



Министерство образования  
Республики Беларусь

БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

---

---

Кафедра ЮНЕСКО  
«Энергосбережение и возобновляемые источники энергии»

В.Г.Баштовой, А.Г.Рекс, А.Д.Чорный

## **МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА**

**Методическое пособие к практическим занятиям**

**для студентов специальностей**

**1-43 01 06 «Энергоэффективные технологии и**

**энергетический менеджмент»**

**1-36 20 01 «Низкотемпературная техника»**

**Минск  
БНТУ  
2012**

Министерство образования Республики Беларусь

БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

---

---

Кафедра ЮНЕСКО  
«Энергосбережение и возобновляемые источники энергии»

В.Г.Баштовой, А.Г.Рекс, А.Д.Чорный

## **МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА**

**Методическое пособие к практическим занятиям**

**для студентов специальностей**

**1-43 01 06 «Энергоэффективные технологии и  
энергетический менеджмент»**

**1-36 20 01 «Низкотемпературная техника»**

**Минск  
БНТУ  
2012**

УДК 532 (076.5)(075.8)  
ББК 22.253.3я7  
Б33

**Б33 Баштовой, В.Г**

Механика жидкости и газа. Методическое пособие к практическим занятиям для студентов специальностей 1-43 01 06 «Энергоэффективные технологии и энергетический менеджмент», 1-36 20 01 «Низкотемпературная техника» / В.Г. Баштовой, А.Г.Рекс, А.Д.Чорный. – Минск.: БНТУ, 2012. – 56 с.

ISBN

Методическое пособие включает в себя набор задач по основным разделам дисциплины «Механика жидкости и газа», а также содержит основные расчетные формулы и числовые данные, необходимые для решения задач.

Методическое пособие составлено в соответствии с учебным планом специальностей и программой дисциплины.

УДК 532 (076.5)(075.8)  
ББК 22.253.3я7

ISBN

©Баштовой В.Г., Рекс А.Г.,  
Чорный А.Д., 2012  
© БНТУ, 2012

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Физические свойства жидкостей и газов .....	4
2. Статика .....	11
3. Одномерные течения жидкостей и газов. ....	25
Приложение 1 .....	42
Приложение 2 .....	51
Основные условные обозначения .....	53
Литература .....	55

## 1. Физические свойства жидкостей и газов

*Плотность.*

Плотность  $\rho$  – физическая величина, определяемая для однородных веществ как отношение массы  $m$  вещества к занимаемому им объему  $V$ :  $\rho = m/V$ .

Плотность неоднородных веществ определяется в каждой точке пространства, занятого веществом, как предел отношения массы к объему, когда объем стягивается к данной точке

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \Delta m / \Delta V.$$

Неоднородность плотности жидкости или газа может быть обусловлена неоднородным распределением в них температуры, давления либо разного рода примесей и растворенных веществ.

Единица измерения плотности –  $\text{кг}/\text{м}^3$ .

Величина, обратная плотности, называется удельным объемом  $V_{\text{уд}} = 1/\rho$  и измеряется в  $\text{м}^3/\text{кг}$ .

Удельный вес  $\gamma$  определяет вес единицы объема жидкости. Для однородной среды  $\gamma = G/V$ , где  $G$  – вес объема жидкости  $V$ . Единица измерения удельного веса  $\gamma$  –  $\text{Н}/\text{м}^3$ . Поскольку  $G = mg$ , то плотность и удельный вес связаны между собой соотношением  $\gamma = \rho g$ .

Плотность жидкостей и газов зависит от давления и температуры и определяется из уравнения состояния вида  $\rho = \rho(T, p)$ . Для газов наиболее распространенным уравнением состояния является уравнение Клапейрона-Менделеева. С ростом температуры плотность жидкостей уменьшается (кроме воды в диапазоне температур от 0 до 4 °С), а с ростом давления – увеличивается. Зависимость плотности жидкостей от температуры характеризуется коэффициентом теплового расширения  $\beta_T$ , а от давления – коэффициентом объемного сжатия  $\beta_p$ . Сжимаемость жидкостей очень незначительна, и чаще всего не учитывается. В этом случае жидкости называются несжимаемыми.

Соответствующие формулы находятся в Приложении 1, а числовые данные в таблицах Приложения 2.

### *Поверхностное натяжение.*

Вследствие поверхностного натяжения на искривленной свободной поверхности жидкости существует капиллярный скачок давления, определяемый формулой Лапласа

$$\Delta p = \sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения жидкости,  $R_1$  и  $R_2$  – главные радиусы кривизны поверхности.

Например, главные радиусы кривизны сферы равны ее радиусу  $R$  и капиллярный скачок давления –  $\Delta p = (2\sigma/R)$ .

Для цилиндрической поверхности жидкости радиуса  $R$ :  $R_1 = R$ ,  $R_2 = \infty$ , а скачок давления –  $\Delta p = (\sigma/R)$ .

Коэффициент поверхностного натяжения воды при 20°C равен 0,073 Н/м.

### *Вязкость жидкостей и газов.*

Вязкость жидкостей (внутреннее трение) – свойство жидкостей оказывать сопротивление относительно перемещению ее слоев и возникает между слоями жидкости, движущимися с разными скоростями. Наличие внутреннего трения приводит к переходу части кинетической энергии потока в тепловую, то есть к потере или диссипации механической энергии.

Вязкость характеризуется динамическим коэффициентом вязкости  $\eta$ , имеющим размерность Па·с = кг/м·с, и кинематическим коэффициентом вязкости -  $\nu = \eta/\rho$ , который имеет размерность м<sup>2</sup>/с.

С ростом температуры вязкость жидкостей убывает, а газов – растет.

В табл. 2 и табл. 3 Приложения 2 приведены значения коэффициентов вязкости трансформаторного масла, воды и воздуха при различных температурах. Значения коэффициента вязкости различных жидкостей приведены в табл. 4.

Сила внутреннего трения  $F_{тр}$ , отнесенная к единице поверхности трения  $S$ , называется касательным напряжением  $\tau$  вязкого трения.

Касательное напряжение вязкого трения определяется законом вязкого трения Ньютона и пропорционально изменению скорости

$dv$  на единицу расстояния  $dn$  между движущимися слоями жидкости или газа:

$$\tau = \eta \frac{dv}{dn}.$$

### Задачи

1.1. Определить вес 0,5 л воды ( $\rho_{\text{воды}} = 1000 \text{ кг/м}^3$ ) и 0,5 л ртути, ( $\rho_{\text{ртуть}} = 13600 \text{ кг/м}^3$ ).

Ответ:  $G_{\text{воды}} = 4,9 \text{ Н}$ ;  $G_{\text{ртуть}} = 66,6 \text{ Н}$ .

1.2. Определить плотность дизельного мазута, если пикнометр объемом  $V_0 = 200 \text{ см}^3$ , заполненный мазутом, имеет массу  $m = 230,52 \text{ г}$  при собственной массе пустого пикнометра  $m_0 = 60,81 \text{ г}$ .

Ответ:  $\rho = 848,5 \text{ кг/м}^3$ .

1.3. Масса  $1 \text{ м}^3$  метана при определенных условиях составляет 0,7 кг. Определить плотность и удельный объем  $V_{\text{уд}}$  метана при этих условиях.

Ответ:  $\rho = 0,7 \text{ кг/м}^3$ ,  $V_{\text{уд}} = 1,429 \text{ м}^3/\text{кг}$ .

1.4. Определить удельный объем воздуха, если его плотность равна  $1,293 \text{ кг/м}^3$ .

Ответ:  $V_{\text{уд}} = 0,773 \text{ м}^3/\text{кг}$ .

1.5. Определить плотность дымовых газов, покидающих печь при температуре  $800^\circ\text{C}$ , если их плотность при  $0^\circ\text{C}$  и атмосферном давлении равна  $1,3 \text{ кг/м}^3$ .

Ответ:  $\rho = 0,33 \text{ кг/м}^3$ .

1.6. В вертикальном цилиндрическом резервуаре диаметром 4 м хранится 100 т нефти с плотностью  $850 \text{ кг/м}^3$  при  $0^\circ\text{C}$ . Определить изменение уровня  $\Delta h$  нефти в резервуаре при изменении температуры до  $30^\circ\text{C}$ . Коэффициент теплового расширения нефти  $-7,2 \cdot 10^{-4} \text{ К}^{-1}$ . Расширение резервуара не учитывать.

Ответ:  $\Delta h = 0,202 \text{ м}$ .

1.7. В отопительный котел поступает  $50 \text{ м}^3/\text{час}$  воды при температуре  $70^\circ\text{C}$ . Какой объем в час воды будет выходить из котла, если нагрев производится до  $90^\circ\text{C}$ , а коэффициент температурного расширения воды  $6,4 \cdot 10^{-4} \text{ 1/K}$ .

Ответ:  $Q_V = 50,64 \text{ м}^3/\text{час}$ .

1.8. Поршневой компрессор всасывает атмосферный воздух при давлении  $p_0 = 10^5 \text{ Па}$  и температуре  $T_0 = 17^\circ\text{C}$  с производительностью  $Q_0 = 5 \text{ м}^3/\text{мин}$  и нагнетает его в резервуар емкостью  $V_0 = 12 \text{ м}^3$ . Через сколько минут давление в резервуаре поднимется до  $p_1 = 6 \cdot 10^5 \text{ Па}$ , если при сжатии температура воздуха повышается до  $T_1 = 87^\circ\text{C}$ .

Ответ:  $t = 9,2 \text{ мин}$ .

1.9. В полностью заполненном резервуаре содержится 10 тонн нефти при температуре  $10^\circ\text{C}$ . Какая масса жидкости вытечет из этого резервуара, если температура жидкости повысится до  $30^\circ\text{C}$ . (Температурным расширением резервуара пренебречь).

Ответ:  $m = 144 \text{ кг}$ .

1.10. В сосуд объемом  $50 \text{ л}$  под некоторым давлением закачено  $50,5 \text{ л}$  эфира. Определить, не учитывая деформацию сосуда, изменение давления в нем, если коэффициент объемного сжатия эфира при температуре  $20^\circ\text{C}$  равен  $\beta_P = 1,95 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2/\text{Н}$ .

Ответ: давление увеличилось на  $51,3 \cdot 10^5 \text{ Па}$ .

1.11. Закрытый герметично сосуд имеет объем  $10 \text{ л}$  и заполнен полностью водой. Определить, пренебрегая деформацией сосуда, изменение давления в нем при изменении температуры воды на  $40^\circ\text{C}$ . Коэффициент теплового расширения воды  $\beta_T = 0,00018 \text{ K}^{-1}$ , а коэффициент объемного сжатия  $\beta_P = 4,19 \cdot 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$ .

Ответ: давление увеличилось на  $1,72 \cdot 10^5 \text{ Па}$ .

1.12. В баллон объемом  $300 \text{ л}$  при давлении 100 стандартных атмосфер накачан воздух. Через несколько часов вследствие утечек через неплотности давление воздуха в баллоне упало до 90 стандартных атмосфер. Пренебрегая деформацией баллона, определить



объем вытекшего воздуха, приведенный к атмосферному давлению, считая температуру постоянной.

Ответ:  $3 \text{ м}^3$

1.13. Определить величину капиллярного скачка давления на поверхности жидкости в вертикальных капиллярах:

(а) цилиндрическом с диаметром  $d = 2R$

(б) плоскопараллельном шириной  $d = 2R$ .

Ответ: (а)  $\Delta p = \frac{2\sigma}{R} = \frac{4\sigma}{d}$ ;      (б)  $\Delta p = \frac{\sigma}{R} = \frac{2\sigma}{R}$ .

1.14. Определить высоту поднятия  $h$  воды в вертикальном круглом стеклянном капилляре диаметром  $0,2 \text{ мм}$  (рисунок 1.1). ( $\sigma_{\text{воды}} = 0,073 \text{ Н/м}$ ).

Решение.

Давление в точках  $A$  и  $B$ :

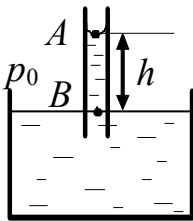


Рисунок 1.1

$$p_A = p_0 - \frac{2\sigma}{R},$$

$$p_B = p_A + \rho gh = p_0 - \frac{2\sigma}{R} + \rho gh.$$

Поскольку  $p_B = p_0$ , то  $\Delta p = \frac{2\sigma}{R} = \rho gh$ .

Отсюда  $h = \frac{2\sigma}{\rho gR}$ .

$$h = \frac{4\sigma}{\rho g d} = \frac{4 \cdot 0,073}{1000 \cdot 10 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3}} = 146 \text{ мм}.$$

Ответ:  $h = 146 \text{ мм}$ .

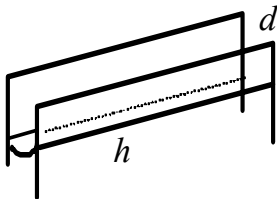


Рисунок 1.2

1.15. Определить высоту поднятия  $h$  воды в вертикальном плоскопараллельном стеклянном капилляре с шириной зазора в нем  $0,2 \text{ мм}$  (рисунок 1.2).

Ответ  $h = 0,073 \text{ м}$ .

1.16. Определить силу, сжимающую две плоскопараллельные прямоугольные стеклянные пластины площадью  $100 \text{ см}^2$ , зазор между которыми заполнен водой, а ширина его равна 10 микрон.

Ответ:  $F = 14,6 \text{ Н}$ .

1.17. Для определения коэффициента поверхностного натяжения воды методом отрыва капле была использована пипетка с диаметром выходного отверстия 2 мм. Масса 40 капле оказалась равной 1,9 г. Чему равно значение коэффициента поверхностного натяжения воды?

Ответ:  $\sigma = 74 \text{ мН/м}$ .

1.18. Определить высоту поднятия воды в вертикальном клиновидном стеклянном канале с шириной, которая изменяется по закону  $d = \varphi x$  ( $\varphi$  – угол расширения зазора) (рисунок 1.3).

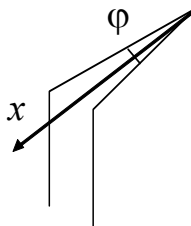


Рисунок 1.3

Ответ:  $h = \frac{2\sigma}{\rho g \varphi x} = \frac{C}{x}$ .

1.19. В капиллярной трубке радиусом 0,5 мм жидкость поднялась на 11 мм. Найти плотность данной жидкости, если ее коэффициент поверхностного натяжения 22 мН/м.

Ответ:  $\rho = 820 \text{ кг/м}^3$ .

1.20. Найти массу воды, поднявшейся по капиллярной трубке диаметром 0,5 мм.

Ответ:  $m = 12 \text{ мг}$ .

1.21. Определить вязкость воды, если при измерениях ротационным вискозиметром с размерами внутреннего неподвижного цилиндра  $d = 2 \text{ см}$ ,  $h = 5 \text{ см}$ . Закручивающий момент сил  $M = 4 \cdot 10^{-5} \text{ Н}\cdot\text{м}$

при скорости вращения внешнего цилиндра  $n = 10$  об/с и ширине зазора между цилиндрами  $\delta = 0,5$  мм.

Решение.

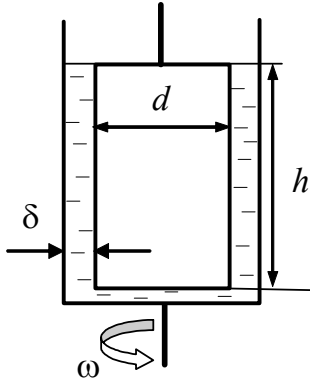


Рисунок 1.4

Момент силы  $M = F \cdot R$ .

Закон вязкого трения  $\tau = \frac{F}{S} = \eta \frac{\Delta v}{\delta}$ ,

$$F = \eta \frac{\Delta v}{\delta} \cdot S.$$

$$F = \frac{M}{R} = \eta \frac{\Delta v}{\delta} \cdot 2\pi R \cdot h.$$

Линейная скорость вращения  
 $v = 2\pi n R = 6,28 \cdot 10 \cdot 10^{-2} = 0,63$  м/с.

Разность скоростей

$$\Delta v = v = 0,63$$
 м/с.

Тогда коэффициенты вязкости

$$\eta = \frac{M\delta}{2\pi\Delta v R^2 h} = \frac{4 \cdot 10^{-5} \cdot 5 \cdot 10^{-4}}{6,28 \cdot 0,63 \cdot 10^{-4} \cdot 5 \cdot 10^{-2}} = 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}.$$

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} = 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$$

Ответ:  $\eta = 10^{-3}$  Па·с,  $\nu = 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с

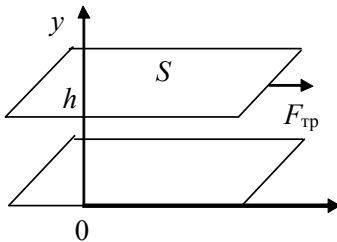


Рисунок 1.5

1.22. Как изменится сила трения в плоскопараллельном смазочном слое, если в качестве смазки вместо машинного масла использовать глицерин (рисунок 1.5)?

Ответ:  $F_{\text{гл}}/F_{\text{м}} = 12$ .

## 2. Статика

В жидкостях и газах действуют массовые (объемные) и поверхностные силы.

Массовые силы действуют на каждую частицу жидкости. Таки-ми силами являются сила тяжести, сила инерции и т.п.

Поверхностные силы действуют на поверхностях выделенных объемов жидкости. К таким силам относятся силы давления, действующие перпендикулярно к поверхности, силы трения, которые направлены по касательной к поверхности.

На любую площадку, выделенную в неподвижной или движущейся как целое жидкости, действует сила давления. Рассчитанная на единицу площади эта сила называется напряжением сил давления или просто давлением  $p$ . Физическая природа сил давления определяется тепловым движением молекул жидкости и их соударениями с рассматриваемыми площадками, находящимися в жидкости.

В соответствии с *законом Паскаля* величина давления в данной точке не зависит от ориентации площадки и является только функцией точки:  $p = p(x, y, z)$ .

В системе СИ давление измеряется в Паскалях:  $1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$ .

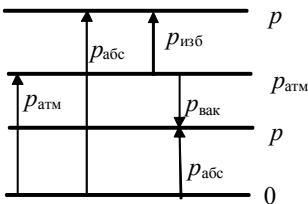


Рисунок 2.1

В зависимости от выбора начала отсчета давление бывает абсолютным, атмосферным, избыточным и вакуумметрическим (рисунок 2.1).

Если давление измерено относительно нуля, то оно называется абсолютным давлением  $p_{абс}$ . В технике часто выбирают за начало отсчета атмосферное давление. Тогда давление определенное относительно атмосферного давления называется избыточным давлением  $p_{изб} = p - p_{атм}$ .

Если абсолютное давление меньше атмосферного, то их разность называется вакуумметрическим давлением  $p_{вак} = p_{атм} - p$ .

Если абсолютное давление меньше атмосферного, то их разность называется вакуумметрическим давлением  $p_{вак} = p_{атм} - p$ .

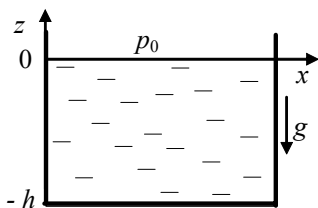


Рисунок 2.2

В однородной жидкости, находящейся в поле силы тяжести (рисунок 2.2) распределение давления описывается выражением

$$p = p_0 - \rho g z ,$$

где  $p_0$  – давление на поверхности жидкости,  $\rho$  – плотность жидкости,  $z$  – координата погружения данной

точки.

Давление в жидкости на глубине  $h$ :  $p = p_0 + \rho g h$ .

Поверхностями постоянного давления являются горизонтальные плоскости.

На тела, погруженные в жидкость, действует сила давления.

В декартовой системе координат проекции силы давления на оси координат определяются выражениями

$$F_x = p_{ц.и.} \cdot S_x , \quad F_y = p_{ц.и.} \cdot S_y , \quad F_z = p_{ц.и.} \cdot S_z ,$$

где  $p_{ц.и.}$  – давление, приложенное в точках центра инерции проекций  $S_x, S_y, S_z$  рассматриваемой поверхности давления на плоскости, перпендикулярные соответствующим осям координат.

Вертикальная составляющая силы давления может быть определена также как  $F_z = \rho g V$ , где  $V$  – объем жидкости, находящийся над поверхностью давления.

Сила, действующая на погруженное в жидкость твердое тело, определяется как равнодействующая сил давления, действующих на его поверхности. Горизонтальные составляющие силы давления, действующие на боковые поверхности тела, уравновешивают друг друга. Вертикальная составляющая силы, действующая на нижнюю поверхность, всегда больше силы, действующей сверху. Поэтому равнодействующая сил давления направлена снизу вверх и равна весу жидкости, вытесненному этим телом:  $F_A = \rho_{ж} g V$ . Сила  $F_A$  называется силой Архимеда.

В жидкости помимо силы Архимеда на тело действует еще направленная вниз сила тяжести. Условия плавания тела в жидкости определяются соотношением этих сил, т.е. соотношением плотностей тела и жидкости.

## Задачи

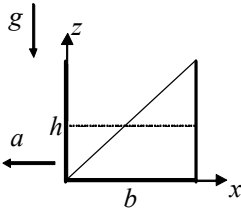


Рисунок 2.3

2.1. Жидкость движется в кубическом сосуде  $10 \times 10 \times 10$  см равноускоренно с ускорением  $a$  в направлении одной из боковых сторон сосуда. В покоящемся состоянии жидкость заполняет сосуд наполовину его объема. При каком ускорении жидкость начнет переливаться через край сосуда?

Решение.

Распределение давления

Распределение давления

$$p = p_0 + \rho ax - \rho gz,$$

откуда уравнение свободной поверхности  $z = \frac{a}{g}x$ .

Объем неподвижной жидкости  $V_0 = b^2 h = b^3 / 2$ .

Объем жидкости при ее движении  $V_1 = x b b / 2 = b^2 x / 2$

Условие постоянства объема  $V_0 = V_1$ . Тогда  $b^3 / 2 = b^2 x / 2$ .

$x = b$ ,  $z = b$ . Подставляем в уравнение поверхности:  $b = \frac{a}{g}b$ .

Ответ:  $a = g$ .

2.2. Определить давление на поверхность батискафа, погруженного в море на глубину 2 км.

Ответ:  $p = 20,1 \cdot 10^6$  Па.

2.3. Определить абсолютное и избыточное давление  $p$  в сосуде, заполненном водой (рисунок 2.4).

Высота поднятия воды в трубке  $h = 200$  мм.

Ответ:  $p_{\text{абс.}} = 101,96$  кПа,

$p_{\text{изб.}} = 1,96$  кПа.

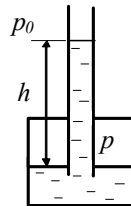


Рисунок 2.4

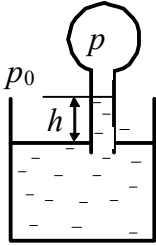


Рисунок 2.5

2.4. Открытый сосуд заполнен ртутью (рисунок 2.5). Определить абсолютное и избыточное давление внутри колбы  $p$ , если высота поднятия ртути  $h=30$  мм.

Ответ:  $p_{\text{абс.}} = 93,34$  кПа,  $p_{\text{вак.}} = 6,66$  кПа.

2.5. Определить разность уровней  $h$  в вертикальном U-образном ртутном манометре (рисунок 2.6), один конец которого сообщается с атмосферой, а второй подсоединен к сосуду с давлением газа в нем  $p = 2 \cdot 10^5$  Па.

Ответ:  $h = 0,735$  мм.

2.6. Два открытых сообщающихся сосуда в виде U-образной трубки заполнены ртутью (рисунок 2.7). Затем в один из них доливается вода, образующая над поверхностью ртути в этом сосуде водяной столб высотой  $h_1 = 27$  см. Определить разность уровней ртути  $h_2$  в сосудах.

Ответ:  $h_2 = 0,02$  м.

2.7. Определить разность уровней ртути  $h_{\text{рт}}$  в U-образной трубке, заполненной трехслойной системой жидкостей (рисунок 2.8), если  $h_{\text{в}} = 60$  см, а  $h_{\text{м}} = 8$  см,  $\rho_{\text{м}} = 900$  кг/м<sup>3</sup>.

Ответ:  $h_{\text{рт}} = 39$  мм.

2.8. По показанию U-образного ртутного манометра определить избыточное давление  $p$  в сосуде (рисунок 2.9), если разность уровней ртути  $h = 150$  мм.

Ответ:  $p_{\text{изб}} = 20,4$  кПа.

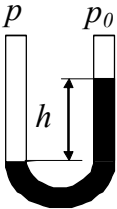


Рисунок 2.6

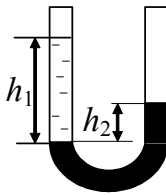


Рисунок 2.7

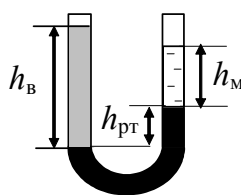


Рисунок 2.8

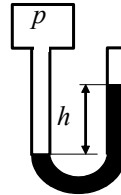


Рисунок 2.9

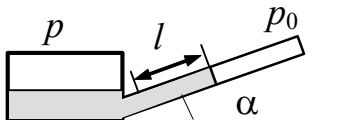


Рисунок 2.10

2.9. Микроманометр представляет собой два сообщающихся сосуда. Один из них – широкая чашка, другой – трубка, наклоненная под углом  $\alpha$  к горизонтальному уровню (рисунок 2.10). Измерение давления сводится к измерению

длины  $l$  столбика спирта в трубке относительно уровня спирта в широкой чашке. Определить величину избыточного давления, если  $l = 180$  мм, а  $\alpha = 45^\circ$ .

Ответ:  $p_{\text{изб}} = 918,6$  Па

2.10. Разрежение в газоходе парового котла измеряется микроманометром (рисунок 2.11).

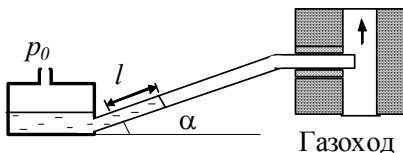


Рисунок 2.11

Угол наклона измерительной трубки  $\alpha = 30^\circ$ . Длина столбика воды, отсчитанная по шкале  $l = 160$  мм. Определить абсолютное давление газов, если атмосферное давление

$p_0 = 740$  мм рт. ст.

Ответ:  $97,9$  кПа.

2.11. Давление в газогенераторе изменилось на  $1,7 \cdot 10^{-2}$  стандартной атмосферы. Как изменилась разность уровней воды в U-образном манометре, присоединенном к генератору?

Ответ:  $\Delta h = 0,176$  м.

2.12. В цилиндрический сосуд налита ртуть и вода в равных по массе количествах. Общая высота двух слоев жидкостей равна 29,2 см. Определить давление жидкостей на дно сосуда. Плотность ртути  $13600$  кг/м<sup>3</sup>, плотность воды  $1000$  кг/м<sup>3</sup>.

Ответ:  $p = 5,3$  кПа.

2.13. Под каким давлением должна давать воду насосная станция небоскреба, расположенная в подвале здания, чтобы давление воды



в водопроводе на высоте верхнего этажа было не менее  $1,5 \cdot 10^5$  Па. Высота верхнего этажа по отношению станции 200 м.

Ответ:  $p = 21,5 \cdot 10^5$  Па.

2.14. В сообщающихся сосудах находится ртуть. Диаметр правого сосуда в четыре раза больше диаметра левого сосуда. В левый сосуд наливают столб воды высотой 70 см. Насколько поднимется уровень ртути в правом сосуде и насколько опустится в левом? Насколько поднимется уровень ртути в узком сосуде, если такой же высоты столб воды налить в широкий сосуд?

Ответ:  $\Delta h = 30$  мм; 48 мм.

2.15. В печи дымовые газы имеют в среднем температуру  $300^\circ\text{C}$  и плотность  $0,44 \text{ кг/м}^3$ . Температура наружного воздуха  $14^\circ\text{C}$  и давление 760 мм. рт. ст. Определить при высоте дымовой трубы 5 м разность напоров по обе стороны печной дверки, если она закрыта. Определить разность напоров в миллиметрах водяного столба

Ответ:  $\Delta h = 4$  мм вод. столба.

2.16. Полный объект П-образного сечения расположен на дне реки на глубине 20 м от поверхности. Как велико должно быть давление сжатого воздуха внутри объекта, для того чтобы вода не просачивалась через поверхность соприкосновения объекта и речного дна?

Ответ:  $p = 3 \cdot 10^5$  Па.

2.17. Для измерения высоты полета воздушных шаров применяется барометр. Перед вылетом он показывал барометрическое давление 745 мм рт.ст., а в наивысшей точке подъема 500 мм рт.ст. Считая температуру воздуха по высоте постоянной ( $10^\circ\text{C}$ ), определить высоту подъема воздушного шара.

Ответ:  $h = 3,3$  км.

2.18. Определить давление атмосферного воздуха на высоте 10 км над уровнем моря. Изменение температуры воздуха: от  $15^\circ\text{C}$  на уровне моря с падением на  $6,5$  градусов на каждые 1000 м высоты. Давление на уровне моря 760 мм рт.ст.

Ответ:  $p = 198,1$  мм рт.ст. = 26,4 кПа.

2.19. Сосуд прямоугольной формы объемом  $6 \text{ м}^3$  полностью заполнен водой. Определить силу давления на боковые стенки и дно сосуда, если его длина и ширина соответственно равны 3 и 2 м.

Ответ:  $F_{\text{дно}} = 58,8 \text{ кН}$ ,  $F_{\text{бок}} = 9,8$  и  $14,8 \text{ кН}$ .

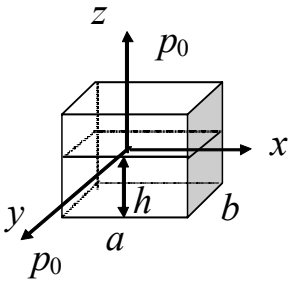


Рисунок 2.12

2.20. Жидкость заполняет прямоугольный сосуд с площадью основания  $a \times b$  (рисунок 2.12). Уровень жидкости в сосуде  $h$ . Определить силу давления на дно сосуда и боковые стенки, если  $a = 4 \text{ м}$ ,  $b = 3 \text{ м}$ ,  $h = 0,5 \text{ м}$ .

Ответ:  $F_{\text{дно}} = \rho g h a b$ ,

$$F_{\text{бок},y} = \frac{1}{2} \rho g h^2 a = 3,6 \text{ кН},$$

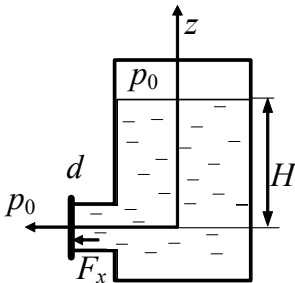


Рисунок 2.13

2.21. Определить усилие, открывающее крышку люка открытого нефтехранилища (рисунок 2.13), запирающую круглое отверстие диаметром  $d = 600 \text{ мм}$ , расположенное на глубине  $H = 2,8 \text{ м}$ . Плотность нефти равна  $890 \text{ кг/м}^3$ .

Ответ:  $F_x = 6,9 \text{ кН}$ .

2.22. Определить усилие, открывающее крышку люка закрытого нефтехранилища с избыточным давлением  $400 \text{ мм рт.ст.}$ , запирающую круглое отверстие диаметром  $d = 600 \text{ мм}$ , расположенное на глубине  $H = 2,8 \text{ м}$ , если плотность нефти равна  $890 \text{ кг/м}^3$ .

Ответ:  $F_x = 21,98 \text{ кН}$ .

2.23. В сосуде находится сжатый воздух. Давление в нем равно 4 давлениям окружающей атмосферы. Для удержания пробки, закрывающей круглое отверстие в сосуде, необходимо приложить силу  $91,2 \text{ Н}$ . Радиус отверстия  $1 \text{ см}$ . Определить атмосферное давление.

Ответ:  $96,8 \text{ кПа}$ .

2.24. В подводной части судна образовалось отверстие, площадь которого  $5 \text{ см}^2$ . Отверстие находится на  $3 \text{ м}$  ниже уровня воды. Какая минимальная сила требуется, чтобы удержать заплату, закрывающую отверстие с внутренней стороны судна?

Ответ:  $F_{\min} = 14,7 \text{ Н}$ .

2.25. Открытый бак с размерами дна  $a = 2 \text{ м}$  и  $b = 2 \text{ м}$  заполнен водой на высоту  $1 \text{ м}$  (рисунок 2.14). Определить вертикальную  $F_z$  и горизонтальную  $F_x$  проекции сил давления на дно и на наклонные боковые стенки бака.

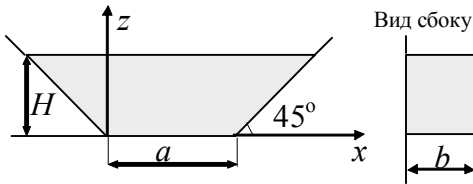


Рисунок 2.14

Ответ:  $F_z = 40 \text{ кН}$ ,  $F_x = 10^4 \text{ Н}$ .

2.26. Открытый бак с размерами дна  $a = 2 \text{ м}$  и  $b = 1,2 \text{ м}$  заполнен водой с температурой  $80^\circ\text{C}$  на высоту  $H = 1,8 \text{ м}$  (рисунок 2.15). Определить полные силы давления на дно и боковые стенки бака. Плотность воды при  $80^\circ\text{C}$  –  $972 \text{ кг/м}^3$ .

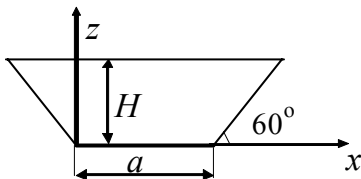


Рисунок 2.15

Ответ: На дно действует сила  $F_z = 42 \text{ кН}$ , Сила на боковые стенки:  $F_z = 21,8 \text{ кН}$ ,

2.27. Резервуар для хранения жидкости имеет на глубине  $H = 2 \text{ м}$  цилиндрический затвор диаметром  $d = 10 \text{ см}$  длиной  $b = 16 \text{ см}$  (рисунок 2.16). Определить вертикальную и горизонтальную составляющие сил давления воды, действующих на затвор.

Ответ:  $F_z = 3,14 \text{ Н}$ ,  $F_x = 320 \text{ Н}$ .

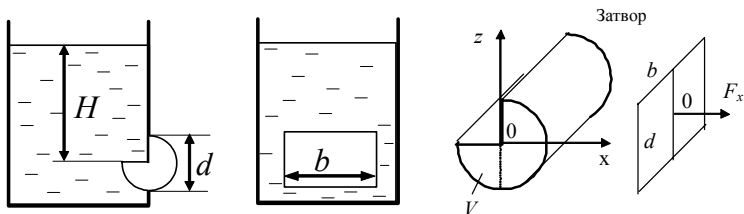


Рисунок 2.16

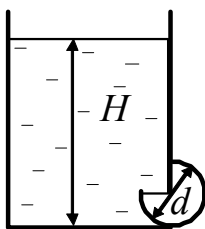


Рисунок 2.17

2.26. Определить направление и величину силы давления воды на криволинейную поверхность затвора, установленного в прямоугольном отверстии вертикальной стенки резервуара (рисунок 2.17). Даны: глубина резервуара  $H = 3$  м, диаметр и ширина затвора  $d = 0,6$  м и  $b = 6$  м.

Ответ:  $F = 97,3$  кН,  $\alpha = 2,49^\circ$ .

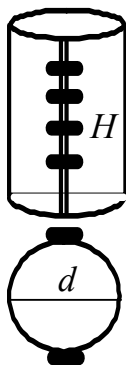


Рисунок 2.18

2.27. Цилиндрический резервуар диаметра  $d = 1$  м и высотой  $H = 2$  м состоит из двух полуцилиндрических частей, скрепленный между собой болтами (рисунок 2.18). Резервуар полностью заполнен водой. Определить силу давления, действующую на дно резервуара и силу, разрывающую болты, скрепляющие полуцилиндры.

Ответ:  $F_{\text{дно}} = 15,0$  кН,  $F_{\text{болк}} = 20,0$  кН.

2.28. По паропроводу диаметром  $d = 300$  мм и длиной 2 м к паровой турбине высокого давления подводится пар. Определить силу разрыва трубы паропровода (а продольном направлении), если избыточное давление в паропроводе  $p = 90 \cdot 10^5$  Па.

Ответ:  $F = 5400$  кН.

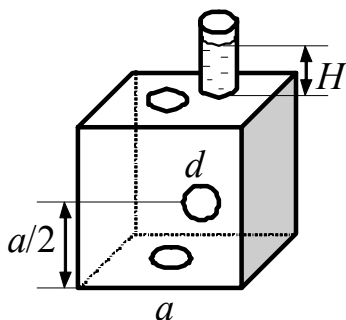


Рисунок 2.19

2.29. Кубический резервуар для хранения жидкостей с длиной сторон  $a$  соединяется с атмосферой через вертикальную трубку, укрепленную на его верхней стенке (рисунок 2.19). На верхней стенке, на дне и на середине (по высоте) одной из боковых сторон имеются круглые отверстия диаметра  $d = 2$  см, закрытые крышками. Резервуар заполнен водой так, что уровень ее в соединительной трубе относительно верхней стенки равен  $H = 1$  м. Определить величины сил, открывающих эти крышки.

Ответ:  $F_{\text{дно}} = 914$  Н,  $F_{\text{бок}} = 628$  Н,  $F_{\text{верхн}} = 314$  Н.

2.30. Определить силу, выдавливающую стекло иллюминатора ( $d = 30$  см) самолета, летящего на высоте 10 км.

Ответ:  $F = 4,5$  кН.

2.31. Вода, находящаяся под давлением  $p = 2,5$  ати, заполняет резервуар через трубу диаметром  $d = 15$  мм (рисунок 2.20). Определить минимально необходимый диаметр шарообразного поплавка  $D_{\text{попл}}$ , обеспечивающий автоматическое закрытие клапана при наполнении резервуара, если  $a = 100$  мм,  $b = 500$  мм. Собственным весом рычага, клапана и поплавка пренебречь.

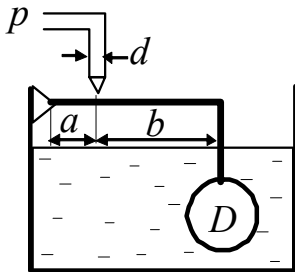


Рисунок 2.20

Примечание. Давление  $p = 2,5$  ати соответствует избыточному давлению, измеренному в атмосферах относительно атмосферного давления.

Ответ:  $D_{\text{попл}} = 0,11$  м.

2.32. Определить минимальную длину  $l$  стороны кубического полого металлического сосуда массой 1 кг, при которой он не будет тонуть в воде.

Ответ:  $l = 0,1$  м.

2.33. Определить минимальный радиус  $R$  полоого сферического металлического сосуда массой 1 кг, при которой он не будет тонуть в воде.

Ответ:  $R = 0,062$  м.

2.34. Определить минимальную  $l$  длину цилиндрического полоого металлического сосуда массой 1 кг и диаметром 4 см, при которой он не будет тонуть в воде.

Ответ:  $l = 0,796$  м.

2.35. Определить максимально возможную толщину листа  $\delta$ , в который надо раскатать железный кубик со стороной  $a$ , чтобы из этого листа сделать кубический сосуд со стороной  $b$ , не тонущий в воде.

$$\text{Ответ: } \delta = \frac{a^3}{6b^2} = \frac{a^3}{6 \cdot 4 \cdot a^2} = \frac{a}{24}.$$

2.36. Сколько бревен  $N$  диаметром  $d = 300$  мм и длиной  $l = 10$  м необходимо для сооружения плота, способного удержать груз массой 2,1 т. Плотность дерева  $800 \text{ кг/м}^3$ .

Ответ:  $N = 15$  бревен.

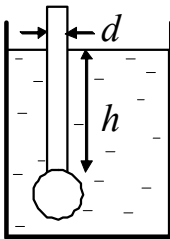


Рисунок 2.21

2.37. Ареометр массой  $m_a = 40$  г состоит из шарика объемом  $V_{ш} = 15 \text{ см}^3$  и трубки с внешним диаметром  $d = 25$  мм (рисунок 2.21). Определить глубину  $h$ , на которую погрузится трубка ареометра в воду и в керосин ( $\rho = 760 \text{ кг/м}^3$ ).

Ответ:  $h_{\text{в}} = 0,05$  м,  $h_{\text{к}} = 0,07$  м.

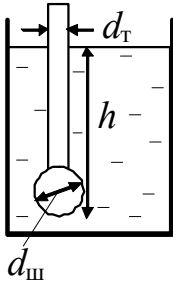


Рисунок 2.22

2.38. Ареометр весом 108 г имеет диаметр трубки  $d_T = 20$  мм и диаметр шарика  $d_{ш} = 30$  мм. Определить плотность жидкости, если глубина погружения ареометра составляет  $h = 200$  мм (рисунок 2.22).

Ответ:  $\rho = 1600 \text{ кг/м}^3$ .

2.39. Вес тела, погруженного в жидкость с плотностью  $\rho_1 = 1000 \text{ кг/м}^3$ , равен  $G_1 = 5 \text{ Н}$ . При погружении этого тела в жидкость с другой плотностью  $\rho_2 = 1260 \text{ кг/м}^3$  его вес становится равным  $G_2 = 4 \text{ Н}$ . Определить плотность тела  $\rho$ .

Ответ:  $\rho = \frac{G_2 \rho_1 - G_1 \rho_2}{G_2 - G_1} = 2300 \text{ кг/м}^3$ .

2.40. Тело массой  $m = 1$  кг, погруженное в бензин, весит 9,4 Н. При погружении этого тела в другую жидкость его вес равен 9,0 Н. Определить плотность жидкости. Плотность бензина  $700 \text{ кг/м}^3$ .

Ответ:  $\rho_2 = \frac{(mg - G_2) \rho_1}{mg - G_1} = 1400 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ .

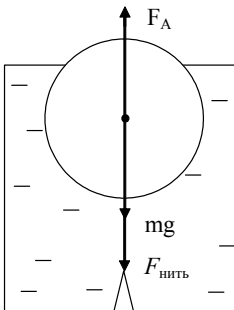


Рисунок 2.23

2.41. Поплавок, имеющий массу  $m = 1,0$  кг, натягивает нить, закрепленную на дне водоема (рисунок 2.23). 90% объема поплавка погружено в воду. Определить силу натяжения нити  $F_{\text{нить}}$ , если плотность материала поплавка в 4 раза меньше плотности воды.

Ответ:  $F_{\text{нить}} = 25,5 \text{ Н}$ .

2.42. Пловец лежит неподвижно на воде лицом вверх, причем в воду погружено все тело, за исключением небольшой части лица. Найти объем тела пловца  $V$ , если масса пловца 75 кг.

Ответ:  $V \approx 75 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$  при предположении, что плотность тела человека близка плотности воды.

2.43. Оболочка воздушного шара имеет объем  $100 \text{ м}^3$  и наполнена водородом. Вес оболочки вместе с водородом 500 Н. Определить подъемную силу шара и плотность слоя воздуха, в котором шар будет находиться в равновесии. Плотность воздуха у поверхности земли  $1,29 \text{ кг/м}^3$ .

Ответ:  $F = 780 \text{ Н}$ ,  $\rho = 0,5 \text{ кг/м}^3$ .

2.44. Человек поднимает железный шар массой 30 кг. Какой массы шар он поднимет, находясь под водой? Принять плотность железа  $8000 \text{ кг/м}^3$ .

Ответ:  $m = 34,286 \text{ кг}$ .

2.45. На одной чашке весов лежит кусок серебра массой 105 г, на другой – стекло массой 130 г. Какая чашка перетянет при погружении весов в воду? Плотность серебра  $10,5 \text{ г/см}^3$ , стекла –  $2,6 \text{ г/см}^3$ .

Ответ: Перетянет чашка с серебром.

2.46. В сосуд налита вода и сверх нее – бензин плотностью  $700 \text{ кг/м}^3$ . Определить какая часть объема поплавка будет находиться в воде и в бензине при плавании его в данной двухслойной жидкости?

Ответ:  $2/3$  в бензине,  $1/3$  в воде.

2.47. Стальной трубопровод с внешним диаметром  $D$  и толщиной стенки 10 мм опущен в воду при прокладке через реку. При каком значении  $D$  подъемная сила будет равна весу трубы? Плотность стали  $7800 \text{ кг/м}^3$ . Задачу решить для единицы длины трубы равной 1 м.

Ответ:  $D = 312 \text{ мм}$ .



2.48. Металлический шарик медленно опускается в жидкой ванне без вращения с постоянной скоростью при заданной температуре жидкой ванны. Даны: диаметр шарика 4 мм, плотность материала шарика –  $1860 \text{ кг/м}^3$ , ванна заполнена водой при температуре 330 К. Определить скорость, с которой опускается шарик.

Ответ: 
$$v = \frac{(\rho_{ш} - \rho_{ж})gV_{ш}}{6\pi\eta R}.$$

### 3. Одномерные течения жидкостей и газов.

*Характеристики потока жидкостей и газов.*

В трубопроводах течение жидкостей и газов характеризуется средней по сечению скоростью потока  $v$ , определяемой отношением объемного расхода жидкости  $Q_V$  к площади поперечного сечения трубы  $S$ :

$$v = Q_V/S.$$

Объемный расход определяется объемом жидкости, прошедшим через поперечное сечение трубы в единицу времени, и измеряется в  $\text{м}^3/\text{с}$ . Поток жидкости может также характеризоваться массовым расходом  $Q_m$ , который определяется массой жидкости, прошедшей через поперечное сечение трубы в единицу времени, и измеряется в  $\text{кг}/\text{с}$ . Массовый расход равен объемному, умноженному на плотность жидкости:

$$Q_m = \rho Q_V.$$

Расход может быть определен через среднюю по сечению скорость:

$$\text{объемный расход} - Q = v S,$$

$$\text{массовый расход} - Q_m = \rho Q = \rho v S.$$

*Режимы течения.* Существуют два режима течения жидкостей и газов: ламинарный и турбулентный. Режим течения определяется числом Рейнольдса  $Re = vd/\nu$ . Критическое значение числа Рейнольдса при течении в трубах равно 2300. При  $Re < 2300$  режим ламинарный, при  $Re > 2300$  – турбулентный.

*Закон сохранения массы* выражается как постоянство массового расхода для всех сечений потока жидкости либо газа  $Q_m = \text{const}$ . Массовые расходы жидкости в двух разных сечениях трубы 1 и 2 одинаковы:

$$Q_{m1} = Q_{m2}, \text{ либо } \rho_1 v_1 S_1 = \rho_2 v_2 S_2,$$

где  $\rho_1, \rho_2, v_1, v_2$ , – плотность жидкости и скорости в сечениях 1 и 2,  $S_1$  и  $S_2$  – площади сечений.

Если жидкость несжимаема, то закон сохранения массы выражается постоянством объемного расхода  $Q_V = \text{const}$  и имеет вид

$$Q_{V1} = Q_{V2}, \quad v_1 S_1 = v_2 S_2.$$

*Закон сохранения энергии в жидкостях и газах* выражается уравнением Бернулли.

При стационарном движении тяжелой идеальной несжимаемой жидкости полная удельная энергия (энергия единицы массы) жидкости есть величина постоянная:

$$\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz = e_{\Pi} = \text{const}.$$

В геометрической интерпретации уравнение Бернулли определяет постоянство полного напора, и уравнение имеет вид

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z = H_{\Pi} = \text{const}.$$

Закон сохранения энергии может быть также сформулирован как постоянство полного давления:

$$\frac{\rho v^2}{2} + p + \rho gz = P_{\Pi} = \text{const}.$$

Напор  $H$  и давление  $p$  связаны между собой соотношением

$$H = p / \rho g.$$

В реальных жидкостях из-за вязкости всегда существуют потери энергии потока, и тогда уравнение Бернулли для двух сечений потока имеет вид

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 + \rho gz_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2 + \rho gz_2 + \Delta p,$$

где  $\Delta p$  – потери давления на участке течения между выбранными сечениями.

### *Гидравлические сопротивления.*

Потери давления в трубопроводах разделяются на два вида: потери давления при стабилизированном движении жидкости в трубах  $\Delta p_{\text{т}}$  и потери на местных сопротивлениях  $\Delta p_{\text{м}}$ . Потери на местных сопротивлениях сосредоточены на сравнительно коротких участках трубопроводов (примерно до десяти диаметров трубы) и вызываются местными изменениями конфигурации канала.

Потери давления на трение в круглых трубах определяются по формуле Дарси-Вейсбаха

$$\Delta p_{\text{т}} = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho v^2}{2},$$

в которой  $l$  длина рассматриваемого участка трубы,  $d$  – ее диаметр,  $\rho$  – плотность жидкости,  $v$  – средняя скорость потока,  $\lambda$  – коэффициент Дарси или гидравлический коэффициент трения. Для некруглых труб в формулу Дарси-Вейсбаха вместо  $d$  вводится гидравлический диаметр  $d_r = 4S/\Pi$ , где  $S$  – площадь сечения трубы,  $\Pi$  – ее периметр.

Потери давления на местных сопротивлениях вычисляются по формуле Вейсбаха

$$\Delta p_{\text{м}} = \zeta \frac{\rho v^2}{2},$$

где  $\zeta$  – коэффициент местного сопротивления.

Коэффициент гидравлического трения  $\lambda$  зависит от числа Рейнольдса и шероховатости трубы. Для некруглых труб он может также зависеть от формы сечения трубы.

При ламинарном режиме течения ( $Re < 2300$ ) шероховатость труб не оказывает влияния на гидравлический коэффициент трения, и он равен  $\lambda = 64/Re$ .

При турбулентном режиме течения для гладких труб он определяется по формуле Блазиуса:

$$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}.$$

При развитом турбулентном режиме шероховатость оказывает влияние на коэффициент  $\lambda$ , и выражения для его расчета приводятся в справочниках.

Коэффициенты местных сопротивлений  $\zeta$  зависят от числа Рейнольдса только при ламинарном режиме течения. При турбулентном движении  $\zeta$  считается зависящим только от вида и конструктивного исполнения местного сопротивления.

Значения коэффициентов сопротивления, как правило, определяются опытным путем и в обобщенном виде содержатся в справочниках в виде эмпирических формул, таблиц, графиков.

Для выполнения расчетов потерь давления принимается принцип наложения потерь, в соответствии с которым полные потери давления  $\Delta p$  в простом трубопроводе представляют собой сумму потерь на трение по длине  $\Delta p_T$  и потерь на всех местных сопротивлениях  $\Delta p_M$ :  $\Delta p = \Delta p_T + \Sigma \Delta p_M$ . Тогда потери давления определяются выражениями

$$\Delta p = \left( \lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta \right) \frac{\rho v^2}{2}.$$

При известных потерях давления  $\Delta p$  и расходе жидкости  $Q$  можно определить мощность  $N$ , необходимую для обеспечения заданного расхода жидкости  $N = Q \Delta p$ .

При последовательном соединении простых трубопроводов конечная точка предыдущего трубопровода соединяется с начальной точкой последующего (рисунк 3.1).

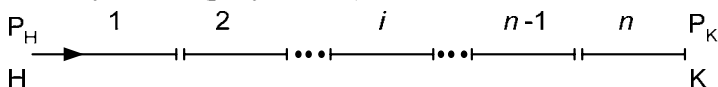


Рисунок 3.1. Последовательное соединение трубопроводов 1,2,...i,... n-1, n

При последовательном соединении расход жидкости во всех трубопроводах одинаков

$$Q_1 = Q_2 = \dots = Q_i = \dots = Q_{n-1} = Q_n.$$

Полные потери давления между начальным и конечным сечениями равны сумме потерь на каждом из участков

$$\Delta p_{\Pi} = \sum_{i=1}^n \Delta p_i.$$

В соответствии с уравнением Бернулли давление в начальном сечении  $p_H$  равно

$$p_H = p_K + \rho g(z_K - z_H) + \frac{\rho(v_K^2 - v_H^2)}{2} + \Delta p_{\Pi}.$$

При параллельном соединении трубопроводов все они имеют общие начальную (Н) и конечную (К) точки (рисунок 3.2).

Потери давления во всех ветвях параллельного соединения будут одинаковы

$$\Delta p_1 = \Delta p_2 = \dots = \Delta p_i = \dots = \Delta p_{n-1} = \Delta p_n.$$

Сумма расходов в ветвях равна полному подводимому расходу

$$Q_1 + Q_2 + \dots + Q_i + \dots + Q_{n-1} + Q_n = Q.$$

Разветвленный трубопровод в общем случае состоит из  $n$  ветвей, выходящих из одной точки. В конечных сечениях каждой из ветвей задано значение давления  $p_{ki}$  (рисунок 3.3).

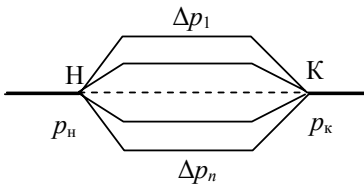


Рисунок 3.2

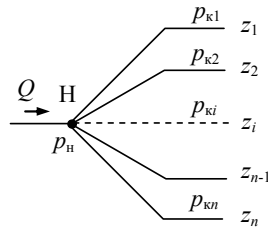


Рисунок 3.3

Пренебрегая динамическими давлениями, для каждой ветви такого трубопровода можно записать выражение для давления в начальной точке  $p_n$ :

$$\left. \begin{aligned} p_n &= p_{к1} + \rho g z_1 + \Delta p_1 \\ p_n &= p_{к2} + \rho g z_2 + \Delta p_2 \\ p_n &= p_{ки} + \rho g z_i + \Delta p_i \\ p_n &= p_{кn} + \rho g z_n + \Delta p_n \end{aligned} \right\} n$$

и уравнение сохранения полного расхода

$$Q_1 + Q_2 + \dots + Q_i + \dots + Q_{n-1} + Q_n = Q.$$

Потери давления в каждой ветви вновь выражаются через соответствующие расходы.

Если трубопровод расположен горизонтально ( $z_1=z_2=\dots=z_i=\dots=z_n$ ) и конечные давления во всех ветвях одинаковы  $p_{к1} = p_{к2} = \dots = p_{кn}$ , то получается  $\Delta p_1 = \Delta p_2 = \dots = \Delta p_n$ , как и для параллельного соединения.

### **Задачи**

3.1. Определить режим течения (ламинарный или турбулентный) при движении воды в круглой трубе диаметром  $d = 1$  см при объемном расходе  $Q = 3 \cdot 10^{-5}$  м<sup>3</sup>/с. Как изменится критическое значение числа Рейнольдса, если диаметр трубы увеличится в 3 раза?

Ответ:

а)  $Re = 3820$ ,            б) не изменится.

3.2. Определить критическое значение скорости воды при ее движении в круглой трубе диаметром 1 см.

Ответ:  $v_{кр} = 0,23$  м/с.

3.3. Определить критическое значение скорости при движении в трубе круглого сечения диаметром 46 мм воздуха при 20 °С и давлении 0,1 МПа и масла (плотность 963 кг/м<sup>3</sup>, динамический коэффициент вязкости 0,035 Па·с).

Ответ:

- а) Для воздуха ( $\nu = 0,018 \cdot 10^{-3}$  Па·с,  $\rho = 1,2$  кг/м<sup>3</sup>)  $v_{кр} = 0,75$  м/с;  
б) Для масла  $v_{кр} = 1,8$  м/с.

3.4. Определить режим течения жидкости в межтрубном про-

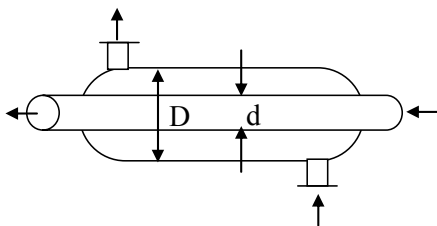


Рисунок 3.4

странстве теплообменника типа «труба в трубе» (рисунок 3.4). Наружная труба имеет внутренний диаметр 46 мм, в внутренняя – наружный диаметр 25 мм. Массовый расход жидкости 3730 кг/час, ее плотность 1150 кг/м<sup>3</sup>, динамический коэффициент вязкости  $1,2 \cdot 10^{-3}$  Па·с.

Ответ:  $Re = 15500$ , режим турбулентный.

3.5. Вода подается с массовым расходом 8000 кг/час по трубе диаметром 50 мм при температуре 20 °С. Как изменится режим течения в трубе, если по ней течет нефть с тем же массовым расходом. Кинематический коэффициент вязкости нефти  $0,6 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/с, плотность – 890 кг/м<sup>3</sup>.

Ответ:

Для воды  $Re = 57000$  – режим турбулентный;

Для нефти  $Re = 1060$  – режим ламинарный.

3.6. В поверхностном конденсаторе паровой турбины охлаждающая вода проходит с расходом  $Q = 8$  л/с по 250 параллельным цилиндрическим трубкам. Определить максимальный диаметр трубок, при котором еще будет турбулентное движение жидкости, обеспечивающее лучшую передачу тепла. Принять для нижней границы турбулентного режима число Рейнольдса  $Re_{кр} = 3000$ . Температура воды 10 °С (коэффициент вязкости  $\nu = 0,013 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/с).

Ответ:  $d_{\max} = \frac{4Q}{Re_{кр} \nu N \pi} = 0,01 м.$



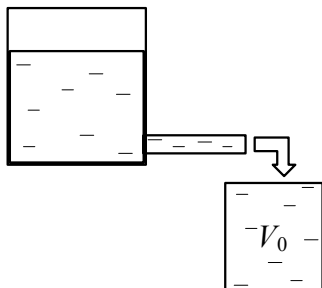


Рисунок 3.5

3.7. По трубе диаметром  $d = 25$  мм пропускается вода температурой  $10^\circ\text{C}$ . Определить, в течение какого времени будет наполняться мерный сосуд емкостью  $V_0 = 3$  л (рисунок 3.5) при режимах течения, соответствующим числам Рейнольдса 2300 и 14000. При  $10^\circ\text{C}$  вязкость воды  $\nu = 0,0131 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ .

Ответ:

При  $Re = 2300$ :  $\tau_1 = 50,8$  с,

При  $Re = 14000$ :  $\tau_2 = 8,4$  с.

3.8. Определить критическую среднюю скорость, при которой движение воды по трубопроводу диаметром 100 мм переходит из ламинарного в турбулентное. Динамический коэффициент вязкости воды  $0,00103 \text{ Па}\cdot\text{с}$ , плотность –  $1000 \text{ кг}/\text{м}^3$ .

Ответ:  $V_{кр} = 0,024 \text{ м}/\text{с}$ .

3.9. По трубе диаметром 203 мм перекачивается 100 л/с мазута, кинематическая вязкость которого постепенно увеличивается вследствие остывания. Определить при каком значении кинематической вязкости в трубе будет иметь место критический режим движения.

Ответ:  $\nu = 2,7 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ .

3.10. В шлюзовой камере, имеющей ширину 40 м и длину 300 м, уровень воды за время 0,5 часа понижается на 8 м. Определить средний расход в водоспускных трубах

Ответ:  $Q_V = 53,3 \text{ м}^3/\text{с}$ .

3.11. По трубопроводу диаметром 156 мм перекачивают мазут удельного веса  $0,9 \text{ т}/\text{м}^3$ . Определить объемный расход и среднюю скорость, если массовый расход равен 50 т/час.

Ответ:  $Q_V = 0,0154 \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $v = 0,808 \text{ м}/\text{с}$ .

3.12. На оси водопроводной трубы диаметром 20 мм установлена трубка Пито-Прандтля с дифференциальным ртутным манометром.

Определить максимальную и среднюю скорости движения воды, если разность уровней ртути в манометре равна 18 мм.

Ответ:  $v_{max} = 2,2$  м/с,  $v_{cp} = 1,75$  м/с.

3.13. По трубопроводу диаметром 140 мм перекачивается вода. Скорость воды измеряется трубкой Пито-Прандтля. Определить среднюю скорость, объемный и массовый расход воды, если разность уровней ртути в U-образном манометре 12 мм.

Ответ:  $v_{max} = 1,8$  м/с,  $v_{cp} = 1,44$  м/с,  $Q_V = 0,021$  м<sup>3</sup>/с,  $Q_m = 21$  кг/с.

3.14. Трубопровод диаметром  $d_1 = 100$  мм имеет местное сужение с диаметром  $d_2 = 25$  мм. Определить массовый расход и скорость в узкой части трубопровода, если перекачивается мазут с объемным расходом в широкой части 10 л/с. Плотность мазута 950 кг/м<sup>3</sup>.

Ответ:  $v_2 = 20,4$  м/с,  $Q_m = 9,5$  кг/с.

3.15. Трубопровод диаметром 100 мм имеет местное сужение, в котором его диаметр 25 мм. Определить массовый расход, среднюю скорость в трубопроводе и скорость в узкой его части, если перекачивается мазут плотностью 0,95 т/м<sup>3</sup> в количестве 10 л/с.

Ответ:  $Q_m = 9,5$  кг/с,  $v_{cp} = 1,27$  м/с,  $v_{уз} = 20,4$  м/с.

3.16. Поршень движется со скоростью 1 м/с в горизонтальном цилиндре насоса диаметром 20 см и выталкивает воду через отверстие диаметром 2 см. С какой скоростью вода вытекает из отверстия? Какое избыточное давление в цилиндре создает поршень?

Ответ:  $v = 100$  м/с,  $p_{изб} = 5$  МПа.

3.17. Скорость воды в широкой части горизонтальной трубы переменного сечения равна 20 см/с. Чему равна скорость в узкой части трубы, диаметр которой в 1,5 раза меньше диаметра широкой части?

Ответ:  $v = 0,45$  м/с.

3.18. Трубка Пито-Прандтля установлена по оси газопровода диаметром 400 мм, по которому перекачивается водород. Показание

спиртового дифференциального манометра 17 мм. Определить объемный расход газа, если давление водорода  $2 \cdot 10^5$  Па и температура  $17^\circ\text{C}$ , удельный вес спирта  $8000 \text{ Н/м}^3$ .

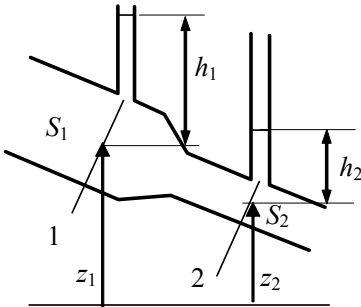


Рисунок 3.6

3.19. На рисунке 3.6 показан расходомер (трубка) Вентури для измерения расхода жидкости в трубах. Известны площади сечения  $S_1$  и  $S_2$  и их координаты  $z_1$  и  $z_2$ . Определить скорость жидкости в поперечном сечении 1 и ее объемный расход по показаниям  $h_1$  и  $h_2$  пьезометрических трубок.

Ответ:

$$Q = S_1 v_1$$

$$v_1 = \frac{\sqrt{2g[(h_1 - h_2) + (z_1 - z_2)]}}{\sqrt{\frac{S_1^2}{S_2^2} - 1}}$$

3.20. Ветер оказывает давление 100 Па на плоскую стенку, расположенную перпендикулярно скорости ветра. Определить скорость ветра, если плотность воздуха равна  $1,29 \text{ кг/м}^3$ .

Ответ:  $v = 12,5 \text{ м/с}$ .

3.21. Струя воды диаметром 20 мм движется со скоростью 10 м/с и ударяется о неподвижную плоскую стенку, установленную перпендикулярно струе. Найти силу давления струи на стенку. Считать, что после удара скорость воды равна нулю.

Ответ:  $F = 15,7 \text{ Па}$ .

3.22. Пожарный тушит огонь из брандспойта (сужающийся конус), диаметр которого у устья 2 см, а у корня 8 см. Скорость струи на выходе из брандспойта 15 м/сек. Пренебрегая сопротивлением в брандспойте, найти силу, с которой пожарному приходится удерживать брандспойт.

Ответ:  $F = 66,27 \text{ Н}$ .

3.23. Какое давление создает компрессор в краскопульте, если струя жидкой краски вытекает из него со скоростью 25 м/сек? Плотность краски –  $0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ .

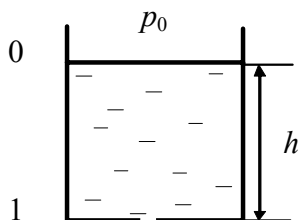
Ответ:  $p = 250 \text{ кПа}$  + давление окружающей среды.

3.24. Горный поток на некотором участке имеет резкое падение уровня дна (водопад). Расход воды в водопаде  $100 \text{ м}^3/\text{с}$ , средняя скорость на подходе к водопаду 5 м/с. Высота падения 25 м. Определить теоретическую мощность водопада.

Ответ:  $N = 25,7 \text{ МВт}$ .

3.25. В круглой трубе диаметром  $d = 2 \text{ см}$  и длиной 100 м насосом создается перепад давления  $0,5 \cdot 10^3 \text{ Па}$ . Определить максимальную скорость воды в центре трубы.

Ответ:  $v_{\text{max}} = 0,125 \text{ м/с}$ .



3.26. В широком открытом баке уровень воды 1 м (рисунок 3.7). Вода вытекает из бака через малое отверстие в дне бака. Определить скорость истечения воды через отверстие.

Ответ:  $v = 4,4 \text{ м/с}$ .

Рисунок 3.7

3.27. По горизонтальной трубе круглого сечения диаметром 10мм при температуре 282 К прокачивается глицерин с перепадом давления на единицу длины трубы  $2 \cdot 10^{-3} \text{ Па/м}$ . Определить объемный расход глицерина, среднюю скорость глицерина, число Рейнольдса.

Ответ:  $Q_V = 3,53 \cdot 10^{-13} \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $v = 4,49 \cdot 10^{-9} \text{ м/с}$ ,  $Re = 4 \cdot 10^{-8}$ .

3.28. По горизонтальной трубе круглого сечения диаметром 10мм при температуре 282 К прокачивается глицерин с перепадом давления на единицу длины трубы  $4 \cdot 10^{-3} \text{ Па/м}$ . Определить объемный расход глицерина, напряжение трения на стенке трубы  $\tau_w$ .

Ответ:

$$Q_V = 3,53 \text{ м}^3/\text{с}; \tau_w = -\eta \left. \frac{\partial v}{\partial r} \right|_{r=R}, \tau_w = \frac{\Delta p R}{2L} = 10^{-5} \text{ Па}.$$

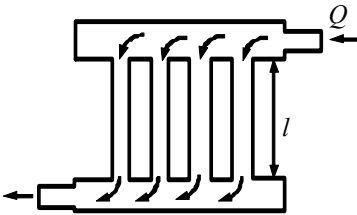


Рисунок 3.8

3.29. Масляный радиатор состоит из четырех цилиндрических трубок (рисунок 3.8). Определить потерю напора в радиаторе при расходе масла  $Q = 0,2$  л/с, если внутренний диаметр трубок 12 мм, длина каждой трубки  $l = 300$  мм и кинематическая вязкость масла  $\nu = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ .

Потерями напора на входе в трубку и выходе из нее, а также влиянием начального участка пренебречь.

Ответ:  $\Delta H_{\text{пот}} = 0,01$  м.

3.30. Вода перетекает из верхнего бака в нижний бак по сифонному трубопроводу (рисунок 3.9). Вход в трубу снабжен сеткой.

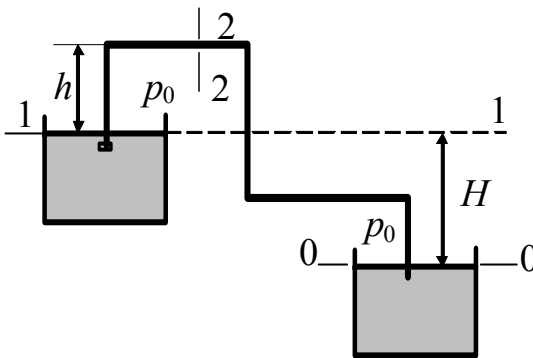


Рисунок 3.9

Определить величину вакуума  $p$  в сечении 2 – 2 и расход воды в трубопроводе.

Даны: разность уровней жидкости в баках  $H = 4,5$  м, длина трубы  $l = 30$  м, высота сифона  $h = 2,5$  м, диаметр трубы  $d = 5$  см. Принять длину трубы до сечения

2 – 2, равной  $l/3$ , коэффициенты сопротивлений принять равными:  $\zeta_c = 0,5$ ,  $\zeta_{\text{закр}} = 0,29$ ,  $\zeta_{\text{вых}} = 0,5$ , гидравлический коэффициент трения  $\lambda = 0,028$ .

Ответ:  $Q_V = 0,43 \text{ м}^3/\text{с}$ ,

Разрежение в сечении 2 – 2

$$\frac{p_0 - p_2}{\rho g} = h + \frac{V^2}{2g} + \left( \lambda \frac{l'}{d} + \sum \zeta' \right) \frac{V^2}{2g} = 4,26 \text{ м}.$$

3.31. В поверхностном конденсаторе паровой машины охлаждающая вода проходит по двум последовательным секциям (ходам), каждая из которых содержит 250 параллельных латунных трубок длиной  $L = 5 \text{ м}$  и диаметром  $d = 16 \text{ мм}$ . Определить потери напора в конденсаторе при расходе воды  $Q = 360 \text{ м}^3/\text{ч}$ .

Учитывать потери напора на трение в трубках (рассматривать их как гидравлически гладкие) и местные потери напора (вход в трубки  $\zeta_{\text{вх}} = 0,5$ , выход из трубок  $\zeta_{\text{вых}} = 1$ , поворот на  $180^\circ$  внутри камеры при переходе от одного пучка труб к другому  $\zeta_{\text{пов}} = 2,5$ ). Кинематический коэффициент вязкости воды  $\nu = 0,9 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ .

Ответ:  $\Delta H_{\text{пот}} = 3,51 \text{ м}$ .

3.32. Вода сливается из бака  $A$  в бак  $B$  по трубопроводу, диаметр которого  $d = 80 \text{ мм}$  и длина  $l = 10 \text{ м}$  (рисунок 3.10). Из бака  $B$  вода вытекает в атмосферу через цилиндрический насадок такого же диаметра  $d_1 = 80 \text{ мм}$  (коэффициент расхода  $\mu = 0,82$ ).

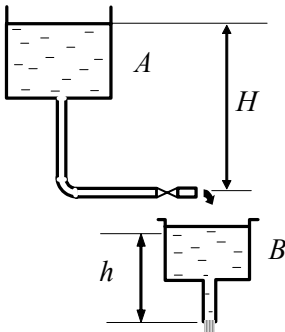


Рисунок 3.10

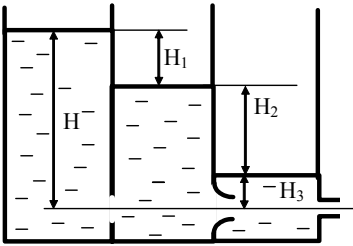
Коэффициенты сопротивления колена и вентиля в трубе  $\zeta_{\text{к}} = 0,3$ ,  $\zeta_{\text{в}} = 4$ ; гидравлический коэффициент трения  $\lambda = 0,03$ ; коэффициент сопротивления входа в трубу из большого резервуара  $\zeta_{\text{вх}} = 0,5$ , коэффициент сопротивления выхода из трубы  $\zeta_{\text{вых}} = 1$ .

Определить напор  $H$ , который нужно поддерживать в баке  $A$ , чтобы уровень в баке  $B$  находился на высоте  $h = 1,5 \text{ м}$ .

Ответ:  $H = 9,64 \text{ м}$ .

3.32. Прямоугольный резервуар вертикальными перегородками делится на три части, сообщающиеся друг с другом (рисунок 3.11).

Определить расход воды через систему и найти распределение напоров  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $H_3$ , если диаметр отверстия в первой перегородке  $d_1 = 100$  мм, диаметр выходного сечения коноидальной насадки на второй перегородке  $d_2 = 50$  мм, диаметр цилиндрической насадки  $d_3 = 70$  мм. Считать, что начальный напор  $H = 1,4$  м поддерживается постоянным.



Условия истечения	$\mu$
Круглое отверстие в тонкой стенке	0,62
Цилиндрический насадок	0,82
Сужающийся коноидальный насадок	0,97

Рисунок 3.11

Ответ:  $H_1 = 0,141$  м,  
 $Q = 0,0081$  м<sup>3</sup>/с.

$H_2 = 0,922$  м,  $H_3 = 0,337$  м.

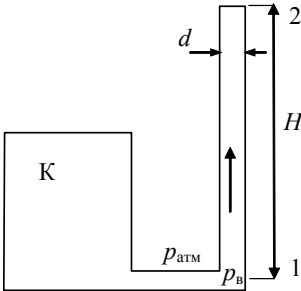


Рисунок 3.12

3.33. В котельной установке осуществляется выброс дымовых газов через дымовую трубу с расходом  $Q_m = 18\ 000$  кг/час (рисунок 3.12). Для обеспечения такого расхода вакуумметрическое давление у основания трубы должно быть равным  $p_в = 200$  Па. Определить высоту трубы  $H$ , обеспечивающую заданное разрежение у основания, если ее диаметр  $d = 1$  м.

Средняя плотность дымовых газов  $\rho_{\Gamma} = 0,6$  кг/м<sup>3</sup>, окружающего атмосферного воздуха –  $\rho_{\text{возд}} = 1,2$  кг/м<sup>3</sup>. Гидравлический коэффициент трения в трубе  $\lambda = 0,03$ .

$$\text{Ответ: } H = \frac{\frac{P_6}{\rho_c g}}{\frac{\rho_{\text{возд}}}{\rho_c} - 1 - \lambda \frac{1}{d} \frac{v^2}{2g}} = 41 \text{ м.}$$

3.34. Параллельный трубопровод состоит из двух труб (рисунок 3.13).

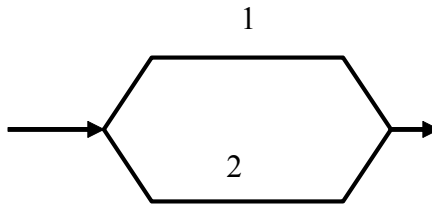


Рисунок 3.13

а) Длина одной трубы  $l_1$ , другой -  $l_2$ . Все остальные характеристики труб одинаковы. Найти соотношение между расходами жидкости в этих трубах.

б) Диаметр одной трубы  $d_1$ , другой -  $d_2$ . Длины и остальные характеристики труб одинаковы. Найти соотношение между расходами жидкости в этих трубах.

в) Длина одной трубы  $l_1$ , другой -  $l_2$ . Режим течения жидкости в трубах ламинарный. Диаметры труб одинаковы. Найти соотношение между расходами жидкости в этих трубах.

г) Диаметр одной трубы  $d_1$ , другой -  $d_2$ . Режим течения жидкости в трубах ламинарный. Длины труб одинаковы. Найти соотношение между расходами жидкости в этих трубах.

д) Длина одной трубы  $l_1$  и ее диаметр  $d_1$ . Длина другой трубы  $l_2$ . Определить такой диаметр второй трубы  $d_2$ , чтобы расходы жидкости в трубах были одинаковы. Остальные характеристики труб одинаковы.

е) Длина одной трубы  $l_1$  и ее диаметр  $d_1$ . Длина другой трубы  $l_2$ . Режим течения жидкости в трубах ламинарный. Определить такой



диаметр второй трубы  $d_2$ , чтобы расходы жидкости в трубах были одинаковы.

3.35. Разветвленный трубопровод состоит из двух труб, каждая из которых выходит в атмосферу (рисунок 3.14).

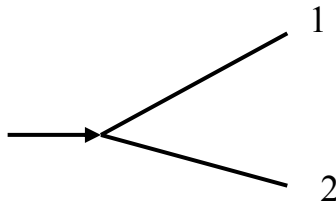


Рисунок 3.14

а) Длина одной трубы  $l_1$ , другой -  $l_2$ . Все остальные характеристики труб одинаковы. Найти соотношение между расходами жидкости в этих трубах.

б) Диаметр одной трубы  $d_1$ , другой -  $d_2$ . Длины и остальные характеристики труб одинаковы. Найти соотношение между расходами жидкости в этих трубах.

в) Длина одной трубы  $l_1$ , другой -  $l_2$ . Режим течения жидкости в трубах ламинарный. Диаметры труб одинаковы. Найти соотношения между расходами жидкости в этих трубах.

г) Диаметр одной трубы  $d_1$ , другой -  $d_2$ . Режим течения жидкости в трубах ламинарный. Длины труб одинаковы. Найти соотношение между расходами жидкости в этих трубах.

д) Длина одной трубы  $l_1$  и ее диаметр  $d_1$ . Длина другой трубы  $l_2$ . Определить такой диаметр второй трубы  $d_2$ , чтобы расходы жидкости в трубах были одинаковы. Остальные характеристики труб одинаковы.

е) Длина одной трубы  $l_1$  и ее диаметр  $d_1$ . Длина другой трубы  $l_2$ . Режим течения жидкости в трубах ламинарный. Определить такой диаметр второй трубы  $d_2$ , чтобы расходы жидкости в трубах были одинаковы.

3.36. Уровень воды в водонапорном баке на 7 м выше водоразборной задвижки. Определить диаметр  $d$  стальной трубы, обеспечи-

вающей пропуск воды 180 куб.м /час если длина трубы 270 м. Эквивалентная длина местных сопротивлений 40 м, гидравлический коэффициент трения – 0,02.

Ответ:  $d = 0,205$  м.

3.37. Жидкость вытекает из бака по трубе диаметром  $d$  и длиной  $L$  (рисунок 3.15). Для увеличения при том же напоре  $H$  пропускной способности трубопровода в точках 1 и 2 подсоединяют параллельную ветвь из трубы длиной  $l$  и диаметром  $d$ . Определить, во сколько раз изменится расход в трубопроводе. Считать, что гидравлические коэффициенты трения для всех участков трубопровода одинаковы.

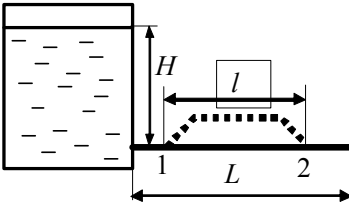


Рисунок 3.15

способности трубопровода в точках 1 и 2 подсоединяют параллельную ветвь из трубы длиной  $l$  и диаметром  $d$ . Определить, во сколько раз изменится расход в трубопроводе. Считать, что гидравлические коэффициенты трения для всех участков трубопровода одинаковы.

Ответ:  $\frac{Q_2}{Q_1} = \sqrt{\frac{L}{L - (3/4)l}}$ ; если  $L = l$ , то  $\frac{Q_2}{Q_1} = 2$ .

3.38. Определить, как изменится пропускная способность трубопровода при одном и том же напоре, если труба диаметром  $d$  и длиной  $L$  заменяется двумя одинаковыми параллельными трубами той же длины, суммарная площадь которых равна площади сечения заменяемой трубы. Считать, что гидравлический коэффициент трения для труб остался тем же.

Ответ:  $Q_2/Q_1 = 0,84$ .

Список формул для решения задач

**1. Физические свойства жидкостей и газов.**

(1.1) Плотность:  $\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} (\Delta m / \Delta V)$ , (кг/м<sup>3</sup>).

(1.2) Уравнение состояния идеального газа (уравнение Клапейрона-Менделеева):  $p = R\rho T$ .

(1.3) Уравнение адиабаты:  $p / \rho^k = \text{const}$ ,  $p / p_0 = (p / p_0)^k$ ,  
 $k = C_p / C_V$ ,  $C_p - C_V = R$ ,  $C_V = \frac{1}{k-1} R$ ,  $C_p = \frac{k}{k-1} R$ .

(1.4) Зависимость плотности жидкостей от температуры:

$$\rho = \rho_0 \left[ 1 - \beta_T (T - T_0) \right], \beta_T = -\frac{1}{\rho_0} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right), (\text{K}^{-1}).$$

(1.5) Зависимость плотности жидкости от давления:

$$\rho = \rho_0 \left[ 1 + \beta_p (p - p_0) \right], \beta_p = -\frac{1}{\rho_0} \left( \frac{\partial \rho}{\partial p} \right), (\text{Па}^{-1}).$$

(1.6) Скорость звука в жидкостях и газах:  $v_{зв} = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \rho}}$ , (м/с).

(1.7) Изотермическая скорость звука в идеальном газе:  
 $v_{зв} = \sqrt{RT}$ .

(1.8) Адиабатическая скорость звука в идеальном газе:  
 $v_{зв} = \sqrt{kRT}$ .

(1.9) Закон вязкого трения Ньютона:  $\tau = \eta \frac{\partial v}{\partial n}$ .

(1.10) Коэффициенты вязкости:

динамический –  $\eta$ , (кг/м·с),

кинематический –  $\nu = \eta / \rho$ , (м<sup>2</sup>/с).

(1.11) Сила трения в смазочном слое:  $F_{тр} = \eta \frac{S \Delta v}{h}$ .

(1.12) Коэффициент поверхностного натяжения:  $\sigma = \Delta E / \Delta S$ , (Н/м).

(1.13) Капиллярный скачок давления (формула Лапласа):  
$$\Delta p = \sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

(1.14) Высота поднятия жидкости в круглом капилляре:  
$$h = 2\sigma / \rho g R.$$

## 2. Основные характеристики потоков жидкостей и газов

(2.1) Объемный расход:  $Q_V = vS$ , м<sup>3</sup>/с.

(2.2) Массовый расход:  $Q_m = \rho vS$ , кг/с,  $Q_m = \rho Q_V$ .

(2.3) Число Рейнольдса:  $Re = \frac{vl}{\nu}$ .

(2.4) Критическое значение числа Рейнольдса для труб:  
 $Re_{кр} = 2300$ .

## 3. Статика жидкостей газов

(3.1) Основное дифференциальное уравнение гидростатики:  
$$\text{grad} p = \rho \vec{f}.$$

(3.2) Распределение давления в несжимаемой жидкости в поле силы тяжести:

$$p = p_0 + \rho gh.$$

(3.3) Распределение давления в газе в поле силы тяжести:

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{\rho_0 g}{p_0} z\right).$$

(3.4) Распределение давления в сосуде, движущемся горизонтально с постоянным ускорением  $a$ :  $p = p_0 + \rho ax + \rho gz$ .

(3.5) Распределение давления в вертикальном цилиндрическом сосуде, вращающемся вокруг своей оси с угловой скоростью  $\omega$ :

$$p = p_0 + \frac{\rho \omega^2}{2} (x^2 + y^2) + \rho gz.$$

(3.6) Сила давления на произвольную поверхность:

$$\vec{F} = - \int_S p(x, y, z) \vec{n} dS.$$

(3.7) Вертикальная и горизонтальные составляющие силы давления, действующей на произвольную поверхность в жидкости в поле силы тяжести:

$$F_z = p_0 S_z + \rho g V, \quad F_x = p_0 S_x + \rho g h_x^{um} S_x, \quad F_y = p_0 S_y + \rho g h_y^{um} S_y.$$

(3.8) Сила Архимеда:  $F_A = \rho g V$ .

#### 4. Основные уравнения одномерных течений:

(4.1) Уравнение неразрывности:

$$Q_m = \text{const}, \quad \rho v S = \text{const}, \quad \rho_1 v_1 S_1 = \rho_2 v_2 S_2.$$

(4.1.1) для несжимаемой жидкости:

$$Q_V = \text{const}, \quad v S = \text{const}, \quad v_1 S_1 = v_2 S_2.$$

(4.2) Уравнение Бернулли:

$$\frac{v^2}{2} + \mathcal{P} + gz = \text{const}, \quad \mathcal{P} = \int_{p_0}^p \frac{1}{\rho(p)} dp.$$

(4.2.1) для несжимаемой жидкости в терминах удельной энергии:

$$\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz = \text{const}, \quad \frac{v_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + gz_1 = \frac{v_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + gz_2.$$

(4.2.2) для несжимаемой жидкости в терминах давления:

$$\rho \frac{v^2}{2} + p + \rho gz = \text{const}, \quad \rho \frac{v_1^2}{2} + p_1 + \rho gz_1 = \rho \frac{v_2^2}{2} + p_2 + \rho gz_2.$$

(4.2.3) для несжимаемой жидкости в терминах напора:

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z = \text{const}, \quad \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2.$$

(4.2.4) для адиабатного течения идеального газа:

$$\frac{v^2}{2} + \frac{k}{k-1} \frac{p}{\rho} = \text{const}, \quad \frac{v_1^2}{2} + \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{\rho_1} = \frac{v_2^2}{2} + \frac{k}{k-1} \frac{p_2}{\rho_2}.$$

$$\frac{v^2}{2} + \frac{k}{k-1} RT = \text{const}, \quad \frac{v_1^2}{2} + \frac{k}{k-1} RT_1 = \frac{v_2^2}{2} + \frac{k}{k-1} RT_2.$$

$$\frac{v^2}{2} + \frac{v_{3\theta}^2}{k-1} = \text{const}, \quad \frac{v_1^2}{2} + \frac{v_{3\theta 1}^2}{k-1} = \frac{v_2^2}{2} + \frac{v_{3\theta 2}^2}{k-1}.$$

$$\frac{v^2}{2} + i = \text{const}, \quad \frac{v_1^2}{2} + i_1 = \frac{v_2^2}{2} + i_2, \quad i = \frac{k}{k-1} RT = C_p T.$$

(4.3) Уравнение движения:  $\rho_2 v_2 \vec{v}_2 S_2 - \rho_1 v_1 \vec{v}_1 S_1 = \vec{F}$ .

(4.4) Турбинное уравнение:

$$Q_m \left[ v_2 r_2 \sin \left( \hat{v}_2 r_2 \right) - v_1 r_1 \sin \left( \hat{v}_1 r_1 \right) \right] = M.$$

(4.5) Уравнение Бернулли для вязкой несжимаемой жидкости:

$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + gz_1 = \frac{v_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + gz_2 + \Delta e,$$

$$\rho \frac{v_1^2}{2} + p_1 + \rho gz_1 = \rho \frac{v_2^2}{2} + p_2 + \rho gz_2 + \Delta p,$$

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \Delta h.$$

## 5. Потери давления и расчет трубопроводов

(5.1) Потери давления на местном сопротивлении:  $\Delta p_m = \zeta \frac{\rho v^2}{2}$ ,

(5.1.1) для трубопроводов с круглыми трубами:

$$\Delta p_m = \zeta \frac{8\rho Q^2}{\pi^2 d^4}.$$

(5.2) Потери давления в трубе:  $\Delta p_T = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho v^2}{2},$

(5.2.1) для круглой трубы  $\Delta p_T = \lambda \frac{8l}{\pi^2} \frac{\rho Q_V^2}{d^5}.$

(5.3) Мощность насоса:  $N = Q_V \Delta p.$

(5.4) Закон сопротивления в трубах при ламинарном течении жидкости:  $\lambda = \frac{64}{\text{Re}}.$

(5.5) Закон сопротивления при турбулентном течении в гладких трубах (закон сопротивления Блазиуса):  $\lambda = \frac{0,3164}{\text{Re}^{0,25}}.$

(5.6) Потери давления при внезапном расширении потока (формула Борда):

$$\Delta p_{расш} = \frac{\rho}{2} (v_1 - v_2)^2, \quad \zeta_1 = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2, \quad \zeta_2 = (n-1)^2, \quad n = S_2 / S_1.$$

(5.7) Изменение параметров потока несжимаемой жидкости при движении в диффузорах и конфузорах:

$$v_2 = v_1 / n, \quad p_2 = p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} \left(1 - \frac{1}{n}\right), \quad n = S_2 / S_1.$$

(5.8) Формула Торричелли:  $v = \sqrt{2gH}, \quad H = h + \frac{p_0 - p}{\rho g}$

## 6. Одномерные течения идеального газа:

(6.1) Число Маха:  $M = \frac{v}{v_{36}}.$

(6.2) Связь между параметрами газа в потоке с параметрами заторможенного газа:

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{k-1}{2} M^2, \quad \frac{p_0}{p} = \left(1 + \frac{k-1}{k} M^2\right)^{\frac{k}{k-1}},$$

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(1 + \frac{k-1}{k} M^2\right)^{\frac{1}{k-1}}, \quad \frac{v_{360}}{v_{36}} = \left(1 + \frac{k-1}{k} M^2\right)^{\frac{1}{2}}.$$

(6.3) Связь между критическими параметрами газа и параметрами заторможенного газа:

$$\frac{T_0}{T_*} = \frac{k+1}{2}, \quad \frac{p_0}{p_*} = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{k}{k-1}}, \quad \frac{\rho_0}{\rho_*} = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}}, \quad \frac{v_{360}}{v_{36*}} = \left(\frac{k+1}{k}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

(6.4) Формула Сен-Венана-Вентцеля:

$$v = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{p_0}{\rho_0} \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}.$$

(6.5) Максимальный массовый расход газа через отверстие в баке:

$$Q_m^{\max} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \sqrt{k p_0 \rho_0} S.$$

(6.6) Скоростной коэффициент:  $\lambda = \frac{v}{v_{36*}}, \quad \lambda = \sqrt{\frac{\frac{k+1}{2}}{\frac{k-1}{2} + \frac{1}{M^2}}}.$



(6.7) Уравнение Гюгонио:  $(M^2 - 1) \frac{dv}{dx} = \frac{v}{S} \frac{dS}{dx}$ .

(6.8) Связь между параметрами газа в прямом скачке уплотнения (ударной волне):

$$\lambda_1 \lambda_2 = 1, \quad \frac{\Delta v}{v_1} = 1 - \frac{1}{\lambda_1^2}, \quad \frac{\Delta \rho}{\rho_1} = \lambda_1^2 - 1, \quad \Delta p = \rho_1 v_1^2 \left( 1 - \frac{1}{\lambda_1^2} \right),$$

$$\Delta T = \frac{k-1}{2kR} v_1^2 \left( 1 - \frac{1}{\lambda_1^4} \right).$$

(6.9) Скорость ударной волны:  $v_{y\delta} = \sqrt{1 + \frac{k+1}{2k} \left( \frac{p_1}{p_2} - 1 \right)} v_{3\delta 1}$ .

(6.10) Скорость спутного потока:  $v_{cn} = \frac{2}{k+1} \left( M_1 - \frac{1}{M_1} \right) v_{3\delta 1}$ .

(6.11) Уравнение ударной адиабаты:  $\frac{p_2}{p_1} = \frac{(k+1)\frac{\rho_2}{\rho_1} - (k-1)}{(k+1) - (k-1)\frac{\rho_2}{\rho_1}}$ .

## 7. Обтекание тел потоком жидкости и газа

(7.1) Сила лобового сопротивления:  $F_x = C_x S \frac{\rho v_0^2}{2}$ ,

$$C_x = C_{x\delta} + C_{xm}.$$

(7.2) Подъемная сила:  $F_y = C_y S \frac{\rho v_0^2}{2}$ .

(7.3) Формула Стокса:  $F_x = 6\pi\eta Rv$ .

(7.4) Закон сопротивления при обтекании шара при малых числах Рейнольдса:  $C_x = 24 / Re$ .

(7.5) Пограничный слой:  $\bar{\delta} \sim 1 / \sqrt{Re}$ ,  $(v_y / v_x) \sim 1 / \sqrt{Re}$ .

## 8. Ламинарное течение жидкости в круглой трубе (Течение Пуазейля)

(8.1) Профиль скорости:  $v = \frac{\Delta p}{4\eta L} (R^2 - r^2)$ .

(8.2) Максимальное значение скорости:  $v_{\max} = \frac{\Delta p R^2}{4\eta L}$ .

(8.3) Объемный расход:  $Q_V = \frac{\pi \Delta p R^4}{8\eta L}$ .

(8.4) Средняя скорость:  $v_{cp} = \frac{\Delta p R^2}{8\eta L} = \frac{1}{2} v_{\max}$ .

(8.5) Напряжение трения на стенке трубы

$$\tau_w = -\eta \left. \frac{\partial v}{\partial r} \right|_{r=R}, \quad \tau_w = \frac{\Delta p R}{2L}.$$

(8.6) Закон сопротивления при стабилизированном течении:  $\lambda = 64 / Re$ .

(8.7) Длина начального участка:  $l_n = 0,04 Re$ .

(8.8) Закон сопротивления на начальном участке:  $\lambda = 104 / Re$ .

## 9. Течения электропроводных жидкостей (магнитная гидродинамика)

(9.1) Сила Ампера:  $\vec{F}_A = l [\vec{I} \times \vec{B}]$ .

(9.2) Напряжение силы Ампера:  $\vec{f}_A = \frac{1}{\rho} [\vec{i} \times \vec{B}]$ .

(9.3) Основное дифференциальное уравнение гидростатики:  
 $\text{grad}p = \rho \vec{g} + [\vec{i} \times \vec{B}]$ .

(9.4) МГД-сепарация:  $p = p_0 + \rho_{\text{эф}} g h$ ,  $\rho_{\text{эф}} = \rho \pm \frac{iB}{g}$ ,

$F_{\text{Архимеда}} = \rho_{\text{эф}} g V = \left( \rho \pm \frac{iB}{g} \right) g V$ .

(9.5) Пинч-эффект:  $f_r = -\frac{\mu_0 i^2}{2} r$ ,  $p = p_0 + \frac{\mu_0 i^2}{4} (R^2 - r^2)$ .

### 10. Течение неньютоновских жидкостей.

(10.1) Реологический закон Бингама:  $\tau = \tau_0 + \eta \dot{\gamma}$ .

(10.2) Степенной реологический закон:  $\tau = \eta \dot{\gamma}^n$ .

$n > 1$  – дилатантные жидкости,  $n < 1$  – псевдопластичные жидкости,  
 $n=1$  – ньютоновские жидкости

(10.3) Вязкоупругие жидкости:  $\lambda \frac{d\tau}{dt} + \tau = \eta \dot{\gamma}$ .

(10.4) Электрореологические жидкости:  $\eta = \eta(E)$ .

(10.5) Магнитореологические жидкости:  $\eta = \eta(H)$ .

Приложение 2

Таблицы физических свойств жидкостей и газов

Таблица 1

Плотность жидкостей (при 20<sup>0</sup>С)

Жидкость	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	Жидкость	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>
Азотная кислота	1510	Масло подсолнечное	920-930
Ацетон	791	Морская вода	1010-1030
Бензин	680-720	Молоко	1028-1032
Бензол	879	Нефть	760-850
Вода	998	Ртуть	1355
Глицерин	1260	Серная кислота (концентрированная)	1830
Масло минеральное (смазочное)	900-930	Толуол	8660
Масло трансформаторное	880	Этиловый спирт	790

Таблица 2

Зависимость плотности и коэффициентов вязкости масла трансформаторного от температуры

$T, ^\circ C$	0	10	20	30	40	50	60
$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	892,5	886,4	880,3	874,2	868,2	862,1	856,0
$\eta \cdot 10^4$ , Па·с	629,8	335,5	198,2	128,5	89,4	65,3	49,5
$\nu \cdot 10^6$ , м <sup>2</sup> /с	70,5	37,9	22,5	14,7	10,3	7,58	5,78

Таблица 3

Зависимость коэффициентов вязкости воды и воздуха от температуры

$T, ^\circ\text{C}$	Вода			Воздух		
	$\rho, \text{кг/м}^3$	$\eta \cdot 10^6, \text{Па}\cdot\text{с}$	$\nu \cdot 10^6, \text{м}^2/\text{с}$	$\rho, \text{кг/м}^3$	$\eta \cdot 10^6, \text{Па}\cdot\text{с}$	$\nu \cdot 10^6, \text{м}^2/\text{с}$
0	1000	1788	1,789	1,293	17,2	13,28
10	999,7	1306	1,306	1,247	17,6	14,16
20	998,2	1004	1,006	1,205	18,1	15,06
30	995,7	801,5	0,805	1,165	18,6	16,00
40	992,2	653,3	0,659	1,128	19,1	16,96
50	988,1	549,4	0,556	1,093	19,6	17,95
60	983,2	469,9	0,478	1,060	20,1	18,97

Таблица 4

Динамический коэффициент вязкости для некоторых жидкостей

Жидкость	$T, ^\circ\text{C}$	$\eta \cdot 10^3, \text{Па}\cdot\text{с}$	Жидкость	$T, ^\circ\text{C}$	$\eta \cdot 10^3, \text{Па}\cdot\text{с}$
Ацетон	18	0,337	Масло касторовое	20	1400
Бензин	15	0,65	Масло минеральное смазочное	15	27,5
Глицерин (безводный)	15	1499	Масло трансформаторное	20	24,5
Керосин	15	2,17	Нефть	15	7

Таблица 5

Поверхностное натяжение воды

$T, ^\circ\text{C}$	0	30	60	90
$\sigma, \text{Н/м}$	0,0756	0,0712	0,0662	0,0608

## Основные условные обозначения

$\vec{B}$	– индукция магнитного поля
$C_p, C_p$	– соответственно удельная изобарная и изохорная теплоемкость
$D, d$	– диаметр
$F$	– сила
$g$	– ускорение силы тяжести
$G$	– вес объема жидкости
$H$	– напор
$\vec{I}$	– сила тока
$k$	– показатель адиабаты
$l, L$	– длина
$m$	– масса
$p$	– давление
$r, R$	– радиус
$S$	– площадь поперечного сечения
$t,$	– время
$T$	– температура
$v$	– скорость
$v_{зв}$	– скорость звука
$V$	– объем
$V_{уд}$	– удельный объем
$x, y, z$	– декартовы координаты
$Q_V$	– объемный расход жидкости
$Q_m$	– массовый расход жидкости
$\beta_T$	– коэффициент теплового расширения
$\beta_p$	– коэффициент объемного сжатия
$\gamma$	– удельный вес
$\Delta p$	– потери давления
$\Delta p_{т.}$	– потери давления на трение в трубах
$\Delta p_{м.}$	– потери давления на местных сопротивлениях
$\zeta$	– коэффициент местного сопротивления
$\eta$	– динамический коэффициент вязкости

- $\lambda$  – гидравлический коэффициент трения, гидравлический коэффициент трения для труб
- $\nu$  – кинематический коэффициент вязкости
- $\rho$  – плотность
- $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения
- $\tau$  – касательное напряжение вязкого трения

#### Безразмерные критерии

- Re – число Рейнольдса
- $M$  – число Маха

## Литература

1. Повх И.Л. Техническая гидромеханика / Повх И.Л. – Изд.2-е перераб. и доп. - Ленинград: Машиностроение, 1976. – 502 с.
2. Емцев Б.Т. Техническая гидромеханика / Емцев Б.Т. - Изд.2-е перераб. и доп. - Москва: Машиностроение, 1987. – 440 с.
3. Дейч М.Е. Газодинамика / Дейч М.Е., Зарянкин А.Е. – Москва: Энергоатомиздат, 1984. – 384 с.
4. Баштовой В.Г., А.Г.Рекс. Газодинамика: лабораторный практикум / Баштовой В.Г., Рекс А.Г. – Минск: БНТУ, 2007. – 76 с.
5. Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям / Идельчик И.Е., под ред. Штейнберг М.О. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва: Машиностроение, 1992. – 672 с.
6. Справочное пособие по гидравлике, гидромашинам и гидроприводам / Вильнер Я.М., Ковалев Я.Т., Некрасов Б.Б., Беленков Ю.А., Кирилловский Ю.Л., под общ.ред. Некрасов Б.Б. – 2-е изд., перераб. и доп.. – Минск : Высшэйшая школа, 1985. – 382 с.
7. Старк, С.Б. Основы гидравлики, насосы и воздуходувные машины. Сборник задач /С.Б.Старк – Москва, ГНТИ литературы по черной и цветной металлургии, 1961. – 460 с.
8. Кошкин, Н.И. Справочник по элементарной физике / Н.И.Кошкин, М.Г.Ширкевич. – Москва: Наука. 1988. – 256 с.



Учебное издание

БАШТОВОЙ Виктор Григорьевич  
РЕКС Александр Георгиевич  
ЧОРНЫЙ Андрей Дмитриевич

МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА

Методические указания к практическим занятиям  
для студентов специальностей  
1-43 01 06 «Энергоэффективные технологии и  
энергетический менеджмент»  
1-36 20 01 «Низкотемпературная техника»

---

Подписано в печать

Формат 60x84 1/16. Бумага. Офсет. печать.

Усл. печ. л. Уч. изд. л.. Тираж 100. Заказ

---

Издатель и полиграфическое исполнение:

Белорусский национальный технический университет

ЛИ № 02330/0494349 от 16.03.2009.

Проспект Независимости, 65. 220013, Минск.