УДК: 535.3

ПРИНЦИП ФОРМИРОВАНИЯ ОБЛАСТИ ОХВАТА РЕЗУЛЬТАТА ИЗМЕРЕНИЯ МНОГОМЕРНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Савкова Е.Н., Карпиевич Е.Н.
Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь

За несколько десятилетий концепция неопределенности претерпела существенные изменения. Формирование нормативной базы на международном, региональных и национальных уровнях осуществлялось одновременно целым рядом организаций. В настоящее время опубликовано более 102 нормативных документов. Анализ которых показал, что от общих рекомендаций, адаптированных к аналитическим измерениям – Руководства EURACHEM/CITAC, наблюдается переход к калибровкам и испытаниям – ILAC-P 10, EA-4/02, ISO/TR 22971, CEN/TS 15675, Руководство Eurachem/Eurolab/Citac/Nordtest, и др., затем – к электрофизическим измерениям – МЭК 115, а также от скалярных величин к векторным, и соответственно к многопараметрическим измерениям – ISO 17450-2. Все больше уделяется внимание моделированию, микробиологическому подсчету – ISO 29201 и неоднозначностям – ISO 17450-2. В связи с этим особую актуальность приобретают вопросы систематизации и разработки математического аппарата для обработки и комплексирования величин, вовлеченных в процесс измерения - описанию моделей с неограниченным числом входных и выходных величин [1], что характерно для информационных систем.

Виды входных величин. Понятие величины в разных областях научного познания имеет свою специфику, определяемую предметом исследования. Учитывая многообразие входных величин и их различную природу, корректное комплексирование в процессе измерений требует их систематизации. Применительно к измерениям их можно условно разделить на три класса: неархимедовы, скалярные и векторные [2]. Множество «неархимедовых» величин характеризуется тем, что для них не выполняется аксиома Архимеда-Евдокса. Преобразовать «неархимедовы» величины в другие виды величин невозможно [3]. Скалярные величины являются основным видом величин для количественного описания моделей свойств объектов в рамках основного уравнения измерений. Эти величины можно разделить на счетные, пропорциональные, аддитивные, интервальные и относительные. Многомерные величины могут быть двумерными, трехмерными и другой мерности. Для многомерных величин логическое соотношение «больше – меньше» в общем случае не имеет смысла. Операции сложения и умножения носят для них специфический характер. Так, сумма нескольких ненулевых векторов может быть равна нулю, а произведение векторов бывает скалярным и векторным [2]. Тензор определяется как геометрический объект, который описывается многомерным массивом, то есть набором чисел, занумерованных несколькими индексами (n-мерной таблицей, где n– валентность тензора). Вектор (тензор первого ранга) задаётся одномерным массивом (строкой или столбцом), а такие объекты, как линейный оператор и квадратичная форма, – двумерной матрицей. Скаляр же (тензор нулевого ранга) задаётся одним числом (которое можно рассматривать как нульмерный массив с единственным элементом). Скаляры и векторы удобно рассматривать в качестве частных случаев тензоров, так как все тензорные определения и теоремы для них в силе и векторы со скалярами можно при общем рассмотрении не упоминать отдельно [3].

Моделирование области охвата многомерной выходной величины. Согласно [4] *многомерная случайная величина*– упорядоченный набор (вектор) фиксированного числа Nодномерных случайных величин. Основными числовыми характеристиками многомерной случайной величины являются вектор средних и ковариационная матрица. Для n-мерной величины X модель математических ожиданий (вектор средних) выглядит следующим образом:

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_N)^T, \tag{1}$$

где $x_1, x_2, \dots, x_N$ – входные величины.

Ковариационная матрица (суммарная неопределенность) описывается выражением:

$$u_x = \begin{vmatrix} u(x_1, x_1) & \cdots & u(x_1, x_N) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u(x_N, x_1) & \dots & u(x_N, x_N) \end{vmatrix}, \tag{2}$$

где $u^2(x_1)$– дисперсия оценки x_1; $u(x_N, x_N)$ – ковариация.

Результат измерения представляет собой набор показателей:

- точечная оценка результата измерения (среднее арифметическое, мода, медиана);
- суммарная или расширенная неопределенность;
- вероятность охвата.

Для многомерного пространства, помимо вектора средних и ковариационной матрицы, определяется и область охвата, которая содержит значение измеряемой величины с вероятностью охвата p. В математической и графической интерпретации результат измерения трансформируется от точки, накрываемой интервалом охвата, к точке и плоскости охвата для двумерных величин, а для трехмерных - к точке и области охвата Для сложных моделей с неограниченным числом входных и выходных величин – к совокупности вектор-столбцов и ковариационных матриц, состоящих из ковариационных пар возрастающих как 2^n числу входных величин.

При увеличении числа входных величин (размерности вектора) увеличивается размерность ковариационной матрицы, а, следовательно, увеличивается количество ковариационных пар. Так, например, для одномерной величины количество ковариаций равно единице, для двумерной – четыре, для трехмерной – девять, для четырехмерной – шестнадцать и т.д. Таким образом, при увеличении мерности вектора, количество ковариаций увеличивается пропорционально квадрату согласно выражению n^2, где n – мерность. Определитель ковариационной матрицы является обобщенной дисперсией случайного вектора, который характеризует меру рассеивания случайного n-мерного вектора. При переходе от более простых к более сложным моделям усложняется соответственно и описание моделей результата измерения, в том числе и с точки зрения точностных характеристик мер положения и мер рассеяния. Так для одномерных скалярных величин при прямых измерениях мера положения представляет собой сумму математического ожидания и поправок, обусловленных различными источниками возникновения. При косвенных, являющихся следующей ступенью иерархии, математическое ожидание определяется исходя из функциональной зависимости входных и выходных величин.

Рисунок 1 – Принцип формирования результата измерения многомерной величины

Многомерные же модели математических ожиданий включают в себя косвенные и прямые результаты измерений и описываются вектором средних. Что же касается моделей рассеяния, то они аналогично усложняются как по методу расчета, так и по их геометрическому представлению: от отрезка для скалярных величин до геометрического тела в пространстве (например, эллипсоид для трехмерной величины). Предложенная авторами графическая интерпретация формирования результата измерения многомерной величины представлена на рисунке 1.

1. ISO/IECGuide 98-3:2008 Неопределенность измерения. Часть 3. Руководство по выражению неопределенности измерения
2. Артемьев Б. Г., Взоров В. И., Дмитриев А. В., Красивская М. И., Юрин А. И. О научном и техническом понятии величины. Главный метролог. 2014. № 2
3. Хренников А.Ю. Неархимедов анализ и его приложения. – М.:Физматлит. – 2003. – 216 с.
4. JCGM 102:2011 Оценка данных измерения. Приложение 2 к GUM. Модели с любым числом выходных величин.