

Кафедра физики

ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

Пособие

для студентов специальностей

- 1-70 02 01 «Промышленное и гражданское строительство»,
- 1-70 04 02 «Теплогасоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна»,
- 1-70 04 03 «Водоснабжение, водоотведение и охрана водных ресурсов»,
- 1-70 03 02 «Мосты, транспортные тоннели и метрополитены»

*Рекомендовано учебно-методическим объединением
по образованию в области строительства и архитектуры*

Минск
БНТУ
2016

УДК 537.31(075.6)

ББК 22.33я7

И88

А в т о р ы:

*П. Г. Кужир, Н. П. Юркевич, Г. К. Савчук, А. А. Баранов,
В. С. Позняк, Е. В. Журавкевич*

Рецензенты:

зав. кафедрой «Общая физика» БГУ *И. И. Жолнеревич*;
доцент кафедры «Медицинская и биологическая физика» БГМУ
И. Ф. Медведева

И 88 **Изучение** электрических и магнитных полей: пособие для студентов специальности I-70 02 01 «Промышленное и гражданское строительство», 1-70 04 02 «Теплогаснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна», 1-70 04 03 «Водоснабжение, водоотведение и охрана водных ресурсов», 1-70 03 02 «Мосты, транспортные тоннели и метрополитены» / П. Г. Кужир [и др.]. – Минск : БНТУ, 2016. – 65 с.

ISBN 978-985-550-471-0.

В пособии представлены материалы для проведения лабораторного практикума по изучению электрических и магнитных полей. Описаны основные характеристики электростатического поля. Представлен экспериментальный метод моделирования электростатического поля. Подробно представлена теория магнитного поля соленоида конечной длины с произвольным числом витков, а также методика экспериментального изучения магнитного поля в лабораторных условиях. Рассмотрены вопросы природы носителей электрического тока в металлах, описаны электрическое поле металлического проводника с током и количественные характеристики тока. Дана методика экспериментального исследования зависимости плотности тока и плотности тепловой мощности от напряженности электрического поля в металлическом проводнике.

УДК 537.31(075.6)

ББК 22.33я7

ISBN 978-985-550-471-0

© Белорусский национальный
технический университет, 2016

СОДЕРЖАНИЕ

Лабораторная работа № 1	
Моделирование электростатического поля	4
Лабораторная работа № 2	
Магнитное поле соленоида	24
Лабораторная работа № 3	
Исследование зависимости плотности тока и плотности тепловой мощности от напряженности электрического поля в металлическом проводнике	48
Литература.....	64

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Цель работы: изучить основные характеристики электростатического поля, построить сечения эквипотенциальных поверхностей, создаваемых плоскими и цилиндрическими электродами, на горизонтальную плоскость XOY , определить величины напряженностей и изобразить картины силовых линий моделируемых электростатических полей.

Оборудование и материалы: гальваническая ванна с водой, металлические плоские и цилиндрические электроды, зонд, потенциометр, нуль-индикатор.

Электрический заряд. Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона

Не все явления в природе можно объяснить на основе законов и понятий механики, молекулярной физики и термодинамики. Например, взаимодействие атомов и молекул удается понять и объяснить на основе того, что существуют электрические заряды.

Все тела способны приобретать электрический заряд, то есть электризоваться. Электрический заряд q любого заряженного тела квантуется, то есть заряд тела состоит из целого числа элементарных зарядов $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл:

$$q = Ne,$$

где N – число элементарных зарядов.

Существуют два рода электрических зарядов – положительные и отрицательные. Величина заряда измеряется в кулонах (Кл). Элементарным отрицательным зарядом обладает электрон, элементарным положительным зарядом обладают протон и позитрон. Тело заряжено отрицательно, если оно имеет избыток электронов, и заряжено положительно, если у него недостаток электронов.

Заряд обладает свойством инвариантности: величина заряда и его знак не зависят от выбора системы отсчета.

Для заряда справедлив фундаментальный закон природы – **закон сохранения электрического заряда**: алгебраическая сумма электрических зарядов тел или частиц, образующих электрически изолированную систему, не изменяется с течением времени при любых процессах, происходящих в этой системе:

$$\sum_{i=1}^N q_i = \text{const},$$

где q_i – заряд i -го тела или i -ой частицы;

N – число заряженных тел или частиц в электрически изолированной системе.

Как показывает опыт, разноименные заряженные тела притягиваются, одноименно заряженные тела отталкиваются. Величину силы взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов опытным путем установил Кулон.

Закон Кулона: сила взаимодействия F двух неподвижных точечных зарядов в вакууме прямо пропорциональна величине каждого из зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния r между ними

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2},$$

где $|q_1|$ и $|q_2|$ – абсолютное значение величины каждого заряда;

$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$ – коэффициент пропорциональности;

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$ – электрическая постоянная;

r – расстояние между зарядами.

Точечным называется заряд, распределенный на теле, размеры которого значительно меньше расстояний до других заряженных тел, с которыми оно взаимодействует.

Закон Кулона можно записать в векторном виде. Пусть заряд q_1 действует на заряд q_2 . Проведем радиус-вектор \vec{r} от точечного заряда q_1 к точечному заряду q_2 (рис. 1.1).

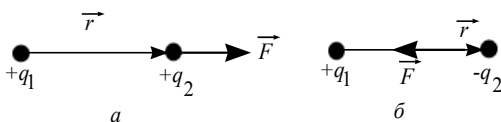


Рис. 1.1. Направление силы Кулона при взаимодействии двух точечных зарядов: a – одного знака; b – разных знаков

Сила \vec{F} направлена в ту же сторону, что и радиус-вектор \vec{r} при одинаковых знаках зарядов (рис. 1.1, a), и в противоположную сторону при различных знаках зарядов (рис. 1.1, b). Поэтому выражение для вектора силы \vec{F} можно получить, если величину модуля силы, определяемую по закону Кулона, умножить на единичный вектор $\frac{\vec{r}}{r}$.

Следовательно, закон Кулона для вакуума в векторном виде записывается как

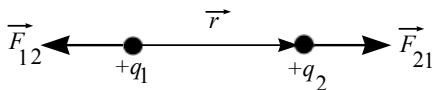
$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^3} \vec{r}.$$

Сила Кулона является центральной, так как направление силы проходит через неподвижные центры зарядов, а величина силы зависит от расстояния между ними.

Сила Кулона подчиняется третьему закону Ньютона, то есть силы взаимодействия двух точечных зарядов равны по величине и противоположны по направлению (рис. 1.2).

Рис. 1.2. Иллюстрация третьего закона Ньютона для силы Кулона

Напряженность электрического поля



Кулоновское взаимодействие между неподвижными заряженными телами осуществляется посредством создаваемого ими электростатического поля.

Электрическое поле – одна из форм существования материи, посредством которой осуществляется взаимодействие заряженных тел.

Электрическое поле создается как неподвижными, так и движущимися зарядами. **Электростатическим** называется электрическое поле, создаваемое неподвижными зарядами. В данной работе будут рассматриваться основные характеристики электростатического поля.

Электрическое поле проявляет себя тем, что оказывает силовое воздействие на заряды, помещенные в данное поле. Поэтому для исследования электростатического поля используется положительный пробный заряд $q_{\text{пр}}$. Пробный заряд должен быть точечным и величиной своего поля не искажать исследуемое поле.

Пусть электростатическое поле создается зарядом q , который по закону Кулона будет действовать на пробный заряд $q_{\text{пр}}$ с силой

$$\vec{F} = k \frac{qq_{\text{пр}}}{r^3} \vec{r},$$

где \vec{r} – радиус-вектор, проведенный от заряда q к заряду $q_{\text{пр}}$.

Тогда

$$\frac{\vec{F}}{q_{\text{пр}}} = k \frac{q}{r^3} \vec{r}. \quad (1.1)$$

Из формулы (1.1) видно, что отношение $\frac{\vec{F}}{q_{\text{пр}}}$ зависит только от величины заряда q и радиус-вектора \vec{r} , определяющих поле в данной точке пространства, и не зависит от величины пробного заряда, вносимого в поле.

Отношение $\frac{\vec{F}}{q_{\text{пр}}}$ является силовой характеристикой поля и называется напряженностью электростатического поля.

Напряженность электростатического поля \vec{E} – векторная величина, численно равная отношению силы, действующей на пробный заряд, помещенный в данную точку поля, к величине этого заряда:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{\text{пр}}}. \quad (1.2)$$

Из формул (1.1) и (1.2) следует, что напряженность поля точечного заряда q определяется выражением

$$E = k \frac{|q|}{r^2}$$

или в векторном виде

$$\vec{E} = k \frac{q}{r^3} \vec{r}.$$

Для напряженности электростатического поля, созданного системой из N неподвижных зарядов, справедлив **принцип суперпозиции электростатических полей**: вектор напряженности электростатического поля системы неподвижных зарядов равен векторной сумме напряженностей полей, создаваемых каждым зарядом системы в отдельности:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i,$$

где \vec{E}_i – вектор напряженности поля i -го заряда;

N – число зарядов в системе.

Для графического изображения электростатических полей используют силовые линии вектора напряженности \vec{E} .

Силовой линией электростатического поля называется линия, касательная к которой в каждой точке поля совпадает с направлением вектора напряженности \vec{E} .

На рис. 1.3 показаны силовые линии положительного и отрицательного точечного заряда. Густота силовых линий выбирается так, чтобы количество линий, пронизывающих поверхность единичной площади, проведенной перпендикулярно к линиям, было численно равно модулю вектора напряженности.

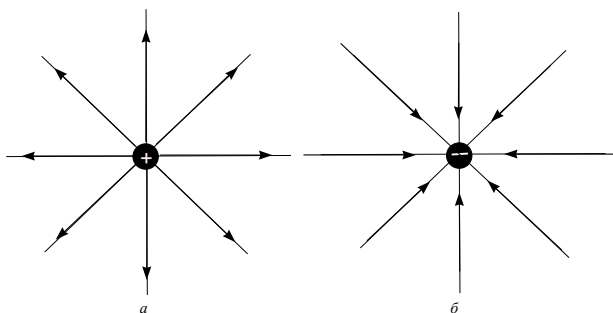


Рис. 1.3. Силовые линии точечных зарядов:
a – положительного; *б* – отрицательного

Для точечного заряда густота линий (модуль вектора \vec{E}) численно равна $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$. Тогда полное число линий, пересекающих сферическую поверхность произвольного радиуса r , в центре которой расположен заряд q , будет равно произведению густоты линий на площадь поверхности сферы $4\pi r^2$:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

Данный результат говорит о том, что число силовых линий электростатического поля точечного заряда на произвольном расстоянии r от него одинаково и не зависит от r . Следовательно, силовые линии, начавшись на положительном заряде, уходят в бесконечность и, приходя из бесконечности, заканчиваются на отрицательном заряде.

Данное свойство силовых линий вектора \vec{E} является общим для всех электростатических полей, создаваемых любой системой неподвижных зарядов: линии напряженности могут начинаться или заканчиваться только на зарядах либо уходить в бесконечность.

Однородным называется электростатическое поле, в котором вектор напряженности \vec{E} в любой точке поля одинаков по величине и по направлению.

Однородное поле изображается параллельными линиями, расположенными на равном расстоянии друг от друга, направление которых совпадает с направлением вектора \vec{E} . Таково поле плоского конденсатора бесконечной длины (рис. 1.4.)

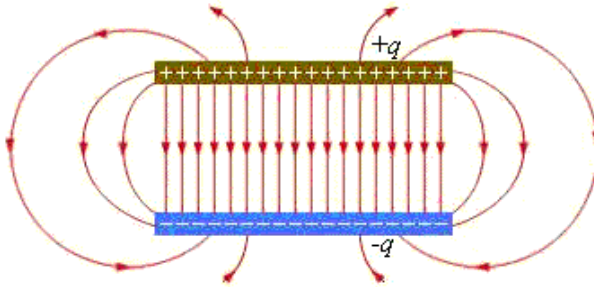


Рис. 1.4. Силовые линии плоского конденсатора

Теорема Остроградского–Гаусса

Рассмотрим поверхность, ограниченную контуром и помещенную в однородное электростатическое поле \vec{E} . Выбор поверхности и ее ориентация в пространстве определяется единичным вектором нормали \vec{n} , проведенным к данной поверхности (рис. 1.5). Тогда ориентированный элемент площади поверхности $d\vec{S}$ определяется как

$$d\vec{S} = \vec{n}dS,$$

где dS – величина элемента площади поверхности.

Потоком вектора напряженности электростатического поля \vec{E} через поверхность $d\vec{S}$ называется величина

$$d\Phi = \vec{E}d\vec{S} = EdS \cos \alpha,$$

где α – угол между вектором нормали \vec{n} к поверхности и вектором напряженности электростатического поля \vec{E} (см. рис. 1.5).

Если поверхность замкнута, то для электростатического поля в вакууме справедлива **теорема Остроградского–Гаусса**: поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме через любую замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, охватываемых этой поверхностью, деленной на электрическую постоянную ϵ_0 :

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i,$$

где q_i – величина i -го заряда внутри замкнутой поверхности;
 N – число зарядов, охватываемых замкнутой поверхностью.

Теорема Остроградского–Гаусса применяется для расчета электростатических полей, обладающих симметрией, обусловленной расположением зарядов в пространстве.

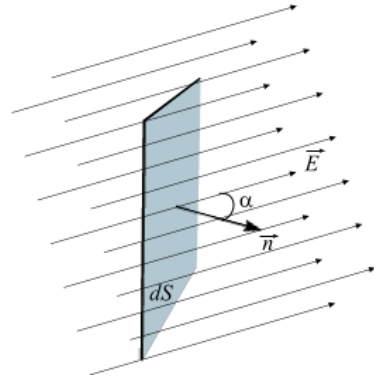


Рис. 1.5. Определение ориентации элемента поверхности dS в электростатическом поле

Теорема о циркуляции вектора напряженности электростатического поля

Вычислим работу по перемещению точечного заряда q_0 из точки 1 в точку 2 в электростатическом поле, созданном зарядом q . Положение точек 1 и 2 определяется радиус-векторами \vec{r}_1 и \vec{r}_2 , а положение заряда q_0 – радиус-вектором \vec{r} (рис. 1.6).

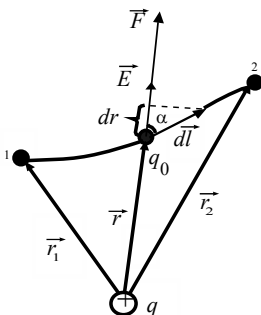


Рис. 1.6. Перемещение точечного заряда q_0 из точки 1 в точку 2 в поле заряда q

При перемещении заряда q_0 в любой точке траектории на него действует сила Кулона

$$\vec{F} = k \frac{q_0 q}{r^3} \vec{r}.$$

Элементарная работа этой силы

при перемещении заряда q_0 на бесконечно малое расстояние $d\vec{l}$

$$\delta A = \vec{F}d\vec{l} = k \frac{q_0 q}{r^3} \vec{r}d\vec{l} = k \frac{q_0 q}{r^3} r dl \cos \alpha.$$

Из рис. 1.6 видно, что $dr = dl \cos \alpha$. Тогда элементарная работа

$$\delta A = k \frac{q_0 q}{r^2} \cdot dr.$$

Интегрируя полученное выражение в пределах от r_1 до r_2 , получим

$$A_{12} = k q_0 q \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = k q_0 q \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (1.3)$$

Из формулы (1.3) следует, что работа сил поля по перемещению точечного заряда q_0 из одной точки электростатического поля в другую не зависит от формы траектории, а зависит от начального и конечного положений заряда q_0 . Поэтому при перемещении заряда q_0 по замкнутой траектории работа сил электростатического поля будет равна нулю. Следовательно, электростатическое поле является потенциальным, а сила Кулона – консервативной.

Из механики известно, что работа консервативных сил совершается за счет убыли потенциальной энергии

$$A = -(W_{P2} - W_{P1}). \quad (1.4)$$

Сравнивая соотношения (1.3) и (1.4), можно записать выражение для **потенциальной энергии точечного заряда** в электростатическом поле:

$$W_p = k \frac{qq_0}{r}.$$

В одной и той же точке электростатического поля разные заряды q_0 , вносимые в поле, будут обладать различной потенциальной

энергией. При этом отношение $\frac{W_p}{q_0} = \frac{kq}{r}$ не зависит от величины заряда q_0 , вносимого в поле, а определяется только зарядом q , создающим поле, и расстоянием r от него. Это отношение называется потенциалом. Потенциал является энергетической характеристикой электростатического поля.

Потенциалом φ электростатического поля называется скалярная величина, численно равная потенциальной энергии, которой обладает единичный заряд, помещенный в данную точку поля:

$$\varphi = \frac{W_p}{q_0}. \quad (1.5)$$

Единицей измерения потенциала является вольт (В): $1 \text{ В} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ Кл}}$.

Для потенциала справедлив принцип **суперпозиции**: потенциал электростатического поля системы зарядов равен алгебраической сумме потенциалов полей, создаваемых каждым зарядом системы в отдельности:

$$\varphi = \sum_{i=1}^N \varphi_i,$$

где φ_i – потенциал i -го заряда.

Потенциал электростатического поля, созданного точечным зарядом q на расстоянии r , определяется как

$$\varphi = k \frac{q}{r}.$$

На основании (1.4) и (1.5) можно записать формулу для работы, совершаемой силами электростатического поля по перемещению точечного заряда q_0 из точки поля с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2 :

$$A = -q_0(\varphi_2 - \varphi_1) = q_0(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (1.6)$$

Из выражения (1.6) вытекает **физический смысл разности потенциалов**: разность потенциалов ($\varphi_1 - \varphi_2$) между двумя точками электростатического поля численно равна работе, которую совершают силы электростатического поля по перемещению единичного точечного заряда из одной точки поля в другую.

На бесконечности потенциал точки принимается равным нулю ($\varphi_\infty = 0$). Тогда из (1.6) следует, что

$$A_{1\infty} = q_0(\varphi_1 - \varphi_\infty) = q_0(\varphi_1 - 0) = q_0\varphi_1. \quad (1.7)$$

Выражение (1.7) позволяет дать еще одно определение потенциала: потенциал φ электростатического поля численно равен работе, которую совершает поле при перемещении единичного заряда из данной точки поля в бесконечность:

$$\varphi = \frac{A_{1\infty}}{q_0}.$$

Работа по перемещению заряда в электростатическом поле, с одной стороны, может быть вычислена по формуле (1.6), с другой стороны, эта работа

$$A = \int_1^2 \vec{F} d\vec{l}.$$

С учетом того, что

$$\vec{F} = q_0\vec{E},$$

получаем

$$q_0(\varphi_1 - \varphi_2) = \int_1^2 q_0\vec{E}d\vec{l},$$

или

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E}d\vec{l}. \quad (1.8)$$

Формула (1.8) устанавливает связь разности потенциалов $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ между двумя точками электростатического поля с вектором напряженности электростатического поля \vec{E} .

Одним из понятий векторного анализа полей является понятие циркуляции.

Циркуляцией вектора напряженности электростатического поля \vec{E} называется криволинейный интеграл вида $\oint_L \vec{E} d\vec{l}$.

Если контур замкнут, то точки 1 и 2 совпадают, следовательно, $\varphi_1 = \varphi_2$ и интеграл в выражении (1.8) будет равен нулю. Для электростатических полей справедлива **теорема о циркуляции вектора \vec{E}** : циркуляция вектора напряженности электростатического поля по замкнутому контуру L равна нулю:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0. \quad (1.9)$$

Теорема о циркуляции устанавливает необходимое и достаточное условие потенциальности электростатического поля.

Эквипотенциальной называется поверхность, все точки которой имеют одинаковый потенциал: $\varphi(x, y, z) = \text{const}$. С помощью эквипотенциальных поверхностей можно графически изображать электростатические поля.

Выясним, как ориентированы эквипотенциальные поверхности по отношению к линиям напряженности поля.

Для этого воспользуемся теоремой о циркуляции вектора \vec{E} . Из (1.9) следует, что интеграл по замкнутому контуру равен нулю, если

$$Edl \cos \alpha = 0.$$

Так как E и dl не могут быть равны нулю, то данное равенство будет выполняться только в том случае, если $\cos \alpha = 0$. Тогда угол α между вектором \vec{E} и эквипотенциальной поверхностью должен быть равным $\pi/2$. Следовательно, вектор \vec{E} всегда перпендикулярен к эквипотенциальным поверхностям, а силовые линии напряженности перпендикулярны к ним. Именно так проведены эквипотенци-

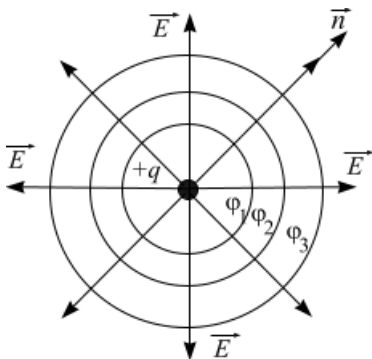


Рис. 1.7. Линии сечения сферических эквипотенциальных поверхностей точечного

альные поверхности электростатического поля точечного заряда (рис. 1.7).

Эквипотенциальные поверхности точечного заряда представляют собой сферические поверхности разного радиуса. Так как силовые линии ортогональны к ним, то силовые линии направлены вдоль радиусов, продление которых является нормалью к сферической поверхности.

Связь напряженности и потенциала электростатического поля

Для потенциальных полей сила, действующая со стороны поля на частицу, связана с потенциальной энергией частицы выражением

$$\vec{F} = -\text{grad}W_p = -\nabla W_p, \quad (1.10)$$

где $\text{grad} = \nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$ – градиент;

\vec{i} , \vec{j} , \vec{k} – единичные орты вдоль осей OX , OY , OZ .

Для заряженной частицы, находящейся в электростатическом поле:

$$\vec{F} = q_0 \vec{E}, \quad W_p = q_0 \phi.$$

Подставляя данные выражения в (1.10), имеем

$$q_0 \vec{E} = -\text{grad}(q_0 \phi) = -q_0 \text{grad} \phi.$$

Сокращая обе части выражения на q_0 , получаем связь между напряженностью \vec{E} и потенциалом $\varphi(x, y, z)$ электростатического поля

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi = -\nabla\varphi \quad (1.11)$$

или

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}\right).$$

Градиент потенциала $\text{grad}\varphi$ есть вектор, направленный в сторону максимально быстрого возрастания потенциала $\varphi(x, y, z)$. Модуль градиента показывает быстроту изменения потенциала в этом направлении.

Знак минус в (1.11) говорит о том, что вектор \vec{E} и $\text{grad}\varphi$ направлены в противоположные стороны: вектор \vec{E} направлен вдоль силовой линии в сторону быстрого убывания потенциала φ .

Проекции вектора \vec{E} на оси декартовой системы координат определяются следующим образом:

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}; \quad E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}; \quad E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}. \quad (1.12)$$

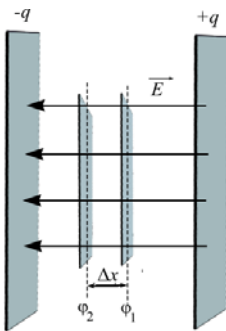


Рис. 1.8. Однородное электростатическое поле двух разноименно заряженных параллельных плоскостей

На основании формулы (1.12) за единицу напряженности в СИ принимается $1 \text{ В/м} = 1 \text{ Н/Кл}$.

На рис. 1.8 изображено однородное электростатическое поле, созданное разноименно заряженными параллельными плоскостями. Эквипотенциальные поверхности в данном случае – это плоскости перпендикулярные силовым

линиям \vec{E} . Тогда выражение (1.12) примет вид

$$E_x = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\Delta x}. \quad (1.13)$$

Формула (1.13) показывает, что для однородного электростатического поля модуль вектора напряженности \vec{E} равен падению потенциала $(\varphi_1 - \varphi_2)$ в расчете на единицу длины вдоль силовой линии напряженности.

Описание экспериментальной установки

При конструировании физических приборов часто бывает необходимо знать распределение электростатического поля между электродами сложной конфигурации. Экспериментальное измерение потенциалов внутри реальной системы электродов часто оказывается очень сложным (малые размеры деталей, искажения полей, возникающие при введении потенциального зонда). Для преодоления этих трудностей пользуются следующим методом. Увеличенные копии электродов погружают в сосуд, заполненный слабо проводящей жидкостью (электролит или просто водопроводная вода). При подаче напряжения от внешнего источника на электроды в слабо проводящей среде начинают протекать токи. В условиях слабо проводящей среды при использовании металлических электродов картина распределения линий плотности токов \vec{j} согласно закону Ома в дифференциальной форме $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ будет аналогична картине силовых линий напряженности \vec{E} электростатического поля.

Компенсационным методом определяют геометрическое место точек равного потенциала на плоскости и форму линий пересечения эквипотенциальных поверхностей с плоскостью чертежа. Затем, зная, что силовые линии поля ортогональны эквипотенциальным поверхностям, строят конфигурацию силовых линий на данной плоскости. Подобным образом можно изучать поля в плоскости симметрии пространственной системы электродов, а также двумерные (плоские) поля.

В данной работе моделируются электростатическое поле системы, состоящей из двух цилиндрических электродов, и поле плоского конденсатора.

На рис. 1.9 изображена схема установки для моделирования электростатического поля, которая используется в данной лабораторной работе. В измерительную часть схемы входят зонд S , потенциометр R , нуль-индикатор $И$. Потенциометром R задаются различные значения потенциала в точке B .

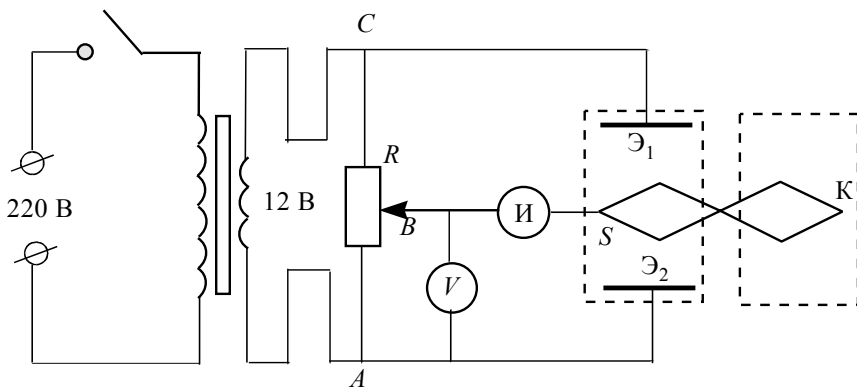


Рис. 1.9. Схема установки для моделирования электростатического поля

Определение потенциалов в различных точках электрического поля осуществляется с помощью зонда S , представляющего собой тонкий металлический стержень с диэлектрической рукояткой. Зонд соединяется с нуль-индикатором, который работает на основе компенсационного метода. Нуль-индикатор измеряет разность потенциалов самого зонда и потенциала в точке поля между электродами. Перемещая зонд S в пространстве между электродами так, чтобы индикатор показывал одинаковое (нулевое) значение разности потенциалов, находят ряд точек с равным потенциалом, пространственное расположение которых переносится карандашом K на бумагу.

Электростатическое поле плоского конденсатора без учета краевых эффектов можно считать однородным. Поэтому при моделировании поля плоского конденсатора системой двух плоских электродов эквипотенциальные поверхности можно рассматривать как плоскости,

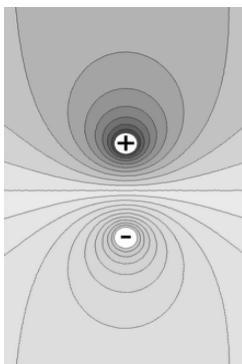


Рис. 1.10. Вид эквипотенциальных линий цилиндрических электродов

параллельные электродам и перпендикулярные горизонтальной поверхности воды.

Для цилиндрических электродов суммарное электростатическое поле неоднородно, поэтому линии пересечения эквипотенциальных поверхностей с плоскостью чертежа будут иметь сложный вид (рис. 1.10).

Порядок выполнения работы

1. Убедитесь в том, что все дно гальванической ванны покрыто слоем воды одинаковой толщины.

2. Установите плоские электроды в гнезда и закрепите их с помощью прижимных винтов. Эквипотенциальные поверхности поля плоских электродов – это плоскости, параллельные пластинам. При проведении эксперимента строятся сечения эквипотенциальных поверхностей на плоскость XOY (горизонтальная поверхность воды), которые называются эквипотенциальными линиями или линиями равного потенциала.

3. Лист миллиметровой бумаги закрепите с помощью винтов на координатном столике под планки. Затем карандашом отметьте края и центры плоских электродов \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 . С помощью линейки на листе очертите контуры электродов и область электростатического поля между ними.

4. Для удобства нанесения точек эквипотенциальных линий выделите пунктиром среднюю линию координатной сетки листа, для чего соедините с помощью линейки отмеченные центры электродов \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 .

5. После получения у преподавателя разрешения на проведение эксперимента, вилку нуль-индикатора И вставьте в розетку. Далее включите тумблер «Сеть» потенциометра R .

6. Определите цену деления шкалы потенциометра и ручкой потенциометра R выставьте начальное значение потенциала $\varphi = 2$ В первой эквипотенциальной линии.

7. Точку, принадлежащую эквипотенциальной линии, определите следующим образом. Держите вертикально зонд K и, погрузив его в воду в предполагаемом месте пересечения эквипотенциальной плоскости и средней линии листа, перемещайте его по поверхности воды. Если при этом на экране нуль-индикатора будет линия, то это будет означать, что острие зонда находится далеко от точки эквипотенциальной плоскости. Острие зонда будет находиться в точке эквипотенциальной линии, если на экране нуль-индикатора будет видна точка.

8. Добившись на экране нуль-индикатора изображения в виде точки, отметьте карандашом на бумаге точку, соответствующую точке эквипотенциальной линии.

9. Найдя первую точку с потенциалом 2 В, перемещая зонд параллельно электроду, определите еще шесть–восемь точек эквипотенциальной линии с потенциалом 2 В. По результатам данного эксперимента постройте эквипотенциальную линию с потенциалом 2 В, соединив все снятые точки линией.

10. Напишите карандашом «2 В» напротив линии, соответствующей потенциалу 2 В.

11. Ручкой R выставьте значение потенциала $\varphi = 4$ В второй эквипотенциальной линии. Повторите все действия согласно пп. 8–10. Определите положение плоскостей для плоских электродов до 10 В с интервалом в 2 В.

12. Когда эквипотенциальные линии для плоских электродов будут построены, снимите с координатного столика лист миллиметровой бумаги и поставьте другой.

13. Замените плоские электроды на цилиндрические.

14. На миллиметровой бумаге отметьте карандашом положение цилиндрических электродов и подпишите их «Э₁» и «Э₂».

15. Ручкой потенциометра R выставьте начальное значение потенциала $\varphi = 3$ В первой эквипотенциальной линии для цилиндрических электродов. Для них линиями пересечения плоскости XOY с эквипотенциальными поверхностями являются линии, вид которых представлен на рис. 1.10.

16. Эквипотенциальные линии для цилиндрических электродов определяйте от 3 до 10 В с интервалом между плоскостями в 1 В. Повторите все действия согласно пп. 8–10.

17. Когда эквипотенциальные линии будут построены, ручкой потенциометра выставьте нулевое значение потенциала, выключите установку, снимите электроды.

18. Для плоских и цилиндрических электродов схематично постройте конфигурацию силовых линий для изучаемых типов электродов.

19. Согласно формуле связи напряженности и потенциала

$$E = \frac{\Delta\varphi}{\Delta x},$$

где Δx – расстояние между эквипотенциальными линиями с потенциалами φ_1 и φ_2 , определите величины напряженностей электростатических полей для плоских и цилиндрических электродов.

20. Убедитесь, что для плоских электродов электростатическое поле однородно, после чего определите среднее значение напряженности электростатического поля.

21. На основании полученных данных сделайте выводы о характере электростатических полей плоских и цилиндрических электродов.

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте закон сохранения электрического заряда и закон Кулона.

2. Какое электрическое поле называется электростатическим, однородным?

3. Дайте определение вектора напряженности \vec{E} электрического поля. Единица измерения напряженности.

4. Запишите формулу для напряженности \vec{E} поля точечного заряда.

5. Запишите формулу для силы \vec{F} , действующей на точечный заряд q , помещенный в точку поля с напряженностью \vec{E} .

6. Сформулируйте принцип суперпозиции для вектора напряженности и потенциала.

7. Дайте определение силовых линий электростатического поля.

8. Как проводятся линии напряженности \vec{E} поля уединенного точечного заряда и однородного электрического поля?

9. Что называется потоком вектора напряженности электростатического поля? Сформулируйте теорему Остроградского–Гаусса.

10. Выведите формулу для работы сил электростатического поля, создаваемого точечным неподвижным зарядом, по перемещению внесенного в поле точечного заряда. Запишите формулу для работы сил поля через разность потенциалов.

11. Является ли электростатическое поле потенциальным? Если является, то докажите это. Сформулируйте теорему о циркуляции вектора напряженности \vec{E} .

12. Дайте определение потенциала φ электростатического поля. Единица измерения потенциала.

13. Запишите формулу для потенциала φ электростатического поля точечного заряда.

14. Дайте определение разности потенциалов между двумя точками электростатического поля.

15. Какая поверхность называется эквипотенциальной?

16. Как ориентированы линии напряженности \vec{E} по отношению к эквипотенциальной поверхности?

17. Получите связь вектора напряженности \vec{E} с потенциалом φ для электростатического поля.

18. Что показывает градиент потенциала φ ? Куда он направлен?

19. В чем суть метода моделирования электростатического поля?

20. Что собой представляют эквипотенциальные поверхности для плоских и цилиндрических электродов?

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ СОЛЕНОИДА

Цель работы: с помощью датчика Холла исследовать распределение величины магнитной индукции вдоль оси многослойного соленоида и вдоль оси, проходящей через центры двух многослойных соленоидов; исследовать зависимость величины магнитной индукции от силы тока в фиксированной точке на оси соленоида.

Оборудование и материалы: соленоид № 1, соленоид № 2, датчик Холла, измерительный блок, представляющий собой микропроцессорную систему.

Магнитное поле. Индукция магнитного поля

Явление магнетизма известно из глубокой древности. Началом изучения магнитного поля можно считать 1269 г., когда французский ученый Петр Перегрин экспериментально получил картинку силовых линий поля сферического магнита. В 1819 г. Ханс Кристиан Эрстед обнаружил, что если над проводником с током поместить магнитную стрелку, то магнитная стрелка повернется перпендикулярно проводнику с током. Из опытов Эрстеда следовало, что магнитное поле оказывает силовое воздействие и имеет направленный характер. В 1820 г. Андре Анри Ампер дал объяснение магнетизму, предположив существование замкнутых микротоков электрического заряда внутри атомов вещества.

Магнитное поле действует на движущиеся заряды, то есть на электрический ток. Верно и обратное, что электрический ток создает вокруг себя магнитное поле. Кроме этого, магнитное поле действует на тела, обладающие магнитным моментом независимо от того, движутся они или нет.

Величина магнитного момента p_m контура с током равна произведению силы тока I , текущего по контуру, на площадь контура S :

$$p_m = IS.$$

Поместим контур с током в магнитное поле. Со стороны магнитного поля на контур с током будет действовать вращательный момент M , в результате чего контур повернется.

Количественной характеристикой действия магнитного поля на контур с током служит магнитная индукция \vec{B} . **Модуль магнитной индукции** – величина, равная отношению максимального вращательного момента M_{\max} , действующего на контур с током, к величине магнитного момента контура:

$$B = \frac{M_{\max}}{p_m}.$$

Магнитное поле имеет направленный характер и может быть описано силовыми линиями магнитной индукции \vec{B} . **Силовыми линиями магнитной индукции** \vec{B} называют линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора индукции магнитного поля \vec{B} .

Однородным магнитным полем называется магнитное поле, величина и направление вектора индукции \vec{B} которого во всех точках поля одинаковы. В противном случае магнитное поле является неоднородным.

Густота силовых линий определяется величиной индукции магнитного поля: чем больше величина магнитной индукции, тем гуще расположены силовые линии поля.

Экспериментально полученные картины силовых линий проводников с токами показывают, что силовые линии магнитного поля всегда замкнуты.

Примеры силовых линий магнитных полей соленоида с током конечной длины и постоянного магнита показаны на рис. 2.1–2.2.

Соленоид – это катушка цилиндрической формы с намотанными на нее вплотную витками проводящей изолированной проволоки.

Соленоиды бывают однослойные и многослойные. Соленоид называется бесконечно длинным, если длина соленоида L значительно больше его диаметра D . В предельном случае бесконечно длинного соленоида однородное магнитное поле целиком сосредоточено внутри соленоида, вне соленоида магнитное поле крайне мало.

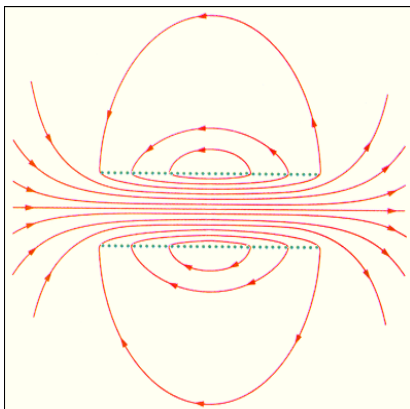


Рис. 2.1. Магнитное поле соленоида с током конечной длины

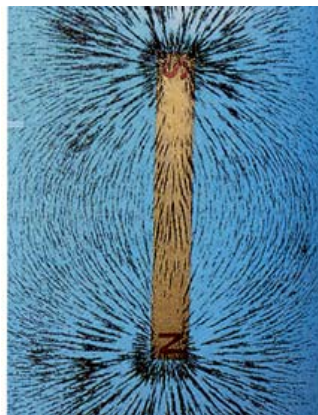


Рис. 2.2. Силовые линии постоянного магнита

Магнитное поле в центральной части соленоида с током конечной длины практически однородно и значительно сильнее, чем за пределами соленоида, что можно видеть по густоте линий вектора магнитной индукции (см. рис. 2.1).

Для линейного проводника с током (рис. 2.3) силовые линии магнитного поля представляют собой правильные concentric окружности, через центры которых проходит проводник с током.

Для магнитного поля выполняется **принцип суперпозиции**: вектор индукции результирующего магнитного поля, создаваемого несколькими токами (или их элементами, а также движущимися зарядами) равен векторной сумме индукций магнитных полей, создаваемых этими токами (или их элементами, а также движущимися зарядами) в отдельности:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i.$$

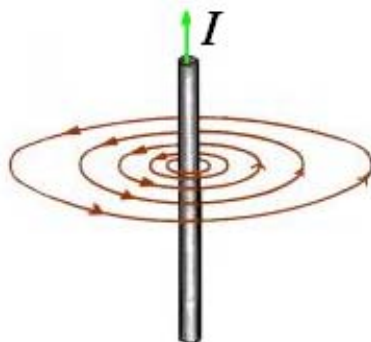


Рис. 2.3. Силовые линии линейного проводника с током

Пусть по проводнику произвольной конфигурации течет постоянный ток I (рис. 2.4). Разобьем проводник с током на бесконечно малые участки $d\vec{l}$. В силу малости на каждом из участков $d\vec{l}$ кривизны проводника можно пренебречь и рассматривать их как отрезки прямой.

Элементом тока $I d\vec{l}$ называется векторная величина, численно равная произведению силы тока в элементарном участке $d\vec{l}$ проводника, на величину этого участка. Направление элемента тока $I d\vec{l}$ совпадает с направлением силы тока I в элементе $d\vec{l}$ проводника.

Индукцию магнитного поля постоянного тока, текущего по проводнику любой конфигурации, в любой точке поля можно вычислить с помощью **закона Био–Савара–Лапласа**: индукция магнитного поля постоянного тока I , текущего по проводнику любой конфигурации, может быть вычислена как суперпозиция индукций магнитных полей, создаваемых отдельными элементарными участками тока $d\vec{l}$, при этом индукция магнитного поля каждого элементарного участка тока $d\vec{l}$ определяется как

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} I \frac{[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3},$$

где μ_0 – магнитная постоянная;

μ – магнитная проницаемость среды;

\vec{r} – радиус-вектор, проведенный от элемента с током $d\vec{l}$ в точку пространства, в которой определяется индукция магнитного поля (см. рис. 2.4).

Модуль индукции магнитного поля элемента $d\vec{l}$ с током I :

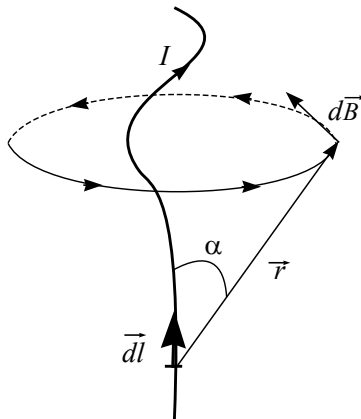


Рис. 2.4. К определению вектора индукции магнитного поля проводника с током

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} I \frac{dl}{r^2} \sin \alpha,$$

где r – модуль радиус-вектора \vec{r} ;

α – угол между направлением тока в элементе $d\vec{l}$ и радиус-вектором \vec{r} .

Направление вектора индукции магнитного поля \vec{B} прямолинейного проводника с током I (рис. 2.5, *a*) определяется по **правилу буравчика (правовращающий винт)**: если направление поступательного

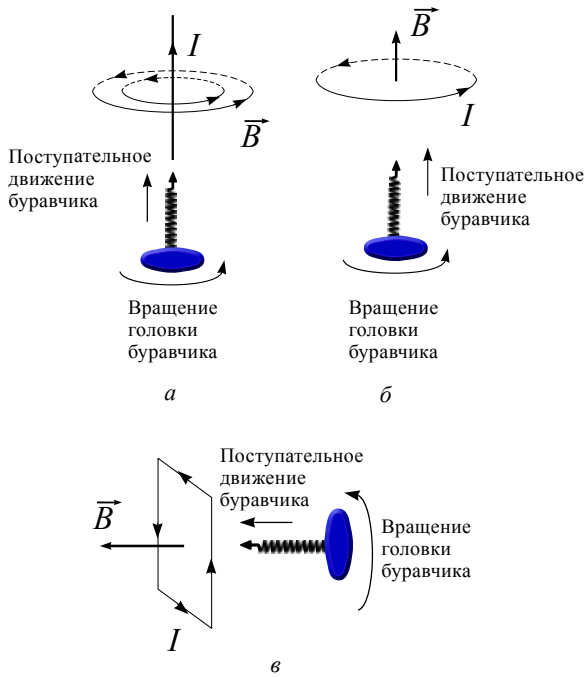


Рис. 2.5. Определение направления вектора индукции магнитного поля \vec{B} с помощью правила буравчика: *a* – прямолинейного проводника с током; *b* – кругового витка с током; *v* – прямоугольного контура с током

движения острия буравчика совпадает с направлением тока I в про-

воднике, то направление вращения ручки буравчика совпадает с направлением вектора магнитной индукции \vec{B} .

Для контура с током (рис. 2.5, б, в) правило буравчика применяется следующим образом: если направление вращения ручки буравчика совпадает с направлением тока I в контуре, то поступательное движение буравчика совпадает с направлением вектора магнитной индукции \vec{B} .

Магнитное поле на оси кругового витка с током

Определим величину индукции магнитного поля в произвольной точке на оси кругового витка радиуса R , по которому течет ток I (рис. 2.6). Для этого разобьем виток с током на элементарные участки длиной $d\vec{l}$.

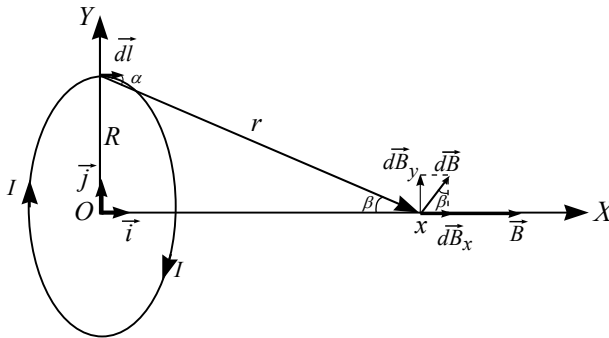


Рис. 2.6. К определению индукции магнитного поля на оси кругового витка с током

Индукция магнитного поля \vec{B} в произвольной точке на оси соленоида, согласно принципу суперпозиции, будет определяться суперпозицией индукций $d\vec{B}$, создаваемых элементарными участками $d\vec{l}$ кругового витка с током длиной L :

$$\vec{B} = \int_L d\vec{B}.$$

Разложим вектор $d\vec{B}$ на проекции по осям OX и OY (см. рис. 2.6):

$$d\vec{B} = d\vec{B}_x + d\vec{B}_y,$$

где $d\vec{B}_x = dB_x \vec{i}$,
 $d\vec{B}_y = dB_y \vec{j}$.

Тогда

$$\vec{B} = \int_L d\vec{B}_x + \int_L d\vec{B}_y.$$

В силу симметрии суммарная индукция магнитного поля от всех элементарных участков $d\vec{l}$ по оси OY будет равна нулю:

$$\int_L d\vec{B}_y = 0.$$

Тогда индукция магнитного поля \vec{B} в любой точке на оси витка

$$\vec{B} = \int_L d\vec{B}_x.$$

Поскольку векторы индукций магнитного поля $d\vec{B}_x$ от всех элементов $d\vec{l}$ витка направлены вдоль оси OX , то модуль индукции магнитного поля всего кругового витка с током

$$B = \int_L dB_x. \quad (2.1)$$

По закону Био–Савара–Лапласа индукция магнитного поля в вакууме, создаваемом элементарным участком $d\vec{l}$ с током:

$$dB = \frac{\mu_0 I dl \sin \alpha}{4\pi r^2}.$$

Так как угол α между радиус-вектором \vec{r} и $d\vec{l}$ равен 90° , то

$$dB = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2}. \quad (2.2)$$

Из рис. 2.6 видно, что

$$r = \sqrt{R^2 + x^2}, \quad (2.3)$$

где x – текущая координата точки на оси кругового витка.

Проекция вектора $d\vec{B}$ на ось OX :

$$dB_x = dB \sin \beta = dB \frac{R}{r}. \quad (2.4)$$

Подставляя выражения (2.2) и (2.3) в формулу (2.4), получим

$$dB_x = \frac{\mu_0 IR dl}{4\pi (R^2 + x^2)^{3/2}}.$$

Подставим последнее выражение в уравнение (2.1) и проинтегрируем по длине кругового витка:

$$B = \int_0^{2\pi R} \frac{\mu_0 IR dl}{4\pi (R^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 IR}{4\pi (R^2 + x^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi R} dl.$$

Тогда величина модуля индукции магнитного поля в точке x на оси кругового витка с током определяется следующим образом:

$$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}. \quad (2.5)$$

Из выражения (2.5) следует, что модуль вектора индукции магнитного поля в точке x на оси кругового витка с током зависит

от величины тока в витке, радиуса витка и текущей координаты точки на оси кругового витка.

Магнитное поле на оси соленоида конечной длины

Индукция магнитного поля в произвольной точке на оси однослойного соленоида радиусом R конечной длины L

В соленоиде конечной длины, в котором проводящая проволока намотана в один слой, выделим малый участок dl (рис. 2.7). Если n – число витков на единицу длины соленоида, то на участок dl приходится ndl витков. Малый участок dl можно рассматривать как круговой виток с током

$$I_{\text{вит}} = I ndl,$$

где I – ток соленоида.

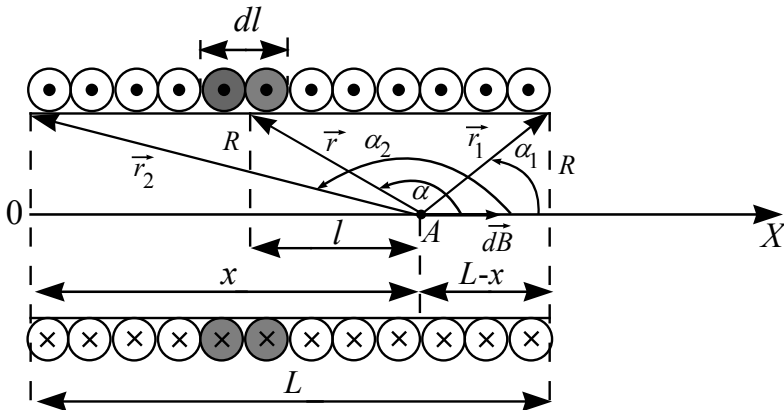


Рис. 2.7. К определению магнитного поля внутри соленоида в произвольной точке на его оси

Пусть точка A на оси соленоида (вдоль оси OX) находится на расстоянии l от витка dl . Тогда индукция магнитного поля, создаваемая витком в точке A , согласно формуле (2.5):

$$dB = \frac{\mu_0 I_{\text{вит}} R^2}{2(R^2 + l^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I R^2 n dl}{2(R^2 + l^2)^{3/2}}. \quad (2.6)$$

Из рис. 2.7 видно, что

$$l = R \operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha) = -R \operatorname{ctg} \alpha,$$

где α – угол между осью соленоида и радиус-вектором \vec{r} , проведенным из рассматриваемой точки к участку dl . В последнем равенстве учтено, что $\operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$.

Продифференцируем последнее выражение и учтем, что $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$:

$$dl = - \left(-R \frac{d\alpha}{\sin^2(180^\circ - \alpha)} \right) = R \frac{d\alpha}{\sin^2 \alpha}. \quad (2.7)$$

Из прямоугольного треугольника, образованного R , l и r , находим

$$r^2 = R^2 + l^2, \quad R = r \sin(180^\circ - \alpha) = r \sin \alpha,$$

$$R^2 + l^2 = \frac{R^2}{\sin^2 \alpha}. \quad (2.8)$$

Подставляя выражения (2.7) и (2.8) в формулу (2.6), получим

$$dB = \frac{\mu_0 I R^3 n \sin^3 \alpha d\alpha}{2R^3 \sin^2 \alpha} = \frac{\mu_0 I n \sin \alpha d\alpha}{2}.$$

Результирующая магнитная индукция в точке A от всех элементов dl направлена по оси соленоида (см. рис. 2.7). Проинтегрируем последнее выражение по всем значениям угла α в пределах от α_1 до α_2 ,

где α_1 и α_2 – значения углов между направлением оси OX и радиус-векторами \vec{r}_1 и \vec{r}_2 , соответственно:

$$B = \frac{\mu_0 In}{2} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 In}{2} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (2.9)$$

Из рис. 2.7 следует, что

$$\cos \alpha_1 = \frac{L - x}{\sqrt{R^2 + (L - x)^2}}, \quad \cos \alpha_2 = -\frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}}.$$

Тогда величина индукции магнитного поля однослойного соленоида радиусом R конечной длины L на его оси в произвольной точке, расположенной внутри соленоида на расстоянии x от одного из его концов, определяется выражением

$$B = \frac{\mu_0 In}{2} \left(\frac{L - x}{\sqrt{R^2 + (L - x)^2}} + \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} \right). \quad (2.10)$$

Определим индукцию магнитного поля в центре однослойного соленоида конечной длины из выражения (2.10) при $x = \frac{L}{2}$:

$$B = \frac{\mu_0 InL}{2\sqrt{\frac{L^2}{4} + R^2}}.$$

Индукция магнитного поля однослойного соленоида конечной длины у краев соленоида

Индукцию магнитного поля у краев соленоида можно найти из условия, что в выражении (2.9) один из пределов интегрирования (α_1 или α_2) равен $\frac{\pi}{2}$ (рис. 2.8).

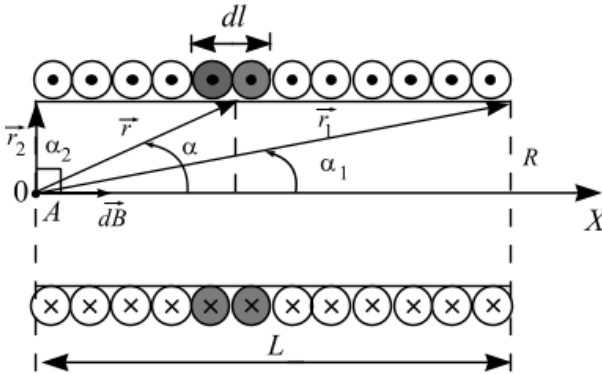


Рис. 2.8. К определению магнитного поля у края соленоида в точке A на его оси

Пусть $\alpha_2 = \frac{\pi}{2}$, следовательно, $\cos \alpha_2 = 0$. Тогда из (2.9) с учетом, что

$$\cos \alpha_1 = \frac{L}{\sqrt{R^2 + L^2}},$$

получаем

$$B = \frac{\mu_0 I n}{2} \cos \alpha_1 = B = \frac{\mu_0 I n}{2} \frac{L}{\sqrt{R^2 + L^2}}.$$

Последнее выражение можно получить из формулы (2.10), полагая либо $x = 0$ (один край), либо $x = L$ (другой край).

Индукция магнитного поля однослойного соленоида конечной длины в произвольной точке, взятой на оси вне соленоида

Пусть точка A находится на оси соленоида за его пределами (рис. 2. 9) и расстояние от торца соленоида до точки A составляет b . Из рис. 2.9 определяем $\cos \alpha_1$ и $\cos \alpha_2$

$$\cos \alpha_1 = -\frac{b}{r_1} = -\frac{b}{\sqrt{R^2 + b^2}},$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha_2 &= \cos (180^\circ - \beta) = \cos (180^\circ - \beta) = -\cos \beta = -\frac{L+b}{r_2} = \\ &= -\frac{L+b}{\sqrt{R^2 + (L+b)^2}}. \end{aligned}$$

Подставим выражения для косинусов углов α_1 и α_2 в формулу

$$B = \frac{\mu_0 I n}{2} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I n}{2} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

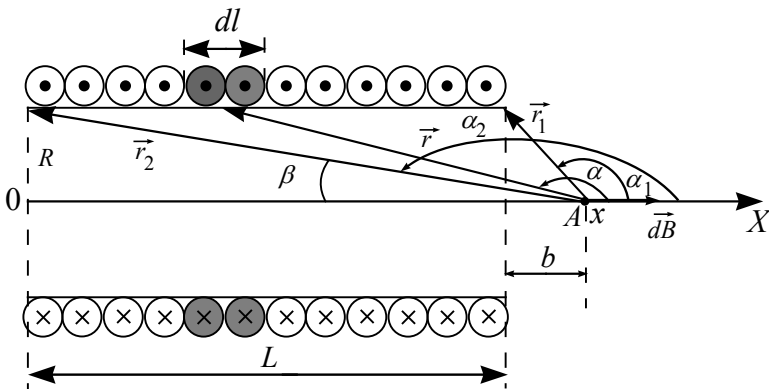


Рис. 2.9. К определению магнитного поля на соленоида оси в точке A за его пределами

Получаем

$$B = \frac{\mu_0 I n}{2} \left(\frac{L+b}{\sqrt{R^2 + (L+b)^2}} - \frac{b}{\sqrt{R^2 + x^2}} \right).$$

Если учесть, что $x = L + b$, $b = x - L$, то в результате получим выражение (2.10) для индукции магнитного поля на оси соленоида. Такой же результат можно получить, определяя поле в точке с отрицательной координатой x на оси, то есть с левого края за пределами соленоида.

Таким образом, выражение (2.10) определяет индукцию магнитного поля в любой точке на оси соленоида как внутри и на краях, так и за пределами соленоида.

Индукция магнитного поля однослойного соленоида бесконечной длины

Эксперимент показывает, что в случае бесконечно длинного соленоида магнитное поле вне его крайне мало. Магнитное поле практически целиком сосредоточено внутри соленоида и является однородным, то есть одинаковым по величине и направлению во всех точках внутри соленоида (рис. 2.10).

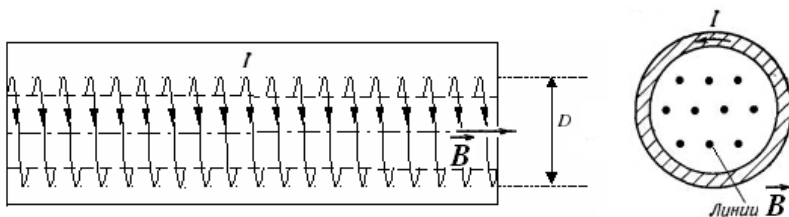


Рис. 2.10. Магнитное поле соленоида с током бесконечной длины

Используя выражение для магнитной индукции соленоида конечной длины в центре соленоида

$$B = \frac{\mu_0 InL}{2\sqrt{\frac{L^2}{4} + R^2}},$$

при $L \rightarrow \infty$ получим формулу для индукции магнитного поля соленоида бесконечной длины

$$B = \frac{\mu_0 InL}{2\sqrt{\frac{L^2}{4} + R^2}} = \frac{\mu_0 InL}{2L\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{R^2}{L^2}}} = \frac{\mu_0 In}{2\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{R^2}{L^2}}} = \frac{\mu_0 In}{2\sqrt{\frac{1}{4} + 0}} = \mu_0 In.$$

Таким образом, величина индукции магнитного поля в центре соленоида бесконечной длины определяется значением силы тока в витках соленоида и числом витков на единицу длины соленоида.

Магнитное поле на оси многослойного соленоида конечной длины

Пусть многослойный соленоид содержит k слоев. Выделим в многослойном соленоиде с внутренним радиусом R_1 и внешним радиусом R_2 тонкий соленоид толщиной dR (рис. 2.11). Если по проводу многослойного соленоида течет ток kI , то по выделенному тонкому соленоиду толщиной dR будет течь ток

$$dI = \frac{IkdR}{R_2 - R_1},$$

так как $\int_{R_1}^{R_2} \frac{IkdR}{R_2 - R_1} = kI.$

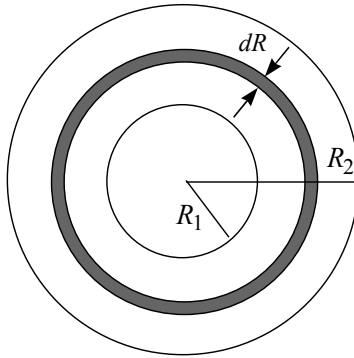


Рис. 2.11. Выделение тонкого соленоида радиуса dR в многослойном соленоиде с внутренним радиусом R_1 и внешним радиусом R_2

Тонкий соленоид толщиной dR , по виткам которого течет ток dI , согласно выражению (2.10) создает индукцию

$$dB = \frac{\mu_0 n dI}{2} \left(\frac{L-x}{\sqrt{R^2 + (L-x)^2}} + \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} \right).$$

С учетом выражения для элемента тока dI получим

$$dB = \frac{\mu_0 I n k dR}{2(R_2 - R_1)} \left(\frac{L-x}{\sqrt{R^2 + (L-x)^2}} + \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} \right). \quad (2.11)$$

Проинтегрируем данное выражение по радиусу многослойного соленоида в пределах от R_1 до R_2 :

$$B = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 I n k dR}{2(R_2 - R_1)} \left(\frac{L-x}{\sqrt{R^2 + (L-x)^2}} + \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} \right),$$

или

$$B = \frac{\mu_0 Ink}{2(R_2 - R_1)} \int_{R_1}^{R_2} \frac{L - x}{\sqrt{R^2 + (L - x)^2}} dR + \frac{\mu_0 Ink dR}{2(R_2 - R_1)} \int_{R_1}^{R_2} \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} dR.$$

Воспользуемся табличным интегралом

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln \left(x + \sqrt{x^2 + a^2} \right),$$

где a – постоянная величина.

После интегрирования получим

$$B = \frac{\mu_0 Ink}{2(R_2 - R_1)} \left((L - x) \ln \frac{R_2 + \sqrt{R_2^2 + (L - x)^2}}{R_1 + \sqrt{R_1^2 + (L - x)^2}} + x \ln \frac{R_2 + \sqrt{R_2^2 + x^2}}{R_1 + \sqrt{R_1^2 + x^2}} \right). \quad (2.12)$$

Формула (2.12) позволяет вычислять величину индукции магнитного поля в любой точке на оси многослойного соленоида конечной длины. Величина индукции магнитного поля многослойного соленоида зависит от его длины, числа слоев, числа витков, силы тока в витках, от величин внешнего и внутреннего радиусов.

Эффект Холла

Для практического измерения величины индукции магнитного поля на оси соленоида используется датчик Холла. Принцип работы датчика основан на явлении, которое открыл американский физик Э. Холл.

Эффект Холла – это явление возникновения поперечной разности потенциалов $U_{\text{Холла}}$ при помещении проводника (полупроводника) с постоянным током в магнитное поле.

Величину $U_{\text{Холла}}$ называют также холловской разностью потенциалов или холловским напряжением.

Рассмотрим однородную пластинку в виде параллелепипеда с размерами a , b , d , расположенную в однородном магнитном поле так, что вектор магнитной индукции перпендикулярен вектору плотности тока \vec{j} (рис. 2.12). Если пластинка металлическая, то носителями тока являются электроны. На электроны со стороны магнитного поля действует сила Лоренца \vec{F} . Под действием силы Лоренца \vec{F} электроны смещаются к верхней грани пластинки, как показано на рис. 2.12. Между верхней и нижней гранями пластинки возникает электрическое поле с напряженностью \vec{E} , вектор которой направлен снизу вверх. Для регистрации этого поля необходимо измерить разность потенциалов $U_{\text{Холла}}$ между верхней и нижней гранями пластинки.

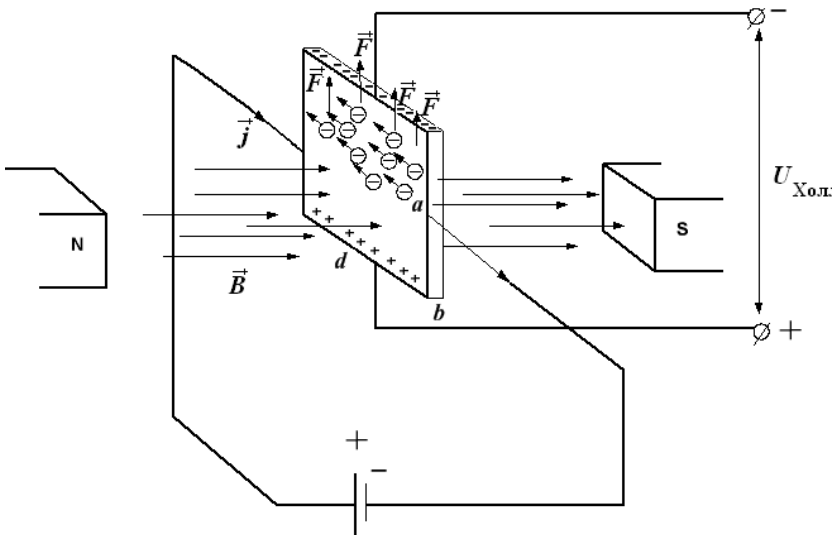


Рис. 2.12. Эффект Холла

Возникшую разность потенциалов можно вычислить из условия

$$eE = e \frac{U_{\text{Холла}}}{a} = evB$$

по формуле

$$U_{\text{Холла}} = vBa,$$

где a – высота пластинки.

Учитывая, что сила тока

$$I = jS = envS,$$

для холловской разности потенциалов получаем

$$U_{\text{Холла}} = \frac{I}{enS} Ba = \frac{RIBa}{ad} = R \frac{IB}{d},$$

где $R = \frac{I}{en}$ – постоянная Холла;

e – заряд электрона;

n – концентрация электронов;

B – модуль вектора магнитной индукции;

d – ширина пластинки.

Так как холловская разность потенциалов пропорциональна вектору магнитной индукции, то, измеряя ее экспериментально, можно определить значение вектора магнитной индукции.

Описание лабораторной установки

Основными частями лабораторной установки (рис. 2.13) являются: соленоид 1, соленоид 2, опора для датчика Холла 9, датчик Холла 4, измерительный блок 10, представляющий собой микропроцессорную систему.

Соленоиды имеют длину 0,02 м, 35 слоев и каждый содержит 100 витков на единицу длины. Внутренний диаметр соленоидов – 0,011 м, внешний – 0,056 м. Питание соленоида осуществляется от специального источника тока (см. рис. 2.13).



Рис. 2.13. Вид экспериментальной лабораторной установки

Все части, кроме измерительного блока, установлены и могут перемещаться на направляющем опорном рельсе 5 с миллиметровой шкалой. Положение опоры датчика устанавливается по стрелке 3 с помощью рисок по шкале с точностью до миллиметра.

Для экспериментального измерения величины индукции магнитного поля на оси соленоида в данной работе используется датчик Холла 4, с помощью которого измеряется холловская разность потенциалов.

Датчик Холла представляет собой тоненькую полупроводниковую пластинку, прикрепленную на конце длинной трубки (штока) 6. Шток автоматически перемещается вовнутрь одной или двух катушек.

Когда датчик находится в области пространства, где существует магнитное поле неизвестной величины, то при постоянном токе через пластину, зная ее размеры и постоянную Холла, по измеренной холловской разности потенциалов определяют величину индукции магнитного поля B .

Измерение холловской разности потенциалов с интегрального датчика Холла производится с помощью аналого-цифрового преобразователя (АЦП) в каждом положении датчика.

На передней панели измерительного блока 10 расположена панель управления 8, вид которой показан на рис. 2.14, и графический дисплей 7.

Экспериментальная установка позволяет проводить исследования в режиме 1 (Mode 1) – исследование зависимости $B(L)$ величины магнитной индукции от расстояния L вдоль оси соленоида;

в режиме 2 (Mode 2) – исследование зависимости вектора магнитной индукции от силы тока, протекающей по соленоиду, в фиксированной точке, расположенной на оси соленоида.

В первом режиме двигатель перемещает датчик Холла на штоке внутри соленоида, при этом на графическое табло 7 выводится зависимость $B(L)$ величины магнитной индукции от расстояния L вдоль оси соленоида, а на числовое табло – соответствующие значения этих величин. Во втором режиме при фиксированном положении датчика внутри соленоида на графическое табло 7 выводится зависимость величины магнитной индукции от силы тока $B(I)$ (ток соленоида 2 изменяется от 0 до 2 А).



Рис. 2.14. Вид панели управления

Порядок выполнения лабораторной работы

I. Исследование распределения величины вектора магнитной индукции вдоль оси многослойного соленоида конечной длины

1. Убедитесь, что многослойный соленоид 1 (см. рис. 2.13) расположен по линейке на расстоянии 17 см.
2. Включите вилку в сеть, затем тумблер «Вкл» на установке.
3. На панели управления нажмите клавишу «Режим».

На экране дисплея появится сообщение

Mode 1 I1 I2 Dir Step

Режим 1 (Mode 1) соответствует получению зависимости величины магнитной индукции от расстояния L вдоль оси соленоида.

4. С помощью клавиши $\langle \uparrow \downarrow \rangle$ установите в соленоиде 1 ток 0,6 А.
5. Для получения экспериментальной зависимости $B(L)$ нажмите клавишу «Ввод». Шток с датчиком Холла автоматически начинает перемещаться вдоль оси соленоида, и на экране дисплея изображается график зависимости $B(L)$. По графической зависимости $B(L)$ определите максимальное значение индукции B . Показания занесите в табл. 2.1.

Таблица 2.1

$I_c, \text{ A}$	0,6	0,8	1,0
$B_{\max}^{\text{эксп}}, \text{ мТл}$			
$B_{\max}^{\text{теор}}, \text{ мТл}$			
$L^{\text{теор}}, \text{ мм}$			

6. По окончании измерений нажмите клавишу «Сброс». Установка вернется в исходное состояние.

7. Повторите измерения для данного тока три раза.

8. Повторите пункты 3–7 для значений токов 0,8 и 1,0 А.

9. Выполните теоретические вычисления $B(L)$ по формуле для индукции магнитного поля B на оси соленоида для токов $I_c = 0,6; 0,8; 1,0 \text{ A}$:

$$B(L) = \frac{\mu_0 n k I_c}{2(R_1 - R_2)} [(L_c - L) \ln \frac{R_2 + \sqrt{R_2^2 + (L_c - L)^2}}{R_1 + \sqrt{R_1^2 + (L_c - L)^2}} + L \ln \frac{R_2 + \sqrt{R_2^2 + L^2}}{R_1 + \sqrt{R_1^2 + L^2}}].$$

10. Определите значения B_{\max} и соответствующие им L для теоретически полученных данных и их значения занесите в табл. 2.1. Сравните теоретически вычисленные значения $B_{\max}(L)$ со значениями, полученными экспериментально. Сделайте выводы.

II. Исследование зависимости модуля вектора магнитной индукции от силы тока, протекающей по соленоиду, в фиксированной точке, расположенной на оси соленоида.

1. Расположите соленоид 2 за соленоидом 1 на расстоянии 6 см.

2. Для включения Режим 2 (Mode 2) – получение зависимости $B(I_c)$, нажмите на панели на клавишу «Режим». На экране появится сообщение

Mode 2

Dir

Step

3. Клавишей «Направление тока» установите направление тока во втором соленоиде F (F -Forward (Вперед)).

4. Клавишей Шаг 1/10 установите шаг 10 (Step 10). Затем клавишей Шаг 1/10 установите шаг 1 (Step 1). Клавишей (M \triangleright) переместите курсор по линейке до 7,5 см, после чего датчик Холла будет находиться в центре соленоида 2.

5. Нажмите клавишу «Ввод» и измерьте $B(I_c)$ (ток соленоида 2 изменяется от 0 до 2 А).

6. По окончании процесса измерений зарисуйте зависимость $B(I_c)$ с экрана в тетрадь.

7. Клавишей «Направление тока» измените направление тока во второй катушке на противоположное. Нажмите клавишу «Ввод». Измерьте $B(I_c)$. По окончании процесса измерений зарисуйте зависимость $B(I_c)$ с экрана в тетрадь.

8. Сравните полученные графические зависимости и сделайте выводы о том, к чему приводит изменение направления тока в соленоиде.

III. Исследование распределения вектора магнитной индукции вдоль оси, проходящей через центры двух соленоидов с токами.

1. Не изменяя положения катушек, нажмите «Сброс».

2. Включите Режим 1 (Mode 1). На экране появится сообщение

Mode 1	I1	I2	Dir	Step
--------	----	----	-----	------

3. С помощью клавиши $\langle \uparrow I1 \rangle$ установите в первом соленоиде ток 0,8 А, с помощью клавиши $\langle \uparrow I2 \rangle$ установите во втором соленоиде ток 0,8 А. Клавишей «Направление тока» во второй катушке установите направление тока F , совпадающее с направлением тока в первой катушке.

4. Нажмите клавишу «Ввод», измерьте $B(L)$ и зарисуйте график зависимости в тетрадь.

5. Нажмите клавишу «Сброс», и установка вернется в исходное положение.

6. Когда датчик вернется в исходное положение, с помощью клавиши $\langle \uparrow I1 \rangle$ установите в соленоиде 1 ток 0,8 А, в соленоиде 2 с помощью клавиши $\langle \uparrow I2 \rangle$ установите ток 0,8 А. Клавишей «Направление тока» во второй катушке измените направление тока на противоположное, по сравнению с направлением тока в первой катушке.

7. Нажмите «Ввод» и измерьте $B(L)$ для случая противоположного направления токов в катушках. Зарисуйте график зависимости $B(L)$ в тетрадь.

8. По окончании измерений нажмите клавишу «Сброс», и установка вернется в исходное положение.

9. Выключите установку, достаньте вилку из розетки.

10. Сравните полученные графические зависимости и сделайте выводы о принципе суперпозиции для вектора магнитной индукции.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение магнитного момента контура с током.
2. Дайте определение вектора магнитной индукции.
3. Какое магнитное поле называется однородным?
4. Дайте определение силовых линий вектора магнитной индукции.
5. Что собой представляют силовые линии прямолинейного проводника с током?
6. Сформулируйте правило буравчика для вектора магнитной индукции прямолинейного проводника с током и замкнутого контура с током.
7. Закон Био–Савара–Лапласа.
8. Сформулируйте принцип суперпозиции для вектора магнитной индукции.
9. Получите формулу для вектора магнитной индукции кругового витка с током.
10. Какой соленоид называется однослойным?
11. Выведите формулу для вектора магнитной индукции однослойного соленоида конечной длины.
12. От чего зависит индукция магнитного поля однослойного соленоида конечной длины в произвольной точке, взятой на оси вне соленоида?
13. Индукция магнитного поля однослойного соленоида бесконечной длины.
14. Выведите формулу для индукции магнитного поля в любой точке на оси многослойного соленоида конечной длины.
15. В чем заключается сущность эффекта Холла?

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ПЛОТНОСТИ ТОКА И ПЛОТНОСТИ ТЕПЛОВОЙ МОЩНОСТИ ОТ НАПРЯЖЕННОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В МЕТАЛЛИЧЕСКОМ ПРОВОДНИКЕ

Цель работы: изучить основные характеристики электрического тока; экспериментально исследовать зависимость плотности тока и плотности тепловой мощности от напряженности электрического поля в металлическом проводнике.

Приборы и принадлежности: проволочный проводник из исследуемого металла, установка для измерений, электроизмерительные приборы.

Носители тока в металлах

Носителями тока в металлах являются свободные электроны, то есть электроны, слабо связанные с ионами кристаллической решетки металла. Это представление о природе носителей тока в металлах основывается на электронной теории проводимости металлов, созданной немецким физиком П. Друде и разработанной впоследствии нидерландским физиком Х. Лоренцем, а также на ряде классических опытов, подтверждающих положения электронной теории.

Отметим прежде всего опыт немецкого ученого Рикке, осуществленный в 1901 г. В этом опыте электрический ток пропусклся в течение года через три последовательно соединенных с тщательно отшлифованными торцами металлических цилиндра (Cu, Al, Cu) одинакового радиуса. Хотя общий заряд, прошедший через эти цилиндры, был огромным (около $3,5 \cdot 10^6$ Кл), никаких, даже микроскопических следов переноса вещества не обнаружилось. Это стало экспериментальным доказательством того, что ионы в металлах не участвуют в переносе электричества, заряд в металлах переносится частицами, которые являются общими для всех металлов. Предполагалась, что такими частицами могли бы быть электроны, открытые в 1897 г. английским физиком Д. Томсоном.

Для доказательства этого предположения необходимо было определить знак и величину удельного заряда носителей (отношение заряда носителя к его массе). Идея подобных опытов заключалась в следующем: если в металле имеются подвижные слабо связанные с решеткой носители тока, то при резком торможении проводника, эти частицы должны по инерции смещаться вперед, как смещаются вперед пассажиры, сидящие в вагоне при его торможении. Результатом смещения должен быть импульс тока; по направлению тока можно определить знак носителей тока, а зная размеры и сопротивление проводника, можно вычислить удельный заряд носителей. Идея этих опытов (1913 г.) и их качественное воплощение принадлежит российским физикам С. Л. Манделштаму и Н. Д. Папалекси. Эти опыты в 1916 г. были проведены также американским физиком Р. Толменом и ранее шотландским физиком Б. Стюартом. Ими экспериментально доказано, что носители тока в металлах имеют отрицательный знак, а их удельный заряд приблизительно одинаков для всех исследованных металлов. По значению удельного заряда носителей электрического тока и по определенному ранее Р. Милликоном элементарному электрическому заряду была определена их масса. Оказалось, что значения удельного заряда и массы носителей тока в металле и электронов, движущихся в вакууме, совпадали. Таким образом, было окончательно доказано, что носителями электрического тока в металлах являются свободные электроны или электроны проводимости.

Существование свободных электронов в металлах можно объяснить следующим образом: при образовании кристаллической решетки (в результате сближения изолированных атомов) валентные электроны, сравнительно слабо связанные с атомными ядрами, отрываются от атомов металла, становятся «свободными» и могут перемещаться по всему объему.

Таким образом, в узлах кристаллической решетки располагаются ионы металла, а между ними хаотически движутся свободные электроны, образуя своеобразный электронный газ, обладающий, согласно электронной теории металлов, свойствами идеального газа.

Если от каждого атома отщепляется по одному электрону, то концентрация свободных электронов (то есть их число n в едини-

це объема) будет равно количеству атомов в единице объема. Оценим n . Число атомов в единице объема

$$n = \frac{N_A}{V_\mu} = \frac{\rho}{\mu} N_A, \quad (3.1)$$

где N_A – число Авогадро, то есть число атомов в одном моле;

$V_\mu = \frac{\mu}{\rho}$ – объем одного моля;

μ – молярная масса вещества;

ρ – плотность вещества.

Для металлов значения $\frac{\rho}{\mu}$ заключены в пределах от 20 кмоль/м³ (для калия), до 200 кмоль/м³ (для бериллия). Следовательно, для концентрации свободных электронов (электронов проводимости) получаются значения порядка $n = 10^{28} / 10^{29} \text{ м}^{-3}$.

Электрическое поле металлического проводника с током

При отсутствии электрического тока все точки проводника имеют одинаковый электрический потенциал.

Если в проводнике имеется ток, то потенциал в разных точках проводника уже не одинаков. В этом можно убедиться на опыте, схема которого изображена

на рис. 3.1. Присоединив корпус электрометра к одному из концов a проволоки ab с током, а стрелку – к какой-либо другой точке c , мы обнаружим, что между этими точками имеется напряжение, которое тем больше, чем ближе точка c ко второму концу проволоки.

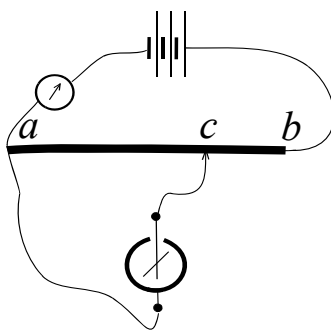


Рис. 3.1. Схема опыта для подтверждения существования напряжения вдоль проводника

Значит, при наличии тока существует падение напряжения вдоль проводника.

Падение напряжения вдоль проводника согласно формуле $E = -\frac{\Delta U}{\Delta l}$ означает, что существует составляющая напряженности

поля E_t , направленная вдоль проводника. Это значит, что напряженность поля у поверхности проводника с током, а следовательно и силовые линии, уже не перпендикулярны к поверхности проводника. Они наклонены в направлении тока на некоторый угол α , причем

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{E_n}{E_t} \quad (\text{рис. 3.2}).$$

Итак, при наличии тока потенциал проводника не одинаков в разных точках, а значит, внутри проводника имеется электрическое поле. Это поле создается поверхностными зарядами проводника, которые в случае тока распределяются иначе, нежели в состоянии равновесия.

Для поддержания постоянного тока, то есть движения электронов с постоянной скоростью, в проводнике необходимо непрерывное действие силы, равной eE_t , где e – заряд электрона. А это значит, что электроны в проводнике движутся, испытывая сопротивление, или, иначе говоря, проводники обладают электрическим сопротивлением.

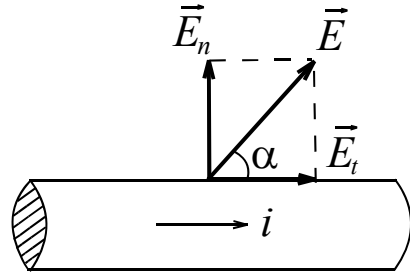


Рис. 3.2. Разложение вектора напряженности электрического поля у поверхности проводника на составляющие

Плотность тока и плотность тепловой мощности

Электрический ток в металлах – это направленный поток движущихся электронов. Движение электронов обусловлено существованием электрического поля в проводнике.

Для возникновения и существования электрического тока необходимо:

1) наличие в данной среде носителей заряда, то есть заряженных частиц, способных перемещаться упорядоченно;

2) наличие в данной среде электрического поля, энергия которого, каким-то образом восполняясь, затрачивалась бы на упорядоченное перемещение электрических зарядов.

Присутствие электрического поля всегда связано с наличием разности потенциалов на концах проводника.

Количественной характеристикой электрического тока служит сила тока I . Сила тока есть скалярная физическая величина, численно равная количеству электричества (заряду), переносимому через площадку S в единицу времени, то есть

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (3.2)$$

Если за любые равные промежутки времени через любое сечение проводника проходят одинаковые количества электричества и направление движения зарядов не изменяется, то такой ток называется **постоянным**. Для постоянного тока

$$I = \frac{q}{t}. \quad (3.3)$$

В международной системе единиц (СИ) единица силы тока является основной. Она носит название ампер и определяется из взаимодействия двух токов. Из равенства (3.3) следует определение единицы заряда:

$$[q] = [I] \cdot [t] = \text{А} \cdot \text{с} = \text{Кл}.$$

Силу тока можно выразить через среднюю скорость v упорядоченного движения зарядов в проводнике. При концентрации носителей тока n и заряде каждого носителя e за время dt через поперечное сечение S проводника переносится заряд

$$dq = nevSdt. \quad (3.4)$$

Тогда сила тока будет

$$I = \frac{dq}{dt} = nevS. \quad (3.5)$$

Заметим, что сила тока по определению – скалярная величина; знак скалярного произведения $\vec{v}\vec{S} = vS \cos \alpha$ зависит от угла α между направлениями тока (то есть направлением движения положительных зарядов) и направлением нормали к площадке. Вектор $\vec{S} = S\vec{n}$, где \vec{n} – нормаль к площадке S .

Распределение электрического тока по сечению проводника характеризуется плотностью тока, которая выражается формулой

$$j = \frac{dI}{dS}. \quad (3.6)$$

В случае постоянного тока

$$j = \frac{I}{S} = \frac{q}{St}. \quad (3.7)$$

Учитывая выражение (3.5), получим

$$j = nev, \quad (3.8)$$

а в векторной форме

$$\vec{j} = ne\vec{v}. \quad (3.9)$$

Таким образом, плотность тока \vec{j} – векторная величина, направленная по направлению тока, то есть принято, что направление вектора \vec{j} должно совпадать с направлением упорядоченного движения положительных зарядов. В СИ плотность тока измеряется в $\frac{\text{А}}{\text{м}^2}$.

Сила тока сквозь произвольную поверхность S определяется как поток вектора \vec{j} , то есть

$$I = \int_S j_n dS, \quad (3.10)$$

где j_n – проекция \vec{j} на нормаль \vec{n} к площадке dS .

Следует обратить внимание на отдельные особенности, характерные в основном для тока проводимости. Если на концах проводника длиной l имеется разность потенциалов $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$, которая создает внутри него электрическое поле \vec{E} , направленное в сторону падения потенциала, то

$$E = -\frac{d\varphi}{dl} = -\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{l} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l} = \frac{U}{l}. \quad (3.11)$$

При этом в проводнике возникает электрический ток, который идет от конца проводника с большим потенциалом (φ_1) к концу проводника с меньшим потенциалом (φ_2).

Движение зарядов от φ_1 к φ_2 приводит к выравниванию потенциалов во всех точках. Электрическое поле в проводнике при этом исчезает, и ток прекращается. Следовательно, обязательным условием существования тока является наличие разности потенциалов $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 \neq 0$. Для этого к концам проводника нужно подключить особое устройство, называемое источником тока.

Если в проводнике течет постоянный ток и проводник остается неподвижным, то работа сторонних сил источника тока расходуется на его нагревание.

В металлических проводниках электрическая энергия, переданная источником тока, превращается в энергию хаотического движения атомов, то есть в теплоту Q . опыты подтверждают данное положение: при прохождении тока по любому проводнику происходит выделение теплоты Q , равной работе, совершаемой источником тока по переносу заряда вдоль проводника.

На практике удобно пользоваться величиной – **плотность тепловой мощности** w . Это величина, равная энергии, выделенной за единицу времени прохождения тока в каждой единице объема проводника:

$$w = \frac{Q}{Slt}, \quad (3.12)$$

где Q – выделяемая теплота;
 S – площадь поперечного сечения проводника;
 l – длина проводника;
 t – время протекания тока.

Зависимость плотности тока и плотности тепловой мощности от напряженности электрического поля

Движение электронов в металлическом проводнике обусловлено существованием в нем электрического поля. Так как сила, с которой воздействует поле на электроны, зависит от напряженности E электрического поля, то очевидно, что плотность тока j зависит от напряженности E .

Опыт показывает, что в случае слабых полей для большинства проводников хорошо соблюдается пропорциональность между плотностью тока и напряженностью внешнего поля:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}. \quad (3.13)$$

Данное соотношение носит название **закона Ома в дифференциальной форме для плотности тока**. Коэффициент пропорциональности σ называется **удельной проводимостью** (или удельной электропроводностью).

Следует отметить, что так как в изотропном проводнике носители тока в каждой точке движутся в направлении вектора \vec{E} , направления \vec{j} и \vec{E} совпадают.

Выражение (3.13) – **закон Ома в дифференциальной форме** – связывает плотность тока в любой точке внутри проводника с напряженностью электрического поля в этой точке.

Так как E определяется через потенциал φ ($E = -\frac{d\varphi}{dl}$), то закон Ома принимает вид

$$j = -\sigma \frac{d\varphi}{dl}.$$

В случае прямолинейного проводника постоянного сечения площадью S и длиной l полный ток

$$I = jS = -\sigma S \frac{d\varphi}{dl} = -\sigma S \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{l} = \sigma S \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l} = \frac{\sigma S}{l} U.$$

Удельная проводимость σ – величина, обратная удельному сопротивлению:

$$\rho = \frac{1}{\sigma}.$$

С учетом последнего соотношения получим

$$I = \frac{S}{\rho l} U.$$

Величина $\frac{S}{\rho l}$ характеризует проводимость проводника, а величина, обратная ей и равная

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

называется **сопротивлением проводника**. В случае однородного проводника (удельное сопротивление $\rho = \text{const}$) сопротивление прямо пропорционально длине l и обратно пропорционально площади поперечного сечения S . Электрическое сопротивление проводников измеряется в омах (Ом).

Если последнее соотношение подставить в предыдущее, то закону Ома придается вид

$$I = \frac{U}{R}. \quad (3.14)$$

Уравнение (3.14) называется **законом Ома для участка цепи**. Справедливость его проверена многочисленными экспериментами и не вызывает сомнения. Из него следует, что сила тока на участке цепи пропорциональна приложенному напряжению. Коэффициентом пропорциональности в данном случае является величина $\frac{1}{R}$.

Из уравнения (3.14) следует, что размерность сопротивления будет

$$[R] = \frac{[U]}{[I]} = 1 \frac{\text{В}}{\text{А}} = 1 \text{ Ом}.$$

Проводник обладает сопротивлением 1 Ом, если напряжение на концах проводника 1 В приводит к возникновению силы тока в проводнике в 1 А.

Следует заметить, что закон Ома (3.14) рассмотрен для **однородного** участка цепи, то есть такого, в котором не действует ЭДС (не действуют сторонние силы).

При прохождении электрического тока проводник нагревается. Количество теплоты, выделяющейся в проводнике, оценивается по закону Джоуля–Ленца в интегральной форме

$$Q = I^2 R t. \quad (3.15)$$

Преобразуем закон Джоуля–Ленца в другой вид. Согласно (3.12) плотность тепловой мощности

$$w = \frac{Q}{S t} = \frac{I^2 R t}{S t} = \frac{I^2 \rho}{S^2},$$

где $R = \rho \frac{l}{S}$.

Учтем, что $j = \frac{I}{S}$, $\rho = \frac{1}{\sigma}$, где σ – удельная проводимость.

Тогда

$$w = \frac{1}{\sigma} j^2$$

или с учетом закона Ома в дифференциальной форме (3.13) для тепловой мощности w получим

$$w = \sigma E^2 = jE. \quad (3.16)$$

Данное соотношение называется **законом Джоуля–Ленца в дифференциальной форме**; из него следует, что плотность тепловой мощности равна произведению удельной проводимости проводника на квадрат напряженности электрического поля.

Таким образом, закона Ома в дифференциальной форме $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ показывает, что плотность тока линейно зависит от напряженности электрического поля. Закон Джоуля–Ленца в дифференциальной форме отражает параболическую зависимость плотности тепловой мощности от напряженности электрического поля.

Методика исследования зависимости плотности тока и плотности тепловой мощности от напряженности электрического поля в металлическом проводнике

Исследование зависимости плотности тока и плотности тепловой мощности от напряженности электрического поля проведем в металлическом прямолинейном проводнике из нихрома длиной l и постоянным сечением S .

Плотность тока в таком проводнике будет

$$j = \frac{I}{S},$$

где I – сила тока.

Так как проводник прямолинейный с постоянным сечением, то электрическое поле внутри проводника можно считать однородным.

Тогда напряженность электрического поля согласно (3.11) выражается по формуле

$$E = \frac{U}{l},$$

где U – напряжение (разность потенциалов) на концах проводника.

Для плотности тепловой мощности электрического тока в данном проводнике можно использовать выражение

$$w = \frac{IU}{V} = \frac{IU}{Sl},$$

где $V = Sl$ – объем исследуемого проводника.

Для исследований используем установку, эквивалентная схема которой показана на рис. 3.3.

Так как сопротивление вольтметра R_V намного больше сопротивления исследуемого проводника $R_{пр}$, то ток, измеряемый миллиамперметром, будет практически равен току, проходящему через $R_{пр}$.

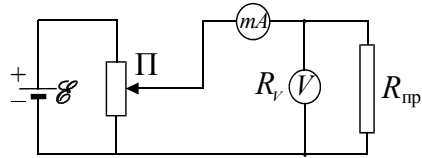


Рис. 3.3. Схема установки для проведения

Измерив, например, десять значений силы тока I и соответствующих напряжений U в проводнике и зная постоянные величины l и S , можно вычислить значения

плотности тока $j = \frac{I}{S}$, напряженности поля $E = \frac{U}{l}$,

плотности тепловой мощности $w = \frac{IU}{Sl}$, а затем построить графические зависимости $j = f(E)$ и $w = f(E)$.

В результате эксперимент подтвердит прямо пропорциональную зависимость плотности тока от напряженности электрического поля и параболическую зависимость плотности тепловой мощности от напряженности электрического поля.

Математическая обработка зависимостей $j = f(E)$ и $w = f(E)$ в металлическом проводнике

Используя методику исследования зависимости плотности тока и плотности тепловой мощности от напряженности электрического поля в металлическом проводнике, строят графики $j = f(E)$ и $w = f(E)$. Эти графики указывают на линейную зависимость плотности тока от напряженности $j = \sigma E$, то есть на закон Ома в дифференциальной форме, и на параболическую зависимость плотности тепловой мощности от напряженности $w = \sigma E^2$, то есть на закон Джоуля–Ленца в дифференциальной форме.

Значение коэффициента пропорциональности σ , имеющего смысл удельной электропроводности, с математической точки зрения можно определить по **методу наименьших квадратов**, когда сумма квадратов отклонений экспериментальных точек от теоретической зависимости минимизируется.

В случае линейной зависимости $j = \sigma E$ должно выполняться условие $S = \sum_i (\sigma E_i - j_i)^2 = \min$. Поэтому для поиска минимума

функции необходимо, чтобы $\frac{dS}{d\sigma} = 0$. Если для упрощения вычислений использовать три экспериментальные точки (например, первую, третью и пятую), то после дифференцирования и приравнивания к нулю получим

$$\frac{dS}{d\sigma} = 2(\sigma E_1 - j_1)E_1 + 2(\sigma E_3 - j_3)E_3 + 2(\sigma E_5 - j_5)E_5 = 0;$$

$$\sigma E_1^2 - j_1 E_1 + \sigma E_3^2 - j_3 E_3 + \sigma E_5^2 - j_5 E_5 = 0.$$

Дальнейшие преобразования дают следующую формулу для вычисления σ :

$$\sigma = \frac{j_1 E_1 + j_3 E_3 + j_5 E_5}{E_1^2 + E_3^2 + E_5^2}.$$

В случае параболической зависимости $w = \sigma E^2$, $S = \sum_i (\sigma E_i - w_i)^2 = \min$,

что приводит к условию $\frac{dS}{d\sigma} = 0$. После аналогичных преобразований получим

$$\sigma = \frac{\sum_i E_i^2 w_i}{\sum_i E_i^4}.$$

При вычислении σ можно ограничиться значениями $i = 1, 3, 5$.

Расчеты приводят в обоих случаях к значениям σ , соответствующим проводнику из нихрома, что имеет место в данной лабораторной работе. Таким образом, экспериментально устанавливается справедливость закона Ома в дифференциальной форме и закона Джоуля–Ленца в дифференциальной форме.

Для увеличения точности эксперимента в дальнейшем предполагается уменьшение шага измерений силы тока и напряжения и последующая обработка результатов измерений методом наименьших квадратов на компьютере и с использованием графического редактора при построении экспериментальной линии.

Порядок выполнения работы

1. Включите установку в сеть переменного тока напряжением 220 В. Для этого вставьте вилку шнура в сеть и нажмите на передней панели прибора клавишу W_1 .

2. Для выполнения измерений выберите метод точного измерения напряжения путем нажатия переключателей W_2 и W_3 .

3. Выясните цену деления электроизмерительных приборов.

4. Измерьте длину l исследуемого проволочного проводника,

вычислите площадь его поперечного сечения $S = \frac{\pi d^2}{4}$, где

$d = 0,36 \cdot 10^{-3}$ м. Удельная электропроводность для исследуемого проводника из нихрома $\sigma = 0,85 \cdot 10^6 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$.

5. Потенциометром регулировки тока P_1 установите первое значение силы тока, указанное в таблице. Снимите с вольтметра показание напряжения и запишите в табл. 3.1:

Таблица 3.1

№ измерения	I, mA	$U, \text{В}$	$j = \frac{I}{S}, \frac{\text{А}}{\text{м}^2}$	$E = \frac{U}{l}, \frac{\text{В}}{\text{м}}$	$w = \frac{IU}{Sl}, \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}$
1	70				
2	90				
3	110				
4	130				
5	150				
6	170				
7	190				
8	200				
9	210				
10	230				

6. Вращая ручку P_1 потенциометра, установите поочередно все значения силы тока, указанные в таблице, и снимите соответствующие показания вольтметра для напряжения.

7. Сразу после завершения измерений выключите установку.

8. Выполните математическую обработку экспериментальных данных в системе СИ с учетом требований таблицы.

9. Постройте графики зависимостей $j = f(E)$ и $w = f(E)$. Сделайте анализ экспериментальных зависимостей, а также вывод о выполнении законов Ома и Джоуля–Ленца в дифференциальной форме.

10. Сделайте вывод.

Контрольные вопросы

1. Какова природа носителей тока в металлах?
2. Как определяется концентрация носителей тока в проводнике?
3. Что такое плотность тока и плотность тепловой мощности?
4. Какова зависимость плотности тока и плотности тепловой мощности от напряженности электрического поля?
5. Запишите и сформулируйте законы Ома и Джоуля–Ленца в дифференциальной форме.
6. Объясните метод исследования зависимости плотности тока и плотности тепловой мощности от напряженности электрического поля в металлическом проводнике.
7. Изобразите эквивалентную схему установки и объясните ход выполнения лабораторной работы.

Литература

1. Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. – М.: Высшая школа, 1999.
2. Савельев, И. В. Курс общей физики: в 3 т. / И. В. Савельев. – М.: Наука, 1973. – Т. 2.
3. Геворкян, Р. Г. Курс физики: в 4 ч. / Р. Г. Геворкян. – М.: Высшая школа, 1979. – Ч. 3.
4. Детлаф, А. А. Курс физики: в 3 т. / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М.: Высшая школа, 1973–1979. – Т. 1–3.
5. Сивухин, Д. В. Общий курс физики: в 5 т. / Д. В. Сивухин. – М.: Наука, 1977–1990. – Т. 1–5.
6. Матвеев, А. Н. Курс общей физики / А. Н. Матвеев. – М.: Высшая школа, 1976–1989.
7. Кужир, П. Г. Общая физика: электричество, магнетизм. Сборник задач: учебное пособие / П. Г. Кужир, Н. П. Юркевич, Г. К. Савчук. – Минск : Изд-во Гревцова, 2013. – 272 с.
8. Кужир, П. Г. Задачи по курсу физики. Электростатика [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для проведения практических занятий со студентами инженерно-технических специальностей / П. Г. Кужир, Н. П. Юркевич, Г. К. Савчук. – Электрон. дан. – Минск : БНТУ, 2012. – Рег. № БНТУ/ФЭС57-29.2012.
9. Кужир, П. Г. Задачи по курсу общей физики: постоянный электрический ток [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для проведения практических занятий со студентами инженерно-технических специальностей / П. Г. Кужир, Н. П. Юркевич, Г. К. Савчук. – Электрон. дан. – Минск: БНТУ, 2013. – Рег. № БНТУ/ФЭС57-27.2013.
10. Позняк, В. С. Определение удельного сопротивления и удельной электропроводности проводника / В. С. Позняк. – Минск : БНТУ, 2010.
11. Позняк, В. С. Исследование законов Ома и Джоуля–Ленца в дифференциальной форме / В. С. Позняк, А. А. Баранов. – Минск : БНТУ, 2011.
12. Позняк, В. С. Исследование скоростей упорядоченного и теплового движений электронов, их концентрации в металлическом проводнике / В. С. Позняк, А. А. Баранов. – Минск : БНТУ, 2014.

Учебное издание

КУЖИР Павел Григорьевич
ЮРКЕВИЧ Наталья Петровна
САВЧУК Галина Казимировна и др.

ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

Пособие

для студентов специальностей

1-70 02 01 «Промышленное и гражданское строительство»,
1-70 04 02 «Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна»,
1-70 04 03 «Водоснабжение, водоотведение и охрана водных ресурсов»,
1-70 03 02 «Мосты, транспортные тоннели и метрополитены»

Редактор *Е. С. Кочерго*
Компьютерная верстка *Ю. С. Кругловой*

Подписано в печать 15.07.2016. Формат 60×84 ¹/₁₆. Бумага офсетная. Ризография.
Усл. печ. л. 3,78. Уч.-изд. л. 2,95. Тираж 200. Заказ 260.
Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.