

БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УДК 539.3

НИКОНОВА
Татьяна Викторовна

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ И УСТОЙЧИВОСТЬ
ТОНКИХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ И ГОФРИРОВАННЫХ ОБОЛОЧЕК
НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.02.04 – Механика деформируемого
твердого тела

Минск, 2009

Работа выполнена в УО «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова».

Научный руководитель: **Михасев Геннадий Иванович**,
доктор физико-математических наук, профессор,
заведующий кафедрой, Белорусский государственный университет, кафедра «Био- и наномеханика»

Официальные оппоненты: **Босаков Сергей Викторович**,
доктор технических наук, профессор, профессор
кафедры, Белорусский национальный технический университет, кафедра «Строительная механика»;

Яровая Анна Владимировна,
доктор физико-математических наук, доцент,
профессор кафедры, УО «Белорусский государственный университет транспорта», кафедра «Строительная механика».

Оппонирующая организация: ГНУ «Объединенный институт энергетических и ядерных исследований – Сосны» НАН Беларуси.

Защита состоится 5 февраля 2010 года в 14.00 на заседании совета по защите диссертаций Д 02.05.07 при Белорусском национальном техническом университете по адресу: 220013, г. Минск, пр-т Независимости, д. 65, корп. 1, ауд. 202, тел. 292 24 04.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Белорусского национального технического университета.

Автореферат разослан января 2010 г.

Ученый секретарь
совета по защите диссертаций,
кандидат физико-математических наук

Нифагин В.А.

© Никонова Т.В., 2009
© БНТУ, 2009

ВВЕДЕНИЕ

В современном строительстве, в качестве составных и несущих частей различных конструкций, находят широкое применение тонкостенные цилиндрические и гофрированные оболочки. Способность этих оболочек выдерживать значительные нагрузки при минимальной толщине позволяет создавать из них в гражданском, транспортном и промышленном строительстве легкие конструкции с хорошими жесткостными и прочностными характеристиками.

Мало изученными являются цилиндрические оболочки на упругом основании, подверженные неоднородному характеру нагружения. Практически отсутствуют работы, в которых исследуется напряженно-деформированное состояние (НДС) и устойчивость тонких гофрированных оболочек на упругом основании с учетом наличия гофра и неоднородного характера нагружения. Поэтому исследования, позволяющие углубить и расширить знания в области цилиндрических и гофрированных оболочек в случае неоднородного напряженного состояния, являются актуальными.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Связь работы с крупными научными программами (проектами) и темами

Тема диссертационной работы была включена в Планы научно-исследовательской работы УО «Витебский государственный университет им. П.М. Машерова» на 2003 – 2005 гг., утвержденные Советом университета.

Тема диссертации соответствует подразделу 1.3 – новые строительные материалы, конструкции и технологии, строительная теплофизика раздела 1.– Энергообеспечение, нетрадиционные и возобновляемые источники энергии, энергосбережение и эффективное использование энергии; создание энерго- и ресурсоэкономичных архитектурно-конструктивных систем нового поколения, входящих в Перечень приоритетных направлений фундаментальных и прикладных научных исследований Республики Беларусь на 2006-2010 годы, утвержденный Постановлением Совета Министров Республики Беларусь № 512 от 17.05. 2005 г.

Диссертационная работа выполнена в рамках выполнения задания «Строительство и архитектура 37» «Разработка методов расчета напряженно-деформированного состояния и исследования устойчивости габаритных тонкостенных конструкций, состоящих из сопряженных гофрированных цилиндрических панелей» Государственной программы ориентированных фундаментальных исследований (ГПОФИ) «Строительство и архитектура» (сроки выполнения 2006–2010 гг., номер государственной регистрации в ГУ «Бел ИСА» 20062248 от 16.11.2006г.).

«Методика расчета напряженно-деформированного состояния гофрированных цилиндрических труб большого диаметра с упругим наполнителем под действием переменного давления», изложенная в диссертации, внедрена в работу кафедры прикладной математики и механики УО «Витебский государственный университет им. П.М. Машерова» в сентябре 2006 г. и используется студентами в процессе выполнения лабораторных, курсовых, дипломных работ по предмету «Дополнительные главы механики».

«Методика исследования устойчивости безмоментного напряженного состояния крупногабаритных гофрированных труб и панелей под действием неоднородного гидростатического давления в зависимости от параметров гофра, высоты засыпки грунта и граничных условий», изложенная в диссертации, внедрена в работу кафедры прикладной математики и механики УО «Витебский государственный университет им. П.М. Машерова» в сентябре 2007 г. и используется студентами в процессе выполнения лабораторных, курсовых, дипломных работ по предмету «Теоретическая механика».

Для «Методики расчета напряженно-деформированного состояния составных тонкостенных конструкций, состоящих из системы сопряженных цилиндрических панелей, учитывающей варианты подкрепляющих элементов и возможные условия их сопряжения» научно-исследовательским сектором ООО «Архитектурно-строительная компания «Китеж» (С. Петербург, Россия) в июне 2009 г. проведена оценка возможности ее применения и выдана справка о возможном практическом использовании результатов исследования в транспортном и промышленном строительстве. В июле 2009 ЗАО НПО «Геореконструкция-Фундаментпроект» (С. Петербург, Россия) осуществило внедрение указанной методики в технологический процесс для расчета прочности конструкции, увеличения ее прочностных характеристик путем выбора подкрепляющих элементов и способа их соединения, что подтверждается актом о практическом использовании результатов исследования.

Цель и задачи исследования

Цель работы – исходя из уравнений теории тонких оболочек с использованием асимптотических методов, разработать методики расчета НДС, а также критических бифуркационных нагрузок тонких цилиндрических и гофрированных оболочек на упругом основании.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. определить усилия и моменты, возникающие в срединной поверхности цилиндрической и гофрированной (с учетом наличия гофра) оболочек на упругом основании;
2. решить одну из задач оптимального проектирования тонкостенных конструкций, залегающих в грунте и состоящих из элементов цилиндрических па-

нелей, по уменьшению прогиба верхней части конструкции и минимизации мембранных усилий путем выбора одного из вариантов сопряжения подкрепляющих элементов;

3. определить внешнее нормальное критическое давление, приводящее к бифуркации безмоментного напряженного состояния длинной тонкостенной цилиндрической оболочки на упругом основании с учетом его реакции по модели Винклера и в рамках модели упругого полупространства, в предположении, что реакция заполнителя зависит от ожидаемого числа волн на поверхности оболочки;

4. определить параметр критической нагрузки, приводящей к бифуркации безмоментного напряженного состояния тонкой гофрированной оболочки средней длины на упругом основании, находящейся под действием внешнего однородного и неоднородного давлений.

Объектом исследования в диссертации являются тонкостенные цилиндрические и гофрированные оболочки на упругом основании. Предметом исследования являются напряжения, обусловленные действием внешней нагрузки и реакцией упругого основания, а также критические нагрузки, приводящие к бифуркации безмоментного напряженного состояния оболочки. Выбор объекта обусловлен тем, что тонкостенные гофрированные панели и трубы широко используются в качестве элементов тонкостенных инженерных сооружений и транспортных развязок, и позволяют за счет варьирования их геометрических параметров, а также выбора различных вариантов подкрепляющих элементов достигать высокой прочности и жесткости создаваемых конструкций. Предмет исследования является необходимой составляющей анализа и проектирования, выполняемого при создании строительных конструкций.

Положения, выносимые на защиту:

— методика расчета безмоментного напряженно-деформированного состояния тонкостенной цилиндрической оболочки на упругом основании с переменным коэффициентом постели под действием неоднородного внешнего давления, зависящего от окружной координаты;

— методика построения формального асимптотического решения уравнений равновесия длинной гофрированной оболочки, близкой по форме к цилиндрической, на упругом винклеровском основании под действием неоднородного внешнего давления, позволившая получить в явном виде формулы для мембранных усилий и перемещений с учетом наличия гофра;

— методика расчета напряженно-деформированного состояния длинных тонкостенных конструкций на упругом основании, состоящих из цилиндрических панелей, учитывающая варианты подкрепляющих элементов и возможные условия их сопряжения;

— соотношения для внешнего критического давления, приводящего к

бифуркации безмоментного напряженно-деформированного состояния тонких длинных цилиндрических оболочек, а также оболочек средней длины, лежащих на упругом основании в рамках модели, учитывающей реакцию заполнителя от ожидаемого числа волн на поверхности оболочки;

— методика построения формальных асимптотических решений уравнений, описывающих локальную бифуркацию гофрированной оболочки средней длины, близкой по форме к цилиндрической, лежащей на упругом винклеровском основании, под действием неоднородного внешнего давления, а также формулы для критической нагрузки с учетом неоднородности упругого основания, нагружения и произвольного вида краев.

Личный вклад соискателя

Все основные результаты выносимой на защиту работы получены соискателем лично. В совместных публикациях соавтору Михасеву Г.И. принадлежит анзац конструируемых асимптотических решений, соавтору Кунцевичу С.П. – численные расчеты, проведенные при исследовании бифуркации гофрированной оболочки, лежащей на упругом основании, под действием неоднородного давления, а соавтору Марковой Л.В. часть численных расчетов, выполненных для составных конструкций, состоящих из сопряженных цилиндрических панелей.

Апробация результатов диссертации

Основные положения диссертационной работы докладывались на Международной математической конференции “Еругинские чтения – IX” (Витебск, 2003), Международной научно-технической конференции «Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии» (Могилев, 2004), Международной научной конференции «IV Савиновские Чтения» (С.Петербург, Россия, 2004), Международной конференции по геотехнике «Взаимодействие сооружений и оснований: методы расчета и инженерная практика» (С.Петербург, Россия, 2005), Международной научной конференции по механике “Четвертые Поляховские Чтения” (С.Петербург, Россия, 2006), VII, VIII Республиканской научной конференции студентов и аспирантов “Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях” (Гомель, 2004, 2005), IX Республиканской научной конференции студентов и аспирантов республики Беларусь “НИРС – 2004”(Гродно, 2004), XXXV, XXXVI, XXIX Республиканском научно-методическом семинаре “Научно-методические основы применения информационных технологий в преподавании механики и научных исследованиях” (Минск, 2004, 2005, 2008), Региональной научной конференции студентов, магистрантов, аспирантов и молодых ученых “I Машеровские чтения” (Витебск, 2005), семинарах по механике при кафедре прикладной математики и механики Витебского государственного университета им. П.М. Машерова.

Опубликованность результатов диссертации

По теме диссертации опубликована 21 работа, в том числе: 10 статей в журналах, входящих в перечень научных изданий ВАК общим объемом 5 авторских листов, 3 статьи в сборниках, 3 статьи в сборниках материалов конференций, 5 тезисов докладов на конференциях.

Структура и объем диссертации

Диссертационная работа состоит из оглавления, введения, общей характеристики работы, четырех глав, заключения и библиографического списка. Полный объем диссертации составляет 117 страниц. Работа содержит 4 таблицы на 1 странице, 31 иллюстрацию на 10 страницах, список использованных источников из 120 наименований (включая собственные публикации соискателя) на 10 страницах, приложения на 6 страницах.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** проанализирована актуальность темы диссертации, описано место диссертации среди имеющихся исследований в области тонких цилиндрических и гофрированных оболочек, очерчен круг вопросов, нуждающихся в проведении дальнейших исследований.

В **первой главе** приведен анализ имеющейся литературы по теме диссертации.

Описаны отличительные черты различных моделей упругого основания. Отмечено, что значительный вклад в изучение вопросов НДС и устойчивости балок, пластин и оболочек на упругом основании внесли такие ученые как Андреев Л.В., Баженов В.А., Власов В.З, Горбунов-Посадов М.И., Корбут Б.А., Коренев Б.Г., Крылов А.Н., Леонтьев Н.Н., Товстик П.Е., Уманский А.А. и другие. Описаны имеющиеся работы по исследованию НДС и устойчивости тонких гофрированных оболочек на упругом основании, а также природа локализации форм потери устойчивости тонких оболочек. Анализируются методы исследования. Отмечается, что в настоящее время практически отсутствуют работы, в которых рассматриваются вопросы прочности и устойчивости тонкостенных гофрированных оболочек, лежащих на упругом основании, с учетом наличия гофра и неоднородности нагружения.

Вторая глава посвящена расчету НДС тонких круговых цилиндрических и гофрированных оболочек, лежащих на упругом основании и испытывающих неоднородное в окружном направлении давление.

Нормальная и касательная составляющие неоднородного давления, действующего на оболочку, представлены в виде рядов:

$$q_n(\varphi) = \sum_{m=0}^{\infty} \left(q_{nm}^c \cos(m\varphi) + q_{nm}^s \sin(m\varphi) \right), \quad q_2(\varphi) = \sum_{m=0}^{\infty} \left(q_{2m}^c \cos(m\varphi) + q_{2m}^s \sin(m\varphi) \right), \quad (1)$$

где $q_{nm}^c, q_{nm}^s, q_{2m}^c, q_{2m}^s$ – некоторые константы, φ – угол, отсчитываемый от верхней точки оболочки в направлении, противоположном ходу часовой стрелки.

Предлагаемая математическая модель может быть использована для расчета НДС оболочки с упругим наполнителем, находящейся в жидкости, а также для расчета трубы, залегающей в насыпях грунта на глубинах, соизмеримых с ее диаметром (Клейн Г.К.). Рассматриваются как длинные оболочки, так и оболочки средней длины. Реакция упругого основания при деформации оболочки учитывается в рамках классической постановки закона Гука, при этом принимается одномерная модель Винклера. При расчете НДС длинной круговой цилиндрической оболочки, лежащей на упругом основании, граничные условия на концах оболочки не учитываются, используются уравнения равновесия кругового кольца. Рассмотрены случаи постоянного и переменного коэффициента постели упругого основания. Рассмотрена задача о расчете НДС тонкостенной цилиндрической оболочки кругового сечения конечной длины, лежащей на упругом основании. Используются уравнения равновесия безмоментной теории цилиндрических оболочек, в качестве граничных приняты условия, при которых реализуется безмоментное НДС оболочки.

Основное содержание второй главы составляет методика расчета НДС тонкой длинной гофрированной оболочки, лежащей на упругом основании (или содержащей упругий наполнитель) и находящейся под действием неоднородного нормального давления, позволившая получить в явном виде формулы для мембранных усилий и перемещений с учетом наличия гофра. Гофрированную оболочку смоделируем тонкой оболочкой вращения толщиной h (рисунок 1).

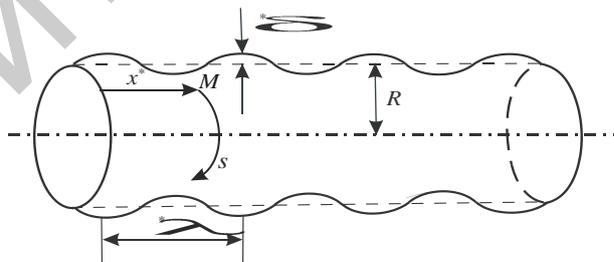


Рисунок 1 – Гофрированная цилиндрическая оболочка

Расстояние от оси вращения до срединной поверхности оболочки зададим функцией

$$B^*(x^*) = R + \delta^* F^*(x^*) = R[1 + \mu F(x)], \quad F^*(x^*) = \sin(2\pi x^* / \lambda^*), \quad F(x) = \sin(2\pi x / \lambda), \quad (2)$$

где R – радиус опорного цилиндра, λ^* , δ^* – длина и высота волны гофра, $x^* = Rx$ – координата, отсчитываемая в направлении оси вращения, $\mu = \delta^* / R$, $\lambda = \lambda^* / R$.

Оболочку считаем достаточно длинной ($L/R \gg 1$), так что граничными условиями на ее торцах пренебрегаем, воздействие упругого наполнителя принимаем в рамках модели Винклера. Считаем, высота гофра δ^* достаточно малая

величина по сравнению с радиусом R , так что $\mu \ll 1$. В качестве исходных используются уравнения равновесия безмоментной теории тонких оболочек:

$$\begin{aligned} A_2 \frac{\partial T_1^*}{\partial x^*} + \frac{\partial A_2}{\partial x^*} T_1^* + A_1 \frac{\partial S^*}{\partial s} - \frac{\partial A_2}{\partial x^*} T_2^* &= -A_1 A_2 q_1, \\ A_2 \frac{\partial S^*}{\partial x^*} + \frac{\partial A_2}{\partial x^*} S^* + A_1 \frac{\partial T_2^*}{\partial s} + \frac{\partial A_2}{\partial x^*} S^* &= -A_1 A_2 q_2, \\ k_1 T_1^* + k_2 T_2^* &= q_n - \alpha w^*. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $A_i, i=1, 2$ – параметры Ляме, T_1^*, T_2^*, S^* – мембранные осевое, кольцевое и сдвигающее усилия, соответственно, $s=R\varphi$ – окружная координата, $k_i, i=1, 2$ – главные кривизны срединной поверхности, α – коэффициент постели упругого заполнителя, q_1, q_2, q_n – тангенциальные и нормальная составляющие нагрузки, обусловленные действием переменного гидростатического давления, весом самой оболочки и определяемые по формулам

$$q_1 = q_{11}^c \cos\varphi, \quad q_2 = q_{21}^s \sin\varphi, \quad q_n = q_{n0}^c + q_{n1}^c \cos\varphi, \quad (4)$$

где

$$q_{11}^c = \frac{\gamma h B_{x^*}^{\prime}}{\sqrt{1 + \left(B_{x^*}^{\prime}\right)^2}}, \quad q_{n1}^c = \gamma_{жс} R - \frac{\gamma h}{\sqrt{1 + \left(B_{x^*}^{\prime}\right)^2}}, \quad q_{21}^s = \gamma h,$$

$$q_{n0}^c = -\gamma_{жс} (H_0 + R),$$

γ – удельный вес материала оболочки, $\gamma_{жс}$ – удельный вес жидкости, H_0 – расстояние от кромки жидкости до верхней точки оболочки.

Уравнения физического состояния, связывающие мембранные усилия с нормальным w^* , касательным v^* и осевым u^* перемещениями имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{1}{A_1} \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + k_1 w^* &= \frac{1}{Eh} (T_1^* - \nu T_2^*), \quad \frac{1}{A_2} \frac{\partial v^*}{\partial s} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_2}{\partial x^*} u^* + k_2 w^* = \frac{1}{Eh} (T_2^* - \nu T_1^*), \\ -\frac{A_2}{A_1 A_2} v^* + \frac{1}{A_1} \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + \frac{1}{A_2} \frac{\partial u^*}{\partial s} &= \frac{2(1+\nu)}{Eh} S^*, \end{aligned} \quad (5)$$

где E, ν – модуль Юнга и коэффициент Пуассона для материала оболочки.

Представив решение задачи (3),(5) в виде

$$T_i = T_i^0 + T_i^c \cos\varphi, \quad S = S^0 + S^s \sin\varphi, \quad w = w_0 + w_c \cos\varphi, \quad u = u_0 + u_c \cos\varphi, \quad v = v_0 + v_s \sin\varphi, \quad (6)$$

где $T_i = T_i^*/(Eh)$ $i = 1, 2$, $S = S^*/(Eh)$, $u = u^*/R$, $v = v^*/R$, $w = w^*/R$,

получили две системы дифференциальных уравнений, описывающие соответ-

ственно осесимметричное и неосесимметричное НДС оболочки.

Считаем, что $k=\mu^{1/2}2\pi/\lambda \sim 1$. Данное условие является необходимым для решения задачи в рамках безмоментной теории тонких оболочек. Для нахождения ограниченных на множестве $-\infty < x < +\infty$ и равномерно пригодных при $\mu \rightarrow 0$ решений полученных систем уравнений воспользуемся методом многих масштабов, введя новые независимые переменные

$$x_{-1}=\mu^{-1/2}x, \quad x_0=x, \quad x_1=\mu^{1/2}x, \quad \dots \quad x_k=\mu^{k/2}x. \quad (7)$$

Решения уравнений будем искать в виде рядов

$$T_i^0 = \sum_{j=0}^{\infty} \mu^{j/2} T_{ij}^0, \quad S^0 = \sum_{j=0}^{\infty} \mu^{j/2} S_j^0, \quad u_0 = \sum_{j=0}^{\infty} \mu^{j/2} u_{0j}, \quad v_0 = \sum_{j=0}^{\infty} \mu^{j/2} v_{0j}, \quad w_0 = \sum_{j=0}^{\infty} \mu^{j/2} w_{0j}. \quad (8)$$

Функции $T_i^c, S^s, u_c, v_c, w_s$ ищем в том же виде (8) с заменой индексов 0 на c или s .

Рассмотрев систему уравнений, полученную в нулевом приближении осесимметричного НДС системы (3), (5),

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{10}^0}{\partial x_{-1}} = 0, \quad \frac{\partial S_0^0}{\partial x_{-1}} = 0, \quad \frac{\partial u_{00}}{\partial x_{-1}} = 0, \quad \frac{\partial v_{00}}{\partial x_{-1}} = 0, \\ k^2 \sin(kx_{-1})T_{10}^0 + T_{20}^0 = \tilde{q}_{n0}^c - \tilde{\alpha}w_{00}, \quad w_{00} = T_{20}^0 - \nu T_{10}^0, \end{aligned} \quad (9)$$

получаем, что

$$\begin{aligned} T_{10}^0 = T_{10}^0(x_0, x_1, \dots), \quad S_0^0 = S_0^0(x_0, x_1, \dots), \quad u_{00} = u_{00}(x_0, x_1, \dots), \quad v_{00} = v_{00}(x_0, x_1, \dots), \\ w_{00} = \frac{\tilde{q}_{n0}^c}{1 + \tilde{\alpha}} - \frac{\nu + k^2 \sin(kx_{-1})}{1 + \tilde{\alpha}} T_{10}^0(x_0, \dots), \quad T_{20}^0 = \frac{\tilde{q}_{n0}^c}{1 + \tilde{\alpha}} + \frac{\tilde{\alpha}\nu - k^2 \sin(kx_{-1})}{1 + \tilde{\alpha}} T_{10}^0(x_0, \dots), \end{aligned} \quad (10)$$

где $\tilde{q}_{n0}^c = q_{n0}^c R / (Eh)$, $\tilde{\alpha} = \alpha R^2 / (Eh)$.

В первом приближении осесимметричного НДС система уравнений имеет вид:

$$\frac{\partial T_{11}^0}{\partial x_{-1}} + \frac{\partial T_{10}^0}{\partial x_0} = 0, \quad \frac{\partial S_1^0}{\partial x_{-1}} + \frac{\partial S_0^0}{\partial x_0} = 0, \quad \frac{\partial v_{01}}{\partial x_{-1}} + \frac{\partial v_{00}}{\partial x_0} = 2(1 + \nu)S_0^0, \quad (11)$$

$$k^2 \sin(kx_{-1})T_{11}^0 + T_{21}^0 = -\tilde{\alpha}w_{01}, \quad \frac{\partial u_{01}}{\partial x_{-1}} + \frac{\partial u_{00}}{\partial x_0} + k^2 \sin(kx_{-1})w_{00} = T_{10}^0 - \nu T_{20}^0, \quad (12)$$

$$k \cos(kx_{-1})u_{00} + w_{01} = T_{21}^0 - \nu T_{11}^0. \quad (13)$$

Из условия отсутствия секулярных решений в (11) следует, что

$$T_{10}^0 = T_{10}^0(x_1, \dots), \quad S_0^0 = S_0^0(x_1, \dots), \quad T_{11}^0 = T_{11}^0(x_0, \dots), \quad S_1^0 = S_1^0(x_0, \dots), \quad (14)$$

$$v_{00} = v_{00}(x_1, \dots), \quad v_{01} = v_{01}(x_0, \dots).$$

Во втором уравнении из (12) часть слагаемых, с учетом (10), также порождает секулярные решения. Записав условие их отсутствия, приняв во внимание (14), найдем

$$T_{10}^0 = \frac{2v\tilde{q}_{n0}^c}{k^4 + 2 + 2(1-v^2)\tilde{\alpha}}, \quad T_{20}^0 = \frac{\tilde{q}_{n0}^c}{1 + \tilde{\alpha}} \left[1 + \frac{2v^2\tilde{\alpha} - 2vk^2\sin(kx_{-1})}{k^4 + 2 + 2(1-v^2)\tilde{\alpha}} \right]. \quad (15)$$

Аналогично находятся остальные члены разложения (8), а также функции T_i^c , S^s , u_c , v_c , w_s . Например,

$$T_{20}^c = \tilde{q}_{21}^s \left[1 - \frac{2vk^2\sin(kx_{-1})}{k^4 + 2(1 + \tilde{\alpha})} \right]. \quad (16)$$

Полагая в полученных формулах параметр $\zeta = k^2 = 4\pi^2 R\delta^* / (\lambda^*)^2$ равным нулю, и заменяя толщину h оболочки на приведенную толщину цилиндрической оболочки, приходим к соотношениям для w^* , v^* , T_2^* , которые с точностью до малого параметра $\varepsilon = h^2 / (12R^2)$ совпадают с аналогичными полученными в подразделе 2.1.2 для цилиндрической оболочки.

Рассмотрен пример, в котором сравнение значений максимального тангенциального усилия T_2^* (при $x^* = (-1/4 + n)\lambda^*$, $n \in \mathbb{N}$), полученных по формулам для гофрированной и эквивалентной ей цилиндрической оболочки, показало что расчет по формулам (15), (16) для гофрированной оболочки снижает до 3% значение усилия на нижней образующей оболочки.

В третьей главе диссертации рассматривается задача для тонкостенной цилиндрической панели, лежащей на упругом основании с переменным коэффициентом постели. В качестве исходных используются уравнения равновесия искривленной балки. Рассматриваемая панель испытывает произвольное неоднородное в окружном направлении давление $q(\varphi)$, где $q(\varphi)$ – предполагается бесконечно дифференцируемой по φ функцией, существенно не возрастающей при дифференцировании. Панель считаем достаточно длинной, так что граничные условия на ее концах во внимание не принимаются. В основании панели рассматриваются условия жесткого закрепления.

Для анализа пригодности уравнений, используемых при расчетах, а также для определения погрешности используемой модели Винклера для упругого основания, проведено сравнение результатов расчетов НДС арочной панели, находящейся в насыпи грунта, по предлагаемой модели с учетом формул Клейна Г.К. и модели Савинова О.А. с известными результатами, полученными Фрезе М.В. с использованием МКЭ. Сравнительные расчеты показали, что экс-

тремальные мембранные усилия в местах закрепления панели, полученные по МКЭ и предлагаемой модели, отличаются друг от друга менее чем на 2.6%. При удалении от мест закрепления арки разница в значениях мембранных усилий, полученных разными методами, возрастает и максимально составляет 19.8% в точке с минимальной глубиной залегания. Найденные значения изгибающих моментов в местах закрепления панели, превышают полученные по МКЭ на 5.3%. Таким образом, предлагаемая модель расчетов, отвечает характеру работы панели в грунтовой засыпке в местах закрепления пят арки.

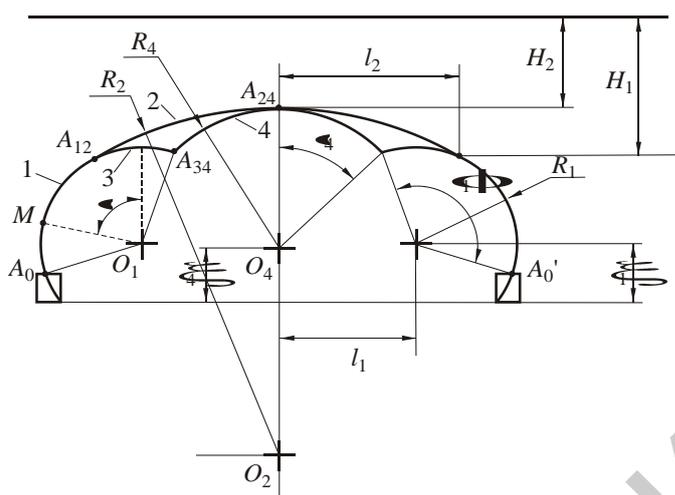


Рисунок 2 – Поперечное сечение конструкции

Основное содержание главы составляет методика расчета НДС для составной конструкции, состоящей из элементов цилиндрических панелей, позволяющая выбрать способ сопряжения подкрепляющих элементов с целью уменьшения прогиба верхней части конструкции и минимизации возникающих мембранных усилий при заданных физических и геометрических параметрах. На рисунке 2 изображено поперечное сечение реальной конструкции, лежащей в грунте на глубине H_2 и используемой в качестве широкопролетного перекрытия при строительстве автомобильной или железнодорожной развязок. Цифрами 1, 2 отмечены несущие элементы конструкции, представляющие собой цилиндрические панели, цифрами 3, 4 – подкрепляющие цилиндрические панели, буквами A_{12} , A_{34} , A_{24} – точки сопряжения, соответствующих элементов.

Считаем, что в точках A_0 , A'_0 , A_{12} , A_{24} панели скреплены жестко, а в точке A_{34} рассмотрены условия жесткого либо шарнирного соединения. Основание Винклера с постоянным коэффициентом постели упругого основания принято в качестве модели внешнего упругого заполнителя (грунта) в предположении, что оказываемое им давление носит гидростатический характер. Будем считать, что каждый элемент конструкции характеризуется своими толщиной h_k , модулем Юнга E_k , коэффициентом Пуассона ν_k и плотностью $\gamma_0^{(k)}$. Положение точки M на каждом из элементов будем определять углом φ , отсчитываемым в направлении противоположном ходу часовой стрелки, при этом $\varphi_{k,1} \leq \varphi \leq \varphi_{k,2}$.

Длину конструкции в осевом направлении (перпендикулярном плоскости рисунка) считаем достаточно большой, так что граничными условиями на ее торцах пренебрегаем. Для описания равновесия k -го элемента могут быть использованы уравнения равновесия криволинейных балок:

$$\frac{\partial Q_k^*}{\partial s_k} - \frac{T_k^*}{R_k} + q_n^{(k)} - \alpha_k w_k^* = 0, \quad \frac{\partial T_k^*}{\partial s_k} + \frac{Q_k^*}{R_k} + q_2^{(k)} = 0, \quad \frac{\partial M_k^*}{\partial s_k} - Q_k^* = 0, \quad (17)$$

где T_k^*, Q_k^*, M_k^* – кольцевое усилие, перерезывающее усилие и момент, соответственно, возникающие в срединной поверхности k -ого элемента, $s_k = R_k \varphi$ – окружная координата, $q_n^{(k)}, q_2^{(k)}$ – нормальная и касательная давления, приходящегося на k -ый элемент конструкции, w_k^* – нормальный прогиб k -го элемента, $\alpha_k = \begin{cases} \alpha_{zp}, & k = 1, 2 \\ 0, & k = 3, 4 \end{cases}$, α_{zp} – коэффициент постели грунта. Здесь

$$q_n^{(k)} = q_{n,zp}^{(k)} + q_{n,\epsilon}^{(k)}, \quad q_{n,zp}^{(k)} = -\gamma_k [H_k + R_k (1 - \cos \varphi)], \quad q_{n,\epsilon}^{(k)} = -\gamma_0^{(k)} h_k \cos \varphi, \quad (18)$$

$$q_2^{(k)} = q_{2,\epsilon}^{(k)} = \gamma_0^{(k)} h_k \sin \varphi, \quad \gamma_k = \begin{cases} \gamma_{zp}, & k = 1, 2 \\ 0, & k = 3, 4 \end{cases}$$

где $q_{n,zp}^{(k)}, q_{n,\epsilon}^{(k)}$ – нормальные составляющие нагрузки, вызванные давлением грунта и весом оболочки, соответственно, $q_{2,\epsilon}^{(k)}$ – касательная составляющая нагрузки, вызванная весом оболочки, H_k – глубина залегания верхней точки k -го элемента конструкции, γ_{zp} – удельный вес грунта.

Уравнения равновесия (17) дополним уравнениями физического состояния, связывающими T_k^*, Q_k^*, M_k^* и угол поворота θ_k с нормальным прогибом w_k^* и касательным перемещением v_k^* :

$$T_k^* = \frac{E_k h_k}{1 - \nu_k^2} \left(\frac{\partial v_k^*}{\partial s} + \frac{w_k^*}{R_k} \right), \quad M_k^* = \frac{E_k h_k^3}{12(1 - \nu_k^2)} \left(-\frac{\partial^2 w_k^*}{\partial s^2} + \frac{1}{R_k} \frac{\partial v_k^*}{\partial s} \right), \quad (19)$$

$$Q_k^* = \frac{\partial M_k^*}{\partial s} = \frac{E_k h_k^3}{12(1 - \nu_k^2)} \left(-\frac{\partial^3 w_k^*}{\partial s^3} + \frac{1}{R_k} \frac{\partial^2 v_k^*}{\partial s^2} \right), \quad \theta_k = \frac{1}{R_k} \left(v_k^* - R_k \frac{\partial w_k^*}{\partial s} \right).$$

Подстановка (18), (19) в (17) приводит к системе из 4-х дифференциальных уравнений 4-го порядка относительно нормального прогиба w_k $k = \overline{1, 4}$ для каждого из элементов конструкции. Для нахождения 24 неизвестных постоянных $c_k^{(j)}$, $k = \overline{1, 4}$, $j = \overline{1, 6}$ с использованием которых находятся нормальные прогибы w_k каждого элемента конструкции, используем условия сопряжения элементов в A_{34}, A_{12}, A_{24} , а также условия жесткого закрепления в основании конструкции. Например, в случае жесткого соединения, условия сопряжения заключаются в равенстве векторов перемещения, сил, моментов и углов поворота каждого элемента в точке их сопряжения.

В результате выполненных расчетов построены графики нормальных пе-

ремещений w_k^* , тангенциальных T_k^* и перерезывающих усилий Q_k^* , возникающих в срединной поверхности соответствующих элементов конструкции для жесткого соединения элементов 3 и 4, шарнирного соединения тех же элементов и случая, когда подкрепляющие элементы отсутствуют. Полученные значения нормальных перемещений указывают на то, что под действием собственного веса и давления, оказываемого грунтом, конструкция опускается вниз, при этом расширяясь в стороны. Тангенциальное, перерезывающее усилия и моменты, возникающие в элементах конструкции, возрастают с увеличением глубины залегания. Наиболее опасными являются точки сопряжения элементов конструкции A_{12} , A_{24} , A_{34} , в которых перерезывающие силы и моменты достигают наибольшего значения. Анализ полученных результатов показал, что в целом наличие подкрепляющих элементов 3 и 4 позволяет уменьшить нормальный прогиб w_2^* и снизить усилия T_1^* , Q_1^* . При этом наиболее приемлемым является вариант шарнирного сопряжения подкрепляющих элементов по сравнению с жестким сопряжением.

Для сравнения, с использованием выше описанной методики, выполнено исследование НДС подобной конструкции, содержащей другой вариант подкрепляющих элементов.

В **четвертой главе** исследуется потеря устойчивости длинной тонкостенной цилиндрической оболочки, лежащей на упругом основании и находящейся под воздействием внешнего давления. Рассмотрены две модели упругого основания: модель Винклера и модель упругого полупространства, в соответствии с которой реакция основания зависит от характера волнообразования на поверхности оболочки.

В случае однородного внешнего давления в явном виде получены соотношения для критического тангенциального усилия T_2^* , которые обобщают аналогичные соотношения, полученные П.Е. Товстиком и Грасгофом–Брессом, на случай цилиндрической оболочки, лежащей на упругом основании. В приведенных примерах показано, что в случае принятия модели упругого основания Винклера с коэффициентом постели $\alpha=2 \cdot 10^3$ Н/м³ поправка к классической формуле Грасгофа-Бресса, вносимая учетом упругого основания, составляет 23.08%. А при расчете критического усилия по второй модели для упругого основания с модулем Юнга $E_0=2 \cdot 10^3$ Н/м³ аналогичная поправка составляет 10.74%. Установлено, что для одних и тех же грунтов, учет реакции основания по модели упругого полупространства, предложенной Товстиком П.Е., приводит к существенному увеличению несущей способности оболочки по сравнению с моделью Винклера.

Предложена методика исследования устойчивости безмоментного напряженного состояния гофрированных оболочек средней длины с произвольными краями на неоднородном винклеровском основании под действием однородно-

го и неоднородного давлений в зависимости от параметров гофра, глубины залегания, граничных условий, а также с учетом наличия слабой образующей. Для гофрированной цилиндрической оболочки средней длины, лежащей на упругом основании Винклера и находящейся под действием однородного давления, проведено сравнение числа волн, а также соответствующего им параметра нагружения Λ_0^0 для гофрированной и круговой цилиндрической оболочки.

Рассмотрим гофрированную цилиндрическую оболочку, лежащую на неоднородном упругом основании Винклера и находящуюся под действием неоднородного в окружном направлении давления Q_n^* . Гофрированную оболочку моделируем тонкой оболочкой вращения толщиной h . Расстояние от оси вращения до срединной поверхности оболочки задано функцией (2). Края оболочки в общем случае могут быть косыми.

Для описания бифуркации безмоментного напряженного состояния, используем систему полубезмоментных уравнений тонких оболочек, записанную в безразмерном виде:

$$\begin{aligned} \varepsilon^4 \Delta^2 w + \varepsilon^2 \Lambda \Delta_t w - \Delta_k \Phi + ew = 0, \\ \varepsilon^4 \Delta^2 \Phi + \Delta_k w = 0, \end{aligned} \quad (20)$$

где $\Delta = \frac{1}{A_1 A_2} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{A_2}{A_1} \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{A_1}{A_2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) \right]$, $\Delta_t = \frac{1}{A_1 A_2} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{A_2}{A_1} T_1 \frac{\partial}{\partial x} + S \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{A_1}{A_2} T_2 \frac{\partial}{\partial \varphi} + S \frac{\partial}{\partial x} \right) \right]$, $\Delta_k = \frac{1}{A_1 A_2} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{A_2}{A_1 R_2} \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{A_1}{A_2 R_1} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) \right]$, $\varepsilon^8 = h^2 / \left[2R^2 (1 - \nu^2) \right]$ – малый параметр, $\Phi = \Phi^* / (EhR^2 \varepsilon^4)$, $w = w^* / R$ – безразмерные функции напряжений и перемещений, $T_i = -T_i^* / (\Lambda Eh \varepsilon^6)$, $(i = 1, 2)$, $S = -S^* / (\Lambda Eh \varepsilon^6)$ – безразмерные усилия, возникающие в срединной поверхности оболочки, $\Lambda > 0$ – параметр нагружения, $e = \alpha(\varphi) R^3 [12(1 - \nu^2)]^{1/2} / (Eh^2)$. Давление Q_n^* связано с безразмерным усилием T_2 по формуле

$$Q_n^*(\varphi) = -\Lambda \varepsilon^6 Eh R^{-1} T_2(\varphi), \quad T_2(\varphi) = 1 + \frac{1}{2} \eta (\varphi - \pi)^2 + \dots, \quad (21)$$

где $\eta = T_2''(\pi) < 0$.

На краях оболочки рассмотрим условия жесткого и шарнирного закреплений, соответственно:

$$w = \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad \text{при } x = x_1(\varphi), x = x_2(\varphi). \quad (22)$$

Так как потеря устойчивости оболочки вследствие неоднородности давления в окружном направлении характеризуется локализацией вблизи “наиболее слабой” образующей $\varphi = \varphi_0$, то согласно методу Товстика П.Е. выполним растяжение масштаба в окрестности этой линии:

$$\varphi = \varphi_0 + \varepsilon^{1/2} \xi. \quad (23)$$

Решение задач (20), (22) будем искать в виде

$$w(x, \varphi, \varepsilon) = w_* \exp \left\{ i \left(\varepsilon^{-1/2} p \xi + \frac{1}{2} a \xi^2 \right) \right\}, \quad w_* = \sum_{j=0}^{\infty} \varepsilon^{j/2} w_j(\xi, x), \quad (24)$$

где $w_j(\xi, x)$ – полиномы по ξ , имеющие достаточное число раз дифференцируемые по x коэффициенты, p – вещественное число, определяющее изменчивость в направлении φ , a – параметр, характеризующий скорость уменьшения глубины вмятин при удалении от «наиболее слабой» образующей $\varphi = \varphi_0$. Функцию $\Phi(x, \varphi, \mu)$ ищем в виде (24) с заменой w_* на Φ_* , а $w_j(\xi, x)$ на $\Phi_j(\xi, x)$.

Усилия T_i ($i=1, 2$), S , параметр нагружения Λ , переменный коэффициент постели упругого основания α представим в виде рядов

$$\begin{aligned} T_i &= T_i(\varphi_0) + \varepsilon^{1/2} T_i'(\varphi_0) \xi + \frac{1}{2} \varepsilon T_i''(\varphi_0) \xi^2 + \dots, \\ S &= S(\varphi_0) + \varepsilon^{1/2} S'(\varphi_0) \xi + \frac{1}{2} \varepsilon S''(\varphi_0) \xi^2 + \dots, \\ \alpha &= \alpha(\varphi_0) + \varepsilon^{1/2} \alpha'(\varphi_0) \xi + \frac{1}{2} \varepsilon \alpha''(\varphi_0) \xi^2 + \dots, \quad \Lambda = \sum_{j=0}^{\infty} \varepsilon^j \Lambda_j. \end{aligned} \quad (25)$$

В результате получим рекуррентную последовательность дифференциальных уравнений:

$$\sum_{k=0}^j H_k w_{j-k} = 0, \quad j = 0, 1, 2, \dots, \quad (26)$$

и последовательность соответствующих граничных условий:

$$\sum_{k=0}^j \Gamma_k^i w_{j-k} = 0, \quad i = 0, 1, \quad j = 0, 1, 2, \dots \text{ при } x = x_1(\varphi), x = x_2(\varphi). \quad (27)$$

Здесь

$$\begin{aligned} H_0 w_0 &= \frac{1}{p^4} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} + \frac{2\kappa}{p^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(F_{xx}'' \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) + [p^4 + \frac{\kappa}{p^2} F_{xxxx}^{IV} + \kappa^2 F_{xx}'' + e] w_0 - \Lambda_0 N w_0, \\ N w_0 &= p^2 T_{20} w_0, \quad \kappa = \varepsilon^{-2} \delta^* / R, \end{aligned}$$

а операторы H_k ($k > 0$) выражаются через оператор H_0 и ввиду громоздкости здесь не приводятся.

Из рассмотрения задачи, возникающей в нулевом приближении для условий жесткого закрепления на краях $x = 0$, $x = l$, находим параметры Λ_0^0 , p_0 и “наиболее слабую” образующую φ_0^0 . Решением этой краевой задачи, будет функция $w_0(\xi, x) = P_0(\xi)w_0^0(x)$. Здесь $w_0^0(x)$ – собственная функция этой задачи при условиях

$$\frac{\partial \Lambda_0}{\partial p} = \frac{\partial \Lambda_0}{\partial \varphi_0} = 0 \text{ при } p = p_0, \varphi = \varphi_0^0, \quad (28)$$

а $P_0(\xi)$ – оставшийся неопределенным на данном шаге итерации полином.

При $j=1$ имеем неоднородную краевую задачу. Условие существования решения задачи эквивалентно равенствам (28).

Из условия разрешимости неоднородного дифференциального уравнения, получаемого во втором приближении, получаем формулу для вычисления параметра a и дифференциальное уравнение относительно P_0 :

$$-\frac{1}{2} \Lambda_{pp} \frac{d^2 P_0}{d\xi^2} + b\xi \frac{dP_0}{d\xi} + \left(-\Lambda_1 + \frac{1}{2}b + c\xi^2 \right) P_0 = 0, \quad (29)$$

где $b = -i(a\Lambda_{pp} + \Lambda_{p\varphi})$, $2c = a^2\Lambda_{pp} + 2a\Lambda_{p\varphi} + \Lambda_{\varphi\varphi}$.

Для вычисления производных, входящих в (29), можно дифференцировать задачу нулевого приближения по параметрам p и φ_0 .

При $\Lambda_1 = \Lambda_1^{(n)} = b\left(\frac{1}{2} + n\right)$, $n = 0, 1, \dots$, уравнение (29) имеет решение $P_0(\xi) = H_n(\xi)$, где $H_n(\xi)$ – полином Эрмита n -ой степени. Величина Λ_1 минимальна при $n = 0$ и в этом случае $H_n(\xi) = 1$. Тогда наименьшим будет параметр

$$\Lambda_1^{(0)} = \frac{1}{2} \sqrt{\Lambda_{pp}\Lambda_{\varphi\varphi} - \Lambda_{p\varphi}^2}. \quad (30)$$

В приведенных примерах с использованием численных методов показано, что с увеличением модуля параметра η , характеризующего неоднородность нагружения, имеет место увеличение величины поправки Λ_1 и её вклада в итоговое значение. Подобное происходит и с ростом коэффициента постели α упругого основания.

Сильная зависимость значений критического внешнего давления и числа волн от коэффициента постели упругого основания и неоднородности нагруже-

ния указывает на обязательность учета этих характеристик при проектировании инженерно-строительных конструкций.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные научные результаты диссертации

1. Для длинной круговой цилиндрической оболочки, лежащей на упругом основании с переменным коэффициентом постели, получены явные формулы, позволяющие оценить влияние переменного коэффициента постели на значения усилий и моментов, возникающих в срединной поверхности оболочки. Для круговой цилиндрической оболочки конечной длины, лежащей на упругом основании, получены формулы, отражающие влияние упругого основания на значения усилий и моментов, возникающих в срединной поверхности оболочки. [1-4, 14, 19, 20].

2. В предположении о малости высоты волны гофра, с использованием метода многих масштабов по осевой координате, по безмоментной теории разработана методика расчета НДС длинной гофрированной оболочки с упругим наполнителем под действием неоднородного нормального давления. Установлено, что учет наличия гофра приводит к снижению максимального значения тангенциального усилия в нижней точке оболочки [5, 17].

3. Разработана методика расчета для составной конструкции, состоящей из элементов цилиндрических панелей, по выбору способа сопряжения подкрепляющих элементов с целью уменьшения прогиба верхней части конструкции и минимизации мембранных усилий при заданных ее физических и геометрических параметрах [6, 11, 12, 15, 18, 21].

4. Определена критическая величина внешнего давления, приводящая к бифуркации длинную тонкостенную цилиндрическую оболочку, лежащую на упругом основании с учетом его реакции по модели Винклера и в рамках модели упругого полупространства, предполагающего зависимость реакции основания от ожидаемого числа волн на поверхности оболочки [8].

5. Предложена методика исследования устойчивости безмоментного напряженного состояния гофрированных оболочек средней длины с произвольными краями на неоднородном винклеровском основании под действием однородного и неоднородного давлений в зависимости от параметров гофра, глубины залегания, граничных условий, а также с учетом наличия слабой образующей [7, 9-10, 13, 16].

Рекомендации по практическому использованию результатов

Полученные результаты могут быть использованы при расчете на прочность и устойчивость тонких круговых крупногабаритных цилиндрических и гофрированных труб различной длины, лежащих на упругом основании и под-

верженных действию статических нагрузок. Такие исследования проводят на стадии проектирования и строительства транспортных развязок, водопропускных и других подземных сооружений.

Разработанная методика расчета составных тонкостенных конструкций может быть использована при проектировании широкопролетных подземных транспортных развязок, а также в гражданском строительстве при проектировании составных тонкостенных перекрытий.

Результаты, полученные в диссертации, позволяют без проведения дорогостоящих лабораторных экспериментов и связанных с ними энергетических и материальных затрат, рассчитать напряженно-деформированное состояние и критические нагрузки для реальных конструкций, используемых в гражданском и транспортном строительстве.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ СОИСКАТЕЛЯ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в научных журналах:

1. Никонова, Т.В Оценка усилий в тонкостенной трубе с упругим внешним наполнителем с учетом собственного веса / Т.В. Никонова, Г.И. Михасев // Весн. Віцебск. дзярж. ун-та. – 2003. – № 2. – С. 105-108.
2. Никонова, Т.В. Влияние внешнего упругого наполнителя на расчет деформаций и напряжений в цилиндрической оболочке. / Т.В. Никонова // Вестник УО «Вит. гос. техн. ун-т». – 2005. – Вып. 7. – С. 60–64.
3. Михасев, Г.И. Напряженно-деформируемое состояние тонкостенной оболочки с внешним упругим наполнителем с переменным коэффициентом постели. / Г.И. Михасев, Т.В. Никонова // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. – 2005. – №1. – С. 51–53.
4. Никонова, Т.В Асимптотический подход в оценке НДС тонкостенной цилиндрической трубы, залегающей в грунте с переменным коэффициентом постели / Т.В.Никонова // Весн. Віцебск. дзярж. ун-та. – 2005. – № 3. – С. 127–131.
5. Михасев, Г.И. Оценка усилий в тонкостенной гофрированной трубе с упругим наполнителем под действием переменного давления / Г.И. Михасев, Т.В. Никонова // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-тэх. нав. – 2005. – №4. – С.55–60.
6. Михасев, Г.И. Расчет усилий в подкрепленной тонкостенной конструкции, лежащей на упругом основании / Г.И. Михасев, Т.В. Никонова // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. С, Фунд. науки. Механика. – 2006. – № 4. – С. 94–99.
7. Михасев, Г.И. Устойчивость тонких гофрированных цилиндрических оболочек, лежащих на упругом основании под действием однородного гидро-

статического давления / Г.И. Михасев, Т.В. Никонова // Весн. Віцебск. дзярж. ун-та. – 2007. – № 3. – С. 112–117.

8. Михасев, Г.И. О бифуркации длинных оболочек, лежащих на упругом основании под действием гидростатического давления / Г.И. Михасев, Т.В. Никонова // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. С, Фунд. науки. Механика. – 2008. – № 3. – С. 129–132.

9. Никонова, Т.В. О бифуркации тонкой гофрированной оболочки с упругим наполнителем под действием неоднородного гидростатического давления / Т.В. Никонова, С.П. Кунцевич, Г.И. Михасев // Механика машин, механизмов и материалов. – 2008. – № 3. – С. 48–51.

10. Кунцевич, С.П. О влиянии коэффициента постели и длины волны гофра на бифуркацию тонкой гофрированной оболочки, лежащей на упругом основании, под действием гидростатического давления / С.П. Кунцевич, Т.В. Никонова, Г.И. Михасев // Механика машин, механизмов и материалов. – 2009. – №3. – С. 57–60.

Статьи в сборниках:

11. Михасев, Г.И. Расчет тонкостенной конструкции, состоящей из элементов гофрированных панелей. / Г.И. Михасев, Л.В. Маркова, Т.В. Никонова // Сб. науч.– метод. ст. / Беларус. национ. техн. ун-т. – Минск, 2004. – Вып. 17: Теоретическая и прикладная механика. – С. 27–30.

12. Никонова, Т.В. Напряженно-деформируемое состояние тонкостенной цилиндрической панели, залегающей в грунте с переменным коэффициентом постели /Т.В. Никонова // Сб. научн. – метод. ст. / Беларус. национ. техн. ун-т. – Минск, 2005. – Вып. 18: Теоретическая и прикладная механика. – С. 140–144.

13. Никонова, Т.В. Устойчивость тонких гофрированных оболочек, лежащих на упругом основании, под действием неоднородного гидростатического давления / Т.В. Никонова, Г.И. Михасев // Сб. научн. – метод. ст. / Беларус. национ. техн. ун-т. – Минск, 2008. – Вып. 23: Теоретическая и прикладная механика. – С. 153–156.

Материалы конференций:

14. Никонова, Т.В. Оценка усилий в тонкостенной трубе с внешним упругим наполнителем с переменным коэффициентом постели. /Т.В. Никонова // Материалы международной научно-технической конференции «Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии», Могилев, 22-23 апр. 2004 г.: в ч. / Белорусско-Российский ун-т; редкол.: – Могилев, 2004. – Ч. 1. – С. 128-129.

15. Никонова, Т.В. Расчет усилий в тонкостенной панели, залегающей в грунте. / Т.В. Никонова // I Машеровские чтения: материалы регион. науч.

конф. студентов, магистрантов, аспирантов и молодых ученых, Витебск, 5 мая 2005 г.: в 3 ч. / Витебск. гос. ун-т; редкол.: Г.И. Михасев [и др.]. – Витебск, 2005. – Ч. 1. – С. 128–131.

16. Михасев, Г.И. Расчет на прочность и устойчивость труб большого диаметра, лежащих в грунте. / Г.И. Михасев, Т.В. Никонова // Труды международной конференции по геотехнике «Взаимодействие сооружений и оснований: методы расчета и инженерная практика», Россия, Санкт-Петербург, 26-28 мая 2005 г.: в 2 т. / редкол.: В.М. Улицкий. – Санкт-Петербург, 2005. – Т. 2. – С. 139–142.

Тезисы докладов:

17. Никонова, Т.В. Асимптотический метод многих масштабов при интегрировании уравнения равновесия тонкой гофрированной трубы с внешним упругим заполнителем. /Т.В. Никонова // Еругинские чтения-IX: тезисы докладов Междунар. математ. конф., Витебск, 20–22 мая 2003 г./ МОРБ, Ин-т математики НАН Беларуси, Витебск. гос. ун-т, Белор. гос. ун-т; редкол.: А.Л. Гладков [и др.]. – Витебск, 2003. – С. 47-48.

18. Никонова, Т.В. Расчет НДС составной тонкостенной конструкции по безмоментной теории тонких оболочек. / Т.В. Никонова // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: материалы VII Респ. научн. конф. студентов и аспирантов, Гомель, 22–24 марта 2004 г. / Гомел. гос. ун-т; редкол.: Д.Г. Лин [и др.]. – Гомель, 2004. – С. 98–99.

19. Никонова, Т.В. Оценка усилий в тонкостенной трубе, залегающей в грунте с переменным коэффициентом постели. /Т.В. Никонова // НИРС–2004: тезисы докладов IX респ. науч. конф. студентов и аспирантов республики Беларусь, Гродно, 26–27 мая 2004 г.: в 8 ч. / Гродн. гос. ун-т, Гродн. гос. мед. ун-т, Гродн. гос. агр. ун-т; редкол.: А.И. Жук [и др.]. – Гродно, 2004. – Ч. 6. – С. 139–141.

20. Никонова, Т.В. Напряженно-деформируемое состояние цилиндрической трубы, залегающей в упругой среде. / Т.В. Никонова // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: материалы VIII Респ. науч. конф. студентов и аспирантов, Гомель, 14–16 марта 2005 г. / Гомел. гос. ун-т; редкол.: Д.Г. Лин [и др.]. – Гомель, 2005. – С. 131–132.

21. Никонова, Т.В. Расчет напряженно-деформируемого состояния подкрепленной тонкостенной конструкции, залегающей в грунте / Т.В. Никонова // Четвертые Поляховские чтения: тезисы докладов Междунар. научн. конф. по механике, Санкт-Петербург, 7-10 февр. 2006 г. / Санкт-Петербург. гос. ун-т; редкол.: Н.Ф. Морозов [и др.]. – Санкт-Петербург, 2006. – С. 206.

РЭЗІЮМЭ

Ніканава Таццяна Віктараўна

Напружана-дэфармаваны стан і ўстойлівасць тонкіх
цыліндрычных і гафрыраваных абалонак на пругкай аснове

Ключавыя словы: тонкія цыліндрычныя і гафрыраваныя абалонкі, пругкая аснова, напружана-дэфармаваны стан, лакальная страта ўстойлівасці, “слабая” ўтваральная, малы параметр, асімптатычны метады.

Мэта работы: зыходзячы з ураўненняў тэорыі тонкіх абалонак, з выкарыстаннем асімптатычных метадаў распрацаваць метадыкі разліку напружана-дэфармаванага стану, а таксама крытычных біфуркацыйных напружэнняў для тонкіх цыліндрычных і гафрыраваных абалонак на пругкай аснове пры розных спосабах статычнага напружэння.

Метады даследавання: асімптатычныя метады, лікавыя метады.

Асноўныя вынікі:

— распрацавана метадыка пабудовы фармальнага асімптатычнага рашэння ўраўненняў раўнавагі доўгай гафрыраванай абалонкі, блізкай па форме да цыліндрычнай, на пругкай вінклераўскай аснове пад уздзеяннем неаднароднага знешняга ціску, якая дазваляе атрымаць у яўным выглядзе формулы для мембранных сіл і перамяшчэнняў з улікам наяўнасці гофра;

— выкладзена метадыка разліку напружана-дэфармаванага стану доўгіх танкасценных канструкцый на пругкай аснове, складзеных з цыліндрычных панэлей, якая ўлічвае варыянты падмацоўваючых элементаў і магчымыя ўмовы іх злучэння;

— атрыманы суадносіны для знешняга крытычнага ціску, які прыводзіць да біфуркацыі бязмомантнага напружана-дэфармаванага стану тонкіх, доўгіх цыліндрычных абалонак, а таксама абалонак сярэдняй даўжыні, што ляжаць на пругкай аснове ў рамках мадэлі, якая ўлічвае рэакцыю запаўняльніка ад чакаемай колькасці хваль на паверхні абалонкі;

— прапанавана метадыка пабудовы фармальных асімптатычных рашэнняў ураўненняў, якія апісваюць лакальную біфуркацыю гафрыраванай абалонкі сярэдняй даўжыні, блізкай па форме да цыліндрычнай, што ляжыць на пругкай вінклераўскай аснове, пад уздзеяннем неаднароднага знешняга ціску; атрыманы формулы для крытычнай нарузкі з улікам неаднароднасці пругкай асновы, напружэння і адвольнага выгляду краёў.

Усе атрыманыя вынікі дысертацыі з’яўляюцца новымі. Яны могуць знайсці прымяненне пры праектаванні танкасценных канструкцый, якія выкарыстоўваюцца ў будаўніцтве.

РЕЗЮМЕ

Никонова Татьяна Викторовна

Напряженно-деформированное состояние и устойчивость тонких цилиндрических и гофрированных оболочек на упругом основании

Ключевые слова: тонкие цилиндрические и гофрированные оболочки, упругое основание, напряженно-деформированное состояние, локальная потеря устойчивости, “слабая” образующая, малый параметр, асимптотический метод.

Цель работы: исходя из уравнений теории тонких оболочек, с использованием асимптотических методов разработать методики расчета напряженно-деформированного состояния, а также критических бифуркационных нагрузок для тонких цилиндрических и гофрированных оболочек на упругом основании при различных способах статического нагружения.

Методы исследования: асимптотические методы, численные методы.

Основные результаты:

— разработана методика построения формального асимптотического решения уравнений равновесия длинной гофрированной оболочки, близкой по форме к цилиндрической, на упругом винклеровском основании под действием неоднородного внешнего давления, позволившая получить в явном виде формулы для мембранных усилий и перемещений с учетом наличия гофра;

— изложена методика расчета напряженно-деформированного состояния длинных тонкостенных конструкций на упругом основании, состоящих из цилиндрических панелей, учитывающая варианты подкрепляющих элементов и возможные условия их сопряжения;

— получены соотношения для внешнего критического давления, приводящего к бифуркации безмоментного напряженно-деформированного состояния тонких длинных цилиндрических оболочек, а также оболочек средней длины, лежащих на упругом основании в рамках модели, учитывающей реакцию заполнителя от ожидаемого числа волн на поверхности оболочки;

— предложена методика построения формальных асимптотических решений уравнений, описывающих локальную бифуркацию гофрированной оболочки средней длины, близкой по форме к цилиндрической, лежащей на упругом винклеровском основании, под действием неоднородного внешнего давления; получены формулы для критической нагрузки с учетом неоднородности упругого основания, нагружения и произвольного вида краев.

Все полученные результаты диссертации являются новыми. Они могут найти применение при проектировании тонкостенных конструкций, используемых в строительстве.

SUMMARY

Tatsiana V. Nikanova

The strain-stress state and stability
of thin cylindrical and corrugated shells on an elastic foundation

Key words: thin cylindrical and corrugated shells, elastic foundation, strain-stress state, localized buckling, “weakest” generatrix, small parameter, asymptotic method.

The aim of the research: on the basis of the equations of the theory of thin shells and by use of asymptotic methods, to develop the procedures of calculating the strain-stress state and critical buckling loads for cylindrical and corrugated shells lying on an elastic foundation and subjected to static loading of different kinds.

Research methods: asymptotic methods, numerical methods.

The basic results:

— a procedure has been developed of construction of the formal asymptotic solution of equilibrium equations for a long corrugated shell similar in shape to a cylindrical one and lying on an elastic foundation under action of non-uniform external pressure, which has made it possible to deduce the formulas for membrane stresses and displacements, taking into account the presence of corrugation;

— a procedure has been stated of calculating the strain-stress state of long thin-walled structures consisting of the cylindrical panels and lying on an elastic foundation, taking into account the variations of supporting elements and possible conditions of their conjunction;

— formulas have been derived for the critical external pressure implying buckling of the membrane strain-stress state of long thin cylindrical shells as well as medium length shells, lying on an elastic foundation within the model considering the reaction of the filler as depending on the estimated number of waves on the shell surface;

— a method has been proposed of construction of formal asymptotic solutions of the equations describing the local buckling of a corrugated medium length shell similar in shape to a cylindrical one and lying on an elastic Winkler foundation under the action of the non-uniform external pressure; formulas have been deduced for critical loading, taking into account the non-homogeneity of the elastic foundation, the loading and free-form edges.

All the results obtained in the dissertation are novel. They can be applied in designing thin-walled structures used in construction.

Научное издание

НИКОНОВА Татьяна Викторовна

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ И УСТОЙЧИВОСТЬ
ТОНКИХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ И ГОФРИРОВАННЫХ ОБОЛОЧЕК
НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.02.04 – Механика деформируемого
твёрдого тела

Подписано в печать 22.12.2009.

Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная.

Отпечатано на ризографе. Гарнитура Таймс.

Усл. печ. л. 1,34. Уч.-изд. л. 1,04. Тираж 60. Заказ 1398.

Издатель и полиграфическое исполнение:

Белорусский национальный технический университет.

ЛИ № 02330/0494349 от 16.03.2009.

Проспект Независимости, 65. 220013, Минск.