

## ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ВАКУУМ-ВЫПАРНЫХ УСТАНОВОК ДЛЯ МОЛОЧНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

Канд. техн. наук, доц. АЙРАПЕТЬЯНЦ Г. М., канд. техн. наук КОЖЕВНИКОВ М. М.

*Могилевский государственный университет продовольствия*

В молочной промышленности молоко консервируют, вырабатывая сгущенные молочные консервы и сухие молочные продукты. Основной технологической операцией при этом является сгущение молока методом выпаривания до определенного содержания сухих веществ. Выпаривание производится в выпарных аппаратах при разрежении, что позволяет вести процесс на пониженных температурах. При пониженной температуре кипения продукта в условиях вакуума достигается значительно большая разность температур между греющим паром и кипящей жидкостью. Процесс сгущения при этом протекает более интенсивно, а съем пара с единицы поверхности нагрева намного выше по сравнению с атмосферным выпариванием.

Для автоматического регулирования температуры и глубины вакуума в вакуум-выпарных установках, используемых на предприятиях молочной промышленности, широкое распространение получили системы управления, разработанные производителями этих установок Wiegand, Alfa-Laval, Ebbot Laboratories и другие, а также Всероссийским научно-исследовательским институтом молочной промышленности (ГНУ ВНИМИ) [1–4]. Такие системы включают в себя локальные контуры регулирования температуры, вакуумметрического давления и концентрации сухих веществ в сгущенном молоке на выходе из установки [3]. В качестве устройств управления применяются цифровые ПИД-регуляторы, параметры настройки которых определяются по упрощенным динамическим моделям выпарного аппарата и конденсатора [5–7].

Необходимо отметить, что основным недостатком такой типовой линеаризованной динамической модели является то, что она не учитывает возможность изменения расхода и температуры продукта на входе в вакуум-выпарной аппарат, а также изменение вакуумметрического давления. Это приводит к тому, что при колебаниях нагрузки выпарного аппарата для поддержания необходимой температуры кипения молока на заданном уровне необходимо корректировать параметры настройки автоматических регуляторов температуры и вакуума. Корректировка параметров осуществляется технологическим персоналом методом проб и ошибок. Такой подход приводит к повышенным тепловым нагрузкам при форсировании тепловых процессов и как следствие – к неэффективному использованию теплоносителей [5, 8, 9].

В данной работе однокорпусная вакуум-выпарная установка рассмотрена как многомерный объект автоматического управления и предложены новые модификации линеаризованных динамических моделей этой установки. В отличие от известных предложенные модели позволяют учесть колебания расхода и температуры продукта на входе в вакуум-выпарной

аппарат, а также изменение вакуумметрического давления. Определены возмущающие воздействия на канал регулирования температуры и получены передаточные функции по этим воздействиям. Такие передаточные функции позволяют решить задачу синтеза комбинированных систем регулирования температуры и вакуума, а также вычислить оптимальные настройки автоматических регуляторов [10, 11]. Применение таких систем в практике регулирования позволит повысить эффективность использования теплоносителей в вакуум-выпарной установке [8, 12–14].

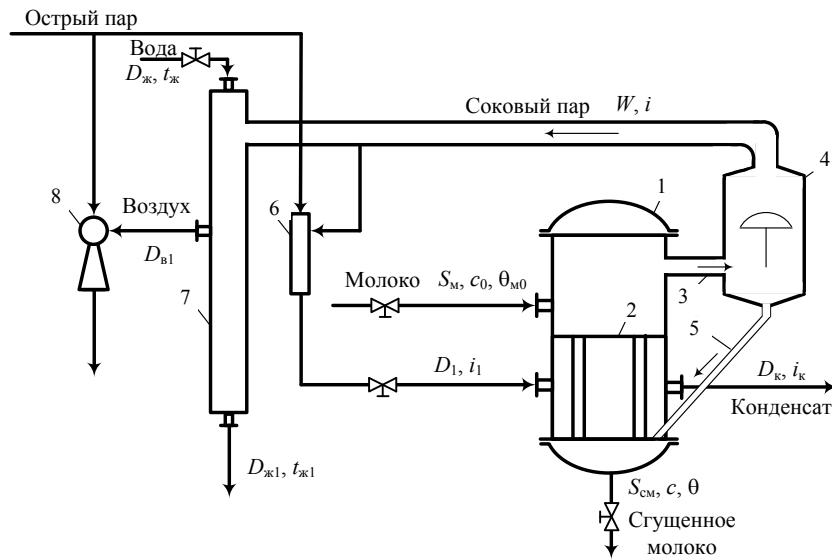


Рис. 1. Схема однокорпусной вакуум-выпарной установки

Упрощенная схема однокорпусной вакуум-выпарной установки [15] приведена на рис. 1. Установка состоит из выпарного аппарата 1, в который подается молоко с температурой не ниже 75–80 °С. Молоко поступает в широкую трубу греющей камеры 2, в пространство под нижней трубной решеткой, где моментально закипает и устремляется в кипятильные трубы. Парожидкостная смесь из кипятильных труб поступает в сборник над верхней трубной решеткой и направляется с большой скоростью по верхней циркуляционной трубе 3 в пароотделитель (сепаратор) 4, приобретая вращательное движение. Благодаря возникающей при этом центробежной силе происходит разделение капелек жидкости и вторичного пара. Молоко по нижней циркуляционной трубе 5 возвращается в греющую камеру, а соковый (вторичный) пар отводится в конденсатор смешения 7. Часть вторичного пара через термокомпрессорный блок 6 используют в качестве греющего пара. Воздух и другие неконденсируемые газы удаляются из вакуум-выпарной установки пароэжекторным агрегатом 8. В выпарной установке протекают следующие основные процессы [16]: конденсация пара в греющей камере, передача теплоты от пара через поверхность нагрева и слои загрязнений к кипящему молоку, кипение молока, отделение паров чистого растворителя от жидкости и сепарация пара.

Представим греющую камеру как совокупность следующих элементов: пара в камере, пленки конденсата на поверхности нагрева, неконденсиру-

ющихся газов, конденсата, накапливающегося в греющей камере, металла корпуса и изоляции [16, 17]. Для построения модели греющей камеры примем следующие допущения: объем пара в греющей камере равен объему этой камеры, скорости изменения температур пара и пленки конденсата равны, стенка греющей камеры и изоляция рассматриваются как сосредоточенные емкости ввиду их небольшой аккумулирующей способности, в переходном процессе скорости изменения температуры пара и средней температуры металла корпуса равны, теплоемкости металла и изоляции не зависят от температуры, температура изоляции  $\theta_i = (\theta_m + \theta_o)/2$ , где  $\theta_m$  – температура металла корпуса;  $\theta_o$  – температура окружающей среды. С учетом этих допущений уравнения материального и теплового балансов греющей камеры могут быть записаны в следующем виде:

$$p(V\rho_n + V_k\rho_k) = D_1 - D_k - D'_1; \quad (1)$$

$$p(V\rho_n u_n + V_k\rho_k c_k t_k) + (c_{mt} G_{mt} + 0,5 c_i G_i) p t_n = (D_1 - D'_1) i_1 - D_k i_k - Q_1 - Q', \quad (2)$$

где  $p = d/d\tau$  – оператор дифференцирования по времени;  $\tau$  – время;  $V$  – объем греющей камеры;  $\rho_n$  – плотность греющего пара;  $V_k$  – объем пленки конденсата;  $\rho_k$  – плотность конденсата;  $D_1$  – расход греющего пара;  $D_k$  – расход конденсата;  $D'_1$  – расход пара на оттяжку неконденсирующихся газов;  $u_n$  – внутренняя энергия пара в греющей камере;  $c_k$  – теплоемкость конденсата;  $t_k$  – температура конденсата;  $c_{mt}$  – теплоемкость металла корпуса греющей камеры;  $G_{mt}$  – масса металла корпуса греющей камеры;  $t_n$  – температура пара в греющей камере;  $c_i$  – теплоемкость изоляции греющей камеры;  $G_i$  – масса изоляции греющей камеры;  $i_1$  – энтальпия греющего пара;  $i_k$  – энтальпия конденсата;  $Q'$  – поток теплоты в окружающую среду;  $Q_1$  – то же, передаваемый поверхности нагрева. Величина  $Q_1$  определяется в соответствии с уравнением теплопередачи

$$Q_1 = F'_1(t_n - t_c)/(1/\alpha_1 + \delta_c/2\lambda_c), \quad (3)$$

где  $F'_1$  – площадь поверхности нагрева со стороны конденсирующегося пара;  $\alpha_1$  – коэффициент теплоотдачи при конденсации;  $\delta_c$  – толщина стенки поверхности нагрева;  $\lambda_c$  – теплопроводность стенки поверхности нагрева;  $t_c$  – температура поверхности нагрева.

Рассматривая совместно выражения (1)–(3), получим следующее уравнение, описывающее динамику изменения температуры пара в греющей камере:

$$a_1 p t_n = -a_2 t_n + a_3 t_c + a_4 (D_1 - D'_1) + a_5, \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} a_1 &= V(\rho_n \partial u_n / \partial t_n + (u_n - i_k) \partial \rho_n / \partial t_n) + V_k \rho_k (c_k + t_k \partial c_k / \partial t_n) + c_{mt} G_{mt} + 0,5 c_i G_i; \\ a_4 &= i_1 - i_k; \quad a_2 = a_3 = F'_1 / (1/\alpha_1(t_n, t_c) + \delta_c/2\lambda_c); \quad a_5 = -Q'. \end{aligned}$$

Динамика изменения температуры поверхности нагрева  $t_c$  может быть описана следующей формулой [16]:

$$c_1 p t_c = -c_2 t_c + a_2 t_n + c_3 \theta, \quad (5)$$

где  $c_1 = c_{\text{мет}} G_3$ ,  $G_3$  – масса металла, охватывающего парожидкостное пространство;  $c_2 = a_2 + c_3$ ;  $c_3 = F_1'' / (1/\alpha_2(t_c, \theta, b) + \delta_c/2\lambda_c + R_u(\bar{\tau}))$ ;  $\theta$  – температура кипения молока;  $F_1''$  – площадь поверхности нагрева со стороны кипящего молока;  $\alpha_2$  – коэффициент теплоотдачи при кипении;  $b$  – концентрация сухих веществ в молоке;  $R_u(\bar{\tau})$  – термическое сопротивление накипи;  $\bar{\tau}$  – продолжительность работы выпарного аппарата после очистки поверхности нагрева.

Использование (5) предполагает выполнение следующих условий: трубы испарителя имеют одинаковые геометрические размеры и выполнены из материала с одинаковыми теплофизическими свойствами, тепловой поток вдоль оси трубы отсутствует, все трубы испарителя воспринимают одинаковые количества теплоты, поверхность нагрева рассматривается как сосредоточенная емкость [16].

Выполним линеаризацию уравнений (4), (5) и перейдем от абсолютных значений переменных состояния к их приращениям в безразмерной форме. Безразмерные приращения переменных состояния зададим путем деления отклонений этих переменных на их значения в равновесном состоянии и применим к ним преобразование Лапласа:  $t_n^* = L(\Delta t_n/t_{n0})$ ;  $t_c^* = L(\Delta t_c/t_{c0})$ ;  $D_1^* = L(\Delta D_1/D_{10})$ ;  $D_1'^* = L(\Delta D_1'/D_{10}')$ ;  $Q'^* = L(\Delta Q'/Q'_0)$ ;  $\theta^* = L(\Delta \theta/\theta_0)$ ;  $b^* = L(\Delta b/b_0)$ ;  $R_u^* = L(\Delta R_u/R_{u0})$  (здесь и далее символ  $L$  обозначает преобразование Лапласа,  $\Delta$  – отклонение, а дополнительный индекс 0 имеют значения соответствующих переменных в равновесном состоянии).

Тогда при нулевых начальных условиях линеаризованная модель динамики греющей камеры может быть представлена в операторной форме:

$$t_n^* = W_{11}(s)t_c^* + W_{12}(s)D_1^* + W_{13}(s)D_1'^* + W_{14}(s)Q'^*; \quad (6)$$

$$t_c^* = W_{21}(s)t_n^* + W_{22}(s)\theta^* + W_{23}(s)b^* + W_{24}(s)R_u^*, \quad (7)$$

где  $W_{ij}(s) = k_{ij}/T_i s + 1$  – передаточные функции греющей камеры по каналам нанесения внешних воздействий;  $k_{ij}$  – коэффициенты передачи греющей камеры;  $T_i$  – постоянные времени греющей камеры;  $i = 1, 2$ ;  $j = 1:4$ ;  $s$  – комплексная переменная.

Коэффициенты передачи и постоянные времени определяются по следующим формулам:

$$k_{11} = -l_{12}t_{c0}/l_{11}t_{n0}; \quad k_{12} = -l_{13}D_{10}/l_{11}t_{n0}; \quad k_{13} = -l_{14}D_{10}'/l_{11}t_{n0};$$

$$k_{14} = -l_{15}Q'_0/l_{11}t_{n0}; \quad T_1 = -1/l_{11};$$

$$l_{11} = \frac{\partial}{\partial t_n} \left( \frac{a_3 t_c + a_4(D_1 - D_1') + a_5 - a_2 t_n}{a_1} \right)_{|0}; \quad l_{12} = \frac{\partial}{\partial t_c} \left( \frac{a_3 t_c - a_2 t_n}{a_1} \right)_{|0};$$

$$l_{13} = \frac{\partial}{\partial D_1} \left( \frac{a_4 D_1}{a_1} \right) \Big|_0; \quad l_{14} = \frac{\partial}{\partial D'_1} \left( \frac{-a_4 D'_1}{a_1} \right) \Big|_0; \quad l_{15} = \frac{\partial}{\partial Q'_1} \left( \frac{a_5}{a_1} \right) \Big|_0;$$

$$k_{21} = -l_{22} t_{n0}/l_{21} t_{c0}; \quad k_{22} = -l_{23} \theta_0/l_{21} t_{c0}; \quad k_{23} = -l_{24} b_0/l_{21} t_{c0};$$

$$k_{24} = -l_{25} R_{n0}/l_{21} t_{c0}; \quad T_2 = -1/l_{21};$$

$$l_{21} = \frac{\partial}{\partial t_c} \left( \frac{a_2 t_n + c_3 \theta - c_2 t_c}{c_1} \right) \Big|_0; \quad l_{22} = \frac{\partial}{\partial t_n} \left( \frac{a_2 t_n - c_2 t_c}{c_1} \right) \Big|_0; \quad l_{23} = \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{c_3 \theta - c_2 t_c}{c_1} \right) \Big|_0;$$

$$l_{24} = \frac{\partial}{\partial b} \left( \frac{c_3 \theta - c_2 t_c}{c_1} \right) \Big|_0; \quad l_{25} = \frac{\partial}{\partial R_n} \left( \frac{c_3 \theta - c_2 t_c}{c_1} \right) \Big|_0,$$

где символом  $|_0$  обозначена подстановка в формулы вектора ( $t_{n0}$ ,  $t_{c0}$ ,  $D_{10}$ ,  $D'_{10}$ ,  $Q'_0$ ,  $\theta_0$ ,  $b_0$ ,  $R_{n0}$ ) после вычисления производных.

Для построения математической модели парожидкостного пространства примем следующие допущения: температура кипения молока в греющей камере  $\theta$  является сосредоточенным параметром и равна температуре сокового пара  $t$ , масса пара в парожидкостном пространстве значительно меньше массы молока ( $G_n \ll G$ ), возмущения по расходу молока не превышают  $\pm 30\%$ , объем молока в аппарате  $V = V'_0 + \eta h$ , где  $V'_0$  – объем молока, ограниченный плоскостью, от которой отсчитывается уровень;  $\eta$  – площадь поперечного сечения аппарата;  $h$  – уровень молока в аппарате.

Представим парожидкостное пространство как совокупность следующих элементов [16, 17]: молока, пара под зеркалом испарения, сокового пара, металла корпуса и исходя из этого запишем уравнения материального и теплового балансов:

$$(\rho - \rho_n) pV + (V_0 - V)(\partial \rho_n / \partial t) pt = S_m - S_{cm} - W; \quad (8)$$

$$p(V\rho c\theta + (V_0 - V)\rho_n u + c_{mt}\theta G'_{mt}) = Q_2 + S_m c_0 \theta_{m0} - S_{cm} c \theta - Wi - Q'', \quad (9)$$

где  $\rho$  – плотность молока в аппарате;  $V_0$  – объем парожидкостного пространства;  $S_m$  – расход молока на входе в выпарной аппарат;  $S_{cm}$  – то же сгущенного молока на выходе из выпарного аппарата;  $W$  – то же сокового пара;  $i$  – энталпия сокового пара;  $c$  – теплоемкость молока в аппарате;  $u$  – внутренняя энергия сокового пара;  $G'_{mt}$  – масса металла, охватывающего парожидкостное пространство;  $c_0$  – теплоемкость молока на входе в аппарат;  $\theta_{m0}$  – температура молока на входе в аппарат;  $Q''$  – суммарные потери теплоты в окружающую среду через корпус парожидкостного пространства;  $Q_2$  – количественная характеристика теплоты от поверхности теплобмена. Величина  $Q_2$  определяется из уравнения теплопередачи

$$Q_2 = c_3(t_c - \theta). \quad (10)$$

Рассматривая совместно (8)–(10), а также пренебрегая в первом приближении изменением количества молока при фазовых переходах и изменением его внутренней энергии при подводе и отводе массы, получим следующую систему уравнений, описывающую динамику изменения температуры молока и уровня в аппарате:

$$d_1 p \theta = -d_2 \theta + c_3 t_c - d_3 W + d_4; \quad (11)$$

$$e_1 p h = S_m - S_{cm} - W, \quad (12)$$

где  $d_1 = V \rho c + (V_0 - V) \rho_n \partial u / \partial t + u (V_0 - V) \partial \rho_n / \partial t + c_{mt} G'_{mt}$ ;  $d_2 = c_3 + S_{cm} c$ ;  $d_3 = i$ ;  $d_4 = S_m c_0 \theta_{m0} - Q''$ ;  $e_1 = (\rho - \rho_n) \eta$ .

Выполним линеаризацию уравнения (11) и перейдем от абсолютных значений переменных состояния к их приращениям в безразмерной форме. Тогда при нулевых начальных условиях получим:

$$\theta^* = W_{31}(s) t_c^* + W_{32}(s) b^* + W_{33}(s) R_u^* + W_{34}(s) S_{cm}^* + W_{35}(s) S_m^* + W_{36}(s) \theta_{m0}^*; \quad (13)$$

$$h^* = W_{41}(s) S_m^* - W_{42}(s) S_{cm}^* - W_{43}(s) W^*, \quad (14)$$

где  $W_{3i}(s) = k_{3i} / T_3 s + 1$ ;  $W_{4j}(s) = k_{4j} / T_4 s$  – передаточные функции парожидкостного пространства по каналам нанесения внешних воздействий ( $i = 1:6$ ;  $j = 1:3$ );  $k_{3i}$ ,  $k_{4j}$  – коэффициенты передачи парожидкостного пространства;  $T_3$ ,  $T_4$  – постоянные времени парожидкостного пространства.

Коэффициенты передачи и постоянные времени определяются по следующим формулам:

$$k_{31} = -l_{32} t_{c0} / l_{31} \theta_0; \quad k_{32} = -l_{33} b_0 / l_{31} \theta_0; \quad k_{33} = -l_{34} R_{u0} / l_{31} \theta_0; \quad k_{34} = -l_{35} S_{cm0} / l_{31} \theta_0;$$

$$k_{35} = -l_{36} S_{m0} / l_{31} \theta_0; \quad k_{36} = -l_{37} \theta_{m00} / l_{31} \theta_0; \quad T_3 = -1 / l_{31}; \quad k_{41} = 1; \quad k_{42} = S_{cm0} / S_{m0}; \\ k_{43} = W_0 / S_{m0}; \quad T_4 = e_1 h_0 / S_{m0};$$

$$l_{31} = \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{c_3 t_c - d_3 W + d_4 - d_2 \theta}{d_1} \right) \Big|_0; \quad l_{32} = \frac{\partial}{\partial t_c} \left( \frac{c_3 t_c - d_2 \theta}{d_1} \right) \Big|_0;$$

$$l_{33} = \frac{\partial}{\partial b} \left( \frac{c_3 t_c - d_3 W + d_4 - d_2 \theta}{d_1} \right) \Big|_0; \quad l_{34} = \frac{\partial}{\partial R_u} \left( \frac{c_3 t_c - d_2 \theta}{d_1} \right) \Big|_0;$$

$$l_{35} = \frac{\partial}{\partial S_{cm}} \left( \frac{-d_2 \theta}{d_1} \right) \Big|_0; \quad l_{36} = \frac{\partial}{\partial S_m} \left( \frac{d_4}{d_1} \right) \Big|_0; \quad l_{37} = \frac{\partial}{\partial \theta_{m0}} \left( \frac{d_4}{d_1} \right) \Big|_0,$$

где символом  $|_0$  обозначена подстановка в формулы вектора ( $\theta_0$ ,  $t_{c0}$ ,  $b_0$ ,  $R_{u0}$ ,  $S_{m0}$ ,  $\theta_{m00}$ ) после вычисления производных.

Для построения математической модели, описывающей динамику изменения концентрации сухих веществ в молоке, примем следующие допущения: плотность молока при колебаниях температуры и концентрации принимается постоянной, концентрация сухих веществ в молоке является

сосредоточенным параметром и равна концентрации на выходе из аппарата, т. е. предполагается, что поступающее в аппарат молоко мгновенно перемешивается с остальной жидкостью, уносом жидкости с паром пренебрегаем. С учетом этих допущений уравнение материального баланса сухих веществ может быть записано в следующем виде:

$$(G'_0 + h\rho\eta) \frac{db}{d\tau} + b\rho\eta \frac{dh}{d\tau} = b_m S_m - bS_{cm}, \quad (15)$$

где  $G'_0$  – масса молока в объеме, ограниченном плоскостью, от которой отсчитывается уровень;  $b_m$  – начальная концентрация сухих веществ в молоке.

Рассматривая совместно выражения (15), (12) и учитывая, что  $\rho \gg \rho_n$ , получим следующее уравнение, описывающее динамику изменения концентрации

$$f_1 \frac{db}{d\tau} = b_m S_m - b(S_{cm} - W), \quad (16)$$

где  $f_1 = G'_0 + h\rho\eta$ .

Выполним линеаризацию уравнения (16) и перейдем от абсолютных значений переменных состояния к их приращениям в безразмерной форме. Тогда при нулевых начальных условиях линеаризованная модель динамики изменения концентрации сухих веществ может быть представлена в операторной форме

$$b^* = W_{51}(s)S_m^* + W_{52}(s)b_m^* + W_{53}(s)h^* + W_{54}(s)S_{cm}^* + W_{55}(s)W^*, \quad (17)$$

где  $W_{5i}(s) = k_{5i}/T_5 s + 1$  – передаточные функции парожидкостного пространства по каналам нанесения внешних воздействий ( $i = 1:5$ );  $k_{5i}$  – коэффициенты передачи;  $T_5$  – постоянная времени;  $b_m^* = L(\Delta b_m/b_{m0})$ . Коэффициенты передачи и постоянная времени определяются по следующим формулам:

$$k_{51} = -l_{42}S_{m0}/l_{41}b_0; \quad k_{52} = -l_{43}b_{m0}/l_{41}b_0; \quad k_{53} = -l_{44}h_0/l_{41}b_0;$$

$$k_{54} = -l_{45}S_{cm0}/l_{41}b_0; \quad k_{55} = -l_{46}W_0/l_{41}b_0; \quad T_5 = -1/l_{41};$$

$$\begin{aligned} l_{41} &= \frac{\partial}{\partial b} \left( \frac{b_m S_m - b S_{cm} + b W}{f_1} \right) \Bigg|_0; \quad l_{42} = \frac{\partial}{\partial S_m} \left( \frac{b_m S_m}{f_1} \right) \Bigg|_0; \quad l_{43} = \frac{\partial}{\partial b_m} \left( \frac{b_m S_m}{f_1} \right) \Bigg|_0; \\ l_{44} &= \frac{\partial}{\partial h} \left( \frac{b_m S_m - b S_{cm} + b W}{f_1} \right) \Bigg|_0; \quad l_{45} = \frac{\partial}{\partial S_{cm}} \left( \frac{b W - b S_{cm}}{f_1} \right) \Bigg|_0; \\ l_{46} &= \frac{\partial}{\partial W} \left( \frac{b W - b S_{cm}}{f_1} \right) \Bigg|_0. \end{aligned}$$

Для построения математической модели, описывающей динамику канала вакуумметрического давления, представим конденсатор смешения 7 (рис. 1) совокупностью следующих элементов: паровоздушного пространства, жидкости на полках и в струях, металла корпуса и полок [16, 17].

Примем следующие допущения: температуры пара, металла и давление являются сосредоточенными параметрами, пар в конденсаторе – сухой насыщенный, температура пара и температура неконденсирующихся газов равны, состав неконденсирующихся газов близок к составу воздуха, физические параметры жидкости и металла не зависят от температуры и давления, давление в установке равно сумме парциальных давлений пара и воздуха  $q = q_p + q_v$ , в конденсатор поступает соковый пар с расходом  $W$ . Обозначим остальные переменные состояния конденсатора смешения следующим образом:  $t''_k$  – температура сокового пара в конденсаторе;  $t_k$  – то же охлаждающей воды на входе в конденсатор;  $t_{k1}$  – то же воды на выходе из конденсатора;  $D_k$  – расход воды на входе в конденсатор;  $D_{k1}$  – то же на выходе из конденсатора;  $D_b$  – то же на входе в конденсатор;  $D_{b1}$  – то же на выходе из конденсатора;  $G_b$  – масса воздуха в конденсаторе;  $G_k$  – то же воды в конденсаторе,  $\varepsilon = G_b/G_k$ ;  $Q_n$  – потери теплоты в окружающую среду.

Тогда с учетом принятых допущений динамику изменения давления  $q$  можно описать следующим уравнением [16]:

$$g_1 p q = g_2 t''_k + g_3 t_{k1} + g_4 t_k + g_5 + g_6, \quad (18)$$

где  $g_i$  – нелинейные функции от переменных состояния конденсатора смешения  $t''_k, D_k, D_{k1}, D_b, D_{b1}, W, \varepsilon, Q_n$ , конструктивных параметров и теплофизических свойств теплоносителей,  $i = 1:6$ . Выражения, определяющие вид функций  $g_i$ , приведены в [16]. С их учетом выполним линеаризацию уравнения (18) и перейдем от абсолютных значений переменных состояния к их приращениям в безразмерной форме. Определим безразмерные приращения переменных состояния и применим к ним преобразование Лапласа:  $t''_k^* = L(\Delta t''_k/t''_{k0})$ ;  $D_k^* = L(\Delta D_k/D_{k0})$ ;  $D_{k1}^* = L(\Delta D_{k1}/D_{k10})$ ;  $D_b^* = L(\Delta D_b/D_{b0})$ ;  $D_{b1}^* = L(\Delta D_{b1}/D_{b10})$ ;  $\varepsilon^* = L(\Delta \varepsilon/\varepsilon_0)$ ;  $Q_n^* = L(\Delta Q_n/Q_{n0})$ . Тогда при нулевых начальных условиях линеаризованная модель динамики изменения вакумметрического давления может быть представлена в операторной форме

$$\begin{aligned} q^* = & W_{61}(s)t''_k^* + W_{62}(s)D_k^* + W_{63}(s)D_{k1}^* + W_{64}(s)D_b^* + W_{65}(s)D_{b1}^* + \\ & + W_{66}(s)\varepsilon^* + W_{67}(s)W^* + W_{68}(s)Q_n^*, \end{aligned} \quad (19)$$

где  $W_{6i}(s) = k_{6i}/s$  – передаточные функции парожидкостного пространства по каналам нанесения внешних воздействий ( $i = 1:8$ );  $k_{6i}$  – коэффициенты передачи, определяемые по следующим формулам:

$$k_{61} = l_{51} t''_{k0}/q_0; \quad k_{62} = l_{52} D_{k0}/q_0; \quad k_{63} = l_{53} D_{k10}/q_0; \quad k_{64} = l_{54} D_{b0}/q_0; \quad k_{65} = l_{55} D_{b10}/q_0;$$

$$k_{66} = l_{56} \varepsilon_0/q_0; \quad k_{67} = l_{57} W_0/q_0; \quad k_{68} = l_{58} Q_{n0}/q_0;$$

$$l_{51} = \frac{\partial}{\partial t''_k} \left( \frac{g_2 t''_k + g_3 t_{k1} + g_4 t_k + g_5 + g_6}{g_1} \right) \Big|_0,$$

$$\begin{aligned}
l_{52} &= \frac{\partial}{\partial D_{\kappa}} \left( \frac{g_2 t''_{\kappa} + g_3 t_{\kappa 1} + g_4 t_{\kappa} + g_5 + g_6}{g_1} \right) \Big|_0; \\
l_{53} &= \frac{\partial}{\partial D_{\kappa 1}} \left( \frac{g_2 t''_{\kappa} + g_3 t_{\kappa 1} + g_5 + g_6}{g_1} \right) \Big|_0; \quad l_{54} = \frac{\partial}{\partial D_b} \left( \frac{g_2 t''_{\kappa} + g_5 + g_6}{g_1} \right) \Big|_0; \\
l_{55} &= \frac{\partial}{\partial D_{b1}} \left( \frac{g_2 t''_{\kappa} + g_5 + g_6}{g_1} \right) \Big|_0; \quad l_{56} = \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left( \frac{g_2 t''_{\kappa} + g_3 t_{\kappa 1} + g_4 t_{\kappa} + g_5 + g_6}{g_1} \right) \Big|_0; \\
l_{57} &= \frac{\partial}{\partial W} \left( \frac{g_3 t_{\kappa 1} + g_6}{g_1} \right) \Big|_0; \quad l_{58} = \frac{\partial}{\partial Q_n} \left( \frac{g_6}{g_1} \right) \Big|_0,
\end{aligned}$$

где символом  $|_0$  обозначена подстановка в формулы вектора ( $t''_{\kappa 0}$ ,  $D_{\kappa 0}$ ,  $D_{\kappa 10}$ ,  $D_{b0}$ ,  $D_{b10}$ ,  $W_0$ ,  $\varepsilon_0$ ,  $Q_{n0}$ ) после вычисления производных.

Таким образом, полученная линеаризованная система уравнений (6), (7), (13), (14), (17), (19) описывает динамику вакуум-выпарной установки по управляющим и возмущающим воздействиям. Структурная схема модели, построенная на основе этой системы, приведена на рис. 2.

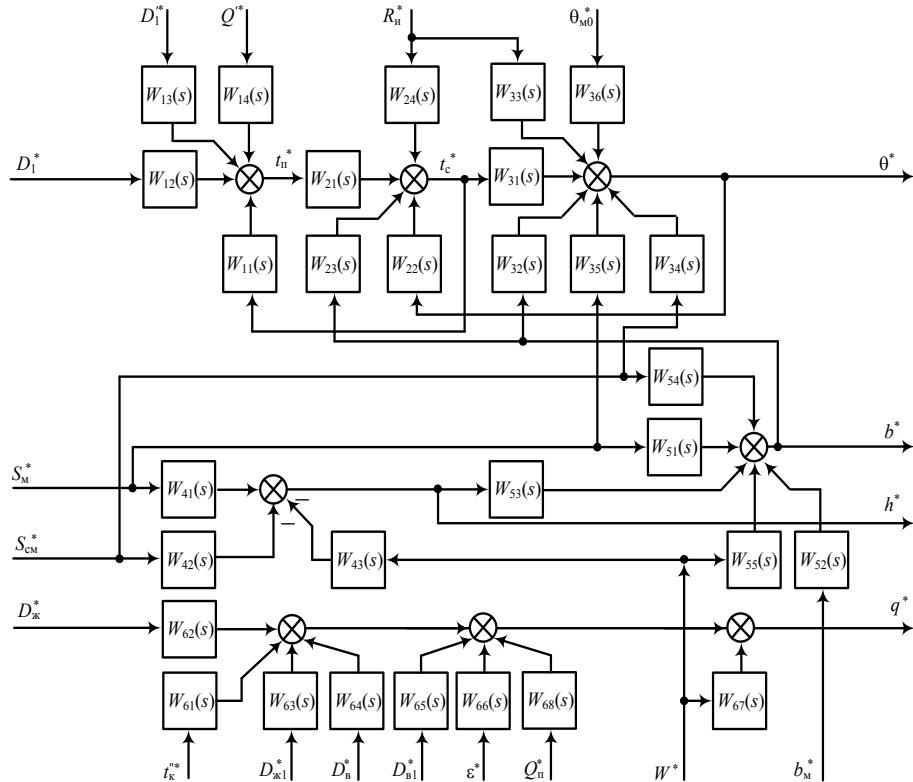


Рис. 2. Структурная схема линеаризованной модели вакуум-выпарной установки

Выходными переменными модели являются: температура молока в выпарном аппарате  $\theta$ , уровень в аппарате  $h$ , концентрация сухих веществ

в молоке  $b$  и глубина вакуума  $q$ . В качестве управляющих воздействий можно рассматривать расходы: греющего пара  $D_1$ , молока  $S_m$ , сгущенного молока  $S_{cm}$  и воды на конденсацию сокового пара  $D_{jk}$ .

### ВЫВОДЫ

Анализ вакуум-выпарной установки как объекта управления на основе предложенной линеаризованной динамической модели с целью повышения эффективности использования теплоносителей позволяет сделать следующие выводы:

- 1) улучшение качества регулирования концентрации сухих веществ  $b$  по основному каналу «расход сгущенного молока  $S_{cm}$  – концентрация  $b$ » может быть достигнуто путем введения дополнительных корректирующих контуров по каналам «расход молока  $S_m$  – концентрация  $b$ » и «расход сокового пара – концентрация  $b$ »;
- 2) улучшение качества регулирования температуры молока  $\theta$  по основному каналу «расход греющего пара  $D_1$  – температура  $\theta$ » может быть достигнуто путем введения дополнительных корректирующих контуров по каналам «расход молока  $S_m$  – температура  $\theta$ » и «расход сгущенного молока  $S_{cm}$  – температура  $\theta$ »;
- 3) улучшение качества регулирования вакуумметрического давления  $q$  по основному каналу «расход охлаждающей воды  $D_{jk}$  – давление  $q$ » может быть достигнуто путем введения дополнительных корректирующих контуров по каналам «температура сокового пара в конденсаторе  $t_k''$  – давление  $q$ », «расход откачиваемого кислорода  $D_{v1}$  – давление  $q$ ».

Предложенные модели применимы для синтеза систем управления вакуум-выпарными установками химических производств.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Брусиловский, Л. П. АСУТП цельномолочных и молочных производств / Л. П. Брусиловский, А. Я. Вайнберг. – М.: Колос, 1993. – 363 с.
2. Хомяков, А. П. Усовершенствование выпарных установок «Виганд» для сгущения молока / А. П. Хомяков, Л. К. Трофимов, В. Д. Харитонов // Молочная промышленность. – 1999. – № 2. – С. 17–19.
3. Брусиловский, Л. П. Новое в автоматизации технологических процессов сгущения и сушки молока и молочных продуктов / Л. П. Брусиловский, А. Я. Вайнберг, В. П. Молотков. – М.: ЦНИИТЭИмясомолпром, 1983. – 56 с.
4. Хомяков, А. П. Отечественное оборудование для сгущения молока и молочных продуктов / А. П. Хомяков, Л. К. Трофимов // Молочная промышленность. – 1999. – № 1. – С. 22–23.
5. Опыт эксплуатации выпарного и сушильного оборудования на Лианозовском комбинате / Ю. И. Меркулов [и др.] // Молочная промышленность. – 1993. – № 1. – С. 21–24.
6. Трумпи, А. Б. Изучение динамических характеристик работы двухкорпусной вакуум-выпарной установки / А. Б. Трумпи // Молочная промышленность. – 1977. – № 3. – С. 17–18.
7. Брусиловский, Л. П. Приборы технологического контроля в молочной промышленности / Л. П. Брусиловский, А. Я. Вайнберг. – М.: Агропромиздат, 1990. – 288 с.
8. Айрапетянц, Г. М. Объекты регулирования / Г. М. Айрапетянц, И. Д. Иванова // Техника и технология пищевых производств: материалы V междунар. науч.-техн. конф. – Могилев, 2005. – С. 85–89.

9. Б р у с и л о в с к и й, Л. П. Научно-технические решения для создания автоматизированных биотехнологических комплексов цельномолочного производства / Л. П. Брусиловский, В. Д. Харитонов. – М.: ГНУ ВНИМИ, 1999. – 57 с.
10. К а ф а р о в, В. В. Методы кибернетики в химии и химической технологии / В. В. Кафаров. – М.: Химия, 1985. – 448 с.
11. С о к о л о в, В. А. Автоматизация технологических процессов в пищевой промышленности. – М.: Агропромиздат, 1991. – 445 с.
12. Б р у с и л о в с к и й, Л. П. Синтез структуры интегрированной автоматизированной системы управления / Л. П. Брусиловский, В. Д. Харитонов // Молочная промышленность. – 1996. – № 3. – С. 4–7.
13. Б р у с и л о в с к и й, Л. П. Автоматизированная система для учета и контроля сырья / Л. П. Брусиловский, А. С. Левин // Молочная промышленность. – 2000. – № 7. – С. 37–38.
14. С и с т е м а автоматического регулирования температуры нагрева: а. с. 1392157 СССР, МКИ2, D 01H13/28 G 05D23/19/ Г. М. Айрапетянц, А. И. Васильев, Г. К. Ковалев, Г. А. Корсунский; Могилевский филиал научно-производственного объединения «Химавтоматика». – № 4049884; заявл. 17.03.86; опубл. 30.04.88 // Открытия. Изобретения. – 1988. – № 16. – 4 с.
15. С т р а х о в, В. В. Вакуум-выпарные установки молочной промышленности и их эксплуатация / В. В. Страхов. – М.: Пищевая промышленность, 1970. – 144 с.
16. Т а у б м а н, Е. И. Выпаривание / Е. И. Таубман. – М.: Химия, 1982. – 328 с.
17. К а ф а р о в, В. В. Математическое моделирование основных процессов химических производств / В. В. Кафаров, М. Б. Глебов. – М.: Высш. шк., 1991. – 400 с.

Представлена кафедрой автоматизации  
технологических процессов и производств

Поступила 03.03.2009

УДК 62-503

## ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИИ РАБОТЫ КАМЕРНОЙ ПЕЧИ

Докт. техн. наук, проф. КОВАЛЕВСКИЙ В. Б., инж. РАДЖУХ М.

*Белорусский национальный технический университет*

При функционировании нагревательных устройств возникает задача выбора наивыгоднейших условий их работы [1]. Применительно к камерным печам решены задачи: минимизации теплоты, использованной на нагрев [2]; минимизации величины окалины [3, 4].

Предполагается, что в печи нагреваются «тонкие» в теплотехническом смысле тела и двусторонние ограничения на температуру дымовых газов отсутствуют. Однако важным для практики является учет двусторонних ограничений на температуру дымовых газов. Дальнейшее изложение и посвящено решению такого рода проблемы.

**Постановка задачи.** Рассмотрим следующую задачу оптимизации:

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u, t); \quad (1)$$