

## ПРОСТЕЙШАЯ МОДЕЛЬ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЗВУКОПРОВОДЯЩЕЙ СИСТЕМЫ РЕКОНСТРУИРОВАННОГО СРЕДНЕГО УХА

Фирсов М.А.

*Free vibrations of the reconstructed sound-conducting system of the middle human ear are studied. The modelled system consists of a circular visco-elastic plate and two hinged one to another rods. The first rod being pasted together with the membrane simulates a T-type prosthesis which replaces the malleus-incus ossicular chain, and the second one simulates a stapedius. Non-linear differential equations describing free oscillations of the middle ear mechanical system are derived. In the case of linear oscillations the transcendental equations with respect to fundamental frequencies are obtained.*

Механические повреждения мембраны, а также ограниченная подвижность цепи косточек среднего уха, вызванная отосклерозом и другими заболеваниями, может приводить к значительному снижению порога акустической восприимчивости или к полной потере слуха. В ряде случаев, с целью устранения патологических изменений или механических повреждений, в оториноларингологии прибегают к частичной или полной реконструкции среднего уха [1]. Объем реконструкции зависит от степени повреждения каждого составляющего элемента колебательной системы среднего уха. Классификации используемых на практике реконструированных операций приведены в [1-3].

В работе рассматривается случай частичной реконструкции [1, 4], когда барабанная перепонка замещается искусственной мембраной, изготовленной из хряща [5], а вместо поврежденной цепи косточек “молоточек-наковальня” вводится T-образный протез (рис. 1).

Последний вставляется таким образом, что его конец анкируется на головку стременной косточки [6], а шляпка склеивается с мембраной. Будем рассматривать протез как недеформируемый стержень. Тогда, считая, что склеивание протеза с мембраной является жестким, будем моделировать последнюю как тонкую кольцевую пластинку (рис. 2), изготовленную из вязко упругого изотропного материала.

Основание стмени представляет собой овальную жесткую пластинку, которая крепится при помощи связок к костной ткани. Жесткостные свойства связок овального окна были изучены в работе [7]. Введем прямоугольную ортогональную систему координат  $Oxyz$  с центром в основании покоящего стмени (рис. 2). Стременная косточка обладает шестью

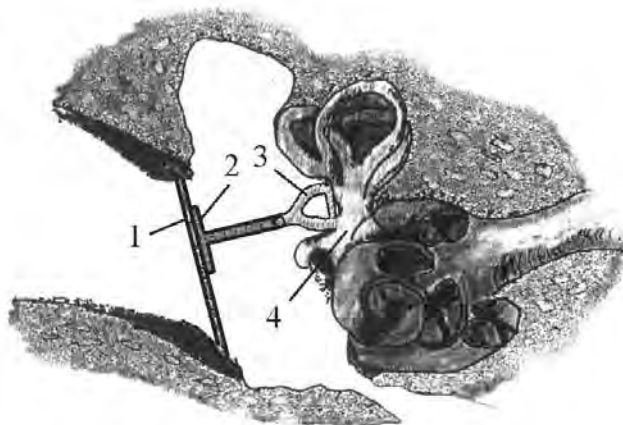


Рис 1. Реконструированное среднее ухо. 1 – восстановленная мембрана, 2 – T-образный протез, 3 – стремя, 4 – основание стмени

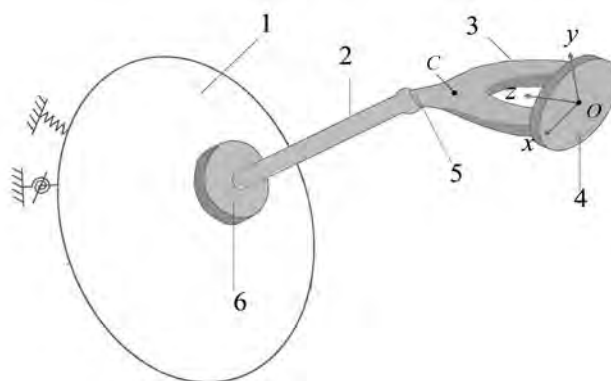


Рис 2. Геометрическая модель реконструированного среднего уха. 1 – восстановленная мембрана, 2 – T-образный протез, 3 – стремя, 4 – основание стмени, 5 – головка стмени, 6 – основание протеза.

степенями свободы. Пусть  $U^T = (U_x, U_y, U_z, \alpha_x, \alpha_y, \alpha_z)$  – вектор перемещений и поворотов стремени в системе координат  $Oxyz$ , где  $U_x, U_y, U_z$  – проекции перемещения центра масс  $C$  на оси  $Ox, Oy, Oz$ , а  $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$  – повороты стремени вокруг этих осей соответственно. Обозначим через  $F$  – вектор усилий и моментов, действующих со стороны связок овального окна. Тогда

$$F^T = C_{RB} U^T, \quad (1)$$

здесь

$$C_{RB} = c_{ref} \begin{bmatrix} 51.40 & -0.24 & -1.37 & 0.04mm & 9.66mm & 0.35mm \\ & 49.20 & -0.60 & -7.87mm & -1.01mm & -8.40mm \\ & & 27.80 & 0.37mm & 17.10mm & 0.96mm \\ & & & 8.29mm^2 & 0.58mm^2 & 2.60mm^2 \\ & & & & 29.70mm^2 & 1.60mm^2 \\ & & & & & 12.90mm^2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

*symmetric*

- матрица жесткости, характеризующая упругие свойства связок овального окна [7], где коэффициент  $c_{ref}$  колеблется в пределах 0.035 до 0.050 N/mm.

Существует несколько способов установки Т-образного протеза, зависящих как от степени патологии, так и от индивидуальной архитектуры полости среднего уха. Поскольку амплитуда колебаний пластинки (искусственной мембраны) является наибольшей в центре, то наиболее оптимальным с точки зрения передачи энергии является такое положение протеза, при котором его основание находилось как можно ближе к центру пластинки. Здесь рассмотрим упрощенную модель, когда центры пластинки и основания протеза находятся в одной точке  $O_p$  (рис. 3).

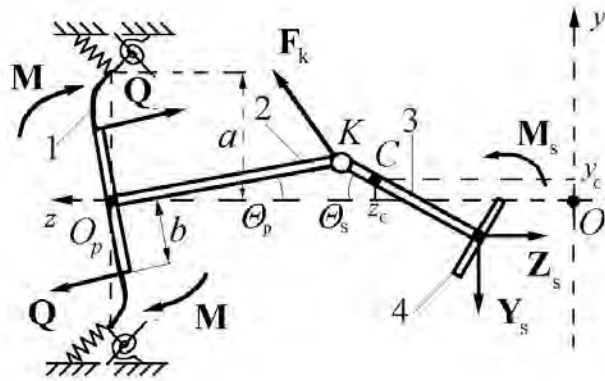


Рис 3. Механическая модель реконструированного среднего уха. 1 – восстановленная мембрана, 2 – Т-образный протез, 3 – стремя, 4 – основание стремени

Анализ матрицы (2) показывает, что сопротивление связок овального окна будет наименьшим, если стремя совершает поступательные перемещения в направлении оси  $Oz$  и повороты вокруг оси  $Ox$  (рис. 2). Поэтому для анализа малых (линейных) колебаний можно рассмотреть плоские движения цепи “протез-стремя”. На рисунке 3 показана упрощенная модель реконструированной колебательной системы при плоском движении протеза и стремени. Ее положение однозначно определяется величинами  $W, \theta_p, \theta_s, y_c, z_c$ , где  $W$  – нормальный прогиб пластинки,  $\theta_p$  и  $\theta_s = \alpha_x$  – углы поворотов протеза и пластинки вокруг осей  $O_px$  и  $Ox$  соответственно, а  $y_c, z_c$  – координаты центра масс стремени в исходной системе координат  $Oxyz$  (здесь  $z_c \approx 0$ ).

Уравнение свободных колебаний кольцевой вязко упругой, изотропной пластинки, моделирующей искусственную мембрану, имеет вид

$$D\Delta^2 \left[ W(r, \varphi, t) - \int_{-\infty}^t R(t - \tau) W(r, \varphi, \tau) d\tau \right] + \sigma \frac{\partial^2 W(r, \varphi, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (3)$$

где  $\Delta$  - оператор Лапласа в полярной системе координат  $r, \varphi$  ( $b \leq r \leq a$ ) с центром в точке  $O_p$ ,  $D = Eh^3/[12(1-\nu^2)]$  – цилиндрическая жесткость пластинки,  $R(t)$  – ядро скорости релаксации,

$h$  – толщина пластинки,  $E$ ,  $\nu$ ,  $\sigma$  – модуль Юнга, коэффициент Пуассона и поверхностная плотность материала, соответственно.

По внешнему контуру барабанная перепонка граничит с волокнисто-хрящевым кольцом (мембранным кольцом) [8], упругие свойства которого непостоянны по периметру [9] и могут сильно колебаться у каждого человека. Учитывая данное обстоятельство, рассмотрим два варианта крепления пластинки по внешнему контуру ( $r=a$ ) – жесткую и упругую заделку. Для жесткой заделки

$$W(r, \varphi, t) = \frac{\partial W(r, \varphi, t)}{\partial r} = 0 \quad \text{при } r = a \quad (4)$$

и для случая упругой заделки

$$k_{sl}W = Q_L, \quad k_{st} \frac{\partial W}{\partial r} = M_L \quad \text{при } r = a, \quad (5)$$

где

$$Q_L = D \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \varphi^2} \right), M_L = D \left[ \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \sigma \left( \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \varphi^2} \right) \right] \quad (6)$$

- перерезывающая сила и изгибающий момент в пластине,  $k_{sl}$ ,  $k_{st}$  – коэффициенты, определяющие жесткость мембранного кольца на нормальное перемещение и поворот пластинки, соответственно. Значения  $k_{sl}$ ,  $k_{st}$  для нижней и верхней частей мембранного кольца, найденные экспериментально для среднего уха в норме, приведены в работе [9]. При возрастании параметров  $k_{sl}$ ,  $k_{st}$  жесткость мембранного кольца увеличивается, а в пределе, при  $k_{sl}$ ,  $k_{st} \rightarrow \infty$ , условия упругой заделки (5) переходят в условия жесткого крепления пластинки.

Радиально симметричные колебания пластинки, соответствующие поступательному движению протеза, были изучены в работах [10–12]. Здесь рассмотрим случай, когда пластинка имеет один узловой диаметр. Тогда граничные условия на внутреннем контуре примут вид

$$W = b \cos \varphi \sin \Theta_p(t), \quad \frac{\partial W}{\partial r} = 0 \quad \text{при } r = b. \quad (7)$$

Заметим, что для собственных форм колебаний пластинки с  $n \geq 2$  числом узловых диаметров, протез является неподвижным. Поэтому данные формы колебаний не представляют интереса и здесь не рассматриваются.

Вращательное движение протеза описывается уравнением

$$I_p \ddot{\Theta}_p = M_{Op}, \quad (8)$$

где  $I_p$  – момент инерции протеза относительно оси  $O_p x$ ,  $M_{Op}$  – главный момент всех сил, действующих на протез относительно оси  $O_p x$ . Момент состоит из двух компонент

$$M_{Op} = M_{Op}^{(p)} + M_{Op}^{(s)}. \quad (9)$$

Здесь

$$M_{Op}^{(p)} = -\pi b D \left\{ \frac{\partial^2}{\partial r^2} \left[ W - \int_{-\infty}^t R(t-\tau) W d\tau \right] + \sigma \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ W - \int_{-\infty}^t R(t-\tau) W d\tau \right] - \frac{1}{r^2} \left[ W - \int_{-\infty}^t R(t-\tau) W d\tau \right] \right) + b \frac{\partial}{\partial r} \Delta \left[ W - \int_{-\infty}^t R(t-\tau) W d\tau \right] \right\} \Big|_{r=b} \quad (10)$$

- равнодействующая изгибающих моментов и моментов перерезывающих сил (6) в пластине относительно оси  $O_{px}$ , действующих по внутреннему контуру ( $r=b$ ), а

$$M_{Op}^{(s)} = l_p Y_k(t) \cos \Theta_p(t) + l_p Z_k(t) \sin \Theta_p(t) \quad (11)$$

- момент силы  $\mathbf{F}_k = (Y_k, Z_k)$  в шарнирном соединении  $K$ , действующий со стороны протеза, где  $l_p$  – длина протеза,  $Y_k, Z_k$  – проекции силы  $\mathbf{F}_k$  на оси  $Oy, Oz$  соответственно.

Стремя совершает сложное плоское движение, состоящее из поступательных движений вдоль осей  $Oy, Oz$  и вращения вокруг оси  $Ox$  (здесь  $Cx$  – ось, проходящая через центр масс  $C$  параллельно  $Ox$ ).

Поступательные движения описываются двумя скалярными уравнениями

$$m_s \ddot{y}_c = Y_k - c_{22}(l_p \sin \Theta_p - l_s \sin \Theta_s), \quad (12)$$

$$m_s \ddot{z}_c = Z_k - c_{33}(l - l_p \cos \Theta_p - l_s \cos \Theta_s), \quad (13)$$

где  $(\theta, y_c, z_c)$  – координаты центра масс  $C$ ,  $l_s$  – длина стремени (расстояние от его головки до основания),  $l = l_s + l_c$ ,  $c_{ii}$  – диагональные элементы матрицы (2), взятые с коэффициентом  $c_{ref}$ .

Уравнение вращения стремени вокруг оси  $Cx$  имеет вид

$$I_s \ddot{\Theta}_s = Y_k l_c \cos \Theta_s - Z_k l_c \sin \Theta_s - c_{44} \Theta_s, \quad (14)$$

где  $I_s$  – момент инерции стремени относительно оси  $Cz$ ,  $l_c$  – расстояние от головки стремени  $K$  до центра масс. Параметры  $I_s$  и  $l_c$  найдены экспериментально в [7].

Координаты центра масс  $C$  стремени однозначно определяются углами  $\Theta_p, \Theta_s$ :

$$y_c = l_p \sin \Theta_p - l_c \sin \Theta_s, \quad z_c = l - l_p \cos \Theta_p - l_c \cos \Theta_s. \quad (15)$$

Уравнения (8), (12) – (15) являются нелинейными относительно  $\Theta_p(t), \Theta_s(t), Y_k(t), Z_k(t)$ . Рассмотрим малые колебания системы. После линеаризации приходим к системе линейных уравнений:

$$I_p \ddot{\Theta}_p = -\pi b D \left\{ \frac{\partial^2}{\partial r^2} \left[ W - \int_{-\infty}^t R(t-\tau) W d\tau \right] + \sigma \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ W - \int_{-\infty}^t R(t-\tau) W d\tau \right] - \frac{1}{r^2} \left[ W - \int_{-\infty}^t R(t-\tau) W d\tau \right] \right) + b \frac{\partial}{\partial r} \Delta \left[ W - \int_{-\infty}^t R(t-\tau) W d\tau \right] \right\} \Big|_{r=b} + l_p Y_k \quad (16)$$

$$m_s (l_p \ddot{\Theta}_p - l_c \ddot{\Theta}_s) = Y_k - c_{22}(l_p \Theta_p - l_s \Theta_s), \quad Z_k = 0, \quad (17)$$

$$J_c \ddot{\Theta}_s = Y_k l_c - c_{44} \Theta_s. \quad (18)$$

Проведем разделение переменных

$$W(r, \varphi, t) = w(r) \cos \varphi e^{-i\Omega t}, \quad (19)$$

$$(\Theta_p, \Theta_s, Y_k, Z_k) = e^{-i\Omega t} (\theta_p, \theta_s, y_k, z_k), \quad (20)$$

где  $\Omega = \omega + i\alpha$  – комплексная частота колебаний ( $\alpha$  – декремент колебаний). Подставив (19) в (3), (5), (7), приходим к дифференциальному уравнению

$$\left( \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - 1 \right)^2 w - k^4 w = 0 \quad (21)$$

относительно  $w$  с граничными условиями

$$\begin{aligned} k_{st} w(a) - D \left( w'''(a) + \frac{1}{a} w''(a) - \frac{2}{a^2} w'(a) + \frac{2}{a^3} w(a) \right) &= 0, \\ k_{st} w'(a) - D \left( w''(a) + \frac{\sigma}{a} w'(a) - \frac{\sigma}{a^2} w(a) \right) &= 0, \\ w(b) = b \theta_p, \quad w'(b) &= 0, \end{aligned} \quad (22)$$

где  $k^4 = \frac{\sigma \Omega^2}{A(\Omega)}$ , а  $A(\Omega) = D \left( 1 - \int_0^\infty R(t) e^{-i\Omega t} dt \right)$ .

Задача (21), (22) имеет решение в виде

$$w(r) = \frac{b \theta_p}{|\mathbf{M}|} \cdot \left[ \overline{\mathbf{M}}_{31} J_1(kr) + \overline{\mathbf{M}}_{32} Y_1(kr) + \overline{\mathbf{M}}_{33} I_1(kr) + \overline{\mathbf{M}}_{34} K_1(kr) \right] \quad (23)$$

где  $\mathbf{M}$  – матрица размерности  $4 \times 4$  с элементами:

$$\begin{aligned} M_{11} &= \left( \frac{2D}{a^3} - k_{st} \right) J_1(ka) + D J_1'''(ka) + \frac{D}{a} J_1''(ka) - \frac{2D}{a^2} J_1'(ka), \\ M_{12} &= \left( \frac{2D}{a^3} - k_{st} \right) Y_1(ka) + D Y_1'''(ka) + \frac{D}{a} Y_1''(ka) - \frac{2D}{a^2} Y_1'(ka), \\ M_{13} &= \left( \frac{2D}{a^3} - k_{st} \right) I_1(ka) + D I_1'''(ka) + \frac{D}{a} I_1''(ka) - \frac{2D}{a^2} I_1'(ka), \\ M_{14} &= \left( \frac{2D}{a^3} - k_{st} \right) K_1(ka) + D K_1'''(ka) + \frac{D}{a} K_1''(ka) - \frac{2D}{a^2} K_1'(ka), \\ M_{21} &= D J_1''(ka) + \left( \frac{D\sigma}{a} - k_{st} \right) J_1'(ka) - \frac{D\sigma}{a^2} J_1(ka), \\ M_{22} &= D Y_1''(ka) + \left( \frac{D\sigma}{a} - k_{st} \right) Y_1'(ka) - \frac{D\sigma}{a^2} Y_1(ka), \\ M_{23} &= D I_1''(ka) + \left( \frac{D\sigma}{a} - k_{st} \right) I_1'(ka) - \frac{D\sigma}{a^2} I_1(ka), \\ M_{24} &= D K_1''(ka) + \left( \frac{D\sigma}{a} - k_{st} \right) K_1'(ka) - \frac{D\sigma}{a^2} K_1(ka), \end{aligned}$$

$$M_{31} = J_1(kb), \quad M_{32} = Y_1(kb), \quad M_{33} = I_1(kb), \quad M_{34} = K_1(kb),$$

$$M_{41} = J_1'(kb), \quad M_{42} = Y_1'(kb), \quad M_{43} = I_1'(kb), \quad M_{44} = K_1'(kb),$$

$J_1(x)$ ,  $Y_1(x)$  – функции Бесселя первого и второго рода первого порядка,  $I_1(x)$ ,  $K_1(x)$  – модифицированные функции Бесселя первого и второго рода первого порядка, а  $\overline{\mathbf{M}}_{3j}$  ( $j = 1, 2, 3, 4$ ) – соответствующие миноры матрицы  $\mathbf{M}$ .

Подставляя (20) в уравнения (16) – (18), и учитывая (23), приходим к соотношениям

$$z_k = 0, \theta_s = \frac{l_p l_c (m_s \Omega^2 - c_{22})}{m_s \Omega^2 l_c^2 - c_{44} + J_c \Omega^2 - c_{22} l_s l_c} \theta_p, y_k = \frac{l_p (m_s \Omega^2 - c_{22})(C_{44} - J_c \Omega^2)}{m_s \Omega^2 l_c^2 - c_{44} + J_c \Omega^2 - c_{22} l_s l_c} \theta_p. \quad (25)$$

и трансцендентному уравнению

$$\begin{aligned} & \frac{\pi b^2 A(\Omega)}{|M|} \left( b \frac{\partial^3}{\partial r^3} (\overline{M}_{31} J_1(kr) + \overline{M}_{32} Y_1(kr) + \overline{M}_{33} I_1(kr) + \overline{M}_{34} K_1(kr)) \right)_{r=b} + \\ & + 2 \frac{\partial^2}{\partial r^2} (\overline{M}_{31} J_1(kr) + \overline{M}_{32} Y_1(kr) + \overline{M}_{33} I_1(kr) + \overline{M}_{34} K_1(kr))_{r=b} + \frac{\sigma - 2}{b} (\overline{M}_{31} J_1(kr) + \\ & + \overline{M}_{32} Y_1(kr) + \overline{M}_{33} I_1(kr) + \overline{M}_{34} K_1(kr))_{r=b} + \frac{2 - \sigma}{b^2} (\overline{M}_{31} J_1(kb) + \\ & + \overline{M}_{32} Y_1(kb) + \overline{M}_{33} I_1(kb) + \overline{M}_{34} K_1(kb)) \left) - \frac{l_p^2 (m_s \Omega^2 - c_{22})(c_{44} - J_c \Omega^2)}{m_s \Omega^2 l_c^2 - c_{44} + J_c \Omega^2 - c_{22} l_s l_c} - J_p \Omega^2 = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

относительно комплексной частоты колебаний  $\Omega$ .

В среде Maple V.5 были выполнены расчеты нескольких первых собственных частот системы при различных значениях входящих в задачу геометрических и физических параметров.

В таблице 1 приведены значения собственных частот колебания системы в зависимости от радиуса основания протеза  $b$  в случае жесткого крепления на внешнем контуре при значениях  $a=5 \cdot 10^{-3}$  м,  $m_s=3.5 \cdot 10^{-6}$  кг,  $m_p=9 \cdot 10^{-6}$  кг,  $h=1.5 \cdot 10^{-4}$  м,  $\sigma=1.2 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $c_{ref}=0.035$ ,  $l_p=1.5 \cdot 10^{-3}$  м,  $l_s=1.5 \cdot 10^{-3}$  м,  $l_c=8.1 \cdot 10^{-4}$  м,  $E=3.2 \cdot 10^7$  Н·м<sup>-2</sup>,  $I_c=4.97 \cdot 10^{-12}$  м,  $\nu=0.4$ . Анализ таблицы 1 указывает на то, что при увеличении радиуса основания протеза, значения всех собственных частот увеличиваются значительно.

Таблица 1. Зависимость собственных частот  $\omega_k$  (Гц) от основания протеза  $b$  в случае упругой заделки на внешнем контуре

$b, 10^{-3}$ м	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$	$\omega_5$	$\omega_6$
1	120	136	294	371	529	723
1.5	146	176	334	485	634	953
2	176	240	396	670	824	1334

В таблицах 2-3 приведены значения собственных частот системы, найденные с учетом вязкости для случая жесткого крепления реконструированной мембраны на внешнем контуре

Таблица 2. Значения собственных частот  $\omega_k$  (Гц) и декремента колебаний в случае ядра скорости релаксации  $R(t) = Ae^{-\beta t}$

	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$	$\omega_5$	$\omega_6$	$\omega_7$	$\omega_8$
$\omega$	176.470	240.678	396.522	670.740	825.186	1334.24	1485.12	2226.73
$\alpha$	0.01124	0.21026	0.01421	0.21032	0.01947	0.21035	0.02058	0.21033

В таблице 2 отображены значения собственных частот  $\omega$  (Гц) и декремента колебаний  $\alpha$  с учетом вязкости реконструированной мембраны, когда ядро скорости релаксации  $R(t) = Ae^{-\beta t}$ , при значениях  $A=0.0422$ ,  $\beta=1.3$ ,  $a=5 \cdot 10^{-3}$  м,  $b=2 \cdot 10^{-3}$  м,  $m_s=3.5 \cdot 10^{-6}$  кг,  $m_p=9 \cdot 10^{-6}$  кг,  $h=1.5 \cdot 10^{-4}$  м,  $\sigma=1.2 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $c_{ref}=0.035$ ,  $l_p=1.5 \cdot 10^{-3}$  м,  $l_s=1.5 \cdot 10^{-3}$  м,  $l_c=8.1 \cdot 10^{-4}$  м,  $E=3.2 \cdot 10^7$  Н·м<sup>-2</sup>,  $I_c=4.97 \cdot 10^{-12}$  м,  $\nu=0.4$ .

Таблица 3. Значения собственных частот  $\omega$  (Гц) и декремента колебаний в случае ядра Ржаницына

	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$	$\omega_5$	$\omega_6$	$\omega_7$	$\omega_8$
Без учета вязкости	176.470	240.707	396.522	670.894	825.186	1334.64	1485.12	2227.32
$\omega$	163.471	211.077	365.903	596.858	743.400	1197.68	1338.33	2010.94
$\alpha$	2.43608	5.08983	5.13724	12.6037	13.8150	23.1714	24.8381	36.4745

В таблице 3 отображены значения собственных частот  $\omega$  (Гц) и декремента колебаний  $\alpha$  с учетом вязкости реконструированной мембраны в случае, когда ядро релаксации представляет собой ядро Ржаницына  $R(t) = At^{-s}e^{-\beta t}$ , при значениях  $A=0.4/\Gamma(0.1)$ ,  $\beta=1$ ,  $s=0.9$ ,  $a=5 \cdot 10^{-3}$  м,  $b=2 \cdot 10^{-3}$  м,  $m_s=3.5 \cdot 10^{-6}$  кг,  $m_p=9 \cdot 10^{-6}$  кг,  $h=1.5 \cdot 10^{-4}$  м,  $\sigma=1.2 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $c_{ref}=0.035$ ,  $l_p=1.5 \cdot 10^{-3}$  м,  $l_s=1.5 \cdot 10^{-3}$  м,  $l_c=8.1 \cdot 10^{-4}$  м,  $E=3.2 \cdot 10^7$  Н·м<sup>-2</sup>,  $I_c=4.97 \cdot 10^{-12}$  м,  $\nu=0.4$ . Анализ таблицы 3 показывает, что в случае ядра Ржаницына значения собственных частот системы существенно отличаются от значений собственных частот найденных без учета вязкости реконструированной мембраны, причем значения всех частот меньше.

Таблица 4. Значения собственных частот  $\omega$  (Гц) в различных случаях

	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$	$\omega_5$	$\omega_6$	$\omega_7$	$\omega_8$
Жесткое крепление	176	240	396	670	824	1334	1484	2227
С учетом вязкости, в случае ядра Ржаницына	163	211	365	596	743	1197	1338	2010
Упругая заделка $k_{sf}=10^4$ , $k_{st}=10^{-4}$	94	101	224	322	479	804	964	1522
Ухо в норме	91	172	228	271	483	647	857	1189

Ранее, в работах [10-14] были исследованы свободные радиально-симметричные и несимметричные колебания реконструированной системы среднего уха без учета вязкости пластинки, моделирующей мембрану. Полученные в данной работе результаты позволяют, во-первых, сделать вывод, что первой собственной частоте системы соответствует частота, характеризующаяся радиально-симметричным колебанием, второй – частота, характеризующаяся несимметричными колебаниями, и так далее, сохраняя очередность, во-вторых,

провести сравнительный анализ различных вариантов моделирования звукопроводящей реконструированной системы среднего уха. В таблице 4 сравниваются найденные значения собственных частот реконструированного уха со значениями, найденными в работах [13-14], а также в работе [15], где значения

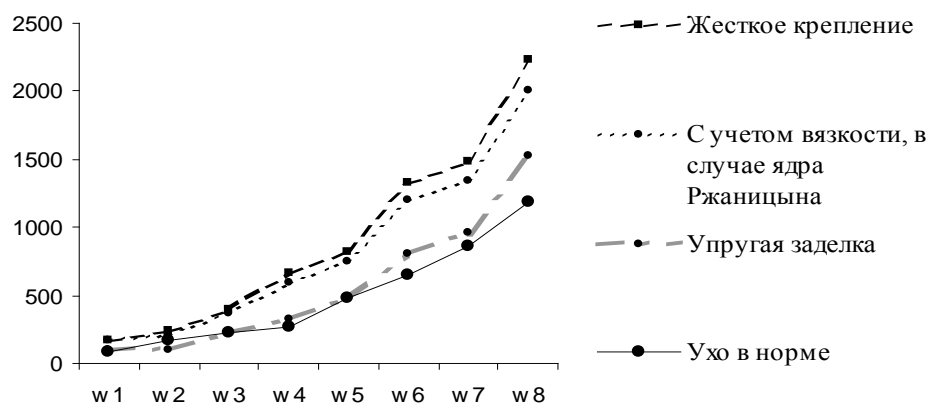


График 1. Изменение собственных частот системы

получены методом конечных элементов для среднего уха в норме.

Анализ таблицы указывает на то, что в случае упругой заделки на внешнем контуре, при значениях коэффициентов  $k_{st}=10^4$ ,  $k_{st}=10^{-4}$ , как для уха в норме, значения собственных частот реконструированной системы значительно ближе к значениям собственных частот для уха в норме, чем в случае жесткой заделки. Сравнительная характеристика изменения значений собственных частот системы в разных случаях показана на графике 1.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Huttenbrink K.-B. Mechanical aspects of middle ear reconstruction // Middle Ear Mechanics in Research and Otorhinology. (ed. by K.-B. Huttenbrink). - Dresden: Dept. of Oto-Rhino-Laryngology, Univ. of Technology. - 1997. - P. 165-168.
2. Ситников В.П., Бизунков А.Б. Щадящий вариант функциональной стапедопластинки при отосклерозе // Здоровоохранение. - 1997. - №7. - С. 50-51.
3. Sitnikov V.P., Kaushic A. Ossiculoplastz in patients with chronic purulent otitis media // Proc. Int. Otorhinolaryng. Congress, Bratislava, - 1998. - P. 84.
4. Jahnke K., Leieberum B., Kuhn W. Missing handle of malleus: reinforcement of the tympanic membrane // Middle Ear Mechanics in Research and Otorhinology. ((ed. by K.-B. Huttenbrink). - Dresden: Dept. of Oto-Rhino-Laryngology, Univ. of Technology. - 1997. - P.197-199.
5. Murbe D., Zahnert Th., Bornitz M., Huttenbrink K.-B. Assesment of vibration characteristics of different cartilage reconstruction techniques for the tympanic membrane using scanning laser vibrometry // The function and Mechanics of Normal, Diseased and Reconstructed Middle Ears (ed. by J.J. Rosowski and S.N. Merchant). - The Hague, The Netherlands: Kugler Publication. - 2000. - P. 321-329.
6. Eiber A., Freitag H.-G., Schimanski G., Zenner H.P. On the coupling of prosthesis to the middle ear structure and its influence on sound trasfer // The function and Mechanics of Normal, Diseased and Reconstructed Middle Ears (ed. by J.J. Rosowski and S.N. Merchant). - The Hague, The Netherlands: Kugler Publication. - 2000. - P. 297-308.
7. Beer H.-J., Bornitz M., Hardke H.-J., Schmidt R., Hofman G., Vogel U., Zahnert T., Huttenbrink K.-B. Modeling of Components of the Human Middle Ear and Simulation of Their Dynamic Behavior // Audiol Neurootol. - 1994; 4. - P. 156-162.
8. Гельфанд С.А. Слух: введение в психологическую и физиологическую акустику: Пер. с англ. - М.: Медицина, 1984. 352 с.
9. Wada H., Koite T., Kobayashi T. Three-Dimentional Finite-Element Method (FEM) Analysis of the Human Middle Ear // Middle Ear Mechanics in Research and Otorhinology. ((ed. by K.-B. Huttenbrink). - Dresden: Dept. of Oto-Rhino-Laryngology, Univ. of Technology. - 1997. - P. 76-81.
10. Коршиков В.П., Михасев Г.И. Свободные радиально-симметричные колебания кольцевой вязко упругой пластины с присоединенным стержнем// Вестник ВДУ, №3 (21). - 2001. С. 103-107.



11. Фирсов М.А.: О влиянии геометрических и физических параметров слухового протеза на собственные частоты колебаний реконструированной системы среднего уха // Вестник ВДУ, №1 (35). - 2005.
12. Mikhasev G., M. Firsov, S. Ermochenko, V. Sitnikov. Modeling of the Dynamic Behavior of the Reconstructed Middle Ear Taking into Account its Initial Strain-Stress State// Book of Abstracts of the Annual Scientific Conference "GAMM 2004, Dresden: Technische Universität Dresden, P.25.
13. Г.И. Михасев, М.А. Фирсов, В.П. Ситников. Моделирование свободных колебаний звукопроводящей системы реконструированного среднего уха // Российский журнал биомеханики, Пермь 2005, №1, том 9, С. 52 –62.
14. Фирсов М.А, Михасев Г.И. Определение спектра собственных частот реконструированной колебательной системы среднего уха // Теоретическая и прикладная механика (межведомственный сборник научно-методических статей), Минск 2005, С. 53-57.
15. Beer H.-J., Bornitz M., Hardke H.-J., Schmidt R., Hofman G., Vogel U., Zahnert T., Huttenbrink K.-B. Finite Element Modeling of the Human Eardrum and applications // Middle Ear Mechanics in Research and Otosurgery. ((ed. by K.-B. Huttenbrink). – Dresden: Dept. of Oto-Rhino-Laryngology, Univ. of Technology. - 1997. - P. 40-47.