РАСЧЕТ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ИСПОЛНИТЕЛЬНОГО МЕХАНИЗМА

Локтионов А.В., Лысова О.С.

Витебский государственный технологический университет, Витебск

Calculation methods of kinematic parameters of executive mechanisms are analyzed. Technique of kinematic characteristics' definition of the spatial executive mechanism with Euler's corners using is considered. The matrix form of calculation of kinematic parameters of the cutting tool is offered. Formulas for required kinematic characteristics' definition are received.

Введение

Существуют различные методы расчетов геометрических и кинематических параметров исполнительных механизмов роботов-манипуляторов. Наиболее простые методы расчета следует использовать для роботов, работающих в плоских системах координат. Векторный метод расчета кинематических параметров исполнительных механизмов следует использовать для исполнительных механизмов, расположенных в одной плоскости. Установлено, что применительно к двухзвенному исполнительному механизму с тремя степенями подвижности векторный метод достаточно сложен и неприменим для пространственных схем размещения звеньев роботов манипуляторов. При таком методе расчета определяются проекции звеньев на неподвижные оси координат и векторов скорости и ускорения на эти оси. При матричном методе расчета движение твердого тела рассматривается как движение подвижного трехмерного пространства в неподвижном. Геометрические и кинематические параметры механизма можно представить в виде параллельного переноса и поворота. Матрица поворота в случае, например, сферического движения твердого тела равна произведению трех матриц. В случае поступательного движения твердого тела матрица поворота является единичной. Скорости точек находятся в результате дифференцирования текущих координат центра схвата. При этом векторы угловой скорости и мгновенной угловой скорости вводятся как действие кососимметричной матрицы. Преимущество матричного способа заключается в следующем: все виды движений изучаются с единой точки зрения; вектор угловой скорости вводится не формальным способом, а как соответствие пространства кососимметричных матриц подвижному пространству; легко выполняется переход от движения твердого тела к движению системы с конечным числом степеней свободы. С помощью транспортированных матриц перехода определяются матричным методом скорость и ускорение центра схвата робота-манипулятора в подвижной системе координат [3-5].

Методика расчета кинематических параметров матричным методом заключается в том, что координаты точки рассматриваются в неподвижной системе и выражаются через координаты этой точки, например, в цилиндрической или сферической системах координат. Дифференцированием текущих координат определяются проекции скорости точки на неподвижные оси. С использованием транспонированной матрицы определяются проекции скорости точки на подвижные оси координат. Векторным дифференцированием текущих координат определяются проекции ускорения точки на неподвижные оси. Аналогично определяются проекции ускорения точки на подвижные оси координат. Модули скорости и ускорения рассчитываются по известным формулам, а их направление определяются направляющими косинусами. Получаемые расчетные формулы позволяют определить скорость и ускорение точки матричным методом. Для численного расчета можно использовать стандартные программы вычисления произведения матриц на ЭВМ. Они применимы для определения скорости и ускорения различных исполнительных механизмов. Ниже рассмотрим: определение кинематических характеристик пространственного исполнительного механизма по рис. 1с использованием углов Эйлера и матричным методом.

Углы установки резцов являются главными параметрами исполнительного механизма, которые подлежат выбору при его конструировании. Обычно они принимаются весьма ориентировочно без достаточного обоснования и учета кинематических углов резцов в процессе резания, которые предопределяют их установку. Правильная установка и размещение резцов на исполнительном механизме имеет принципиальное значение.

Углы φ и r являются кинематическими углами резца в процессе резания. Установлено, что для оценки эффективности работы резцов, а, следовательно, и исполнительного механизма, достаточно знать отдельные составляющие вектора абсолютной скорости, которые определяют необходимые углы их заточки [1, 2, 6]. Для определения угла φ необходимо знать V_z и V_y, а для определения угла r – V_x и V_y. Кинематический угол ξ для передней грани находится по формуле $tg\,\xi/2 = V_z / V_y$. Ось X направлена вдоль оси резца, ось Y – перпендикулярно оси X в плоскости симметрии резца, ось Z – перпендикулярно плоскости симметрии резца [7].

Определение кинематических характеристик пространственного исполнительного механизма с использованием углов Эйлера

Рассмотрим кинематические параметры корончатого исполнительного механизма, совершающего сферическое движение. Для этого органа необходимо определить по модулю соответствующие составляющие $V_{x_5}, V_{y_5}, V_{z_5}$ вектора абсолютной скорости $\vec{V}$ в координатных осях X_5, Y_5, Z_5, совпадающие с осями симметрии резца. При расчете учитывается угол установки β_1 и тангенциальное их размещение β_2 на исполнительном механизме. При этом неподвижная система координат XYZ связана с неподвижной точкой O. В этой системе рассмотрим сферическое движение механизма, с которым свяжем подвижную систему координат (рис. 1).

На головке механизма выберем любую точку. Для задания её положения относительно неподвижной системы координат $OXYZ$ следует задать положение подвижной системы координат относительно неподвижной. Для этой цели используем углы Эйлера, три независимых параметра – углы прецессии, нутации и собственного вращения.

Одним из этих углов является угол ψ – угол прецессии. Для изменения этого угла тело должно вращаться вокруг неподвижной оси OZ с угловой скоростью $\omega_1 = \dot{\psi}$. Ось OZ – ось прецессии. В результате поворота система XYZ переходит в систему $X_1Y_1Z_1$, где ось OX – ось узлов.

Вторым углом Эйлера является угол θ – угол нутации. Для его измерения тело вращается вокруг оси OX_1 с угловой скоростью $\omega_2 = \dot{\theta}$, которая соответственно называется осью нутации. В результате этого поворота система $X_1Y_1Z_1$ переходит в систему $X_2Y_2Z_2$.

Третий угол Эйлера – угол φ – угол собственного вращения. При измерении угла φ тело вращается вокруг оси OZ_2, которую называют осью собственного вращения, с угловой скоростью $\omega_3 = \dot{\varphi}$. В результате последнего поворота система $X_2Y_2Z_2$ переходит в положение $X_3Y_3Z_3$.

Исходными параметрами для расчета являются координаты точки M в подвижной системе координат $X_3Y_3Z_3$, равные (r, O, R) углы β_1 и β_2, углы поворота ψ, θ, φ корончатого механизма и соответствующие им угловые скорости $\dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\varphi}$.

Для определения проекции вектора скорости точки M используем кинематические уравнения и формулы Эйлера, имеющие соответственно следующий вид: проекции вектора $\vec{\omega}$ угловой скорости на неподвижные оси XYZ определяются из выражений:

$$\begin{cases} \omega_x = \dot{\theta}\cos\psi + \dot{\varphi}\sin\theta\sin\varphi, \\ \omega_y = \dot{\theta}\sin\psi - \dot{\varphi}\sin\theta\cos\psi, \\ \omega_z = \dot{\psi} + \dot{\varphi}\cos\theta. \end{cases} \tag{1}$$

Уравнения, определяющие проекции вектора скорости $\vec{V}$ на неподвижные оси координат XYZ имеют вид:

$$V_x = \left(\omega_y Z - \omega_z Y\right),$$
$$V_y = \left(\omega_z X - \omega_x Z\right),$$
$$V_z = \left(\omega_x Y - \omega_y X\right).$$

Тогда $V_{x_3}, V_{y_3}, V_{z_3}$ определяются из выражений:

$$\begin{aligned} V_{x_3} &= R\left(\dot{\psi}\sin\theta\cos\varphi - \dot{\theta}\sin\varphi\right), \\ V_{y_3} &= r\dot{\psi} + \dot{\psi}\left(r\cos\theta - R\sin\theta\sin\varphi\right) - R\dot{\theta}\cos\varphi, \\ V_{z_3} &= -r\dot{\psi}\sin\theta\cos\varphi + r\dot{\theta}\sin\varphi, \end{aligned} \tag{2}$$

где ψ, θ, φ – углы нутации, прецессии и собственного вращения.

Рассматривая $V_{x_3}, V_{y_3}, V_{z_3}$ как координаты точки, принадлежащей годографу вектора скорости, и, используя формулы поворота координатных осей на углы β_1 и β_2, поворотом системы $X_3Y_3Z_3$ на β_1 вокруг оси OY_3 и получим систему $X_4Y_4Z_4$, которая в свою очередь поворачивается на угол β_2 вокруг оси OX_4. Получим искомую систему $X_5Y_5Z_5$. Проекции вектора скорости $\vec{V}$ на оси $X_5Y_5Z_5$ определяются из выражений:

$$
\begin{aligned}
V_{x_5} &= V_{x_3}\cos\beta_1\cos\beta_2 + V_{y_3}\sin\beta_2 + V_{z_3}\sin\beta_1\cos\beta_2,\\
V_{y_5} &= -V_{x_3}\cos\beta_1\sin\beta_2 + V_{y_3}\cos\beta_2 - V_{z_3}\sin\beta_1\sin\beta_2,\\
V_{z_5} &= -V_{x_3}\sin\beta_1 + V_{z_3}\cos\beta_1.
\end{aligned} \tag{3}
$$

Определение кинематических характеристик пространственного исполнительного механизма матричным методом

Рассмотрим корончатый исполнительный механизм, совершающий сферическое движение. Определяем скорость точки M исполнительного механизма в общем случае его движения с использованием матричной записи кинематических параметров. Оси образуют между собой углы, косинусы которых являются коэффициентами матриц $P_\psi, P_\theta, P_\varphi$. Для расчета кинематических углов резцов необходимо найти проекции абсолютной скорости точки M на координаты осей $X_5Y_5Z_5$.

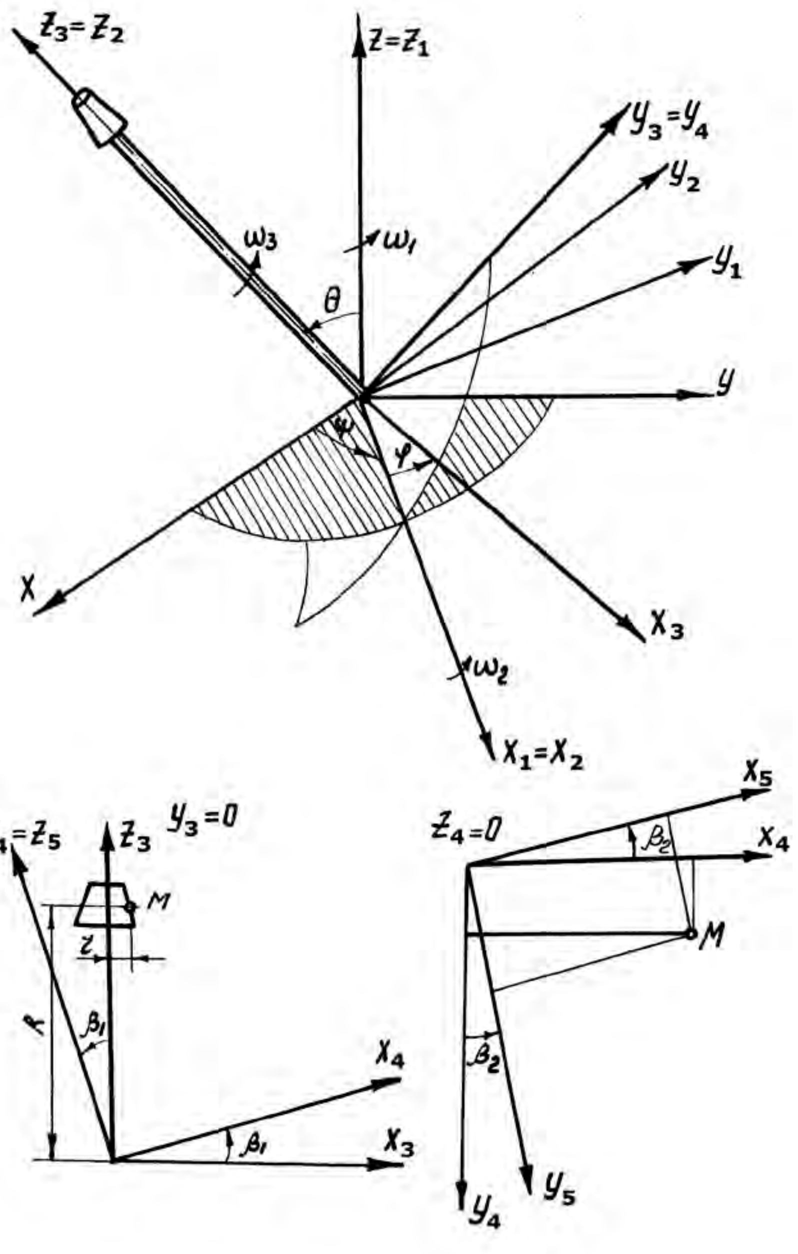

Рис. 1. Расчетная схема определения кинематических параметров исполнительного механизма

Формулы преобразования координат точек при переходе к новому базису можно представить как произведение матриц в виде:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} X_3 \\ Y_3 \\ Z_3 \end{pmatrix}, \text{ где } P = P_\psi P_\theta P_\varphi .$$

Скорость $\vec{V}$ точки *M* без учета скорости подачи $\vec{V}_n$ определится дифференцированием текущих координат X, Y, Z по формуле:

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{pmatrix}. \tag{4}$$

Скорость точки *M* в подвижной системе $X_3Y_3Z_3$ определяется из выражения:

$$\vec{V}_3 = \begin{pmatrix} \dot{X}_3 \\ \dot{Y}_3 \\ \dot{Z}_3 \end{pmatrix} = P' \begin{pmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{pmatrix}, \tag{5}$$

где $P' = P'_y P'_\theta P'_\psi$ - транспонированная матрица.

Векторы $\vec{V}$ и $\vec{V}_3$ в равенствах (4) – (5) представляют разложение одного и того же вектора $\vec{V}$ по разным базисам систем координат XYZ и $X_3Y_3Z_3$.

С учетом равенства (4) равенство (5) примет вид:

$$\vec{V}_3 = \left(P'_y P'_\theta P'_\psi \frac{dP_\psi}{d\psi} P_\theta P_y \psi + P'_y P'_\theta \frac{dP_\theta}{d\theta} P_y \theta + P'_y \frac{dP_y}{dy} \dot{\varphi} \right) \begin{pmatrix} X_3 \\ Y_3 \\ Z_3 \end{pmatrix}. \tag{6}$$

Обозначив коэффициенты при $\dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\varphi}$ через *B*, *C*, *D*, соответственно получим:

$$\vec{V}_3 = \left(B\dot{\psi} + C\dot{\theta} + D\dot{\varphi} \right) \begin{pmatrix} X_3 \\ Y_3 \\ Z_3 \end{pmatrix}. \tag{7}$$

Из уравнения (7) получим проекции вектора скорости точки *M* на подвижные оси координат $X_3Y_3Z_3$

$$V_{x_3} = R\left(\dot{\psi} \sin\theta \cos\varphi - \dot{\theta} \sin\varphi \right), \tag{8}$$

$$V_{y_3} = r\dot{\varphi} + \dot{\psi} \left(r\cos\theta - R\sin\theta \sin\varphi \right) - R\dot{\theta}\cos\varphi, \tag{9}$$

$$V_{z_3} = -r\dot{\psi}\sin\theta\cos\varphi + r\dot{\theta}\sin\varphi. \qquad (10)$$

Используя повороты координатных осей на углы β_1 и β_2 вокруг осей OY_3 и OX_4 соответственно (рис. 1), получим искомую систему $OX_5Y_5Z_5$.

Тогда

$$\begin{pmatrix} \dot{X}_5 \\ \dot{Y}_5 \\ \dot{Z}_5 \end{pmatrix} = P'_\beta \begin{pmatrix} \dot{X}_3 \\ \dot{Y}_3 \\ \dot{Z}_3 \end{pmatrix}, \qquad (11)$$

где $P'_\beta = P'_{\beta_1} P'_{\beta_2}$ – транспонированная матрица.

$P_\beta = P_{\beta_1} P_{\beta_2}$, где P_{β_1} и P_{β_2} – матрицы косинусов углов между осями рассматриваемых систем определяем по рисунку.

Используя формулы (8) – (10), из равенства (11) получим проекции абсолютной скорости $\vec{V}$ резца на координате оси $X_5Y_5Z_5$, которые без учета скорости подачи исполнительного механизма вдоль оси OX будут иметь вид (3).

Конструктивные параметры R, r и углы β_1, β_2 применимы при различной конфигурации исполнительного механизма. Поэтому формулы (3, 6, 11) можно использовать для механизмов, выполненных в виде конуса, сферы, цилиндра, овального корпуса.

Равенство (11) окончательно можно представить в виде:

$$\begin{pmatrix} \dot{X}_5 \\ \dot{Y}_5 \\ \dot{Z}_5 \end{pmatrix} = \left[P'_{\beta_2} P'_{\beta_1} \right] \left(B\dot{\psi} + C\dot{\theta} + D\dot{\varphi} \right) \begin{pmatrix} X_3 \\ Y_3 \\ Z_3 \end{pmatrix}. \qquad (12)$$

По формуле (12) определяются кинематические параметры режущего инструмента матричным методом. Методика их определения, помимо компактности математической записи, сравнительно проста.

Предлагаемая методика расчета кинематики роботов изложена в учебном пособии по теоретической механике [8]. При рассмотрении кинематики роботов в пособии представлены: расчет кинематических параметров трехзвенного робота-манипулятора с тремя степенями подвижности при координатном способе задания движения; расчет кинематических параметров в цилиндрических координатах матричным методом; расчет кинематических параметров сферических координат матричным методом; расчет кинематических параметров двухзвенного механизма с тремя степенями подвижности матричным методом.

Выводы

1. Искомые соотношения позволяют получить формулы для расчета и исследования кинематических углов резцов в процессе резания. Они применимы для механизма, у которого скорость его подачи V_n вдоль оси OX не учитывается и равна нулю.

2. Полученные расчетные формулы позволяют исследовать кинематические характеристики корончатого исполнительного механизма, сравнить различные методики их расчета: с использованием углов Эйлера и матричным методом.

3. Определение кинематических характеристик для рассматриваемого исполнительного механизма матричным методом значительно проще, чем, например, при координатном способе их определения. Методика их определения компактна, сравнительно проста и более универсальна по сравнению с исследованием кинематических параметров исполнительного механизма при его сферическом движении.

Литература

1. Грановский Г.И. Кинематика резания / Г.И. Грановский – М.: Машгиз, 1947. – 200с.
2. Грановский Г.И Резание материалов. Учебник для студентов машиностроительных и приборостроительных спец. Вузов / Г.И. Грановский, В.Г. Грановский – М.: Высшая школа. 1985. – 304 с.
3. Бать М.И. Теоретическая механика в примерах и задачах: в 3т./ М.И. Бать, Г.Ю. Джанелидзе, А.С. Кельзон. - М.: наука,1990. - т.1.-670с.
4. Локтионов А.В. Расчет кинематических параметров режущего инструмента горной машины / Изв. Вузов. Машиностроение/А.В. Локтионов. М.: 1979. № 7 – С. 138-141.
5. Локтионов А.В. Методика расчета кинематических параметров корончатых исполнительных органов матричным методом // Механизация горных работ на угольных шахтах/А.В. Локтионов. - Тула: ТПИ, 1986. – С. 125-132.
6. Локтионов А.В Расчет и эффективность исполнительных органов проходческих комбайнов / А.В. Локтионов, В.Б. Богданов, Б.И. Яцков. – Мн.: «Университетское», 1995. – 170с.
7. Локтионов А.В. Расчет кинематических параметров в сферических координатах матричным методом // Теоретическая и прикладная механика/ Межведомств. Сб. науч.- метод. Ст. – Мн.: Технопринт/ А.В. Локтионов.- 2004. – С. 115-118.
8. Локтионов А.В Теоретическая механика, статика и кинематика учебное пособие / А. В. Локтионов, Л. Г Крыгина; УО «ВГТУ». – Витебск, 2005. – 171с.