

# РАСЧЕТ ЭНДОПРОТЕЗА ТАЗОБЕДРЕННОГО СУСТАВА НА КРУЧЕНИЕ

Куриленко А.В.

Белорусский национальный технический университет, Минск

*In this article the twisting analysis of the femoral endoprosthesis has been performed. The accepted value of the twisting moment was found.*

Наиболее древним и в настоящее время широко распространенным методом замещения костной ткани является использование металлов. Это обусловлено рядом их преимуществ, связанных с высокими физико-механическими свойствами, в частности, с высокими пластическими и прочностными характеристиками. Введенные в организм имплантанты подвергаются различного рода воздействиям: сжатию, растяжению, кручению, сдвигу и изгибу.

В данной работе в первом приближении (плоская задача теории упругости) рассчитывается эндопротез из титанового сплава на кручение.

На рис. 1 изобразим поперечное сечение в средней части ножки эндопротеза тазобедренного сустава под действием крутящего момента.

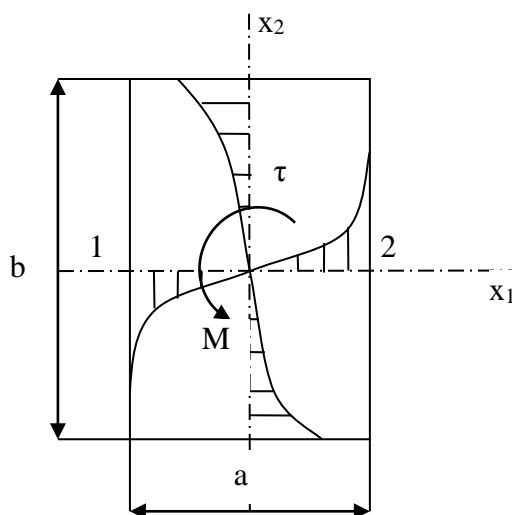


Рис. 1. Поперечное сечение ножки эндопротеза тазобедренного сустава

Наибольшее касательное напряжение  $\tau_{\max}$  на поперечном прямоугольном сечении  $a \times b = 8 \text{ мм} \times 12 \text{ мм}$  возникает в средних точках длинных сторон прямоугольника. При  $b > a$   $\tau_{\max}$  возникает в точках 1 и 2. Расчет касательного напряжения  $\tau_{\max}$  рассчитывается по формуле:

$$\tau_{\max} = \frac{M}{W_{\kappa}} \quad (1)$$

где  $M$  – момент кручения внешних сил;  
 $W_{\kappa}$  – момент сопротивления кручению.

$$W_{\kappa} = \alpha a^2 b \quad (2)$$

$$\alpha = \frac{\beta}{1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1,3,5\dots} \frac{1}{n^2 ch \frac{n\pi b}{2a}}}$$

$$\beta = \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{192}{\pi^5} \frac{a}{b} \sum_{n=1,3,5\dots} \frac{1}{n^5} th \frac{n\pi b}{2a} \right)$$

Для  $\frac{b}{a} = 1,5$  определяем:  $\beta = 0,196, \alpha = 0,231$ .

Подставив  $\alpha$  и  $\beta$  в (2), находим  $W_{\kappa} = 0,231 \cdot 12^2 \cdot 8 = 266 \text{ мм}^3$

Условие прочности записывается в виде  $\tau_{\max} \leq [\tau]$ ,

где  $[\tau] = 65 \text{ МПа}$  - допустимое касательное напряжение для титанового сплава.

Находим  $M \leq W_{\kappa} [\tau] = 266 \cdot 65 = 17,3 \text{ Н} \cdot \text{м}$ .

Напряжение в средней точке короткой стороны сечения:

$$\tau' = -\xi \tau_{\max},$$

где  $\xi$  – безразмерный коэффициент, значения которого определяются формулой:

$$\xi = \frac{\sum_{n=1,3,5\dots} \frac{(-1)^{(n-1)/2} th \frac{n\pi b}{2a}}{n^2}}{\frac{\pi^2}{8} - \sum_{n=1,3,5\dots} \frac{1}{n^2 ch \frac{n\pi b}{2a}}}$$

Для  $\frac{b}{a} = 1,5$   $\xi = 0,859$ , тогда  $\tau' = -0,859 \cdot 65 = 56 \text{ МПа}$

По мере удаления от центра сечения ножки эндопротеза следует учитывать депланацию, перемещение  $u_3$ , которой определяется по формуле:

$$u_3 = \mathcal{G} \left[ x_1 x_2 - \frac{8a^2}{\pi^3} \sum_{n=1,3,5\dots} \frac{(-1)^{(n-1)/2} sh \frac{n\pi x_2}{a}}{n^3 ch \frac{n\pi b}{2a}} \sin \frac{n\pi x_1}{a} \right]$$

где  $\mathcal{G}$  - постоянная, определяемая из равенства  $M = G \mathcal{G} \beta a^3 b$ , где  $G$ - модуль сдвига.

Таким образом предложенный алгоритм расчета позволяет из условия прочности на кручение выбрать размеры эндопротеза.

## Литература

1. Демидов С.П. Теория упругости: Учебник для вузов.-М:Высшая школа, 1979.-432с.