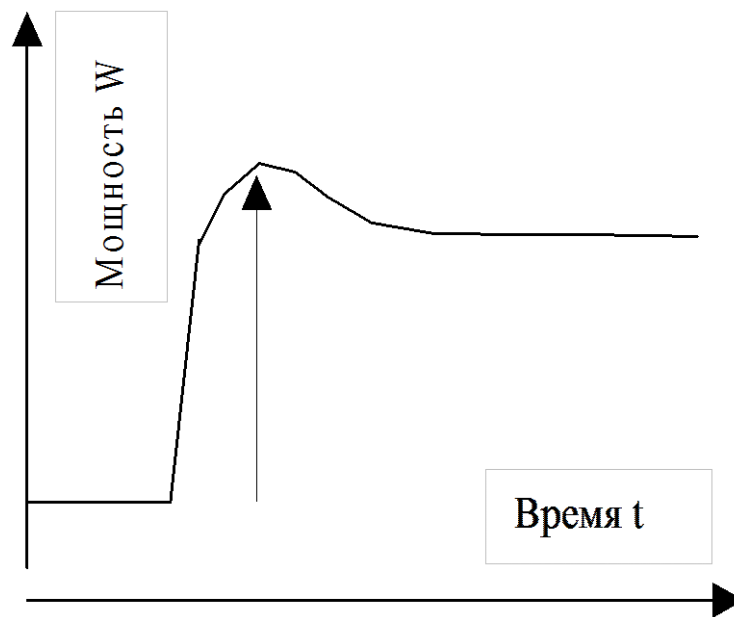


Рис. 27. Изменение тепловой мощности реактора  $W$  при мгновенном введении положительной реактивности  $\rho_0 = +0,5\beta_{эф}$ .

Наоборот, любое введение извне отрицательной реактивности  $\rho_0$ , вызванное, например, падением группы стержней (при введении отрицательной реактивности ограничения отсутствуют) при неизменном расходе и теплосъеме ( $G = \text{const}$ ) приводит к уменьшению мощности и выработке внутри реактора положительной реактивности. Мощность стабилизируется на новом, более низком уровне. Связь амплитуды изменения мощности и введенной реактивности остается прежней. Картина изменения мощности в зависимости от времени будет как бы «зеркальной» по отношению к изображенной на рис. 27, она приведена на рис. 28.

Следует иметь в виду, что мощностной коэффициент реактивности в неустановившемся процессе может существенно отличаться от своего стационарного значения  $\langle \alpha_W \rangle$  при том же мгновенном значении мощности реактора. Отличие это тем больше, чем больше скорость переходного процесса.

### О свойствах саморегулирования ядерного реактора

Саморегулирование реактора – это его способность без воздействия системы регулирования изменять тепловую мощность в соответствии с ее потреблением.

Хотя условие устойчивости реактора формулируется в виде  $\alpha < 0$ , нельзя сказать, что реактор с небольшим положительным температурным коэффициентом реактивности является неуправляемым. Как было показано выше, все эффекты, кроме доплеровского изменения ширины резонансных пиков, являются следствием инерционных процессов, связанных с



изменением температуры замедлителя. Только доплер-эффект обусловлен изменением температуры топлива, которая практически мгновенно и без инерции следует за мощностью реактора. Так как эта мгновенная составляющая  $\alpha$  всегда отрицательна, она и определяет управляемость реактора при небольшом общем положительном ТКР.

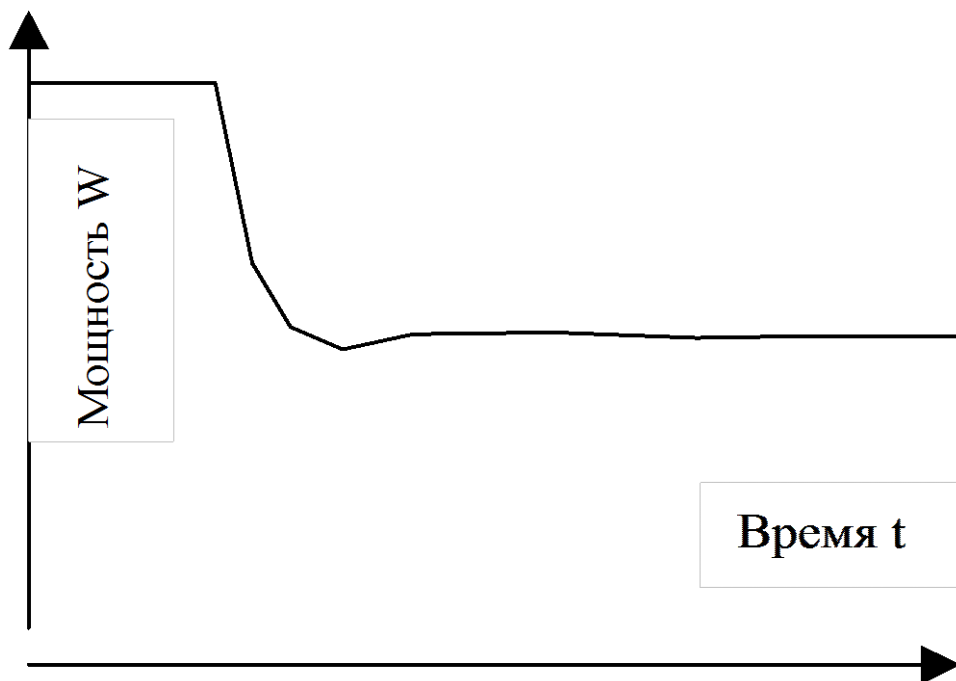


Рис 28. Изменение нейтронной мощности реактора  $W$  при введении отрицательной реактивности  $\Delta\rho_0 < 0$

Тем не менее, невзирая на принципиальную возможность эксплуатации реактора с малым положительным ТКР, наличие такой температурной характеристики нежелательно, так как при этом снижается безопасность реактора и необходимо предъявляются значительно более жесткие требования к системе регулирования. Именно поэтому все ВВЭР обладают отрицательным ТКР в области рабочих температур.

Наряду со знаком ТКР в рабочей области температур важно также его значение. Для подавления возмущений по реактивности с минимальным отклонением параметров реактора желательно иметь большой по абсолютной величине отрицательный ТКР. В то же время большой ТКР не всегда приемлем исходя из соображений безопасности, так как он может привести к резкому увеличению реактивности и, следовательно, мощности при внесении возмущений по температуре или расходу теплоносителя через активную зону. Вследствие указанного противоречия выбор необходимого значения ТКР представляет собой типичную оптимизационную задачу.

Для безопасности ядерных реакторов чрезвычайно важно иметь отрицательный мощностной коэффициент реактивности, который обеспечит

надежное ограничение мощности в аварийных ситуациях. Но большой отрицательный МКР  $\alpha_w$  существенно ограничивает возможности саморегулирования, так как он противодействует ТКР, стабилизирующему параметру ядерного реактора на новой мощности, достигнутой изменением нагрузки. В большинстве случаев мощностной коэффициент  $\alpha_w$  примерно на порядок меньше температурного  $\alpha_T$ , однако в переходных режимах быстрый вклад их в реактивность по значению примерно одинаков, так как изменение температуры топлива в этих случаях примерно на порядок выше изменений температуры теплоносителя. Динамически  $\alpha_w$  более быстродействующий, а для безопасности ядерных реакторов при  $\alpha_w < 0$  это главное. Но большой отрицательный  $\alpha_w$ , как и  $\alpha_T$ , улучшая безопасность ядерных реакторов, требует большого физического веса органов компенсации реактивности для обеспечения подкритичности после остановки и расхолаживания ядерного реактора.

Отрицательный мощностной коэффициент реактивности кроме обеспечения ядерной безопасности может быть использован для продления кампании реактора и как следствие дополнительной выработки энергии с той же загрузкой топлива.

По достижении реактором конца кампании на номинальном уровне мощности он может быть выведен в режим саморегулирования. При этом дальнейшее выгорание топлива и поддержание критичности реактора идет за счет постепенного самопроизвольного уменьшения мощности и высвобождения соответствующей реактивности, обусловленной отрицательным мощностным коэффициентом. Это сопровождается общим снижением температурного уровня зоны (но не теплоносителя) и высвобождением реактивности за счет температурного эффекта. В реакторах на тепловых нейтронах дополнительное высвобождение реактивности идет при снижении мощности и за счет уменьшения стационарного отравления ксеноном. Напомним, что последнее уменьшается при всех прочих равных условиях с уменьшением плотности потока нейтронов или, что одно и то же, с уменьшением мощности реактора.

Эффект продления кампании с самопроизвольным снижением мощности ниже номинальной используется на АЭС с ВВЭР. Имеющийся опыт работы в этом режиме показывает, что кампания может быть продлена примерно на месяц. Электрическая мощность блока за это время уменьшается по сравнению с номинальной, примерно на 30%, а температурный уровень теплоносителя в первом контуре примерно на 5%. Одновременно с этим идет снижение параметров вырабатываемого на

турбину пара и как следствие уменьшение КПД блока. Поэтому продолжительность работы на сниженных параметрах определяется в конечном итоге технико-экономическими расчетами.

Вопросы определение равновесных концентраций ксенона-135, иода-135, самария-149, прометия-149; переходные процессы при маневрировании мощностью реактора изложены в пособии [7].

## МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

**Тема 1. Сечения. Резонансный интеграл, эффективный резонансный интеграл. Плотность столкновений. Скорости процессов. Вероятность избежать поглощения в процессе замедления нейтронов.**

Задача 1. В среде, состоящей из урана-235, все нейтроны – быстрые, и в первом приближении имеют одну и ту же энергию. Вычислить радиус и массу критической сферы из урана-235 (плотность  $18,8 \text{ г/см}^3$ ) с помощью метода конечных точек и диффузионного приближения, предполагая рассеяние изотропным. Принять  $\sigma_f = 1,3$  барн,  $\sigma_s = 4,0$  барн,  $\sigma_\gamma = 0$  и  $\nu = 2,5$ .

Задача 2. Чему равна энергия взаимодействия: а) двух протонов, находящихся на расстоянии  $r = 2 \cdot 10^{-10}$  см; б) двух нейтронов на таком же расстоянии друг от друга?

Задача 3. Ядро урана-235 разделилось на осколки - ядра стронция-95 и ксенона-139. Оценить, с какой кинетической энергией разлетаются осколки в момент, когда они находятся на расстоянии, равном радиусу ядра урана.

Задача 4. Какую массу уносит электромагнитное излучение нити накала электролампы мощностью 60 Вт за 500 часов работы?

Задача 5. Определить полную и удельную энергии связи кислорода-16 и урана-235.

**Тема 2. Диффузия нейтронов. Решение уравнений диффузии для неразмножающей среды (простейших геометрий).**

Задача 1. Вычислить, имеются ли отличия между средней удельной энергией связи нуклонов в ядре бериллия-8 от энергии связи в ядре этого элемента при удалении одного нейтрона.

Задача 2. Оценить разницу в получаемой энергии синтеза при синтезе ядра гелия-4 из свободных нуклонов и из ядер дейтерия.

Задача 3. Ядро урана-235 поглотило нейтрон и разделилось на ядра иттрия-90 и неодима-144, испустив при этом два нейтрона. Записать полный цикл происходящих реакций, а также вычислить количество выделившейся при делении энергии.

Задача 4. Определить разницу в получаемой энергии при делении 100 г урана-235 и при синтезе 100 г гелия -4.

Задача 5. Оценить энергию связи с ядром электрона на орбите с радиусом 5 нм в атоме протия, а также сравнить её с энергией связи электрона с ядром гелия-4, находящегося на том же расстоянии.

**Тема 3. Решение уравнений диффузии для реактора (простейших геометрий). Материальный и геометрический параметр. Вероятность избежать утечки нейтронов. Критические размеры реактора.**

Задача 1. Вычислить распределение энергий получаемых продуктов реакции синтеза дейтерия и трития. Записать уравнение реакции.

Задача 2. Какой дефект массы соответствует энерговыработке ЯР при работе на мощности 1000 МВт в течение трёх месяцев?

Задача 3. Сколько нужно разделить урана-235, чтобы получить энергию, соответствующую 1 г вещества?

Задача 4. Оценить энергию связи и возможность альфа-распада без потребления энергии изотопов полония-210 и железа-56.

Задача 5. Оценить обогащение по урану-235 в природном уране 10 млн лет назад и 1 млрд лет назад. Построить логарифмическую зависимость обогащения от времени.

**Тема 4. Возраст нейтронов, утечка нейтронов в процессе их замедления. Простейшие решения уравнения возраста для бесконечной среды (точечный, линейный, плоский источник).**

Задача 1. Какой промежуток времени должен пройти, чтобы от 1 г полония-210 осталось 0,1% в результате радиоактивного распада? Определить также количество полных периодов полураспада, необходимых для достижения данного процентного содержания. Период полураспада полония – 138,4 сут.

Задача 2. Оценить мощности полоний-бериллиевого и плутоний-бериллиевого источников нейтронов спустя 1 месяц и 1 год после их создания. Исходные мощности, соответственно, равны  $5 \cdot 10^6$  и  $3 \cdot 10^6$  нейтронов в секунду.

Задача 3. Определить преобладающий тип реакций (рассеяния или поглощения) на ядрах смеси урана-235 и углерода-12 при условии, что на 1 атом урана приходится 1000 атомов углерода. Плотность углерода –  $1,6 \text{ г/см}^3$ , сечения рассеяния: урана –  $8,9 \cdot 10^{-24}$ , углерода –  $4,75 \cdot 10^{-24}$ ; сечения поглощения: урана –  $683 \cdot 10^{-24}$ , углерода –  $0,0034 \cdot 10^{-24}$ .

Задача 4. В активную зону реактора загружены уран-235 и бериллий-9 в виде гомогенной смеси, соотношение количества ядер урана к ядрам бериллия – 0,005. Определить отношение масс урана и бериллия, а также определить роль бериллия в данной смеси.

Задача 5. Определить характер поведения реактора при  $\delta k_{\text{эфф}} = 0,005$  и реактивности 0,005. Чем отличаются данные режимы работы между собой?

### **Тема 5. Определение коэффициентов использования нейтронов.**

Задача 1. Цилиндрический реактор с бериллиевым отражателем имеет следующие размеры активной зоны: высота 3 м, радиус 1,5 м. Сравнить её эффективность с активной зоной без отражателя и оценить размеры такой активной зоны.

Задача 2. Вычислить долю нейтронов, вылетающих из активной зоны в процессе замедления и диффузии при критическом режиме, если количество вторичных нейтронов – 1,79, коэффициент размножения на быстрых нейтронах – 1,03, вероятность избежать резонансного поглощения при замедлении – 0,72, вероятность избежать поглощения в конструкционных материалах – 0,80, вероятность избежать поглощения в замедлителе – 0,96.

Задача 3. Чему равен коэффициент размножения нейтронов в критическом реакторе на тепловых нейтронах, если вероятность утечки нейтронов из него составляет 10%?

Задача 4. Плотность нейтронов с энергией 0,025 эВ равна  $10^6$  нейтр./см<sup>3</sup>, а с энергией 5 кэВ –  $10^4$  нейтр./см<sup>3</sup>. Плотность потока каких нейтронов больше?

Задача 5. Какова вероятность столкновения нейтронов между собой в топливе активной зоны реактора на тепловых нейтронах, если плотность потока нейтронов составляет  $10^{10}$  нейтр./см·с?

**Тема 6. Запаздывающие нейтроны, доля и эффективная доля запаздывающих нейтронов. Анализ решения уравнений точечной кинетики для скачкообразного изменения реактивности. Единицы измерения реактивности.**

Задача 1. Какая энергия выделится при делении и сжигании 5 г урана-235? Переведите полученный результат в условное топливо.

Задача 2. Реактор на тепловых нейтронах имеет загрузку 10 т урана с обогащением 3% по урану-235. Определить флюэнс нейтронов в реакторе, если мощность реактора – 100 МВт.

Задача 3. Определить теплотворную способность природного урана и урана с обогащением 2% с глубинами выгорания: 1) 20% по урану-235; 2) 5 кг урана-235 на тонну.

Задача 4. В качестве топлива в ЯР используется 12 т  $\text{UO}_2$ , а в качестве замедлителя – 7 т  $\text{H}_2\text{O}$ . Определить ядерную и массовую концентрации делящегося изотопа  $^{235}\text{U}$  по отношению к воде, если обогащение урана равно 3%.

Задача 5. Какая скорость деления  $^{235}\text{U}$  соответствует мощности 70 МВт?

**Тема 7. Определение равновесных концентраций ксенона-135, йода-135, самария-149, прометия-149. Переходные процессы при маневрировании мощностью реактора.**

Задача 1. Сколько нужно разделить и «сжечь» (разделить с учётом радиационного захвата)  $^{235}\text{U}$ , чтобы получить энергию 20 МВт\*сут в ЯР на тепловых нейтронах? Какому количеству условного топлива соответствует энергия деления 15 г  $^{235}\text{U}$ ?

Задача 2. Во сколько раз теплотворная способность природного урана при глубине выгорания 25% по  $^{235}\text{U}$  больше теплотворной способности дизельного топлива?

Задача 3. Сколько ядер  $^{235}\text{U}$  в секунду превращается в  $^{236}\text{U}$  в ЯР на тепловых нейтронах на 20 кВт мощности?

Задача 4. Какое количество  $^{235}\text{U}$  разделится и превратится в  $^{236}\text{U}$  за 6 месяцев работы ЯР на тепловых нейтронах на мощности 100 МВт?

Задача 5. ЯР на тепловых нейтронах выработал  $4 \cdot 10^4$  МВт\*ч на мощности 40 МВт. Определить скорость выгорания урана в единицу времени.

### **Тема 8. Влияние отрицательного мощностного коэффициента реактивности на стабилизацию мощности реактора.**

Задача 1. Вычислить значение полного энерговыделения за 3 с после скачкообразного увеличения реактивности от критического состояния на величину  $+2\beta_{\text{эфф}}$  (около +1,4%) при мощности 130 МВт и времени запаздывания  $10^{-3}$  с.

Задача 2. Атомный ледокол «Заря» при работе двух ЯР на мощности 75 МВт каждый во льдах идёт со скоростью 6 узлов. Чему равен расход топлива на 1 милю пути в данном случае, и в случае плавания по чистой воде со скоростью 14 узлов на той же мощности?

Задача 3. При каком значении реактивности реактора скорость протекания цепной реакции деления определяется временем запаздывания запаздывающих нейтронов?

Задача 4. В ЯР на тепловых нейтронах мощностью 90 МВт загрузка составляет 11 т урана с обогащением 3,6% по  $^{235}\text{U}$ . Оценить обогащение по  $^{235}\text{U}$  в конце кампании, равной 650 сут.

Задача 5. Реактор работал на мощности 40 МВт 2 суток, затем на мощности 120 МВт 3 суток. Определить среднюю мощность по бета-гамма излучению в реакторе за указанный период работы.



## ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ

1. Микросечения взаимодействия нейтронов с веществом
2. Микросечения взаимодействия нейтронов с топливом
3. Микросечения взаимодействия нейтронов с замедлителем
4. Транспортное сечение
5. Макросечение взаимодействия, макросечение гомогенной смеси
6. Общие характеристики взаимодействия нейтронов с ядрами
7. Поток нейтронов
8. Микроскопические и макроскопические сечения
9. Плотность ядер в среде разного химического состава
10. Области энергий нейтронов - тепловая, промежуточная, быстрая
11. Классификация ядер по атомному весу
12. Интегро-дифференциальное уравнение переноса нейтронов в среде
13. Интегралы рассеяния и деления
14. Уравнение переноса в интегральном виде. Источники. Общие граничные условия
15. Понятие о процессе диффузии в физике
16. Диффузия нейтронов
17. Параметры диффузии нейтронов, транспортное сечение, коэффициент диффузии
18. Условия применимости модели диффузии
19. Односторонние токи, суммарный ток
20. Вывод выражений для односторонних токов в среде, выражение суммарного тока
21. Закон Фика для нейтронов
22. Получение уравнения диффузии
23. Диффузионная длина
24. Граничные условия на границе раздела двух сред
25. Граничные условия на границе с вакуумом, экстраполированная длина
26. Физический смысл длины диффузии
27. Рассеяние нейтронов в системе координат лабораторной и центра инерции
28. Связи скоростей, углов рассеяния
29. Степенька рассеяния, альфа
30. Изотропное рассеяние
31. Получения соотношения для закона рассеяния, его смысл

32. Равновероятное статистическое распределение рассеянных нейтронов
33. Вычисление средней энергии нейтронов
34. Вычисление средней потери энергии при рассеянии
35. Летаргия, шкала летаргии
36. Вывод уравнения замедления в бесконечной среде для водорода без поглощения
37. Вывод уравнения замедления в бесконечной среде для водорода с поглощением
38. Спектры замедляющихся нейтронов
39. Спектр Ферми
40. Резонансный интеграл
41. Бесконечный резонансный интеграл и эффективный резонансный интеграл.
42. Зависимость эффективного резонансного интеграла от разбавления основного поглотителя ядрами среды и от температуры
43. Термализация нейтронов
44. Тепловое равновесие в среде. Спектр Максвелла
45. Усреднение сечений в тепловой области энергий
46. Факторы Весткотта
47. Модель непрерывного замедления
48. Связь времени замедления и летаргии
49. Уравнения возраста в среде без поглощения
50. Жизненный цикл нейтронов в реакторе, поколения нейтронов
51. Понятие о коэффициенте размножения
52. Коэффициент размножения нейтронов в бесконечной среде
53. Формула 4-х сомножителей, физический смысл каждого из 4-х сомножителей, их влияние на безопасность
54. Тепловые, промежуточные быстрые нейтроны в реакторе
55. Материальный параметр среды
56. Понятия бесконечного и эффективного коэффициентов размножения, их связь
57. Геометрический параметр и материальный параметр
57. Пространственное распределение плотности потока нейтронов в цилиндрическом реакторе
58. Оптимальное соотношение между высотой и радиусом цилиндра
59. Пространственное распределение энерговыделения в реакторе
60. Способы выравнивания энерговыделения, коэффициенты неравномерности энерговыделения

61. Стратегии загрузки топлива: in-in-out и out-in-in
62. Соотношение топлива и замедлителя в реакторе
63. Тесные и разреженные решетки
64. Влияние борной кислоты
65. Внутренне присущие свойства безопасности
66. Воспроизводство топлива в тесных решетках
67. Преимущества гетерогенного размещения топлива в ядерных реакторах
68. Метод вероятности первых столкновений
69. Коэффициент размножения на быстрых нейтронах
70. Вероятность избежать резонансного поглощения в гетерогенной среде
71. Влияние гетерогенного размещения топлива на эффективный резонансный интеграл
72. Коэффициент использования тепловых нейтронов
73. Изменение эффективного резонансного интеграла с температурой
74. Реактор с отражателем. Роль отражателя
75. Эффективная добавка отражателя, случай тонкого и толстого отражателя
76. Причина обратных связей (эффектов реактивности) в реакторе
77. Эффект Доплера. Коэффициент реактивности по температуре топлива
78. Плотностной (пустотный, паровой) коэффициент реактивности
79. Коэффициенты реактивности как основа безопасной эксплуатации реакторов

Белорусский национальный технический университет

УТВЕРЖДАЮ

Декан энергетического факультета

С.М. Силук

Регистрационный № УД- 1942-130р.

**ТЕОРИЯ ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ**

Наименование дисциплины

**Учебная программа для специальности:**

1-43 01 08 Паротурбинные установки атомных электрических станций  
(код специальности) (наименование специальности)

Факультет Энергетический  
название факультета

Кафедра Тепловые электрические станции  
название кафедры

Курс (курсы) 4

Семестр (семестры) VII

Лекции 28  
количество часов

Экзамен -  
(семестр)

Практические (семинарские)  
занятия 28  
количество часов

Зачет VI  
(семестр)

Лабораторные  
занятия -  
количество часов

Курсовой проект (работа) -  
(семестр)

Всего аудиторных часов  
по дисциплине 56  
количество часов

Всего часов  
по дисциплине 90  
количество часов

Форма получения  
высшего образования дневная

Составил: Сорокин В.В., к.т.н.

2013г.

Учебная программа составлена на основе базовой учебной программы \_\_\_\_\_

«Теория ядерных реакторов» 10.03.2011г. № 90-ЭФ42-52/баг  
(название типовой учебной программы (учебной программы), дата утверждения, регистрационный номер)

Рассмотрена и рекомендована к утверждению в качестве рабочего варианта на заседании кафедры «Тепловые электрические станции»

16.04.2013г., протокол № 13  
Заведующий кафедрой

  
\_\_\_\_\_  
(подпись)

Н.Б. Карницкий  
\_\_\_\_\_  
(И.О.Фамилия)

Одобрена и рекомендована Советом энергетического факультета Белорусского национального технического университета

25.04.2013г., протокол № 9  
Председатель

  
\_\_\_\_\_  
(подпись)

С.М. Силюк  
\_\_\_\_\_  
(И.О.Фамилия)

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Рабочая учебная программа «Теория ядерных реакторов» разработана в соответствии с типовой программой и учебным планом на 2013-2014 уч.г. для специальности 1-43 01 08 «Паротурбинные установки атомных электрических станций».

Изучение этой дисциплины формирует у студентов комплекс знаний и глубокое понимание физических процессов, происходящих в ядерных реакторах.

Для успешного усвоения дисциплины студентам необходимы глубокие знания по дисциплинам: «Математика», «Физика», «Химия» и «Ядерная и нейтронная физика реакторов АЭС».

Целью преподавания курса «Теория ядерных реакторов» является изучение нейтронно-физических процессов, происходящих в ядерных реакторах, методов их расчета.

Основная задача дисциплины – использование студентами полученных теоретических знаний для проведения анализа физических характеристик ядерных реакторов и предсказания изменения их характеристик на основе использования нейтронно-физических и конструкционных характеристик.

В результате освоения дисциплины «Теория ядерных реакторов» студент должен:

**знать:**

- основные закономерности сечения взаимодействия нейтронов с материалами реакторных сред;
- закономерности диффузии нейтронов в средах и распределения нейтронных полей в средах;
- закономерности замедления нейтронов и возраста нейтронов в среде;
- закономерности процесса термализации нейтронов и температуры нейтронного газа;
- основы физики ядерных реакторов и методов проведения нейтронно-физических расчётов;

**уметь:**

- оценивать виды распределение нейтронов в размножающих средах, оценивать температуру нейтронного газа, длины и коэффициенты диффузии;
- использовать элементы теории реакторов при решении практических задач;

**иметь навыки:**

- работы с таблицами нейтронных сечений и оценки на их основе сечений взаимодействия материалов с нейтронами;
- самостоятельной работы с литературой, качественного и количественного анализа характеристик тех или иных ядерных аппаратов на основе нейтронных и конструкционных данных.

### **Методы (технологии) обучения**

Основными методами (технологиями) обучения, отвечающими целям изучения дисциплины «Теория ядерных реакторов», являются:

- элементы проблемного изложения, реализуемые на лекционных занятиях;
- элементы учебно-исследовательской деятельности и реализация творческого подхода, реализуемые на практических занятиях и при самостоятельной работе студентов.

### **Организация самостоятельной работы студентов**

При изучении дисциплины используются следующие формы самостоятельной работы:

- контролируемая самостоятельная работа в виде решения индивидуальных задач в аудитории во время проведения практических занятий под контролем преподавателя в соответствии с расписанием;
- управляемая самостоятельная работа, в том числе в виде выполнения индивидуальных расчетных заданий с консультациями преподавателя;
- подготовка рефератов по индивидуальным темам, в том числе с использованием патентных материалов.

### **Диагностика компетенций студента**

Оценка уровня знаний студента производится по десятибалльной шкале.

Для оценки достижений студента используется следующий диагностический инструментарий:

- устный опрос во время практических занятий;
- проведение текущих контрольных работ по отдельным темам;
- защита выполненных на практических занятиях индивидуальных заданий;
- сдача зачета.

## **СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Тема 1. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НЕЙТРОНОВ С ЯДРАМИ**

Общие характеристики взаимодействия нейтронов с ядрами. Поток нейтронов, микроскопические и макроскопические сечения, плотность ядер в среде разного химического состава. Скорости реакций.

Обзор нейтронных сечений. Области энергий нейтронов - тепловая, промежуточная, быстрая. Классификация ядер по атомному весу. Зависимости нейтронных сечений основных реакторных материалов.

## **Тема 2. ЭЛЕМЕНТЫ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА НЕЙТРОНОВ**

Получение интегро-дифференциального уравнения переноса нейтронов в среде. Интегралы рассеяния и деления. Источники. Общие граничные условия.

Уравнение переноса в интегральном виде. Вероятности пролета без столкновений. Вклады источников рассеяния. Эквивалентность двух форм уравнения переноса.

## **Тема 3. ДИФФУЗИЯ НЕЙТРОНОВ**

Понятие о процессе диффузии в физике. Диффузия нейтронов. Параметры диффузии нейтронов - транспортное сечение, коэффициент диффузии. Условия применимости модели диффузии. Односторонние токи, суммарный ток. Вывод выражений для односторонних токов в среде, выражение суммарного тока. Закон Фика.

Получение уравнения диффузии. Диффузионная длина. Граничные условия на границе раздела двух сред. Граничные условия на границе с вакуумом, экстраполированная длина.

Уравнение диффузии в трех геометриях. Решение неоднородного уравнения для трех геометрий с источниками. Собственные функции однородного уравнения. Физический смысл длины диффузии.

## **Тема 4. ЗАМЕДЛЕНИЕ НЕЙТРОНОВ В СРЕДАХ**

Рассеяние нейтронов в системе координат - лабораторной и центра инерции. Связи скоростей, углов рассеяния. Предельные случаи лобового и скользящего столкновений. Максимальная потеря энергии, ступенька рассеяния, альфа.

Изотропное рассеяние. Получения соотношения для закона рассеяния, его смысл. Равновероятное статистическое распределение рассеянных нейтронов. Получение средней энергии нейтронов; средней потери энергии при рассеянии.

Летаргия, шкала летаргии. Вывод уравнения замедления в бесконечной среде для водорода без поглощения, водорода с поглощением, любого ядра без поглощения и с поглощением. Спектры замедляющихся нейтронов. Спектр Ферми.

Получение выражения для вероятности избежать поглощения при замедлении. Резонансный интеграл. Бесконечный резонансный интеграл и эффективный резонансный интеграл. Зависимость эффективного резонансного интеграла от разбавления основного поглотителя ядрами среды и от температуры.

## **Тема 5. ТЕРМАЛИЗАЦИЯ НЕЙТРОНОВ**

Термализация нейтронов. Тепловое равновесие в среде. Спектр Максвелла. Поглощение, упругое и неупругое рассеяние при термализации. Когерентное



и некогерентное рассеяние. Изменение Спектра Максвелла – диффузионный разогрев спектра. Учет разогрева спектра через температуру нейтронного газа. Предельные случаи.

Усреднение сечений в тепловой области энергий. Факторы Весткотта для ядер с сечениями, не подчиняющимися закону  $1/v$ . Энергия сшивки.

### **Тема 6. ПРОСТРАНСТВЕННОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАМЕДЛЯЮЩИХСЯ НЕЙТРОНОВ**

Модель непрерывного замедления. Связь времени замедления и летаргии. Решение нестационарного уравнения диффузии. Определение возраста нейтронов. Уравнения возраста в среде без поглощения. Диффузионно-возрастное приближение. Возможность измерения возраста.

### **Тема 7. ЖИЗНЕННЫЙ ЦИКЛ НЕЙТРОНОВ В РЕАКТОРЕ**

Жизненный цикл нейтронов в реакторе, поколения нейтронов. Понятие о коэффициенте размножения. Коэффициент размножения нейтронов в бесконечной среде, формула 4-х сомножителей, физический смысл каждого из 4-х сомножителей, их влияние на безопасность.

Тепловые, промежуточные быстрые нейтроны в реакторе.

Простые соотношения для каждого из сомножителей в гомогенной среде.

### **Тема 8. ОДНОСКОРОСТНАЯ ДИФФУЗИОННАЯ ТЕОРИЯ РЕАКТОРА**

Среды с делением. Материальный параметр среды. Однородное уравнение диффузии для среды с делением.

Решение уравнения диффузии для ограниченной размножающей среды, понятия бесконечного и эффективного коэффициентов размножения, их связь.

Геометрический параметр  $B^2$ , материальный параметр. Пространственное распределение плотности потока нейтронов в реакторах простейших геометрических форм (Пространственное распределение плотности потока нейтронов. Пластина, параллелепипед, сфера, цилиндр). Оптимальное соотношение между сторонами параллелепипеда, высотой и радиусом цилиндра. Вероятность избежать утечки из реактора в процессе диффузии. Формула для критичности реактора в односкоростном диффузионном приближении.

Пространственное распределение энерговыделения в реакторе. Способы выравнивания энерговыделения, коэффициенты неравномерности энерговыделения (объемный, радиальный, осевой). Профилирование обогащением топлива. Стратегии загрузки топлива в зависимости от задачи : in-in-out и out-in-in. Перегрузки топлива.

## **Тема 9. ТЕОРИЯ РЕАКТОРА НА ОСНОВЕ ФОРМУЛЫ ЧЕТЫРЕХ СОМНОЖИТЕЛЕЙ**

Соотношение топлива и замедлителя в реакторе. Водо-урановое и уран-графитовое отношения. Оптимальные соотношения. Тесные и разреженные решетки. Влияние борной кислоты. Вытеснение / испарение замедлителей и безопасность реактора. Решетка с двумя замедлителями. Аналитические и графические решения. Свойства безопасности реактора – внутренне присущие свойства безопасности. Воспроизводство вторичного топлива в разных решетках. Выбор решетки в зависимости от условий задачи.

## **Тема 10. ГЕТЕРОГЕННЫЕ ЭФФЕКТЫ В РЕАКТОРАХ (ТЕОРИЯ РЕШЕТКИ)**

Преимущества гетерогенного размещения топлива в ядерных реакторах.

Преобразование интегрального уравнения переноса в систему линейных уравнений. Метод вероятности первых столкновений – ВПС. Формулы Вигнера для  $P_{00}$  и  $P_{01}$ , средняя хорда блока.

Аналитическое описание влияния гетерогенного размещения топлива на коэффициенты формулы 4-х сомножителей. Коэффициент размножения на быстрых нейтронах.

Вероятность избежать резонансного поглощения в гетерогенной среде. Влияние гетерогенного размещения топлива на эффективный резонансный интеграл, понятие поверхностного и объемного поглощения.

Коэффициент использования тепловых нейтронов Блок-эффект и коэффициент проигрыша. Изменение эффективного резонансного интеграла с температурой. Формулы Гуревича-Померанчука для резонансного интеграла. Формализм учета гетерогенности Бондаренко. Факторы самоэкранировки.

## **ТЕМА 11. ТЕОРИЯ ОТРАЖАТЕЛЯ**

Реактор с отражателем. Роль отражателя. Эффективная добавка отражателя, случай тонкого и толстого отражателя.

## **Тема 12. ЭФФЕКТЫ И КОЭФФИЦИЕНТЫ РЕАКТИВНОСТИ**

Причина обратных связей (эффектов реактивности) в реакторе. Эффект Доплера. Коэффициент реактивности по температуре топлива. Изотермический температурный коэффициент. Плотностной (пустотный, паровой) коэффициент реактивности. Мощностной коэффициент реактивности. Коэффициент реактивности по температуре графита в уран-графитовых реакторах. Коэффициенты реактивности как основа безопасной эксплуатации реакторов.

## **ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ**

1. Сечения. Резонансный интеграл, эффективный резонансный интеграл. Плотность столкновений. Скорости процессов. Вероятность избежать поглощения в процессе замедления нейтронов.
2. Диффузия нейтронов. Решение уравнений диффузии для неразмножающей среды (простейших геометрий).
3. Решение уравнений диффузии для реактора (простейших геометрий). Материальный и геометрический параметр. Вероятность избежать утечки нейтронов. Критические размеры реактора.
4. Возраст нейтронов, утечка нейтронов в процессе их замедления. Простейшие решения уравнения возраста для бесконечной среды (точечный, линейный, плоский источник).
5. Определение коэффициентов использования нейтронов.
6. Запаздывающие нейтроны, доля и эффективная доля запаздывающих нейтронов. Анализ решения уравнений точечной кинетики для скачкообразного изменения реактивности. Единицы измерения реактивности.
7. Определение равновесных концентраций ксенона-135, иода-135, самария-149, прометия-149. Переходные процессы при маневрировании мощностью реактора.
8. Влияние отрицательного мощностного коэффициента реактивности на стабилизацию мощности реактора.

### **ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА**

1. Бартоломей, Г.Г. Основы теории и методы расчета ядерных энергетических реакторов: Учеб. пособие для вузов/ Г. Г. Бартоломей, Г. А. Бать, В.Д. Байбаков, М. С. Алхутов; Под ред. Г. А. Батя. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 512с.
2. Галанин, А.Д. Введение в теорию ядерных реакторов на тепловых нейтронах/ А.Д. Галанин. – М.: Энероатомиздат, 1984. – 416с.
3. Ганев, И.Х.. Физика и расчет реактора. Учебное пособие для вузов/ Под общ. ред. Н. А. Доллежала. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 1992. – 496 с.
4. Афров, А.М. Украинцев ВВЭР-1000: физические основы эксплуатации, ядерное топливо, безопасность/А.М.Афров, С.А.Андрушечко, В.Ф.Украинцев. – М.: Логос, 2006.– 485с.
5. Фейнберг, С. М. Теория ядерных реакторов/ С.М. Фейнберг, С.Б. Шихов, В.Б.Троянский. – М.: Атомиздат, 1978. – Т1. – 397с.

### **ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА**

6. Белл Д. Теория ядерных реакторов/Д. Белл, С. Глестон / Пер. с англ. – М.: Атомиздат, 1974. – 494с.

7. Казанский, Ю.А. Экспериментальная физика реакторов/ Ю.А. Казанский, Е.С. Матусевич. – М.: Энергоатомиздат, 1994.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ И СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### Свойства некоторых изотопов, важных для физики ядерных реакторов

Атомный номер	Изотоп	Содержание изотопа в нуклиде, %	Период полураспада	$\sigma_{th}^{(*)}$ б	$\sigma_f^{(*)}$ б
1	$^1\text{H}$	99,985		0,332	
	$^2\text{H}$	0,015		0,053	
	$^3\text{H}$		12,33 года		
3	$^6\text{Li}$	7,42		940	
	$^7\text{Li}$	92,58		0,037	
5	$^{10}\text{B}$	19,6		3837	
	$^{11}\text{B}$	80,4		0,0055	
6	$^{12}\text{C}$	98,89		0,0034	
	$^{13}\text{C}$	1,11		0,0009	
	$^{14}\text{C}$		5730 лет		
7	$^{14}\text{N}$	99,63		1,88	
	$^{15}\text{N}$	0,37		0,000024	
8	$^{16}\text{O}$	99,759		0,000178	
	$^{17}\text{O}$	0,037		0,235	
	$^{18}\text{O}$	0,204		0,00016	
53	$^{135}\text{I}$		6,7 ч		
54	$^{135}\text{Xe}$		9,17 ч	2 650 000	
61	$^{149}\text{Pm}$		53,1 ч		
62	$^{149}\text{Sm}$	13,83		41,000	
90	$^{232}\text{Th}$	100	$1,41 \times 10^{10}$ лет	7,40	
	$^{233}\text{Th}$		22,2 мин	1515	15
92	$^{233}\text{U}$		$1,55 \times 10^5$ лет	578,8	531,1
	$^{234}\text{U}$	0,0057	$2,47 \times 10^5$ лет	100,2	
	$^{235}\text{U}$	0,72	$7,13 \times 10^8$ лет	680,8	582,2
	$^{236}\text{U}$		$2,34 \times 10^7$ лет	5,2	
	$^{238}\text{U}$	99,27	$4,51 \times 10^9$ лет	2,70	
	$^{239}\text{U}$		23,5 мин.	36	14
94	$^{239}\text{Pu}$		24390 лет	1011,3	742,5
	$^{240}\text{Pu}$		6540 лет	289,5	0,030
	$^{241}\text{Pu}$		15 лет	1377	1009
	$^{242}\text{Pu}$		$3,87 \times 10^5$ лет	18,5	< 0,2

(\*) Сечение в тепловой точке.

**Значения констант делящихся и сырьевых ядер при  $v = 2200$  м/с**

Изотоп	$\sigma_f, б$	$\sigma_c, б$	$\sigma_a, б$	$\sigma_s, б$	$\nu_f$	$\nu_{эф}$
$^{233}\text{U}$	530.6	47	577.6	10.7	2.49	2.28
$^{235}\text{U}$	580.2	98.3	678.5	17.6	2.42	2.07
$^{239}\text{Pu}$	741.6	271.3	1012.9	8.5	2.88	2.11
$^{241}\text{Pu}$	1007.3	368.1	1375.4	12.0	2.93	2.15

**Значения констант изотопов замедлителей, теплоносителей  
и конструкционных материалов при  $v = 2200$  м/с**

\* – относится к области замедления

Вещество	$\gamma, \text{г/см}^3$	$\sigma_c, б$	$\sigma_s, б$	$\xi$	$\sigma_s^*, б$
$\text{H}_2\text{O}$	1.0	0.66	63	0.948	44
H	-	0.33	38	1.000	20
O	-	$\sim 0$	3.8	0.120	3.8
$\text{D}_2\text{O}$	1.1	0.001	13.6	0.570	10.5
C (12)	1.67	0.004	4.8	0.158	4.8
Be (9)	1.85	0.006	6.0	0.209	6.0
B (10)	2.45	75	4.0	0.171	-
Zr (91)	6.5	0.185	8.0	0.0218	6.2
Fe (56)	7.8	2.62	11.4	0.0353	11.4

**Параметры резонансных уровней  $^{238}\text{U}$**

$E_0, \text{эВ}$	$\sigma_{r0}, б$	$\Gamma, \text{эВ}$	$\Gamma_n/\Gamma$
6.7	20575	0.027	0.055
20.9	24100	0.034	0.258
36.8	17600	0.057	0.560
66.2	9870	0.048	0.541
80.7	2488	0.024	0.083

**Длина диффузии и возраст тепловых нейтронов для замедлителей**

Замедлитель	г/см <sup>3</sup>	L, см	τ, см <sup>2</sup>
H <sub>2</sub> O	1.0	2.7	27.3
C	1.6	52.5	352
D <sub>2</sub> O	1.1	150	120
D <sub>2</sub> O+0.25% H <sub>2</sub> O	1.1	107	123

## ЛИТЕРАТУРА

1. Крючков, Э.Ф. Теория переноса нейтронов: Учебное пособие / Э. Ф. Крючков, Л. Н. Юрова. – М.: МИФИ, 2007. – 272 с.
2. Бать, Г.А. Основы теории и методы расчета ядерных энергетических реакторов / Г.А. Бать и [др.]. – М., Энергоиздат, 1982. – 510 с.
3. Савандер, В. И. Физическая теория ядерных реакторов. Часть 1. Однородная размножающая среда и теория гетерогенных структур: Учебное пособие / В. И. Савандер, М. А. Увакин. – М.: МИФИ, 2007. – 200 с.
4. Климов, А. Н. Ядерная физика и ядерные реакторы. Учебник для вузов / А. Н. Климов, – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 2002. – 464 с.
5. Вейнберг, А. Физическая теория ядерных реакторов / А. Вейнберг, Е. Вигнер. – М.: Изд-во иностр. лит., 1961. – 734 с.
6. Практические основы разработки и обоснования технических характеристик и безопасности эксплуатации реакторных установок типа ВВЭР. – М.: НИЦ «Курчатовский ин-т», 2015. – 480 с.
7. Мерзликин, Г. Я. Основы теории ядерных реакторов: курс для эксплуатационного персонала АЭС / Г. Я. Мерзликин. – Севастополь: СИЯЭиП, 2001. – 341 с.
8. Основы теории и методы расчета ядерных энергетических реакторов: Учеб. пособие для вузов/ Г. Г. Бартоломей и [др.]; под ред. Г. А. Батя. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 512 с.
9. DOE fundamentals handbook: nuclear physics and reactor theory, in two vol., Vol. 1. – National Technical Information Services, U.S., 1993. – 147 p.
10. Rydin, R. A. Nuclear reactor theory and design. – Third Ed. – PBS series in reactor physics, 2003. – 563 p.
11. Крамеров, А. Я. Инженерные расчеты ядерных реакторов / А. Я. Крамеров, Я. В. Шевелев. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 736 с.
12. Дементьев, Б. А. Кинетика и регулирование ядерных реакторов / Б. А. Дементьев. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 272 с.