

ТЕХНОЛОГИИ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СДВИЖЕНИЙ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Журавков М.А., Коновалов О.Л., Круподеров А.В.

Белорусский государственный университет, Минск

The method of finite element modeling of Earth's surface subsidence, caused by mining works, is described. There are some examples of calculations, which are carry out by this method.

В настоящее время существует несколько подходов к построению расчетных методик для изучения процессов сдвижения дневной поверхности вследствие ведения подземных горных работ [1]. Наряду с методами, основанными на обработке данных натурных и лабораторных исследований широкое распространение получили методики базирующиеся на теоретических исследованиях. Вместе с тем, указанные методики, требуют введения корректирующих коэффициентов, так как в базовых геомеханических моделях поведения геофизической среды присутствуют факторы, определение точных количественных характеристик которых для реальной породной толщи является затруднительным. Это создает определенные проблемы адаптации расчетных методик к описанию процесса сдвижений применительно к конкретному участку породного массива. Поэтому, эффективным является использование подходов, входящих в группу аналитико-экспериментальных методов [2] – когда определяющие коэффициенты и характеристики в базовых моделях, построенных на основе теоретических исследований, корректируются с учетом данных тех либо иных экспериментальных исследований.

Одним из наиболее важных моментов является выбор геомеханической модели поведения горного массива. В свою очередь основу этой модели составляет определенная модель МДТТ поведения среды (упругая, вязкоупругая, упругопластическая и т.д.).

Нами разработана технология конечно-элементного моделирования поведения массива горных пород, ориентированная на изучение сдвижений земной поверхности от подземных горных работ. В качестве базовой модели МДТТ рассматривалась модель вязкоупругого поведения массива, отражающая основные качественные и количественные стороны процесса сдвижений. Опишем указанную модель.

Связь между компонентами напряжений и деформаций выражается следующим образом (аналог простейшей модели Кельвина):

$$\mathbf{s} = \mathbf{E}_{dev} \mathbf{e} + 2D\dot{\mathbf{e}},$$
$$\sigma = K\varepsilon$$

где \mathbf{s} – матрица компонент девиатора напряжений, \mathbf{e} – матрица компонент девиатора деформаций, \mathbf{E}_{dev} - матрица упругих констант, связывающая девиаторы напряжений и деформаций в упругом случае,

$$\sigma = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3}, \varepsilon = \frac{\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}}{3}, K - \text{модуль объемного сжатия.}$$

Так как реальный массив горных пород представляет собой гетерогенную среду, то для выбора модельной среды, поведение которой наиболее адекватно

состоянию реального массива, рассматривались модели изотропной и трансверсально-изотропной вязкоупругой среды деформируемой среды.

В случае приближения массива изотропной средой, закон Гука, определяющий связь между компонентами напряженно-деформированного состояния тела, можно записать в следующем виде:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где λ, μ \cong параметры Ламе.

При рассмотрении массива как трансверсально-изотропной среды (в таком массиве существует направление, в нашем случае вертикальное, поворот вокруг которого на любой угол не влечет за собой изменение упругих свойств), ее состояние определяется заданием пяти констант: $E_p, \nu_p, E_{pz}, \nu_{pz}, G_{zp}$. Здесь E_p, ν_p \cong модуль Юнга и коэффициент Пуассона в горизонтальной плоскости, а E_{pz}, ν_{pz}, G_{zp} \cong модуль Юнга, коэффициент Пуассона и модуль сдвига в вертикальном направлении.

Если вертикальную ось обозначить как ось Oz , то в этом случае закон Гука запишется в следующей форме:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1 - \nu_{pz} \nu_{zp}}{E_p E_z \Delta} & \frac{\nu_p + \nu_{pz} \nu_{zp}}{E_p E_z \Delta} & \frac{\nu_{zp} + \nu_{pz} \nu_{zp}}{E_p E_z \Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_p + \nu_{pz} \nu_{zp}}{E_p E_z \Delta} & \frac{1 - \nu_{pz} \nu_{zp}}{E_p E_z \Delta} \lambda & \frac{\nu_{zp} + \nu_{pz} \nu_{zp}}{E_p E_z \Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_{zp} + \nu_{pz} \nu_{zp}}{E_p E_z \Delta} & \frac{\nu_{zp} + \nu_{pz} \nu_{zp}}{E_p E_z \Delta} & \frac{1 - \nu_p^2}{E_p^2 \Delta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2G_{zp} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2G_{zp} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{E_p}{1 + \nu_p} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$\text{где } \nu_{zp} = \frac{E_z}{E_p} \nu_{pz}, \Delta = \frac{(1 + \nu_p)(1 - \nu_p - 2\nu_{zp} \nu_{pz})}{E_p^2 E_z}.$$

Полную систему разрешающих уравнений строим для двумерных модельных задач. Данное обстоятельство определяется тем, что один из линейных горизонтальных размеров выработки (назовем его длиной) значительно больше второго горизонтального размера (ширины выработки). Поэтому представляется корректным вместо объемной рассматривать плоскую модель. В этом случае в результате решения задачи получаем главное сечение мульды сдвижения.

Таким образом, полная система разрешающих уравнений включает в себя:

- уравнения равновесия

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} = 0,$$

$$\frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} = -\rho g.$$

- уравнение совместности

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial x^2} = 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial x \partial y};$$

- законы, связывающие компоненты напряжений и деформаций
- граничные условия соответствующего типа на всех частях контура области. В нашем случае граничные условия задавались следующим образом (левая и правая границы закреплялись в горизонтальном направлении, нижняя граница закреплена жестко).

В соответствии со сформулированной граничной модельной задачей на базе конечно-элементного пакета **TOCHNOG** была создана численная модель и разработана технология решения соответствующей модельной компьютерной задачи.

В работе [4] показано, что основное влияние на характеристики формирующейся мульды сдвижения для массивов горных пород с пластовым залеганием слоев оказывает модуль сдвига в вертикальном направлении. В случае отсутствия установленных в лабораторных условиях значений модуля сдвига в вертикальном направлении рекомендовано брать его величину 10-15% от значений модуля сдвига в горизонтальном направлении.

В результате проведения серии численных экспериментов установлено, что при использовании для массива модели изотропной упругой среды, не удается получить полного соответствия реальной и модельной кривых мульды оседания.

Для верификации численной модели и предложенной технологии решения задач на основе данной модели были выполнены численные эксперименты по определению сдвижения земной поверхности применительно к условиям ведения горных работ на Старобинском месторождении калийных солей. Такой выбор условий для проверки корректности и достоверности расчетной технологии определен тем, что для региона отработки Старобинского месторождения калийных солей имеются многочисленные данные по строению породной толщи, физико-механическим характеристикам слагающих слоев, горно-технологическим параметрам горных работ и реальным параметрам сдвижения земной поверхности.

В качестве примеров рассмотрим результаты выполнения расчетов согласно предложенной технологии применительно к изучению сдвижений для условий рудника 4РУ РУП «ПО «Беларуськалий».

В массиве было выделено три основных слоя с различными свойствами:

- упругие осадочные породы с параметрами $E_p = E_{pz} = 10^9, \nu_p = \nu_{pz} = 0,3$;
- глинисто-мергелистые породы с параметрами $E_p = E_{pz} = 5 * 10^9, \nu_p = \nu_{pz} = 0,3$;
- и соляные породы с параметрами $E_p = E_{pz} = 14 * 10^9, \nu_p = \nu_{pz} = 0,3$.

Величина модуля сдвига в вертикальном направлении составляет 10-20% от величины модуля сдвига в горизонтальном направлении. Точное значение коэффициента вязкости значения не имеет, т.к. нас пока интересовала только

конечная форма мульды, которая получается одинаковой при любых значениях указанного коэффициента. В процедуре вычислительного процесса можно выделить нескольких характерных шагов:

- Вычисление НДС ненарушенного тяжелого массива;
- Удаление элементов, моделируемых выработанным пространством. Расчет НДС массива с выработкой.
- Моделирование «схождения кровли и подошвы выработки, вследствие формирования области разрушения». Алгоритм состоит в склейке узлов, расстояние между которыми при деформировании не превышает некоторой заданной величины (в нашем случае 10 см).

Отметим также, что для учета влияния обрушившихся пород вместо реальной мощности выработки использовалась эффективная мощность, равная величине действительной мощности, умноженной на некоторый коэффициент, меньший единицы. Величина этого коэффициента подбиралась эмпирически в зависимости от глубины залегания и ширины выработки.

Результаты выполненных численных экспериментов при варьировании входных параметров (L -ширина выработки, H - глубина залегания, m – вынимаемая мощность) приведены на рис. 1 – 3, где сплошная кривая соответствует вычислениям по технологии компьютерного моделирования, а пунктирная \neq мульде сдвижения, построенной по действующей инженерной методике [4].

Замечание. На рисунке 3 внизу также схематически показано расположение блоков, левая ось показывает глубину залегания блоков в м, а правая – величину оседания в мм. На остальных рисунках – вертикальные оси отражают значения оседаний в м.

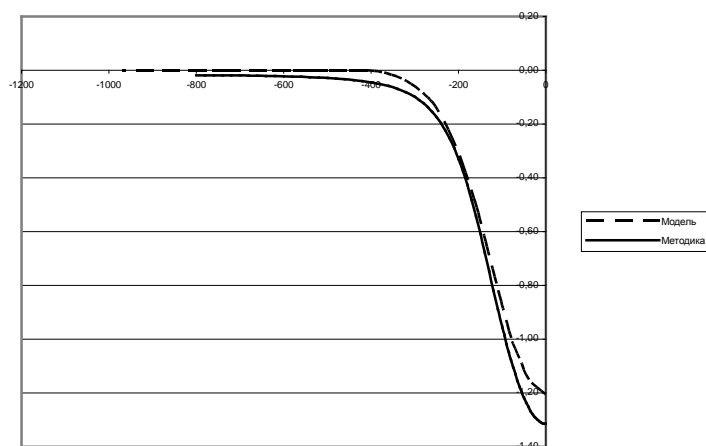


Рис. 1. Результаты эксперимента при $L=300$, $H=430$, $m=1,7$

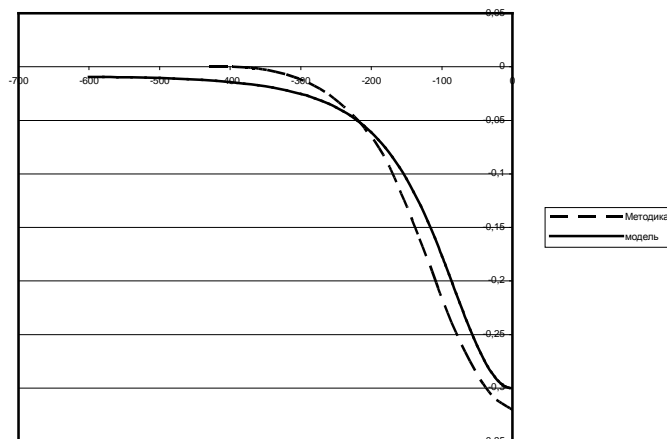


Рис. 2. Результаты эксперимента при $L=150, H=530, m=1,7$

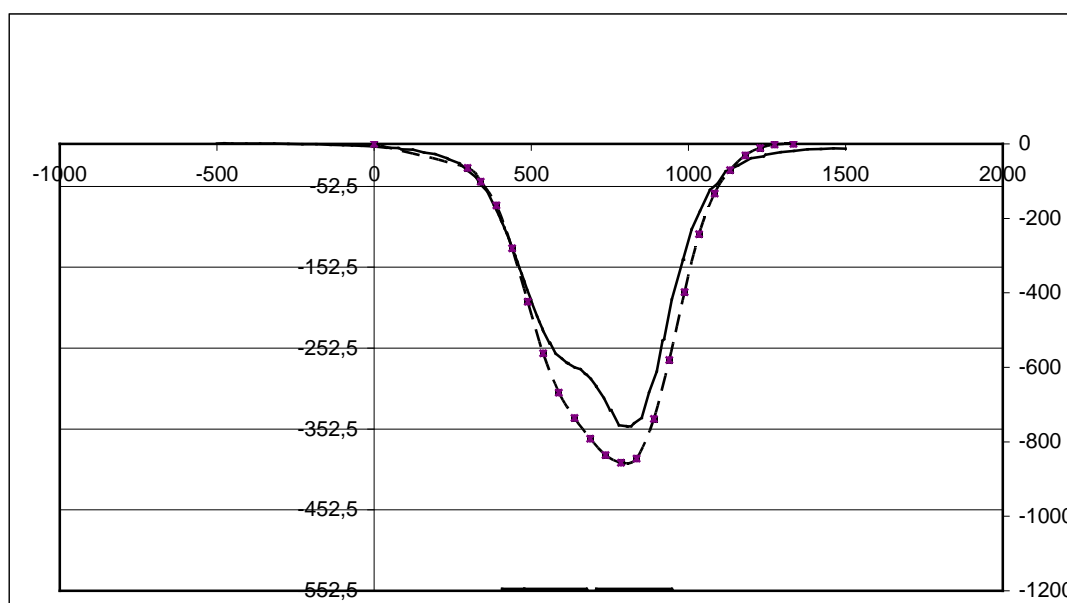


Рис. 3 Результаты эксперимента при выемке трех блоков
 $L_1 = 70, H_1 = 550, m_1 = 1,05, L_2 = 197, H_2 = 550, m_1 = 2,1, L_3 = 240, H_3 = 550, m_3 = 2,1$

Выводы

Резюмируя результаты всего комплекса выполненных компьютерных экспериментов можно утверждать, что предложенные механико-математические модели, расчетные численные схемы, алгоритмы и технология компьютерного моделирования являются корректными и адекватно описывают сдвигение земной поверхности при различных схемах отработки слоев полезного ископаемого.

Результаты компьютерного моделирования показали, что расчетные углы сдвигения ψ , форма и характерные величины мульды оседаний соответствуют аналогичным величинам, определенным на основании обработки данных экспериментальных натуральных исследований.

Так как в основу компьютерной модели положена обоснованная адекватная механико-математическая модель, то вычисления в соответствии с данной технологией компьютерного моделирования должны корректно описывать и

геомеханические процессы, происходящие по всей толще подработанного массива горных пород.

Поэтому весьма эффективным является использование разработанных технологий компьютерного моделирования, например, для предварительного изучения сдвижений и деформаций земной поверхности в новых горно-геологических условиях или для новых участков или месторождений.

Литература

1. Геомеханический мониторинг горных массивов// Журавков М. А., Стагурова О. В., Ковалева М. А. – Минск: Юникап, 2002. – 252 с.
2. Математическое моделирование деформационных процессов в твердых деформируемых средах (на примере задач механики горных пород и массивов)//Журавков М.А. – Минск: БГУ. – 2002, 456 с.
3. Численное моделирование процессов сдвижения земной поверхности методом конечных элементов в объемной постановке//Гавриленко Ю.Н. – Физико-технические проблемы горного производства. Выпуск 3, 2001. – С. 12 - 25.
4. Указания по охране сооружений и природных объектов от вредного влияния подземных горных разработок в условиях Старобинского месторождения калийных солей. // Степанов К.А., Журавков М.А., Невельсон И.С. и др. – Солигорск: Белгорхимпром, 2002. – 341 с.