

БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УДК 539.3

ЧУМАК

Наталия Георгиевна

**ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕНИЙ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ
МОДЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ ИЗУЧЕНИЯ НДС ОБЪЕКТОВ МЕХАНИКИ
ГОРНЫХ ПОРОД И МАССИВОВ С МАКРОТРЕЩИНАМИ**

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

Минск, 2012

Работа выполнена в Белорусском государственном университете

Научный руководитель	Журавков Михаил Анатольевич , доктор физико-математических наук, профессор, первый проректор, Белорусский государственный университет
Официальные оппоненты:	Босаков Сергей Викторович , доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Строительная механика», Белорусский национальный технический университет; Яровая Анна Владимировна , доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры «Строительная механика», Белорусский государственный университет транспорта
Оппонирующая организация	Белорусский государственный технологический университет

Защита состоится 7 сентября 2012 г. в 14.00 на заседании совета по защите диссертаций Д 02.05.07 при Белорусском национальном техническом университете по адресу: 220013, г. Минск, проспект Независимости, 65, 1-й корпус, ауд. 202, тел. ученого секретаря 292-24-04.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Белорусского национального технического университета.

Автореферат разослан « ____ » _____ 2012 г.

Ученый секретарь совета
по защите диссертаций Д 02.05.07,
кандидат физико-математических наук,
доцент

_____ Нифагин В.А.

© Чумак Н.Г., 2012

© Белорусский национальный
технический университет, 2012

ВВЕДЕНИЕ

Развитие экономики страны предусматривает повышение эффективности разработки месторождений полезных ископаемых при постоянном увеличении извлечения запасов из недр и уменьшении вредного влияния горных работ на окружающую среду. Вследствие возрастающей роли горнодобывающей промышленности и расширением масштабов подземного строительства, разработка новых и развитие существующих методов и технологий решения задач геомеханики становится все более актуальным. *Задачи геомеханики в рамках исследований, изложенных в диссертационной работе, рассматриваются как один из классов задач механики деформируемого твердого тела.*

Среди вопросов геомеханики, как отдельный класс задач можно выделить проблему изучения состояния массивов горных пород с трещинами в окрестности подземных сооружений. Наличие в массиве трещин разрывов и крупных тектонических нарушений, различная ориентировка этих структурных нарушений относительно геометрических параметров подземных сооружений, разнообразие заполнителей трещин и контактных условий делает задачу учета структурных неоднородностей весьма сложной. Данный класс задач кроме особенностей в постановке, имеет так же и специальный аппарат исследования – теорию трещин твердых деформируемых сред.

К задачам исследования состояния массивов горных пород с трещинами в условиях сложного напряженно-деформированного состояния (НДС) сводится большое количество прикладных задач механики горных пород и массивов. Сформулированная проблема является нетривиальной, так как ведение горных работ и образование в массиве горных пород подземных выработок и сооружений изменяет НДС породной толщи, приводит к формированию сложного пространственного распределения полей напряжений и деформаций.

Появление компьютерных технологий дало новый толчок для развития методов математического моделирования и их использования для изучения разнообразных геомеханических процессов. На сегодняшний день геомеханические модели настолько усложнились, что их использование становится невозможным без применения компьютерных технологий. В механике разрушения получено лишь ограниченное число точных аналитических решений по сравнению с огромным многообразием прикладных задач. Поэтому естественно, что для их решения широко используются численные методы.

В связи с этим, одной из наиболее важных проблем при прогнозировании характера деформационных процессов в породном массиве с трещинами вблизи подземных сооружений является задача разработки механико-математических моделей, наиболее адекватно описывающих его состояние в зависимости от конечных целей исследований. Поэтому, целями выполненных исследований являлось построение, на основе методов МДТТ и механики разрушения, механико-математических моделей и решений соответствующих им модельных задач;

разработка подходов и методик компьютерного моделирования для исследования напряженно-деформированного состояния массивов горных пород в окрестности подземных сооружений с учетом наличия в них макротрещин.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Связь работы с крупными научными программами (проектами) и темами. Результаты выполненных исследований использовались при выполнении следующих прикладных научно-исследовательских работ:

«Выполнить математическое моделирование и расчеты напряженно-деформированного состояния породного массива при слоевой выемке Третьего пласта лавами длиной 150-200м и лавами длиной 250-300м с выкладкой и без выкладки бутовых полос в выработанном пространстве нижних лав». Научно-исследовательский институт прикладных проблем математики и информатики. Договор №06/08, №ГР20082889. Руководитель М.А. Журавков, Минск, БГУ, 2008.

«Разработка новых специализированных модулей и развитие подсистемы «Проектирование и сопровождение горных работ» как составной части общей автоматизированной региональной системы геомеханического мониторинга Старобинского месторождения калийных солей для условий всех рудоуправлений РУП ПО «Беларуськалий»». Договор №21924, №ГР20073127. Руководитель М.А. Журавков, Минск, БГУ, 2009.

«Разработать модели и выполнить исследования распространения и поведения макротрещин в подработанных массивах горных пород с точки зрения образования техногенных водопроводящих трещин». Договор №21958, №ГР20081179. Руководитель М.А. Журавков, Минск, БГУ, 2009.

«Разработка методов и подходов для изучения напряженно-деформируемого состояния, прочности и устойчивости системы «Массив горных пород – горношахтное оборудование» и создание методик компьютерного анализа и программ для их исследования и оценки». Договор №625/21, в рамках ГКПНИ «Механика». №ГР20061793. Руководитель М.А. Журавков, БГУ, 2010.

«Деформационные процессы разломно-блоковых сред с учетом зон множественного трещинообразования». Договор № 115/21, совместный проект Белорусского ФФИ и Украинского ФФИ. №ГР20112583. Руководитель М.А. Журавков, БГУ, 2011-2013.

Цель и задачи исследования. *Основная цель исследований* диссертационной работы – на основе методов МДТТ и механики разрушения, построение механико-математических моделей и решений соответствующих им модельных задач; разработка подходов и методик компьютерного моделирования для исследования напряженно-деформированного состояния массивов горных пород в окрестности подземных сооружений с учетом наличия в них макротрещин; решение прикладных задач.

В соответствии с основной целью исследований в диссертационной работе решены следующие задачи:

1) выполнено описание и обоснование возможных сценариев разрушения массивов горных пород вследствие развития макротрещин;

2) разработана методика исследования состояния поверхностных трещин в трехмерных телах, базирующаяся на методе альтернирования Шварца – Неймана в сочетании с алгоритмами методов конечных элементов;

3) построены решения модельных задач об изучении КИН (коэффициентов интенсивности напряжений) в трехмерных телах при наличии как статических, так и динамически развивающихся макротрещин при воздействии динамических нагрузок импульсного характера;

4) построены решения задач и методика изучения процесса распространения одиночной трещины в телах типа пластин и плит, а также исследования состояния систем трещин в телах, моделируемых как упругое пространство/плоскость, с учетом условий статистической неопределенности и неполноты исходных данных;

5) выполнены прикладные исследования и решены модельные задачи геомеханики: изучение условий проявления первого обрушения в кровле подземных выработок; исследование устойчивости отслоившегося участка кровли протяженной выработки камерного типа.

Для построенных решений рассмотренных классов задач разработаны специализированные компьютерные модули, реализующие процедуры выполнения расчетов и построения численных решений.

Объектом исследования являются массивы горных пород в окрестности подземных сооружений (выработок) при появлении и развитии в них одиночной или системы макротрещин, подверженные различного рода нагрузкам, и рассматриваемые как объекты механики деформируемого твердого тела.

Предмет исследования – напряженно-деформированное состояние массивов горных пород в окрестности подземных выработок с одиночной или системой макротрещин.

Положения, выносимые на защиту

Новыми результатами, выносимыми на защиту, являются:

1) методика исследования состояния поверхностных трещин в трехмерных телах, базирующаяся на методе альтернирования Шварца – Неймана в сочетании с алгоритмами методов конечных элементов и позволяющая в отличие от существующих методик и подходов других авторов рассчитывать коэффициенты интенсивности напряжений на фронте прямолинейных трещин с учетом их пространственной структуры;

2) построенные решения модельных задач, технологии и алгоритмы компьютерного моделирования об изучении КИН в трехмерных телах, позволяющие в отличие от существующих подходов к решению подобного класса задач рассчитывать КИН как в статических, так и в динамически развивающихся макротрещинах при воздействии динамических нагрузок импульсного характера;

3) построенные решения задач и методика выполнения исследований о распространении трещин в телах типа пластин и плит, а также для исследования состояния систем трещин в телах, моделируемых как упругое пространство/плоскость, позволяющих в отличие от существующих подходов выполнять

исследования по прогнозированию устойчивости трещин с учетом условий статистической неопределенности и неполноты исходных данных;

4) результаты выполненных прикладных исследований по изучению условий проявления первого обрушения в кровле подземных выработок и исследованию устойчивости отслоившегося участка кровли протяженной выработки камерного типа.

Личный вклад соискателя Представленные в работе новые научные результаты получены автором лично. Научный руководитель М.А. Журавков принимал участие в постановке задач и обсуждении полученных результатов. Результаты, принадлежащие соавторам совместных научных исследований, не вошли в данную диссертационную работу.

Апробация результатов диссертации Материалы диссертации докладывались на следующих международных и республиканских научных конференциях: X Республиканская научная конференция студентов и аспирантов вузов РБ (Минск, Беларусь, 2005), Республиканский научно-методический семинар с международным участием «Научно-методические основы применения информационных технологий в преподавании механики и научных исследованиях» (Минск, Беларусь, 2007), Международная научная конференция «10-я Белорусская математическая конференция» (Минск, 2008), Международная научно-практическая конференция «Геомеханика. Подземное строительство» (Тула, Россия, 2009), IV International Geomechanics Conference “Theory and practice of geomechanics for effectiveness the mining production and construction” (Varna, Bulgary, 2010), VI Международный симпозиум по трибофатике (Минск, Беларусь, 2010), Международная конференция «Геодинамика и напряженное состояние недр земли» (Новосибирск, Россия, 2011), XX International symposium on mine planning and equipment selection “MPES 2011” (Almaty, Kazakhstan, 2011), V Белорусский конгресс по теоретической и прикладной механике (Минск, Беларусь, 2011).

Опубликованность результатов Основные положения диссертации опубликованы в 18 работах, в том числе 6 статьях в научных журналах согласно перечню ВАК (1,77 авторского листа), 3 статьях в научных журналах, 6 статьях в материалах конференций, 3 тезисах докладов.

Структура и объем диссертации Диссертация состоит из введения, общей характеристики работы, четырех глав основного текста, заключения, списка использованных источников и приложений. Объем рукописи составляет 113 страниц, из которых 97 страниц содержат основной текст с рисунками, 8 страниц – список библиографических источников, включающий 97 наименований. Диссертация включает 2 приложения на 8 страницах.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В первой главе изложены необходимые общие сведения по теории трещин. Рассмотрены основные типы трещин, введены понятия КИН и выполнен анализ их методов вычисления. Проанализированы основные критерии разрушения тел с трещинами, рассмотрены подходы к изучению НДС двумерных и трехмерных

тел с трещинами как основных методов, применявшихся при решении диссертационных задач. Выполнено описание и обоснование возможных сценариев разрушения массивов горных пород вследствие развития макротрещин. Выполнен обзор литературных источников по методам исследования НДС твердых тел с трещинами, а также приложению механики разрушения к решению задач геомеханики. Показано, что выполненные в диссертационной работе исследования являются актуальными и оригинальными.

В результате проведенного нами анализа работ по тематике исследований установлено, что значительный круг задач по изучению НДС геоматериалов и областей породных образований с трещинами остается малоизученным. Проблема исследования НДС областей нарушений с различными системами трещин в массивах горных пород с подземными сооружениями представляет собой не тривиальную задачу исследования НДС пространственных тел конечных размеров с трещиной в условиях сложного напряженно-деформированного состояния. Например, такие задачи являются определяющими для решения проблемы прогнозирования и предотвращения внезапных обрушений кровли подземных выработок. Также практически отсутствуют решения задач об изучении НДС областей породных образований с макротрещинами в условиях динамического нагружения.

Общая актуальная научная задача, рассматриваемая в данной работе, может быть сформулирована следующим образом: определение и оценка зависимостей коэффициентов интенсивности напряжений для различных типов трещин от параметров нагружения и деформации массивов горных пород в окрестности подземного сооружения, геометрии рассматриваемых породных структур и пространственной конфигурации трещины; выбор наиболее подходящего для рассматриваемых классов задач критерия страгивания трещины.

Во второй главе рассматривается один из подходов к построению методики исследования устойчивости поверхностных трещин в трехмерных телах, основанный на методах суперпозиции и альтернирования Шварца – Неймана, которые используются в сочетании с методами конечных элементов. При рассмотрении задач об устойчивости трещин на основе предложенного подхода, необходимо иметь два решения. Одно из которых – решение задачи об определении поля напряжений в твердом деформируемом теле, не содержащем трещину, в области расположения изучаемой трещины под действием внешнего нагружения. Второе – аналитическое решение задачи для неограниченного пространства, содержащего трещину. Решение задач на базе разработанной методики включает в себя следующие этапы:

1. Находится номинальное напряжение в рассматриваемом теле (т.е. без учета трещины) в области исследуемой трещины.
2. Используя общие выражения КИН для соответствующей трещины в плоскости, рассчитываются коэффициенты интенсивности напряжений для текущей итерации.
3. Принимая, что в исходном состоянии поверхность трещины свободна от действия нагрузок, к поверхности трещины прикладываются напряжения, равные и противоположно направленные напряжениям невязки, рассчитанным на этапе «1».

4. Рассчитываются напряжения невязки на внешней поверхности тела, обусловленные нагрузками, которые определены на этапе «3». Для удовлетворения граничных условий по напряжениям на внешних границах к последним прикладываются напряжения, равные и противоположно направленным напряжениям невязки. Рассчитываются эквивалентные напряжения на внешней границе.

5. Усилия, определенные на этапе «4», рассматриваются как внешние нагрузки, действующие на тело без трещины. Итерационный процесс с выполнением всех этапов продолжается до тех пор, пока напряжения невязки на поверхности трещины не станут пренебрежимо малыми. Для получения окончательного решения суммируются все значения КИН, определенные на каждой из итераций.

Предложенная методика может быть использована при решении различных типов модельных задач для трехмерных тел с поверхностной трещиной для нахождения, например, таких параметров разрушения, как критическая длина трещины и критические нагрузки. Эффективность предлагаемого подхода продемонстрирована на примере решения некоторых прикладных задач геомеханики.

Первой рассмотрена модельная задача, которая может быть использована при изучении «первого обрушения» в кровле очистной выработки при отработке массива лавами (выработками больших размеров). При продвижении горных работ от забоя линейный размер кровли увеличивается, что приводит к появлению макротрещины. Задача состоит в исследовании условий, при которых трещина растет до критических размеров, при которых кровля разрушается.

В качестве механико-математической модели рассматривается прямоугольная изотропная плита с центральной поверхностной трещиной, нагруженная равномерно-распределенной нагрузкой P по поверхности «1» и нагрузкой kP по двум боковым граням «3» и «6» (рисунок 1).

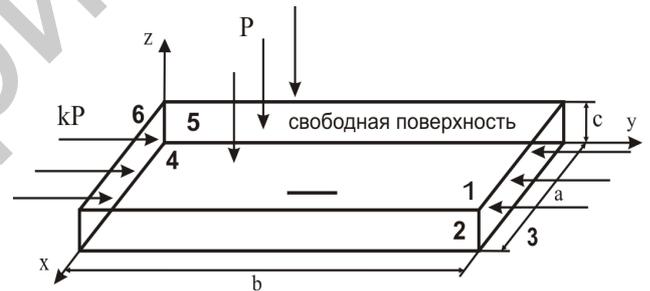


Рисунок 1 – Схема граничных условий рассматриваемой задачи

Полная система уравнений теории упругости для нахождения НДС в модельной конструкции состоит из дифференциальных уравнений равновесия, закона Гука и соотношений Коши. Граничные условия для напряжений и перемещений на каждой из поверхности плиты имеют вид:

Поверхность 1:

$$\begin{cases} \sigma_x \cos(n, x) + \tau_{xy} \cos(n, y) + \tau_{xz} \cos(n, z) = 0, \\ \tau_{xy} \cos(n, x) + \sigma_y \cos(n, y) + \tau_{yz} \cos(n, z) = 0, \\ \tau_{xz} \cos(n, x) + \tau_{yz} \cos(n, y) + \sigma_z \cos(n, z) = -P \cos(n, z). \end{cases}$$

Поверхность 2:

Поверхности 6 и 3:

$$U = V = W = 0. \quad \begin{cases} \tau_{xy} \cos(n, x) + \sigma_y \cos(n, y) + \tau_{yz} \cos(n, z) = \pm kP \cos(n, y), \\ U = V = 0. \end{cases}$$

Поверхность 4:

$$\begin{cases} \sigma_x \cos(n, x) + \tau_{xy} \cos(n, y) + \tau_{xz} \cos(n, z) = 0, \\ \tau_{xy} \cos(n, x) + \sigma_y \cos(n, y) + \tau_{yz} \cos(n, z) = 0, \\ W = 0 \quad (y = 0, b \quad x \in [0, a]). \end{cases}$$

Поверхность 5:

$$\begin{cases} \sigma_x \cos(n, x) + \tau_{xy} \cos(n, y) + \tau_{xz} \cos(n, z) = 0, \\ \tau_{xy} \cos(n, x) + \sigma_y \cos(n, y) + \tau_{yz} \cos(n, z) = 0, \\ \tau_{xz} \cos(n, x) + \tau_{yz} \cos(n, y) + \sigma_z \cos(n, z) = 0, \end{cases}$$

где n – внешняя нормаль к соответствующим поверхностям плиты.

Используя метод альтернирования, в конечно-элементном пакете FlexPDEv.5.0.21 разработан модуль и были выполнены расчеты для плит, представленных сильвинитом. Пошаговая реализация предложенного алгоритма представлена в диссертационной работе. На рисунках 2-4 представлены графики распределения номинальных напряжений для трех циклов итераций в плите со следующими геометрическими параметрами: длина 150м, ширина 50м, толщина 1,2м. Параметры трещины: длина 10м., ширина 1,25м., толщина 0,06м. Плита находится под действием равномерно-распределенной нагрузки интенсивности $P = 10^4$ [Н/м²] ($k = 2$). Физико-механические характеристики плиты: трещиностойкость $K_{IC} = 30$ [МПа(м)^{1/2}]; коэффициент Пуассона $\nu = 0,28$; модуль Юнга $E = 14$ [ГПа].

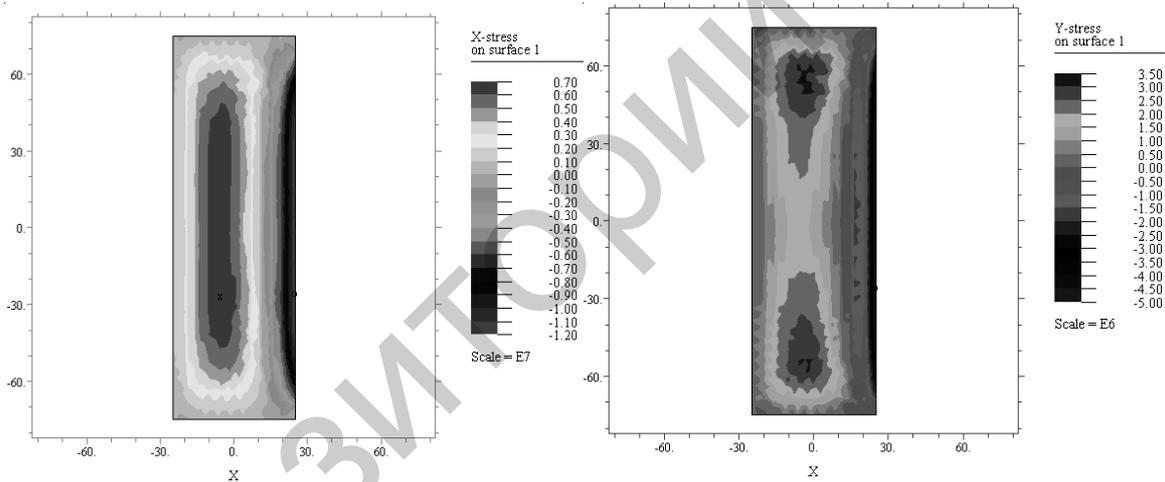


Рисунок 2 – Распределение номинальных напряжений σ_x и σ_y на первом цикле итераций

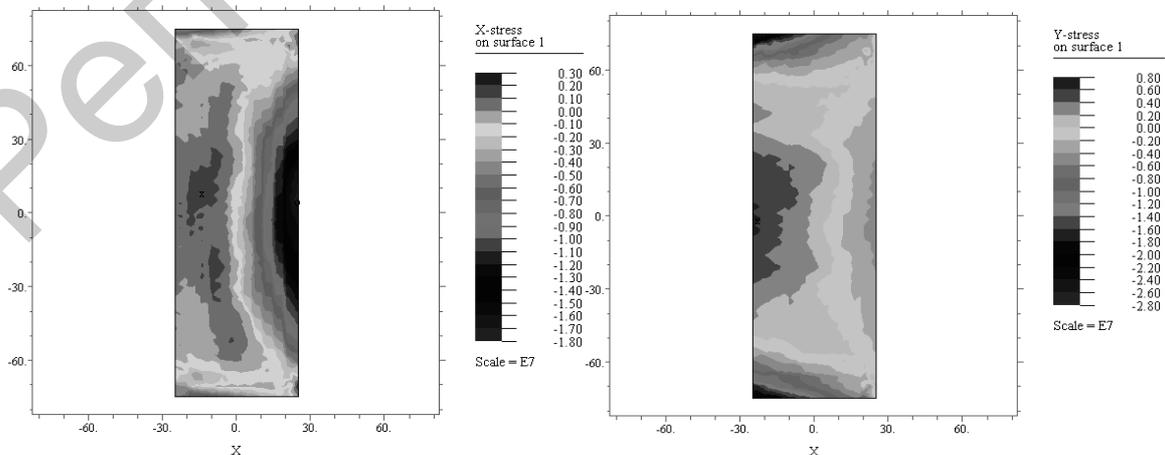


Рисунок 3 – Распределение σ_x и σ_y на втором цикле итераций

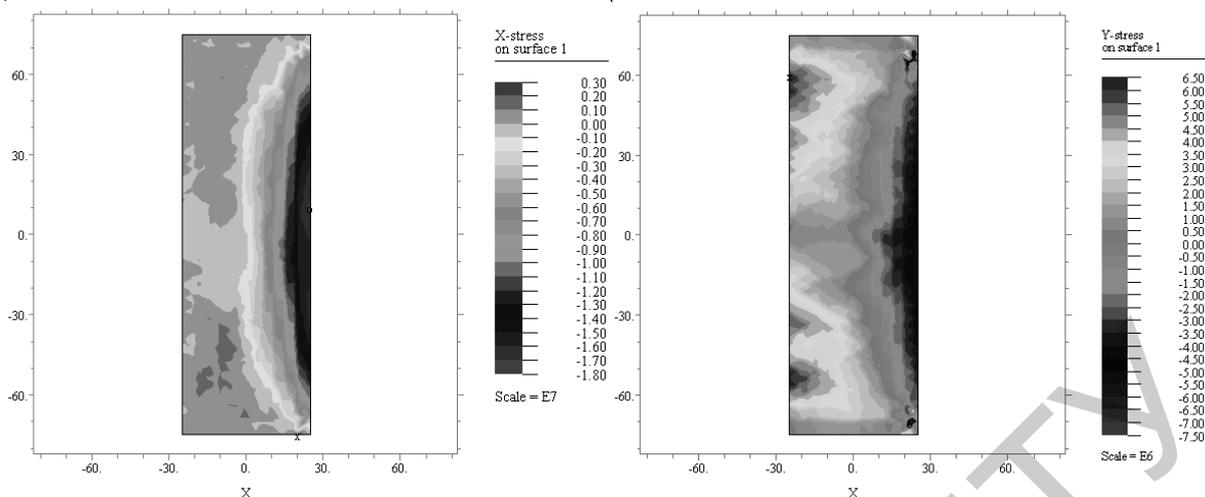


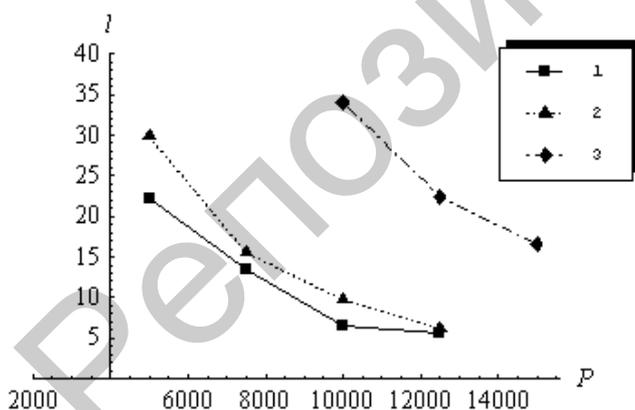
Рисунок 4 – Распределение σ_x и σ_y на третьем цикле итераций

В качестве аналитического решения для нахождения коэффициента интенсивности напряжений в неограниченном пространстве рассматривалось решение задачи о растяжении плоскости, содержащей центральную трещину. В этом случае значение КИН определяется как $K = \sigma\sqrt{\pi l}$.

Для анализа состояния трещины в рассматриваемом теле использовался силовой критерий разрушения, обобщенный на случай воздействия смешанной нагрузки при преобладании деформации типа I:

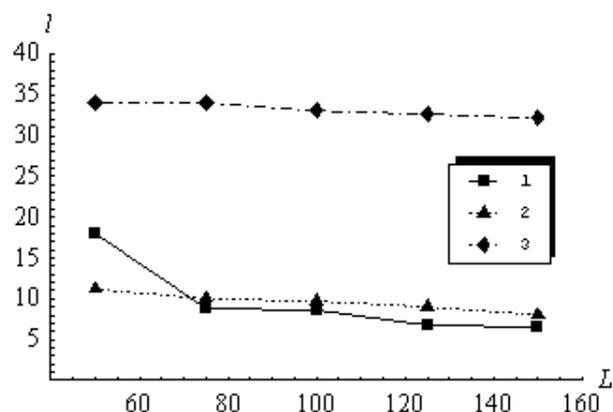
$$K_I^2 + K_{II}^2 + \frac{K_{III}^2}{1-\nu} = K_{IC}^2.$$

С помощью разработанного компьютерного модуля был выполнен большой объем численных экспериментов при варьировании геометрических параметров плиты, приложенной нагрузки и длины трещины. Некоторые результаты численных расчетов представлены на рисунках 5 и 6.



1 – плита с параметрами длина-ширина-толщина 150-50-1,2 м; 2 – 100-30-0,8 м; 3 – 50-10-0,4 м

Рисунок 5 – Графики зависимости критической длины трещины от нагрузки



1 – плита с параметрами ширина-толщина 50-1,2 м; 2 – 30-0,8 м; 3 – 10-0,4 м

Рисунок 6 – Графики зависимости критической длины трещины от длины плиты при нагрузке $P=10^4$ [Н/м²]

Вторая модельная задача связана с изучением НДС в кровле протяженных выработок камерного типа: исследуется устойчивость основной кровли выработки в случае наличия области «больших отслоений» по направлению оси выработки. Рассматривается случай, когда в ходе ведения горных работ в кровле выработки образуется область отслоения, в которой появляется макротрещина. Требуется исследовать условия, при которых отслоившаяся в кровле плита будет разрушаться вследствие роста макротрещины до критических размеров.

Механико-математическая модель рассматриваемой задачи представляет собой исследование состояния прямоугольной изотропной плиты с центральной трещиной, находящейся на нижней поверхности плиты «4». Плита находится под действием равномерно-распределенной нагрузки P на верхней поверхности «1» и нагрузки интенсивности kP на двух боковых гранях «2» и «5» со стороны окружающего массива (рисунок 7).

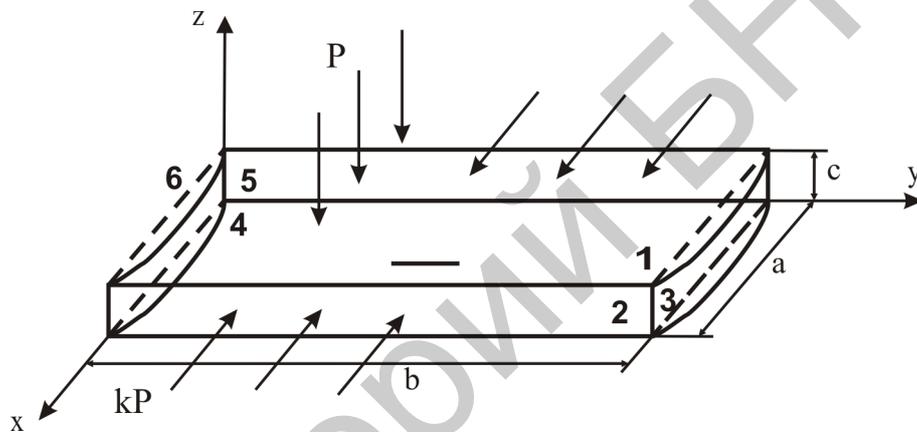


Рисунок 7 – Схематическое распределение нагрузки в плите

Граничные условия представляют собой условия защемления по всем сторонам плиты с введением допущения на некоторое «провисание» и отслоение от основной части кровли. Данный эффект моделируется фиксированным прогибом по вертикали двух боковых граней 3 и 6 модельной плиты.

Поверхность 1:

$$\begin{cases} \sigma_x \cos(n, x) + \tau_{xy} \cos(n, y) + \tau_{xz} \cos(n, z) = 0, \\ \tau_{xy} \cos(n, x) + \sigma_y \cos(n, y) + \tau_{yz} \cos(n, z) = 0, \\ \tau_{xz} \cos(n, x) + \tau_{yz} \cos(n, y) + \sigma_z \cos(n, z) = -P \cos(n, z). \end{cases}$$

Поверхность 4:

$$\begin{cases} \sigma_x \cos(n, x) + \tau_{xy} \cos(n, y) + \tau_{xz} \cos(n, z) = 0, \\ \tau_{xy} \cos(n, x) + \sigma_y \cos(n, y) + \tau_{yz} \cos(n, z) = 0, \\ W = 0 \quad (x = 0, a \quad y \in [0, b]). \end{cases}$$

Поверхность 5 и 2:

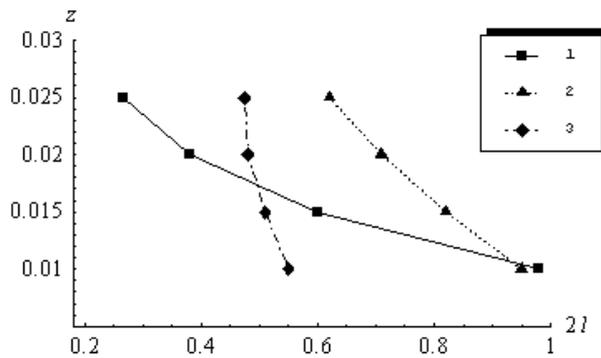
$$\begin{cases} \sigma_x \cos(n, x) + \tau_{xy} \cos(n, y) + \tau_{xz} \cos(n, z) = \pm kP \cos(n, y), \\ U = V = 0. \end{cases}$$

Поверхности 3 и 6:

$$\begin{cases} U = V = 0, \\ W = Ax^2 + B, \end{cases}$$

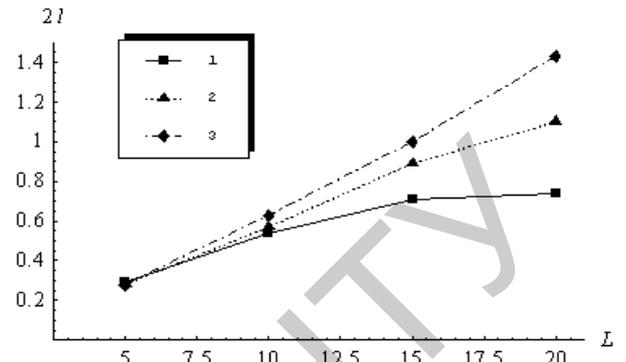
где константы A и B определяются исходя из геометрических параметров плиты и условий провисания.

Как и в случае предыдущей модельной задачи, расчеты проводились методом альтернирования с использованием конечно-элементного пакета FlexPDEv.5.0.21. На рисунках 8 и 9 представлены обобщающие графики зависимости критической длины трещины от прогиба.



1 – плита с параметрами длина-ширина-толщина 5-3-0,4м, $P=10^5$ [Н/м²]; 2 – 10-4-0,7м, $P=5 \times 10^5$ [Н/м²]; 3 – 15-5-1 м, $P=10^6$ [Н/м²]

Рисунок 8 – График зависимости критической длины трещины от прогиба



1 – плита с параметрами ширина-толщина 3-0,4 м; 2 – 5-0,8 м; 3 – 6-1,2м

Рисунок 9 – График зависимости критической длины трещины от длины плиты $z=0,02$ м, $P=5 \times 10^5$ [Н/м²]

В третьей главе рассмотрены модельные задачи исследования упруго-динамического развития трещины в телах ограниченных размеров, подверженных импульсной нагрузке. Решение основано на методике использования J' -интегралов и конечно-элементного моделирования.

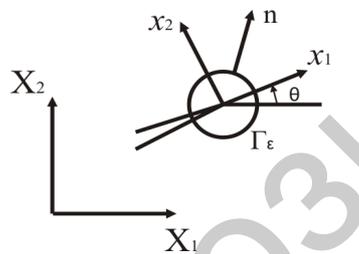


Рисунок 10 – Трещина в упругом теле

Обозначим через Γ_ε – контур, расположенный произвольно близко к вершине трещины, \mathbf{n} – единичная нормаль к контуру Γ_ε с компонентами n_k в глобальной системе координат X_k , x_k^0 – локальная система координат, связанная с трещиной. Интеграл, независимый от пути интегрирования, может быть вычислен по формуле:

$$J'_k = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma_\varepsilon} [(W + K)n_k - T_i u_{i,k}] dS,$$

где W – плотность энергии деформации, K – плотность кинетической энергии, σ_{ij} – компоненты тензора напряжений в декартовой системе координат X_i , $T_i = \sigma_{ij} n_j$ и $(\cdot)_{,k} \equiv \partial(\cdot) / \partial X_k$. Вектор J' представляет собой скорость высвобождения энергии при динамическом процессе распространения трещины, и зависит от времени, положения точки на фронте трещины, внешней нагрузки и конфигурации тела. В результате, этой величиной можно пользоваться как параметром, определяющим развитие трещины. Пользуясь асимптотическими решениями уравнений, описывающих динамическое развитие трещины в упругом материале, получены зависимости между $J'_k{}^0$ и мгновенными значениями коэффициентов интенсивности напряжений:

$$J_1'0 = (1/2\mu)\{K_I^2 A_I(C) + K_{II}^2 A_{II}(C) + K_{III}^2 A_{III}(C)\},$$

$$J_2'0 = -(K_I K_{II} / \mu) A_{IV}(C).$$

Коэффициенты $A(\tilde{N})$ являются функциями скорости трещины.

Общее решение, описывающее поле напряжений в окрестности вершины трещины, можно разложить на двумерные решения, определенные в условиях плоской и антиплоской деформаций, что соответствует раскрытию трещины по типам I и II, а также по типу III. В результате, нагружение трещины по типу III можно изучать отдельно от случаев двух других типов нагружения. Значения K_I , K_{II} и K_{III} могут быть найдены по формулам:

$$K_I = \pm \frac{\mu J_2'0 \sqrt{2A_{II}}}{(a)^{1/2}}, \quad K_{II} = \pm \frac{(a)^{1/2}}{A_{IV} \sqrt{2A_{II}}}, \quad K_{III} = \pm \left(\frac{2\mu}{A_{III}(C)} (J_1'0)_{III} \right)^{1/2}$$

$$a = A_{IV}^2 (2\mu J_1'0 - A_{III} K_{III}^2) \pm \left[A_{IV}^4 (A_{III} K_{III}^2 - 2\mu J_1'0)^2 - 4A_I A_{II} (A_{IV} \mu J_2'0)^2 \right]^{1/2}.$$

В качестве модельной задачи рассмотрена прямоугольная изотропная плита длиной 15м, шириной 5м, толщиной 1м со стационарной трещиной на нижней поверхности (рис.11). Плита находится под действием равномерно-распределенной импульсной нагрузки $P = P_0 H(\tau - t)$ времени действия τ секунд (H – единичная функция Хэвисайда) на верхней поверхности и равномерно-распределенной статической нагрузки Q на двух боковых гранях.

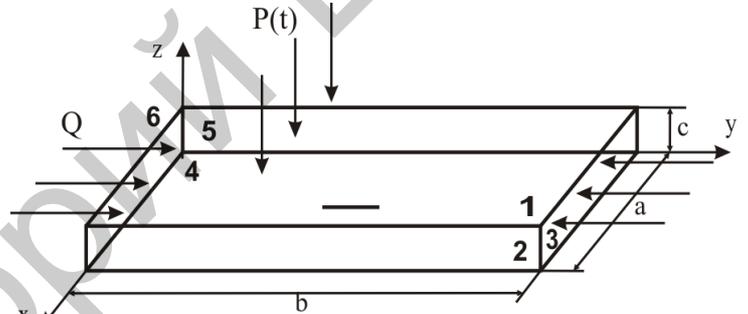


Рисунок 11 – Расчетная схема задачи

Граничные условия:

Поверхность 1:

$$\begin{cases} \sigma_x \cos(n, x) + \tau_{xy} \cos(n, y) + \tau_{xz} \cos(n, z) = 0, \\ \tau_{xy} \cos(n, x) + \sigma_y \cos(n, y) + \tau_{yz} \cos(n, z) = 0, \\ \tau_{xz} \cos(n, x) + \tau_{yz} \cos(n, y) + \sigma_z \cos(n, z) = -P(t) \cos(n, z). \end{cases}$$

Поверхность 2 и 5:

$$U = V = W = 0.$$

$$\begin{cases} \tau_{xy} \cos(n, x) + \sigma_y \cos(n, y) + \tau_{yz} \cos(n, z) = \pm kP \cos(n, y), \\ U = V = 0, \end{cases}$$

Поверхность 4:

$$\begin{cases} \sigma_x \cos(n, x) + \tau_{xy} \cos(n, y) + \tau_{xz} \cos(n, z) = 0, \\ \tau_{xy} \cos(n, x) + \sigma_y \cos(n, y) + \tau_{yz} \cos(n, z) = 0, \\ W = 0 \quad (y=0, b \quad x \in [0, a]). \end{cases}$$

Поверхности 6 и 3:

где \mathbf{n} – внешняя нормаль к соответствующим поверхностям плиты. Начальные условия:

$$u|_{t=0} = 0, \quad v|_{t=0} = 0, \quad w|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t}|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial t}|_{t=0} = 0.$$

Рассматривается пространственная трещина длиной 0,85м, шириной 0,025м и протяженностью по линии фронта $\Delta = 0,1$ м (рисунок 12).

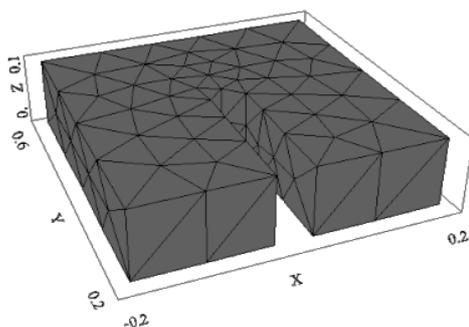


Рисунок 12 – Конечно-элементная модель трещины

Формулы для нахождения J'_k - интегралов применительно к условиям рассматриваемой задачи имеют вид:

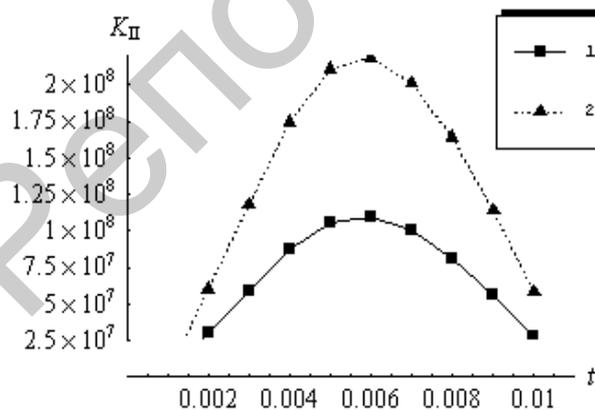
$$J_1^0 = J_2^0 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta} \int_{\Gamma_\varepsilon} \left[\frac{1}{2} \left(\sigma_{11} \varepsilon_{11} + 2\sigma_{12} \varepsilon_{12} + \sigma_{22} \varepsilon_{22} + \rho \left(\frac{\partial u_2}{\partial t} \right)^2 \right) - \left(\sigma_{12} \frac{\partial u_1}{\partial y} + \sigma_{22} \frac{\partial u_2}{\partial y} \right) \right] dS$$

$$J_2^0 = -J_1^0 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta} \int_{\Gamma_\varepsilon} \left(\sigma_{12} \frac{\partial u_1}{\partial x} + \sigma_{22} \frac{\partial u_2}{\partial x} \right) dS,$$

$$(J_1^0)_{III} = (J_2^0)_{III} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta} \int_{\Gamma_\varepsilon} (\sigma_{13} \varepsilon_{13} + \sigma_{23} \varepsilon_{23} - \sigma_{23} \frac{\partial u_3}{\partial y}) dS.$$

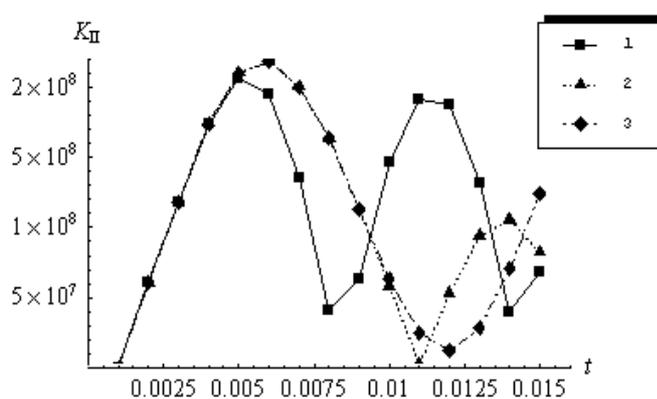
В конечно-элементном пакете FlexPDE v.5.0.21 разработан модуль и были выполнены расчеты для плит, представленных силвинитом. Физико-механические характеристики плиты выбирались следующие: коэффициент Пуассона $\nu = 0,28$; модуль Юнга $E = 14$ [ГПа]; плотность $\rho = 1990$ [кг/м³].

В соответствии с полученными значениями J'_k основным параметром, определяющим напряженное состояние у вершины трещины в рассматриваемой задаче, является коэффициент интенсивности напряжений K_{II} , значительно превосходящий по величине K_I и K_{III} . Таким образом, можно сделать вывод о том, что поперечные деформации (тип II) являются доминирующими.



1 - $P = 5 \times 10^6 H(\tau - t), \tau = 10^{-2} [c]$,
2 - $P = 10^7 H(\tau - t), \tau = 10^{-2} [c]$

Рисунок 13 – Значения $K_{II}(t)$



$P = 10^7 H(\tau - t), Q = 10^6 [H/m^2], 1 - \tau = 0.005 [c]$,
2 - $\tau = 0.01 [c]$, 3 - $\tau = 0.015 [c]$

Рисунок 14 – Значения $K_{II}(t)$

Далее рассмотрена модельная задача о динамически развивающейся трещине в прямоугольной изотропной плите (рисунок 11). Главной особенностью численного решения задач о динамически развивающейся трещине является проблема моделирования непосредственно движения фронта трещины. Данная проблема была решена путем введения подвижной конечно-элементной сетки на фронте рассматриваемой трещины, с помощью которой моделировалось движение трещины с постоянной скоростью C .

Расчеты проводились для модельной задачи со следующими значениями основных параметров: нагрузка $P = 10^7 H(\tau - t)$, $\tau = 10^{-3} [с]$; $Q = 10^6 [Н/м^2]$. На рисунке 15 представлено распределение максимального коэффициента интенсивности напряжений $K_{II}(t)$.

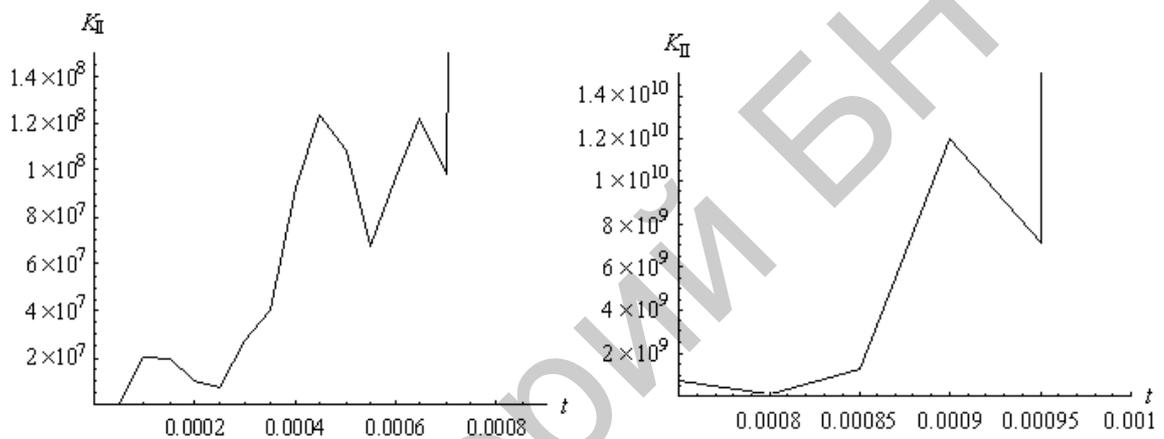
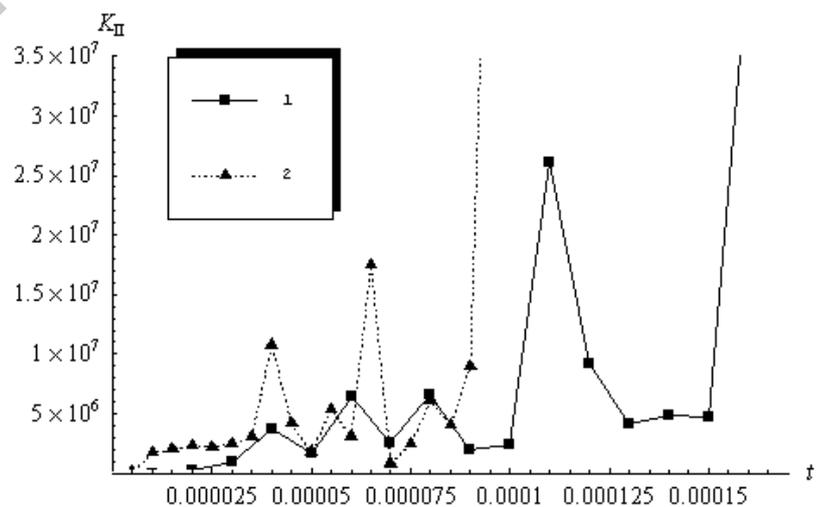


Рисунок 15 – Значение $K_{II}(t)$, $C = 100 [м/с]$

Распределение КИН для трещин с различной скоростью движения фронта представлены на рисунке 16.

Значительные скачки в значениях коэффициентов интенсивности напряжений и, соответственно, J'_k -интегралов обусловлены взаимодействием волн напряжений, исходящих из вершины движущейся трещины с волнами, отражающимися от ее границ.



1 - $C = 500 [м/с]$, 2 - $C = 1000 [м/с]$

Рисунок 16 – Значение $K_{II}(t)$

В четвертой главе предложена методика исследования состояния твердых деформируемых тел с трещинами в случае, когда необходимо учитывать факт статистической неопределенности и неполноты исходной информации относительно основных параметров, характеризующих трещину.

Общая формулировка метода. Как и ранее, предметом исследований является НДС твердого деформируемого тела с трещиной. В данном случае рассматриваются ситуации, когда такие параметры трещины, как ее положение и длина представляются неизвестными заранее. То есть эти параметры рассматриваются как случайные переменные с известными функциями плотности распределения.

В общем случае коэффициент интенсивности зависит от случайной переменной. Известная функция плотности распределения позволяет определить моменты, в частности, математическое ожидание E и дисперсию D от КИН. Систему неравенств, позволяющую контролировать возможные нарушения искомой величины можно представить в виде:

$$E(K_i) = \int_{-\infty}^{+\infty} K_i(\xi) f(\xi) d\xi \leq K_{i\epsilon},$$

$$D(K_i) = E\left((K_i - \bar{K}_i)^2\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} (K_i(\xi) - \bar{K}_i)^2 f(\xi) d\xi \leq \delta,$$

где δ – достаточно малое число, которое считается заданным.

Силовой критерий разрушения должен удовлетворяться в «среднем» и отклонение коэффициента интенсивности напряжений от среднего значения не должно превышать некоторой выбранной величины.

Данный подход был распространен на задачи теории пластин. В соответствии с основными положениями технической теории пластин, функции напряжений могут быть выражены через функции изгибающих моментов M_{ij} и сил F_{ij} следующим образом:

$$\sigma_{ij} = \frac{12M_{ij}(x, y)z}{h^3(x, y)} + \frac{F_{ij}(x, y)}{h(x, y)} \quad i, j = 1, 2$$

Предположим, что форма пластины описывается функцией h пространственных координат, которая принимается как неизвестная проектируемая переменная. В общем случае коэффициент интенсивности напряжений K_i для произвольно расположенной поверхностной трещины может быть оценен по формуле $K_i = f_{ik} \sigma_0 \sqrt{\pi l}$, где f_{ik} – коэффициент, характеризующий трещину, σ_0 – номинальное напряженное состояние в пластине без трещины.

Введение случайной переменной и соответствующих моментов позволяет проконтролировать возможные нарушения КИН и решить оптимизационную задачу, состоящую в определении функции h , удовлетворяющей системе неравенств и минимизирующей функционал $V(h)$ (объем структурного элемента).

В соответствии с данной методикой были решены две модельные задачи. **Первая** заключается в определении толщины пластины в случае, когда длина трещины рассматривается как случайная переменная. Решение задачи представлено в следующей форме:

$$h(x, y) \geq h_E(x, y) = \frac{\pi^{1/4} \sqrt{f_{ik} E(\sqrt{\xi}) (24K_{I\epsilon} |M(x, y)| + f_{ik} E(\sqrt{\xi}) F^2(x, y) \sqrt{\pi})}}{2K_{I\epsilon}} + \frac{f_{ik} E(\sqrt{\xi}) |F(x, y)| \sqrt{\pi}}{2K_{I\epsilon}},$$

$$h(x, y) \geq h_D(x, y) = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{f_{ik}^2 \pi F^2(x, y) D(\sqrt{\xi}) + 24 f_{ik} \sqrt{\pi \delta} |M(x, y)| \sqrt{D(\sqrt{\xi})}}{\delta}} + \frac{f_{ik} \sqrt{\pi} |F(x, y)| \sqrt{D(\sqrt{\xi})}}{\sqrt{\delta}} \right).$$

На рисунке 17 показаны результаты решения модельной задачи для шарнирной пластины с нормальным законом распределения случайной величины – длины трещины.

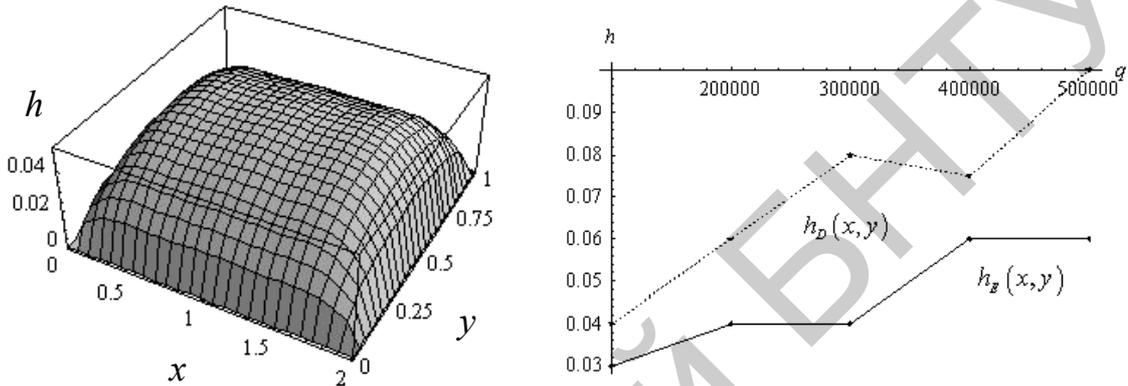


Рисунок 17 – График изменения оптимальной толщины плиты

Вторая задача заключается в определении толщины пластины в случае, когда положение трещины является случайной величиной. Соотношения механики разрушения можно записать как неравенства:

$$J_1(h) \leq K_C, \quad J_2(h) - J_1^2(h) \leq \delta.$$

где J_1 и J_2 – однородные функционалы от h :

$$J_1(h) = \int_0^a \int_0^b \left(\frac{6|M(\xi, \eta)|}{h^2} + \frac{|F(\xi, \eta)|}{h} \right) f_{ik} \sqrt{\pi l} f(\xi) f(\eta) d\xi d\eta,$$

$$J_2(h) = \int_0^a \int_0^b \left(\frac{6|M(\xi, \eta)|}{h^2} + \frac{|F(\xi, \eta)|}{h} \right)^2 f_{ik}^2 \pi l f(\xi) f(\eta) d\xi d\eta.$$

Также на основе вероятностного анализа обобщена методика расчета КИН в трехмерных телах. В качестве примера рассмотрена задача геомеханики, заключающаяся в оценке вероятности «первого обрушения» кровли выработки. В рамках данного исследования разработан алгоритм, на основании которого при известных значениях КИН можно определять среднее значение длины трещины в рамках вероятностного закона, при котором происходит разрушение рассматриваемого тела.

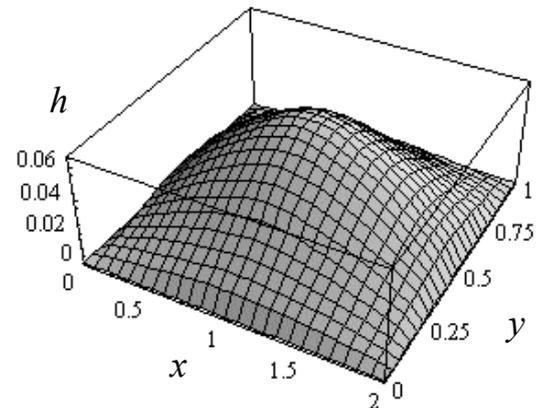
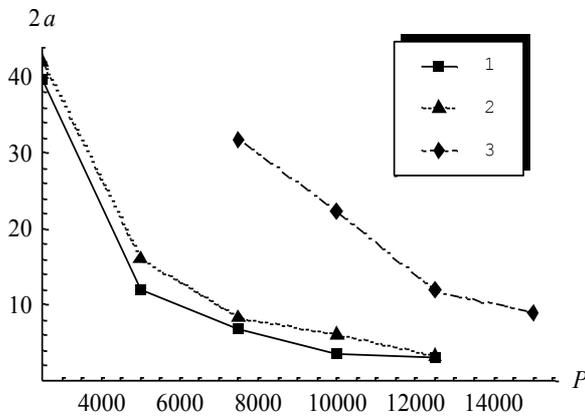


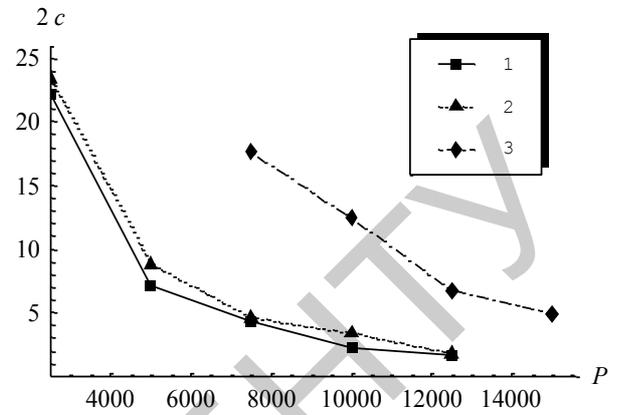
Рисунок 18 – График h

На рисунках 19 и 20 представлены графики зависимости значений средней длины трещины от нагрузки для плит с различными геометрическими параметрами в случае нормального и равномерно распределенного на отрезке законах для случайной величины.



1 – плита с параметрами 150-50-1,2м;
2 – 100-30-0,8 м; 3 – 50-10-0,4 м

Рисунок 19 – Графики l при нормальном распределении



1 – плита с параметрами 150-50-1,2м;
2 – 100-30-0,8 м; 3 – 50-10-0,4 м

Рисунок 20 – Графики l при равномерном распределении

На основе вероятностного подхода предложена методика анализа состояния систем трещин в телах, моделируемых как упругое пространство/плоскость. Предложенный подход использован при решении модельной задачи геомеханики исследования состояния области массива с системой макротрещин. Для оценки поведения системы трещин предложена схема, которая сводит систему трещин к исследованию множества пар трещин.

Предполагаем, что длины трещин, а также параметры, определяющие взаимное расположение трещин: c , α и θ являются случайными величинами.

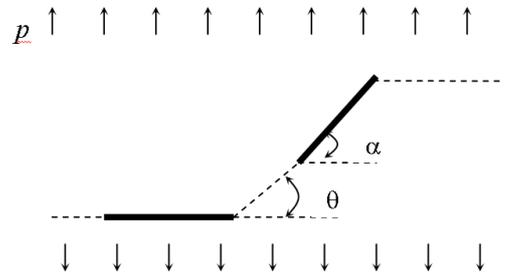


Рисунок 21 – Схема расположения трещин

Обобщенные формулы для математического ожидания и дисперсии имеют вид:

$$\bar{K}_{(i)} = E(K_{(i)}) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} \iiint_{-\infty}^{+\infty} K_{(i)}(\xi_1, \dots, \xi_k) \prod_k f(\xi_k) d\xi_k, \quad k = 5,$$

$$D(K_{(i)}) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} \iiint_{-\infty}^{+\infty} (K_{(i)}(\xi_1, \dots, \xi_k) - \bar{K}_{(i)}(\xi_1, \dots, \xi_k))^2 \prod_k f(\xi_k) d\xi_k$$

На базе рассмотренной модельной задачи было выполнено решение прикладных задач геомеханики применительно к условиям месторождения калийных солей Беларуси.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные научные результаты. В диссертационной работе получены следующие новые научные результаты:

1) методика исследования состояния поверхностных трещин в трехмерных телах, базирующаяся на методе альтернирования Шварца – Неймана в сочетании с алгоритмами методов конечных элементов и позволяющая в отличие от существующих методик и подходов других авторов рассчитывать коэффициенты интенсивности напряжений на фронте прямолинейных трещин с учетом их пространственной структуры [8, 14, 16];

2) построенные решения модельных задач, технологии и алгоритмы компьютерного моделирования об изучении КИН в трехмерных телах, позволяющие в отличие от существующих подходов к решению подобного класса задач рассчитывать КИН как в статических, так и в динамически развивающихся макротрещинах при воздействии динамических нагрузок импульсного характера [5, 9, 13, 15, 17];

3) построенные решения задач и методика выполнения исследований о распространении трещин в телах типа пластин и плит, а также для исследования состояния систем трещин в телах, моделируемых как упругое пространство/плоскость, позволяющих в отличие от существующих подходов выполнять исследования по прогнозированию устойчивости трещин с учетом условий статистической неопределенности и неполноты исходных данных [1–4, 6, 7, 10–12, 18];

4) результаты выполненных прикладных исследований по изучению условий проявления первого обрушения в кровле подземных выработок и исследованию устойчивости отслоившегося участка кровли протяженной выработки камерного типа [8, 14].

Рекомендации по практическому использованию результатов в диссертации. Подходы, приемы и технологии, использованные и полученные в диссертационной работе, а также собственно полученные результаты могут быть использованы для дальнейшего развития и совершенствования методов адекватного моделирования и изучения развития трещин в геоматериалах и массивах горных пород; при выполнении научно-исследовательских фундаментальных и прикладных тем, связанных с изучением распространения трещин в массивах горных пород с подземными сооружениями.

Результаты диссертационной работы могут быть использованы в практике работы научно-исследовательских и проектных организаций, связанных с выполнением исследований по механике деформируемых сред, геомеханике, механике машин горнотехнического профиля. Также результаты исследований могут быть использованы при чтении специальных курсов студентам механико-математического факультета, факультетов прикладной математике и информатики, специализаций, связанных с компьютерным моделированием механических процессов.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ СОИСКАТЕЛЯ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в научных журналах

1. Журавков, М.А. Детерминированно-вероятностные подходы к изучению поведения макротрещин в слоистых массивах горных пород. Ч.1. Формулировка задач и построение разрешающих уравнений / М.А. Журавков, Н.Г. Чумак // Горная механика. – 2006. – № 4. – С. 31–43.
2. Журавков, М.А. Детерминированно-вероятностные подходы к изучению поведения макротрещин в слоистых массивах горных пород. Ч.2. Примеры решения прикладных задач / М.А. Журавков, Н.Г. Чумак // Горная механика. – 2007. – № 1. – С. 54–59.
3. Журавков, М.А. Исследование распространения макротрещин в массивах горных пород / М.А. Журавков, Н.Г. Чумак // Теоретическая и прикладная механика. – 2007. – Вып. 22. – С. 157–169.
4. Журавков, М.А. Исследование НДС верхней опорной части секции гидромеханизированной крепи / М.А. Журавков, Н.Г. Чумак // Горная механика. – 2007. – № 4. – С. 55–68.
5. Прочность и разрушение деформируемых сред при воздействии динамических нагрузок / М.А. Журавков, Ю.М. Плескачевский, А.В. Круподеров, Н.Г. Чумак // Материалы. Технологии. Инструменты. – 2008. – № 3. – С. 35–43.
6. Журавков, М.А. Детерминировано-вероятностные методы исследования поведения трещин для задач геомеханики / М.А. Журавков, Н.Г. Чумак // Известия Тульского государственного университета. Естественные науки. Сер. «Науки о Земле». – 2009. – Вып. 4. – С. 70–75.
7. Журавков, М.А. Исследование состояния массивов горных пород с системой трещин на основе детерминировано-вероятностного подхода / М.А. Журавков, Н.Г. Чумак, С.В. Павлов // Механика машин, механизмов и материалов. – 2010. – № 1(10). – С. 86–88.
8. Журавков, М.А. Один из подходов к решению задач изучения устойчивости кровли подземных горных выработок с макротрещинами / М.А. Журавков, Н.Г. Чумак // Горная механика и машиностроение. – 2011. – № 2. – С. 43–51.
9. Zhuravkov, M.A. Analysis of stationary and progressive cracks under the dynamic loading in final solid bodies / M.A. Zhuravkov, N.G. Chumak // Canadian Journal on Mechanical Sciences & Engineering. – 2011. – Vol. 2. – № 6. – P. 127–136.

Материалы конференций

10. Журавков, М.А. Вероятностные подходы оптимального проектирования в механике разрушения / М.А. Журавков, Н.Г. Чумак // Сборник работ 63-й Научной конференции студентов и аспирантов Белгосуниверситета: в 2 ч. – Ч. 1. – Минск, 2006. – С. 21–24.

11. Zhuravkov, M.A. Analysis of the rock's massif with system of the cracks / M.A. Zhuravkov, N.G. Chumak // Proceedings of the 4th International Geomechanics Conference 3-6 June, 2010. – Varna, Bulgaria, 2010. – P. 176–182.

12. Zhuravkov, M.A. Analysis of the rock's massif with system of the cracks / M.A. Zhuravkov, N.G. Chumak // Труды VI Междунар. симп. по трибофатике. МСТФ 2010, Минск, 25.10–1.11.2010: в 2 ч. – Ч. 2 / редкол.: М.А. Журавков (пред.) [и др.]. – Минск : БГУ, 2010. – С. 259–262.

13. Воздействие динамических источников в массивах горных пород с подземными выработками / М.А. Журавков, А.В. Круподеров, Н.Г. Чумак, Н.В. Гайко // Труды международной конференции «Геодинамика и напряженное состояние недр земли – 2011», 3-6 октября 2011. – Новосибирск, 2011. – С. 322–327.

14. Zhuravkov, M.A. The approach to stability problems of underground mine roof with macro-cracks / M.A. Zhuravkov, N.G. Chumak // Proc. of XX International Symposium on Mine Planning and Equipment Selection. MPES 2011. Almaty, Kazakhstan, 12-14 October [Электронный ресурс]. – Электрон. дан. и прогр. – Almaty, 2011. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM) : зв., цв.

15. Журавков, М.А. Исследование НДС твердых тел с трещинами в случае действия динамических нагрузок / М.А. Журавков, Н.Г. Чумак // Сборник научных трудов V Белорусского конгресса по теоретической и прикладной механике «Механика 2011», Минск, 26-28 октября 2011: в 2 т. / Объединенный институт машиностроения НАН Беларуси. – Минск, 2011. – Т. 2. – С. 367–372.

Тезисы докладов

16. Чумак, Н.Г. Исследование напряженного состояния твердых тел с трещинами / Н.Г. Чумак // Сборник тезисов докладов X Республиканской научной конференции студентов и аспирантов высших учебных заведений Респ. Беларусь «Нирс-2005»: в 2 ч. – Ч. 2. – Минск, 2005. – С. 198.

17. Прочность и разрушение деформируемых сред при воздействии динамических нагрузок / М.А. Журавков, Ю.М. Плескачевский, А.В. Круподеров, Н.Г. Чумак // Тезисы докладов Международной научной конференции «10-я Белорусская математическая конференция», Минск, 3-7 ноября 2008 г. / БГУ, редакторы: С.Г. Красовский, А.А. Лепин. – Минск, 2008. – С. 118–120.

18. Чумак, Н.Г. Детерминировано-вероятностные подходы к изучению распространения макротрещин в слоистых массивах горных пород / Н.Г. Чумак // Тезисы докладов Международной научной конференции «10-я Белорусская математическая конференция», Минск, 3-7 ноября 2008 г. / БГУ, редакторы: С.Г. Красовский, А.А. Лепин. – Минск, 2008. – С. 150.

РЭЗІЮМЭ
Чумак Наталля Георгіеўна

Пабудова рашэнняў некаторых класаў мадэльных задач вывучэння НДС аб'ектаў механікі горных парод і масіваў з макрарасколінамі

Ключавыя словы: напружана-дэфармаваны стан, макрарасколіны, каэфіцыенты інтэнсіўнасці высілкаў, камп'ютэрнае мадэляванне, імавернасныя метады, мадэльныя задачы геамеханікі.

Аб'ект даследавання: масівы горных парод у наваколлі падземных збудаванняў (выпрацовак) пры з'яўленні і развіцці ў іх адзіночнай або сістэмы макрарасколін, схільныя да рознага роду нагрузак, і якія разглядаюцца як аб'екты механікі дэфармаванага цвёрдага цела.

Мэта работы: на аснове метадаў МДТТ і механікі разбурэння, пабудова механіка-матэматычных мадэляў і рашэнняў адпаведных ім мадэльных задач; распрацоўка падыходаў і методык камп'ютэрнага мадэлявання для даследавання напружана-дэфармаванага стану масіваў горных парод ў наваколлі падземных збудаванняў з улікам наяўнасці ў іх макрарасколін; рашэнне прыкладных задач.

У працы вырашаны наступныя задачы: 1) выканана апісанне і абгрунтаванне магчымых сцэнараў разбурэння масіваў горных парод з прычыны развіцця макрарасколін;

2) распрацавана методика даследавання стану паверхневых расколін у трохмерных целах, якая базуецца на метады альтаметравання Шварца - Нэймана ў спалучэнні з алгарытмамі метадаў канчатковых элементаў;

3) пабудаваны рашэння мадэльных задач аб вывучэнні КІВ ў трохмерных целах пры наяўнасці як статычных, так і дынамічна распаўсюджваючыхся макрарасколін пры ўздзеянні дынамічных нагрузак імпульснага характару;

4) пабудаваны рашэння мадэльных задач распаўсюджванні расколін у целах тыпу пласцін і пліт, а таксама для даследавання стану сістэм расколін у целах, мадэляваных як пругкі прастор / плоскасць, з улікам умоў статыстычнай нявызначанасці і непаўнаты зыходных дадзеных;

5) пабудаваны рашэння мадэльных задач, якія дазваляюць выконваць прыкладныя даследаванні падземнай геамеханікі; выкананы прыкладныя даследаванні умоў праявы першага абвальвання ў даху падземных выпрацовак і вывучэння ўстойлівасці адпластавалай часткі даху працяглай выпрацоўкі камернага тыпу.

РЕЗЮМЕ

Чумак Наталия Георгиевна

Построение решений некоторых классов модельных задач изучения НДС объектов механики горных пород и массивов с макротрещинами

Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние, макротрещины, коэффициенты интенсивности напряжений, компьютерное моделирование, вероятностные методы, модельные задачи геомеханики.

Объект исследования: массивы горных пород в окрестности подземных сооружений (выработок) при появлении и развитии в них одиночной или системы макротрещин, подверженные различного рода нагрузкам, и рассматриваемые как объекты механики деформируемого твердого тела.

Цель работы: на основе методов МДТТ и механики разрушения, построение механико-математических моделей и решений соответствующих им модельных задач; разработка подходов и методик компьютерного моделирования для исследования напряженно-деформированного состояния массивов горных пород в окрестности подземных сооружений с учетом наличия в них макротрещин; решение прикладных задач.

В работе решены следующие задачи:

1) выполнено описание и обоснование возможных сценариев разрушения массивов горных пород вследствие развития макротрещин;

2) разработана методика исследования состояния поверхностных трещин в трехмерных телах, базирующаяся на методе альтернирования Шварца – Неймана в сочетании с алгоритмами методов конечных элементов;

3) построены решения модельных задач об изучении КИН в трехмерных телах при наличии как статических, так и динамически развивающихся макротрещин при воздействии динамических нагрузок импульсного характера;

4) построены решения модельных задач о распространении трещин в телах типа пластин и плит, а также для исследования состояния систем трещин в телах, моделируемых как упругое пространство/плоскость, с учетом условий статистической неопределенности и неполноты исходных данных;

5) построены решения модельных задач, позволяющие выполнять прикладные исследования подземной геомеханики; выполнены прикладные исследования условий проявления первого обрушения в кровле подземных выработок и изучения устойчивости отслоившегося участка кровли протяженной выработки камерного типа.

SUMMARY

Chumak Natalya Georgievna

Obtaining solutions of some model problems of studying the stress-strain state of the rock mechanics objects with macrocracks

Key words: stress-strain state, macrocracks, stress intensity factors, computer modelling, probabilistic approaches, geomechanical model problems.

Object of research: rock massives in the neighborhood of underground structures (goafs), subjected to the various loading and considered as objects of deformable solid mechanics.

The purpose of work: based on methods of fracture mechanics and deformable solid mechanics, mechanical and mathematical modeling and obtaining solutions of the corresponding model problems, the development of approaches and techniques of computer simulation to study the stress-strain state of rock massives in the neighborhood of underground structures with macrocracks.

The following problems have been solved:

- 1) some possible scenarios for the destruction of rock mass due to the development of macrocracks are described and proofed;
- 2) surface cracks stability analysis in three-dimensional solid bodies, based on Schwartz - Neumann alternation and finite element methods is developed;
- 3) solutions of model problems of studying the stress intensity factors in the three-dimensional solids with both static and dynamic macrocracks under the influence of impulse loading are constructed;
- 4) solutions of crack propagation problems in plates and slabs subject to the statistical uncertainty and incompleteness of the source data are developed, as well as the study of the systems of cracks in bodies, modeled as an elastic space / plane;
- 5) solutions of applied geomechanical problem such as investigation of the first roof collapse conditions in a longwall stope and the competence of the delaminated part of the roof in an extensive chamber-type stope are performed.