УДК 004.021

Ю. Д. ИВАНОВ, И. Н. НИКОЛОВ, Б. В. ЛОЗКА

ДЕКОДИРОВАНИЕ СТРУКТУРНО ЛОГИЧЕСКИХ КОДОВ

Одесский национальный политехнический университет, Одесса, Украина

В работе приводится описание основных положений структурно-логического кодирования, а также особенности кодов СЛК. Приводятся основные положения обобщенного алгоритма декодирования СЛК, в основе которого лежит метод совершенной матричной расстановки (СМР) вершин n-мерного куба для адекватного представления и преобразования булевых функций, который базируется на методе порождающих последовательностей переменных построения максимальных покрытий вершин куба. Структурно-логические коды (СЛК) используют природную логическую избыточность инфимумных дизъюнктивных нормальных форм (ИДНФ) булевых функций, которые являются основой построения кодов СЛК, для исправления ошибок, которые возникают при передаче данных в реальных дискретных каналах, по каналам с независимыми ошибками. Основной задачей является определение базисных соотношений между реализованными кодами СЛК логической избыточности и граничными значениями кратности независимых ошибок, которые исправляются. Принципиальным отличием кодов СЛК от всех известных корректирующих кодов является то, что избыточность, необходимая для исправления ошибок преобразования дискретной информации, не вводится в кодовую последовательность, а задается естественным образом, при построении кодовых комбинаций СЛК.

Ключевые слова: *структурно-логические коды, булевы функции, обобщенный метод декодирования, совершенная матричная расстановка, единый кодирующий формат.*

Введение

При структурно-логическом кодировании (СЛК) каждая конъюнкция инфимумной дизъюнктивной нормальной формы (ИДНФ) булевой функции (БФ), представляющей дискретные данные, разворачивается в кодовую комбинацию единого кодирующего формата (ЕКФ) куба E^n [1, 2, 3].

Корректирующие свойства СЛК обусловлены естественной логической избыточностью переменных развертывания куба E^n в порождающей последовательности

$$x_i^1 x_j^2 x_i^1 x_k^3 x_i^1 x_j^2 x_i^1 \ldots x_z^n \ldots x_i^1 x_j^2 x_i^1 x_k^3 x_i^1 x_j^2 x_i^1 \qquad (1)$$

где n – мерность куба,

$$z \neq \ldots \neq k \neq j \neq i \neq 0,1,\ldots,n-1.$$

В последовательности (1) верхние индексы переменных обозначают уровни развертывания ребер (куб E^1), граней (куб E^2), кубов E^3 и т. д., а каждая из переменных участвует в организации кубов E^n несколько раз, что и обеспечивает требуемую логическую избыточность для коррекции ошибок в кодовой комбинации (ЕКФ) СЛК.

В результате структурно-логического кодирования строится последовательность вершин кубов E^n, представляющих собой кодовые комбинации ЕКФ, число их комбинаций заданной БФ определяется числом конъюнкций ее ИДНФ.

Полученная последовательность вершин кубов ЕКФ трансформируется в канале преобразования, и отдельные разряды двоичных чисел искажаются в результате воздействия канальных ошибок.

При декодировании комбинаций ЕКФ реализуется логическая избыточность переменных развертывания куба E^n, и ошибки в кодовой комбинации исправляются.

Задача состоит в том, чтобы разработать алгоритм декодирования, при котором все вершины кода ЕКФ, комбинация СЛК, были полностью восстановлены за счет предельно полного использования избыточности переменных развертывания куба E^n, выполненного с учетом положений алгоритма декодирования [3, 6], что обеспечит простую и корректную процедуру преобразования канальной последовательности вершин куба ЕКФ при приеме.

Основная часть

Из канала преобразования принимается комбинация СЛК, то есть куб E^n ЕКФ. Порядок следования принимаемых вершин куба ЕКФ определяется порождающей последовательностью переменных развертывания куба E^n (1). Каждая принимаемая вершина представляет собой n-разрядное двоичное число, где n – мерность куба E^n.

Первая принятая n-разрядная вершина E_1^0 образует со второй принятой вершиной E_2^0 по переменной развертывания первого уровня x_i^1 ребро, то есть куб E_1^1. Первое принятое ребро куб x_j^2 по переменной развертывания второго уровня x_j^2 образует со вторым принятым кубом E_2^1 грань, то есть куб E_1^2. Куб E_2^1, полученный путем объединения также по переменной развертывания первого уровня E_3^0, образован из третьей и четвертой принятых вершин E_3^0 и E_4^0. Прием вершин E_5^0, E_6^0, E_7^0 и E_8^0 приведет к образованию куба E_1^3. В общем случае, последовательность принятых из канала преобразования вершин кубов ЕКФ в виде n-разрядных двоичных кодов, обозначим как 1, 2, 3, 4, …, и представим согласно совершенной матричной расстановке (СМР) [4] матрицей вершин куба ЕКФ (рис. 1). В примере приведена СМР из 8-ми подматриц кубов E^2 ЕКФ с вершинами:

1, 2, 3, 4 – 5, 6, 7, 8 – 9, 10, 11, 12 – 13, 14, 15, 16 – 17, 18, 19, 20 – 21, 22, 23, 24 – 25, 26, 27, 28 – 29, 30, 31, 32.

Каждый из кубов E^2, E^3, E^4, E^5, ЕКФ может быть использован для анализа принятых кодовых комбинаций кода СЛК. СМР куба E^5 ЕКФ может служить основой реализации кубов большей мерности E^6, E^7, E^8 и т. д. ЕКФ кода СЛК при использовании соответствующих переменных развертывания порождающей последовательности (1).

Число логических связей каждой из переменных развертывания E^5 составляет [3]

$$L(x_i) = L(x_j) = L(x_k) = L(x_s) =$$

$$= L(x_v) = 2^{n-1} = 16,$$

где n = 5 мерность куба E^5.

Для кубов ЕКФ E^2, E^3, E^4 число логических связей будет соответственно 2, 4, 8.

Логические связи определяют участие каждой переменной развертывания куба соответ-

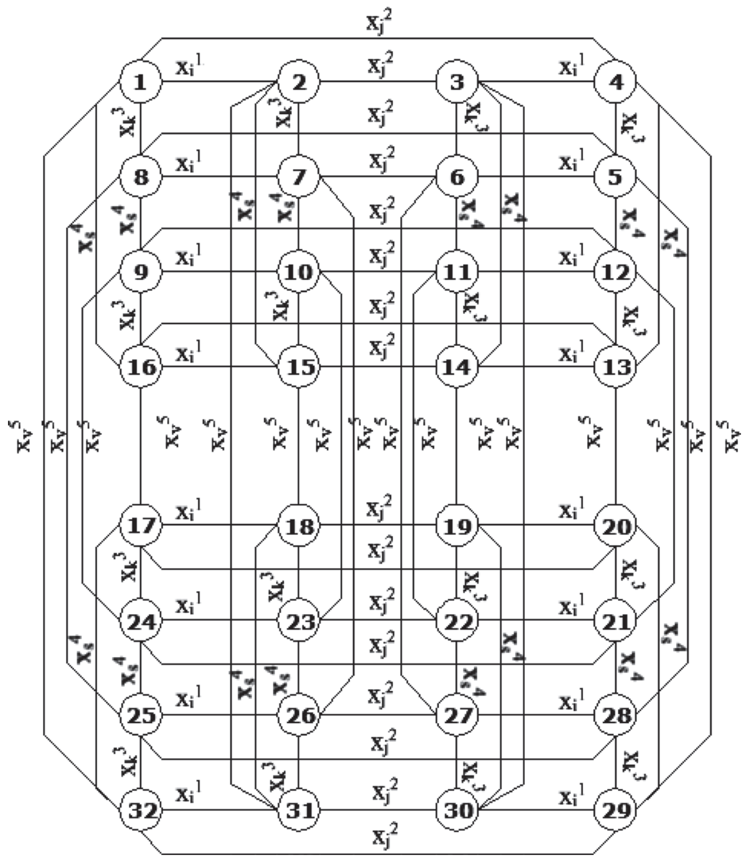

Рис. 1. Совершенная матричная расстановка куба E^5.

ствующей мерности при организации этого куба $L(x)$ раз.

Согласно [5] порядковые номера переменных E_1^3 1-го уровня развертывания порождающей последовательности (1) будет 1, 3, 5, 7 для куба E_1^3 СМР куба E^5. Соответственно для кубов E_2^3, E_3^3 и E_4^3 порядковые номера переменных будут 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31. Порядковые номера переменных развертывания совпадают с номерами вершин, участвующих в преобразовании по этим переменным. Таким образом, пары вершин, участвующие в преобразовании по переменной E_1^1 1-го уровня развертывания для куба E^5 ЕКФ будут следующими:

$$\begin{gathered}1–2, 3–4, 5–6, 7–8, 9–10, 11–12, 13–14, \\ 15–16, 17–18, 19–20, 21–22, 23–24, \\ 25–26, 27–28, 29–30, 31–32;\end{gathered} \quad (2)$$

При развертывании куба E_1^1 (вершины 1–2) и куба E_2^1 (вершины 3–4) в куб x_j^2 по переменной 2-го уровня x_j^2 все последовательно объединенные вершины $1-2-3-4$ должны быть геометрическими соседями и отличаться друг от друга на 1 двоичную единицу, в том числе и вершины 1–4. Поэтому пары вершин, участвующие в преобразовании по переменной 2-го уровня развертывания для куба E^5 ЕКФ x_j^2 будут следующими:

$$\begin{gathered}1–4, 2–3, 5–8, 6–7, 9–12, 10–11, 13–16, \\ 14–15, 17–20, 18–19, 21–24, 22–23, \\ 25–28, 26–27, 29–32, 30–31;\end{gathered} \quad (3)$$

Аналогично находим пары вершин, участвующие в преобразовании по переменной 3-го уровня развертывания для куба E^5 ЕКФ x_k^3:

$$\begin{gathered}1–8, 2–7, 3–6, 4–5, 9–16, 10–15, 11–14, \\ 12–13, 17–24, 18–23, 19–22, 20–21, \\ 25–32, 26–31, 27–30, 28–29;\end{gathered} \quad (4)$$

Пары вершин, которые участвуют в преобразовании по переменной 4-го уровня развертывания для куба E^5 ЕКФ x_s^4 будут такими:

$$\begin{gathered}1–16, 8–9, 2–15, 7–10, 3–14, 6–11, 4–13, \\ 5–12, 17–32, 24–25, 18–31, 23–26, \\ 19–30, 22–27, 20–29, 21–28;\end{gathered} \quad (5)$$

Пары вершин, преобразуемые по переменной x_v^5 куба E^5 составим таким образом:

$$\begin{gathered}1–32, 8–25, 9–24, 16–17, 2–31, 7–26, \\ 10–23, 15–18, 3–30, 6–27, 11–22, \\ 14–19, 4–29, 5–28, 12–21, 13–20;\end{gathered} \quad (6)$$

Принимаемый из канала преобразования куб E^n мерности $n = 2, 3, 4, 5, \ldots$, т. е. куб E^2, E^3, E^4, E^5, …, записывается в матрицу СМР декодирования (рис. 1). Для куба E_3^2 входом в матрицу является вершина 4, для куба E_5^2 – вершина 8, для куба E^4 – вершина 16, для куба E^5 – вершина 32.

В пределах записанного куба E^n определяются пары вершин, преобразуемых по переменной развертывания 1-го уровня x_i^1, по переменной 2-го уровня и т. д., то есть определяются все пары вершин, преобразуемые по переменным развертывания, определяющими записанный куб заданной мерности. Так, например, для куба E^2 по переменной развертывания x_j^2 будут преобразованы вершины 1–2, 3–4 (2), а по переменной развертывания x_j^2 (второй уровень развертывания куба E^2) будут преобразованы вершины 1–4, 2–3 (3). Для куба E^2 пары вершин по переменным x_k^3, x_s^4, x_v^5, отсутствуют.

Истинное значение переменных развертывания x_i^1, x_j^2 может быть определено путем суммирования указанных пар вершин 1–2, 3–4 и 1–4, 2–3 по mod 2. Полное восстановление всех вершин 1, 2, 3, 4 при определенных переменных x_i^1, x_j^2 возможно, если хотя бы одна из вершин принята без ошибок. В общем случае, при искажении в грани (куб E^2) не более одной вершины, все вершины грани полностью восстанавливаются, поскольку все переменные развертывания могут быть найдены однозначно.

При декодировании куб E^2 ЕКФ определяется как минимальный интервал декодирования (МИД), для которого принципиальным является понятие надежной вершины.

Надежная вершина E_k^0 позволяет определить в пределах принятых кубов в ЕКФ, конкретные переменные развертывания, по которым восстанавливаются все вершины, кодовой комбинации кода СЛК. Восстановление вершин куба ЕКФ осуществляется согласно порождающей последовательности (1). Надежной является та вершина E_k^0, для которой справедливо соотношение

$$E_k^0 \oplus E_{k+1}^0 = E_k^0 \oplus E_{k-1}^0 = 1 \quad (7)$$

Во всех других случаях, вершина E_k^0 считается вероятно ненадежной:

$$\begin{cases} E_k^0 \oplus E_{k+1}^0 = 1 \\ E_k^0 \oplus E_{k-1}^0 \neq 1 \end{cases} \quad (8)$$

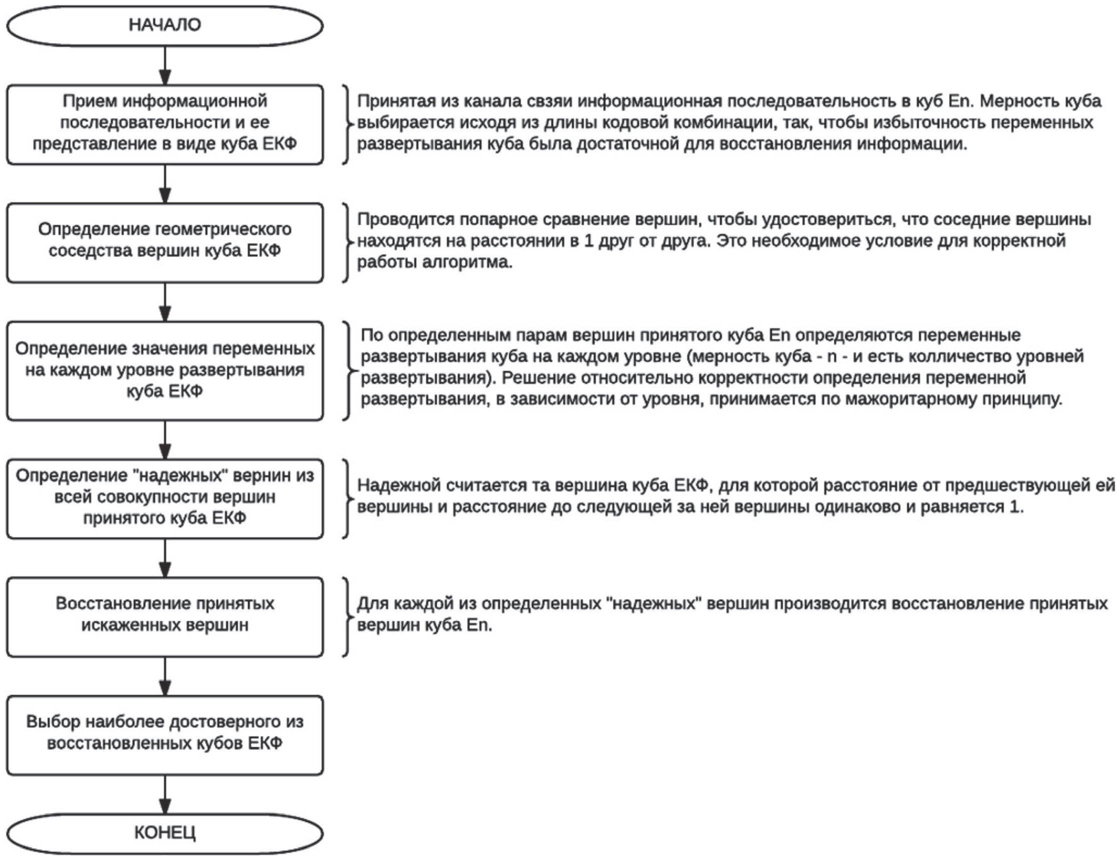

Рис. 2. Блок-схема обобщенного алгоритма декодирования кода СЛК

и

$$\begin{cases} E_k^0 \oplus E_{k+1}^0 \neq 1 \\ E_k^0 \oplus E_{k-1}^0 = 1 \end{cases} \qquad (9)$$

Для каждой последовательной пары принимаемых вершин E_k^0, E_{k+1}^0 определяется переменная $x_{(0,1,\dots,n-1)}$ геометрического соседства этих вершин. При наличии ошибок в вершинах E_{k*}^0 или $E_{(k+1)*}^0$ разница может быть определена по нескольким переменным.

Если разница между вершинами определена только по одной переменной x_i, то формально эти вершины определены без ошибок

$$E_k^0 \frac{x_i}{\dots} E_{k+1}^0 \qquad (11)$$

Далее приводится этапы алгоритма декодирования СЛК.

Принятая из канала связи кодовая комбинация записывается в приемную матрицу куба E^n. Элементы этой матрицы есть вершины куба E^n и представляют собой n-разрядное двоичное число, где n-мерность куба. Т. е. на входе мы принимаем непрерывную двоичную кодовую комбинацию и разбиваем ее на n-разрядные последовательности.

Проводится последовательное попарное сравнение вершин куба E^n, для определения их геометрического соседства – необходимое условие корректной работы алгоритма.

Из всего множества вершин куба E^n необходимо определить «надежные» вершины, по которым проводиться восстановление искаженных вершин. Вершина считается надежной, если предыдущая и последующая вершины являются ее геометрическими соседями.

По парам вершин куба E^n определяются переменные на каждом n уровне. Если переменных несколько, выбор одной принимается по принципу большинства.

Далее производится восстановление искаженных вершин куба E^n по каждой из определенных надежных вершин, получая разные вариации куба E^n. Из восстановленных кубов выбирается наиболее достоверный.

Блок-схема обобщенного алгоритма кодов СЛК представлена на рис. 2.

Выводы

В работе разработаны и обоснованы основные положения обобщенного алгоритма декодирования кодовых комбинаций СЛК, кубов ЕКФ E^n, обеспечивающего максимально полную реализацию корректирующих свойств кода СЛК при использовании всех логических связей переменных развертывания куба E^n.

Приведенный алгоритм декодирования искаженной канальной последовательности вершин куба ЕКФ достаточно просто может быть реализован программно.

Разработанный обобщенный алгоритм декодирования кодов СЛК обеспечивает надежную работу декодера как в канале с независимыми, так и пакетированными ошибками, за счет обобщенного подхода при проведении процедуры декодирования.

Литература

1. **Ленков, С. В.** Метод представления дискретной информации на основе инфимумных дизъюнктивних нормальных форм булевых функций / С. В. Лєнков, К. Ф. Боряк, Ю. Д. Иванов, О. С. Селюков. – Сборник научных работ Военного Института Киевского национального университета им. Т. Шевченка, 2008 – С. 90–97.

2. **Иванов Ю. Д.** Метод синтеза инфимумных дизъюнктивних нормальных форм логических функций / Ю. Д. Иванов. – Труды Одесского Политехнического университета, 2006 – С. 178–183.

3. **Иванов Ю. Д.** Метод структурно-логического кодирования инфимумных дизъюнктивних нормальных форм булевых функций в базисе куба E^n / Ю. Д. Иванов, И. В. Пампуха, О. С. Захарова, Г. Б. Жиров. – Сборник научных работ Военного института Киевского национального университета им. Т. Шевченка, 2008 – С. 46–49.

4. **Иванов Ю. Д.** Метод построения совершенной матричной расстановки как основы синтеза дизъюнктивних нормальных форм булевых функций / Ю. Д. Иванов. – Сборник научных работ Военного института Киевского национального университета им. Т. Шевченка, 2008. – С. 58–62.

5. **Иванов Ю. Д.** Основные положения декодирования структурно-логических кодов / Ю. Д. Іванов, І. В. Пампуха, О. С. Захарова, В. В. Якимов. – Сборник научных работ Военного института Киевского национального университета им. Т. Шевченка, 2007 – С. 110–116.

6. **Иванов Ю. Д.** Обобщенный метод структурно-логического декодирования инфимумных форм подачи булевых функций / Ю. Д. Иванов, И. В. Пампуха, В. О. Осипа, М. М. Охрамович. – Сборник научных работ Военного института Киевского национального университета им. Т. Шевченка, 2006 – С. 48–53.

References

1. **Lenkov, S. V.** Submission method of discrete information based on the infimum disjunctive normal forms of boolean functions / S. V. Lenkov, K. F. Borjak, Ju. D. Ivanov, O. S. Seljukov. – Sbornik nauchnyh rabot Voennogo Instituta Kievskogo nacional’nogo universiteta im. T. Shevchenka, 2008 – P. 90–97.

2. **Ivanov Ju. D.** The synthesis method of infimum disjunctive normal forms of logic functions / Ju. D. Ivanov. – Trudy Odesskogo Politehnicheskogo universiteta, 2006 – P. 178–183.

3. **Ivanov Ju. D.** Structural logic coding method of infimum disjunctive normal forms of boolean functions in the basis of the cube E^n / Ju. D. Ivanov, I. V. Pampuha, O. S. Zaharova, G. B. Zhirov. – Sbornik nauchnyh rabot Voennogo instituta Kievskogo nacional’nogo universiteta im. T. Shevchenka, 2008 – P. 46–49.

4. **Ivanov Ju. D.** The method of constructing the perfect matrix arrangement as the basis for the synthesis of disjunctive normal forms of Boolean functions / Ju. D. Ivanov.- Sbornik nauchnyh rabot Voennogo instituta Kievskogo nacional’nogo universiteta im. T. Shevchenka, 2008. – P. 58–62.

5. **Ivanov Ju. D.** The main provisions of the structural and decoding logic code/ Ju. D. Ivanov, I. V. Pampuha, O. S. Zaharova, V. V. Jakimov. – Sbornik nauchnyh rabot Voennogo instituta Kievskogo nacional’nogo universiteta im. T. Shevchenka, 2007 – P. 110–116.

6. **Ivanov Ju. D.** The generalized method of structural and logical decoding infimum forms submission of boolean functions / Ju. D. Ivanov, I. V. Pampuha, V. O. Osipa, M. M. Ohramovich. – Sbornik nauchnyh rabot Voennogo instituta Kievskogo nacional’nogo universiteta im. T. Shevchenka, 2006 – P. 48–53.

Поступила	*После доработки*	*Принята к печати*
15.04.2016	30.04.2016	10.05.2016

Y. Ivanov, I. Nikolov, B. Lozka

DECODING OF STRUCTURALLY AND LOGICAL CODES

The article deals with the description of the main points of the structural and logical coding and the features of SLC codes. There are shown the basic points of the generalized algorithm of decoding SLC, which is based on the method of perfect matrix arrangement (PMA) of the n-dimensional cube vertices for adequate representation and transformation of boolean functions, which is based on the method of generating sequences of variables for building the maximum coverage of the cube vertices. The structural and logical codes (SLC) use natural logic redundancy of the infimum disjunctive normal forms (IDNF) of boolean functions, which make the basis for building the SLC codes and correcting the errors, that occur during data trans-

fer in real discrete channels, on the channels with independent errors. The main task is to define the basic relations between the implemented SLC codes of the logical redundancy and boundary values of multiplicity of independent errors which are corrected. The principal difference between the SLC codes and the well-known correcting codes is that the redundancy, that is needed to correct the errors in converting the discrete information, is not introduced into an additional code sequence but is defined in a natural way, during the construction of codewords of SLC.

Keywords: *structural and logical codes, infimum disjunctive normal form, boolean functions, generalized method of decoding, perfect matrix arrangement, a common encoding format.*

Иванов Юрий Дмитриевич окончил Киевский институт инженеров гражданской авиации в 1965 году по специальности радиоинженер. Кандидат технических наук по специальности «Компьютерные системы».

Преподаватель Института информационной безопасности, радиоэлектроники и телекоммуникаций Одесского национального политехнического университета, доцент кафедры информационных технологий проектирования в электронике и телекоммуникациях.

Научные интересы включают в себя вопросы помехоустойчивого кодирования нетрадиционной логики, цифровая фильтрация, каналы преобразования дискретных данных теория алгоритмов.

Николов Илья Николаевич родился в 1993 году. Получил степень магистра в 2016 году в Одесском национальном политехническом университете, Украина.

Научные интересы: технологиями веб-проектирования, алгоритмы повышения помехоустойчивости и надежности систем передачи информации, каналы преобразования дискретных данных.

Работает разработчиком программного обеспечения.

Лозка Богдан Владимирович родился в 1992 году. Получил степень специалиста (с отличием) по специальности «Информационные технологии проектирования» в 2014 году в Одесском национальном политехническом университете, Украина.

С 2015 года является аспирантом по специальности «Компьютерные системы и компоненты», работает программистом.

Научные интересы включают в себя методы имитационного моделирования информационных систем, теория алгоритмов, дискретная обработка информационных данных.

E-mail: massabo34@gmail. com