

АНАЛИЗ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КАРДАНЫХ ПЕРЕДАЧ

Гурвич Ю. А., Сафронов К.И., Пашенко А.В.

Белорусский национальный технический университет, Минск

In this article described a new method of unevenness definition in dependence of obliquity angle and its influence on output cinematic characteristics of one-joint cardan shaft.

Связь между механизмами трансмиссий транспортных средств, например двигателя с коробкой передач при ее отдельной установке, коробки передач с раздаточной коробкой и от нее к передним и задним ведущим мостам осуществляется с помощью карданных передач.

Карданная передача состоит из одного или нескольких карданных шарниров (рисунок 1), соединенных карданными валами с промежуточными опорами (с промпорами) (рисунок 2).

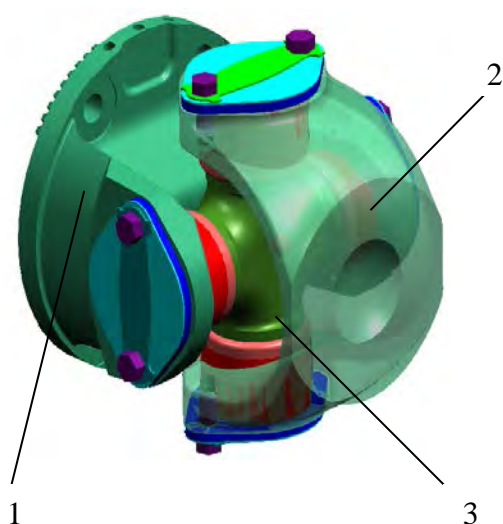


Рис. 1. Карданный шарнир:
1, 2 – вилки; 3 – крестовина

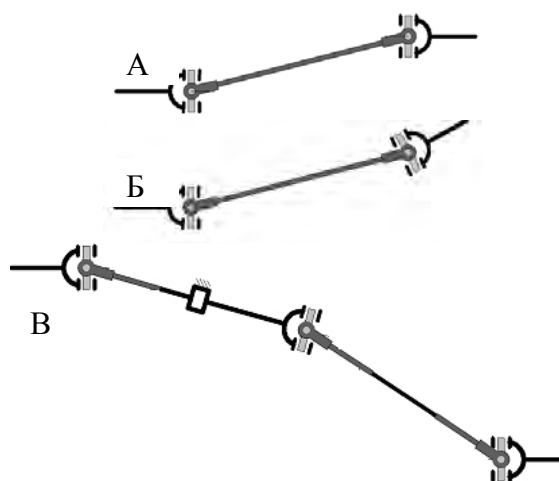


Рис. 2. Схемы установки карданных передач: А – Z-образная схема; Б – W-образная схема; В – передача с одним промежуточным валом и промпорой;

С помощью карданных передач можно осуществить передачу мощности от двигателя к механизмам трансмиссии, удаленных друг от друга, расположенных в разных плоскостях и изменяющих свое первоначальное положение в процессе движения машины. Однако помимо достоинств, карданная передача обладает существенным недостатком, заключающимся в неравномерности вращения выходного вала, возникающая из-за угла излома. Эта неравномерность оказывает негативное влияние на выходные характеристики карданных передач и механизмов трансмиссии. Тем не менее, исследований, посвященных изучению этого важного вопроса, в литературе приведено не достаточно [1-2].

В данной работе сделана попытка провести более полное исследование кинематических характеристик одношарнирной карданной передачи с переменным углом излома, что позволит, в дальнейшем, на стадии проектирования машины обосновать выбор схемы карданной передачи с приемлемой для практики величиной неравномерности вращения выходного вала.

Рассмотрим трансмиссию транспортного средства (рисунок 3), где мощность от коробки передач к ведущему мосту передается посредством одношарнирной карданной передачи, которая в процессе движения машины может изменять свое первоначальное положение.

Для одношарнирной карданной передачи из литературы [1-2] известна зависимость (1) (рисунок 4).

$$\omega_2 = \omega_1 \cdot \frac{\cos(\alpha)}{1 - \sin^2(\alpha) \cdot \cos^2(\lambda)}, \quad (1)$$

где λ - угол поворота ведущего вала; α - угол излома карданного шарнира.

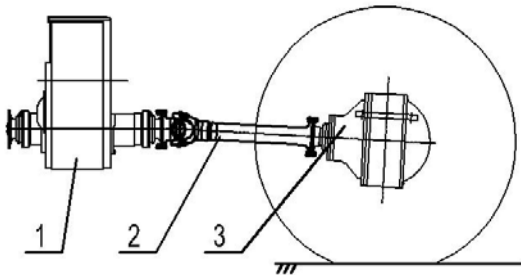


Рис. 3. Схема установки одношарнирной карданной передачи на транспортном средстве:
1- коробка переключения передач;
2- карданный вал;
3- задний мост с колесами

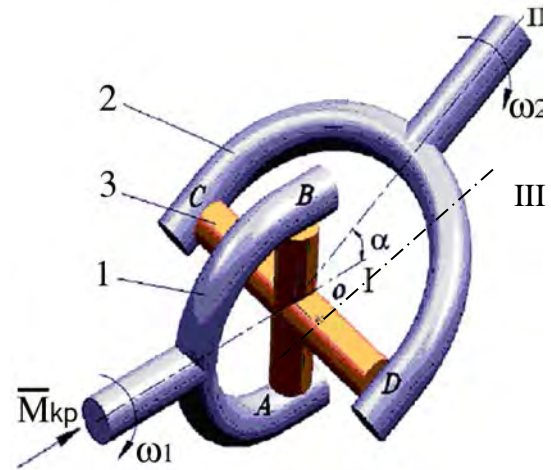


Рис. 4. Кинематическая схема карданного шарнира: 1, 2 – вилки; 3 – крестовина; I – ось вращения вилки I; II – ось вращения вилки 2; α - угол между осями I и II; III – новое положение оси вращения вилки 2 при переменном угле α ; ω_1 и ω_2 - угловые скорости ведущего и ведомого валов

В выражении (1) введем замену:

$$K(\alpha, \lambda) = \frac{\cos(\alpha)}{1 - \sin^2(\alpha) \cdot \cos^2(\lambda)}. \quad (2)$$

Тогда $\omega_2 = \omega_1 \cdot K(\lambda, \alpha)$. (3)

Определим угловое ускорение ведомого вала ε_2 , взяв полную производную по времени от левой и правой частей выражения (3):

$$\varepsilon_2 = \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{d\omega_1}{dt} \cdot K(\alpha, \lambda) + \omega_1 \cdot \left(\frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \lambda} \cdot \frac{d\lambda}{dt} + \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} \right). \quad (4)$$

Представим выражение (4) в другом виде:

$$\varepsilon_2 = \frac{d\omega_2}{dt} = \varepsilon_1 \cdot K(\alpha, \lambda) + \omega_1 \cdot \left(\frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \lambda} \cdot \omega_\lambda + \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \alpha} \cdot \omega_\alpha \right), \quad (5)$$

где $\omega_1 = \frac{d\lambda}{dt}$; ε_1 - угловое ускорение входного вала; $\omega_\alpha = \frac{d\alpha}{dt}$ - угловая скорость

ведомого вала при перемещении оси II в положение III (см. рисунок 4).

Для анализа выражения (5) рассмотрим четыре случая.

Первый случай. Угловое ускорение входного вала $\varepsilon_1 = \frac{d\omega_1}{dt} = 0$ (входной вал вращается равномерно), угловая скорость ведомого вала при перемещении оси II в положение III $\omega_\alpha = \frac{d\alpha}{dt} = 0$ (угол излома $\alpha = const$, ось II – неподвижна).

Выражение (5) примет вид:

$$\varepsilon_2^{(1)} = \omega_1 \cdot \left(\frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \lambda} \cdot \frac{d\lambda}{dt} \right) = \omega_1^2 \cdot \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \lambda}. \quad (6)$$

В выражении (6) введем замены: $k\lambda(\alpha, \lambda) = \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \lambda}$, $\omega_1 = \omega_1$ и

$$\varepsilon_{21}(\alpha, \lambda, \omega_1) = \varepsilon_2^{(1)}.$$

Тогда $\varepsilon_{21}(\alpha, \lambda, \omega_1)$ примет вид:

$$\varepsilon_{21}(\alpha, \lambda, \omega_1) := k\lambda(\alpha, \lambda) \cdot \omega_1^2.$$

Найдем частную производную $k\lambda(\alpha, \lambda)$:

$$k\lambda(\alpha, \lambda) := \frac{(-1 + \cos(\alpha)^2) \cdot (2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\lambda) \cdot \sin(\lambda))}{1 - 2 \cdot \cos(\lambda)^2 + 2 \cdot \cos(\lambda)^2 \cdot \cos(\alpha)^2 + \cos(\lambda)^4 - 2 \cdot \cos(\lambda)^4 \cdot \cos(\alpha)^2 + \cos(\lambda)^4 \cdot \cos(\alpha)^4}$$

Построим графики зависимости углового ускорения $\varepsilon_{21}(\alpha, \lambda, \omega_1)$ в функции угла поворота ведущего вала λ при различных значениях угла излома α ($\omega_1 = 30\pi$ рад/с).

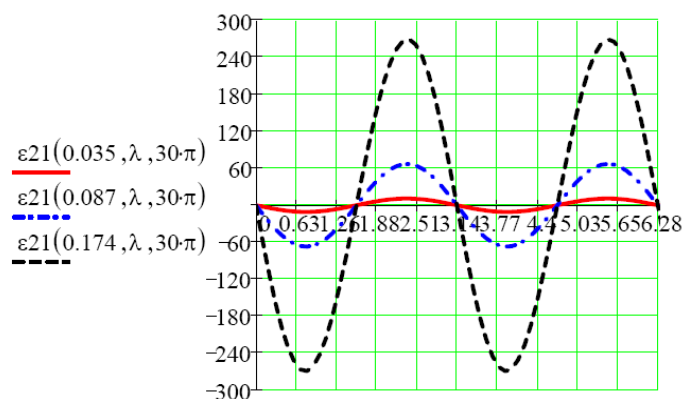


Рис. 5. График зависимости углового ускорения ε_{21} в функции угла поворота ведущего вала λ при различных значениях угла излома: $\alpha=0,035; 0,087; 0,174$ рад ($2^\circ; 5^\circ; 10^\circ$)

Второй случай. Угловое ускорение входного вала $\varepsilon_1 = \frac{d\omega_1}{dt} = 0$, угловая

скорость ведомого вала при перемещении оси II в положение III $\omega_\alpha = \frac{d\alpha}{dt} \neq 0$
(при переменном угле α ось II - подвижна).

Выражение (5) примет вид:

$$\varepsilon_2^{(2)} = \omega_1 \cdot \left(\frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \lambda} \cdot \frac{d\lambda}{dt} + \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} \right) = \omega_1^2 \cdot \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \lambda} + \omega_1 \cdot \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \alpha} \cdot \omega_\alpha. \quad (7)$$

В выражении (7) введем замены:

$$k\alpha(\alpha, \lambda) = \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \alpha}, \quad \varepsilon_{22\alpha} = k\alpha(\alpha, \lambda) \cdot \omega_1 \cdot \omega_\alpha, \quad \varepsilon_{22\lambda} = k\lambda(\alpha, \lambda) \cdot (\omega_1)^2, \\ \varepsilon_{22}(\alpha, \lambda) = \varepsilon_2^{(2)}.$$

Тогда $\varepsilon_{22}(\alpha, \lambda)$ примет вид:

$$\varepsilon_{22}(\alpha, \lambda) := \varepsilon_{22\alpha}(\alpha, \lambda) + \varepsilon_{22\lambda}(\alpha, \lambda).$$

Найдем частную производную $k\alpha(\alpha, \lambda)$:

$$k\alpha(\alpha, \lambda) := \frac{(-1 + \cos(\lambda))^2 + \cos(\lambda)^2 \cdot \cos(\alpha)^2 \cdot \sin(\alpha)}{1 - 2 \cdot \cos(\lambda)^2 + 2 \cdot \cos(\lambda)^2 \cdot \cos(\alpha)^2 + \cos(\lambda)^4 - 2 \cdot \cos(\lambda)^4 \cdot \cos(\alpha)^2 + \cos(\lambda)^4 \cdot \cos(\alpha)^4}$$

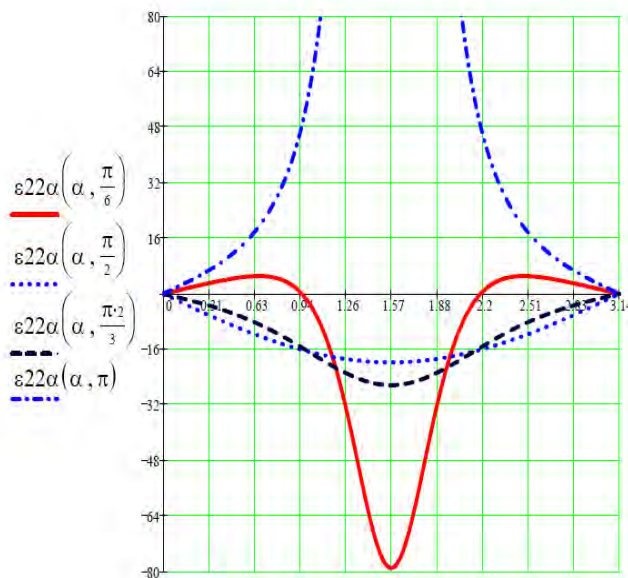


Рис. 6. График зависимости углового ускорения $\varepsilon_{22\alpha}$ в функции угла излома α при различных значениях

$$\text{угла } \lambda: \lambda = \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}; \frac{2\pi}{3}; \pi \text{ рад}$$

Построим графики зависимости углового ускорения $\varepsilon_{22}(\alpha, \lambda)$ и $\varepsilon_{22}(\alpha, \lambda)$ при $\omega_1 \cdot \omega_\alpha \cong \pi^2$.

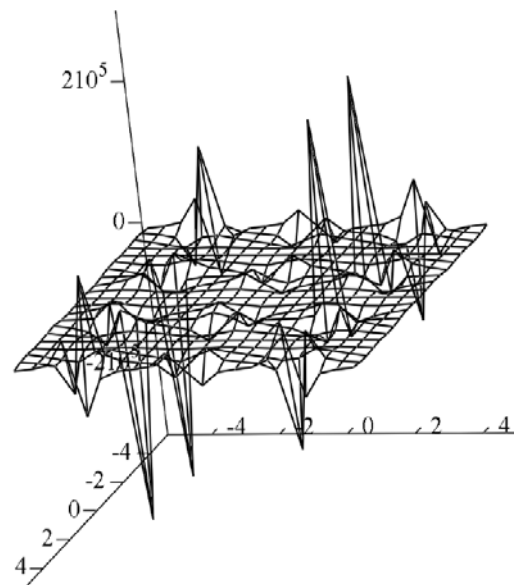


Рис. 7. График зависимости углового ускорения ε_{22} в функции двух углов: λ и α

Третий случай. Угловое ускорение входного вала $\varepsilon_1 = \frac{d\omega_1}{dt} \neq 0$, угловая скорость ведомого вала при перемещении оси II в положение III $\omega_\alpha = \frac{d\alpha}{dt} = 0$ (угол излома $\alpha = const$, ось II - неподвижна).

Выражение (5) примет вид:

$$\varepsilon_2^{(3)} = \frac{d\omega_1}{dt} \cdot K(\alpha, \lambda) + \omega_1^2 \cdot \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \lambda}. \quad (8)$$

Тогда $\varepsilon_{23}(\alpha, \lambda)$ примет вид: $\varepsilon_{23}(\alpha, \lambda) := \varepsilon_1 \cdot k(\alpha, \lambda) + \omega_1^2 \cdot k\lambda(\alpha, \lambda)$.

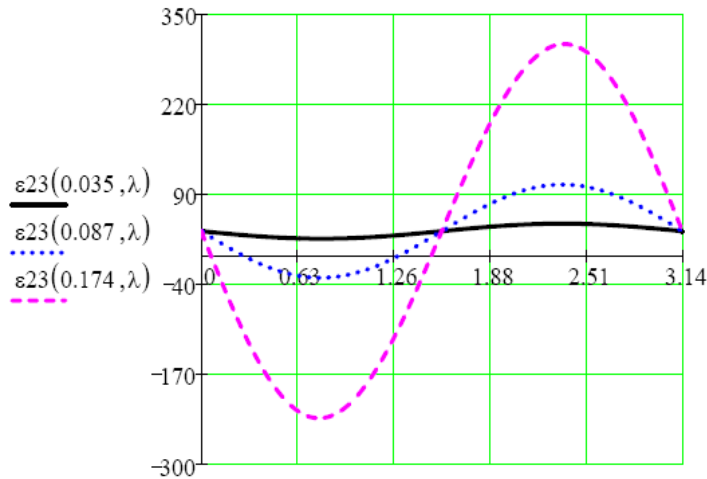


Рис. 5. График зависимости углового ускорения ε_{23} в функции угла поворота ведущего вала λ при различных значениях угла излома: $\alpha=0,035; 0,087; 0,174$ рад ($2^\circ; 5^\circ; 10^\circ$)

Четвертый случай. Угловое ускорение входного вала $\varepsilon_1 = \frac{d\omega_1}{dt} \neq 0$, угловая скорость ведомого вала при перемещении оси II в положение III $\omega_\alpha = \frac{d\alpha}{dt} \neq 0$ (при переменном угле α ось II - подвижна).

Выражение (5) примет вид:

$$\varepsilon_2^{(4)} = \frac{d\omega_1}{dt} \cdot K(\alpha, \lambda) + \omega_1^2 \cdot \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \lambda} + \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} \cdot \omega_1. \quad (9)$$

Тогда $\varepsilon_{24}(\alpha, \lambda)$ примет вид:

$$\varepsilon_{24}(\alpha, \lambda) := \varepsilon_1 \cdot k(\alpha, \lambda) + \omega_1^2 \cdot k\lambda(\alpha, \lambda) + \omega_\alpha \cdot \omega_1 \cdot k\alpha(\alpha, \lambda).$$

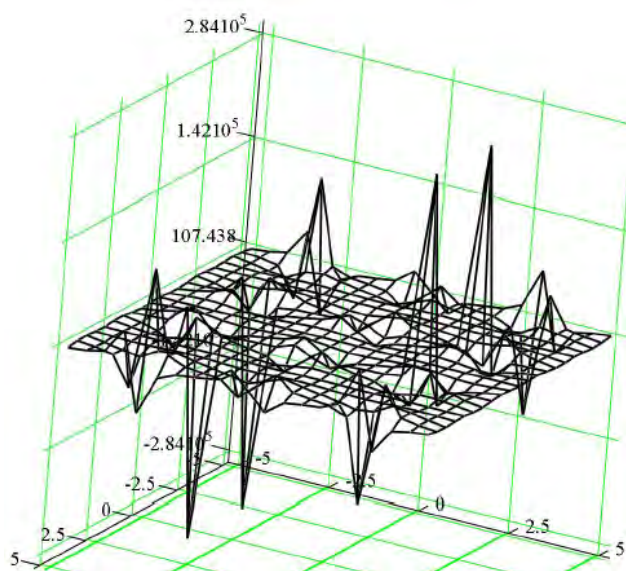


Рис. 9. График зависимости углового ускорения ϵ_{24} в функции двух углов: λ и α

Литература

1. Лойцянский Л.Г., Лурье А.И., Курс теоретической механики, ч.1, М.: 1954 - 379с.
2. Малаховский Я.Э., Лапин А.А., Веденеев Н.К., Карданные передачи, М.: 1962 – 155с.