

РАСЧЕТ ЭНДОПРОТЕЗА ТАЗОБЕДРЕННОГО СУСТАВА НА КРУЧЕНИЕ

Куриленко А.В.

Белорусский национальный технический университет, Минск

In this article the twisting analysis of the femoral endoprosthesis has been performed. The accepted value of the twisting moment was found.

Наиболее древним и в настоящее время широко распространенным методом замещения костной ткани является использование металлов. Это обусловлено рядом их преимуществ, связанных с высокими физико-механическими свойствами, в частности, с высокими пластическими и прочностными характеристиками. Введенные в организм имплантанты подвергаются различного рода воздействиям: сжатию, растяжению, кручению, сдвигу и изгибу.

В данной работе в первом приближении (плоская задача теории упругости) рассчитывается эндопротез из титанового сплава на кручение.

На рис. 1 изобразим поперечное сечение в средней части ножки эндопротеза тазобедренного сустава под действием крутящего момента.

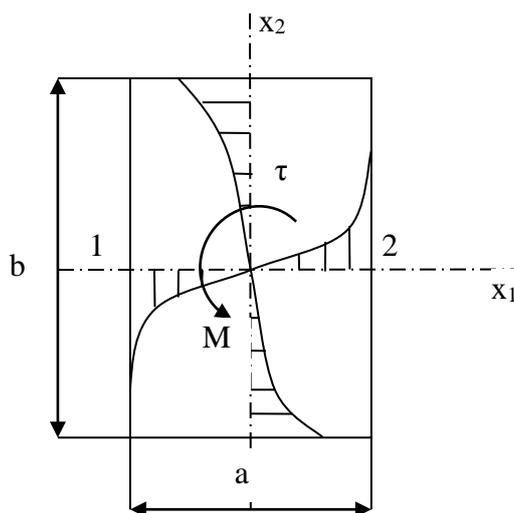


Рис. 1. Поперечное сечение ножки эндопротеза тазобедренного сустава

Наибольшее касательное напряжение τ_{\max} на поперечном прямоугольном сечении $a \times b = 8 \text{ мм} \times 12 \text{ мм}$ возникает в средних точках длинных сторон прямоугольника. При $b > a$ τ_{\max} возникает в точках 1 и 2. Расчет касательного напряжения τ_{\max} рассчитывается по формуле:

$$\tau_{\max} = \frac{M}{W_{\kappa}} \quad (1)$$

где M – момент кручения внешних сил;
 W_{κ} – момент сопротивления кручению.

$$W_{\kappa} = \alpha a^2 b \quad (2)$$

$$\alpha = \frac{\beta}{1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n^2 \operatorname{ch} \frac{n\pi b}{2a}}}$$

$$\beta = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{192}{\pi^5} \frac{a}{b} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n^5} \operatorname{th} \frac{n\pi b}{2a} \right)$$

Для $\frac{b}{a} = 1,5$ определяем: $\beta = 0,196, \alpha = 0,231$.

Подставив α и β в (2), находим $W_{\kappa} = 0,231 \cdot 12^2 \cdot 8 = 266 \text{ мм}^3$

Условие прочности записывается в виде $\tau_{\max} \leq [\tau]$,

где $[\tau] = 65 \text{ МПа}$ - допустимое касательное напряжение для титанового сплава.

Находим $M \leq W_{\kappa} [\tau] = 266 \cdot 65 = 17,3 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Напряжение в средней точке короткой стороны сечения:

$$\tau' = -\xi \tau_{\max},$$

где ξ – безразмерный коэффициент, значения которого определяются формулой:

$$\xi = \frac{\sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{(-1)^{(n-1)/2} \operatorname{th} \frac{n\pi b}{2a}}{n^2}}{\frac{\pi^2}{8} - \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n^2 \operatorname{ch} \frac{n\pi b}{2a}}}$$

Для $\frac{b}{a} = 1,5$ $\xi = 0,859$, тогда $\tau' = -0,859 \cdot 65 = 56 \text{ МПа}$

По мере удаления от центра сечения ножки эндопротеза следует учитывать депланацию, перемещение u_3 , которой определяется по формуле:

$$u_3 = \mathcal{G} \left[x_1 x_2 - \frac{8a^2}{\pi^3} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{(-1)^{(n-1)/2} \operatorname{sh} \frac{n\pi x_2}{a}}{n^3 \operatorname{ch} \frac{n\pi b}{2a}} \sin \frac{n\pi x_1}{a} \right]$$

где \mathcal{G} - постоянная, определяемая из равенства $M = G \mathcal{G} \beta a^3 b$, где G - модуль сдвига.

Таким образом предложенный алгоритм расчета позволяет из условия прочности на кручение выбрать размеры эндопротеза.

Литература

1. Демидов С.П. Теория упругости: Учебник для вузов.-М:Высшая школа, 1979.-432с.