ВОЛНЫ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ПОДЗЕМНОМ ВЗРЫВЕ

Шемякин Е.И.

При переходе к изучению пространственных напряженных состояний рассмотрим закономерности затухания волн в среде с трением, считая это состояние предельным по отношению к упругому: элемент среды целиком находится в состоянии с трением, перейдя в него из упругого состояния. При этом принимается схематизация явления развития взрыва в непосредственной окрестности заряда, указанная на рис. 1. Волна напряжений представляет самую быструю часть процесса, отражающую свойства сжимаемости и необратимых деформаций, распространяющуюся от места взрыва практически со скоростью продольных волн и порождающая сейсмический эффект. Следом за волной происходит расширение газовой полости с продуктами взрыва в поле скоростей, созданном волной напряжений, в горной породе, сопротивляющейся в основном за счет сдвиговых деформаций разрушению, что рассматривается в качестве отдельной задачи [1].

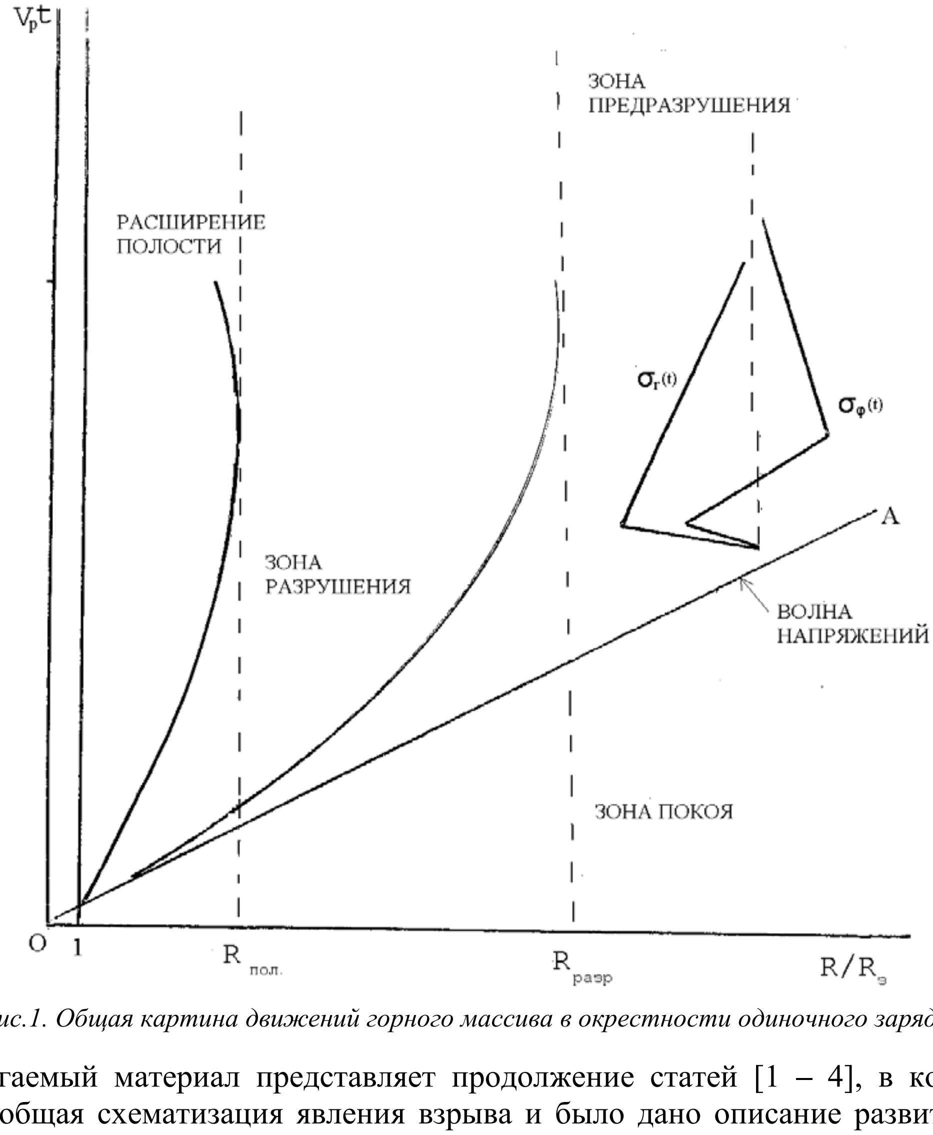

Рис.1. Общая картина движений горного массива в окрестности одиночного заряда

Предлагаемый материал представляет продолжение статей [1 – 4], в которых была предложена общая схематизация явления взрыва и было дано описание развития ближней зоны в непосредственной окрестности заряда. Поэтому рисунки и обозначения будут соответствовать принятым в статье [1].

Рассмотрим одномерные задачи о распространении волн напряжений в сплошной среде с трением и выберем в качестве независимых переменные Лагранжа: r_0 – начальная координата, r – координата в момент времени t.

В случае сферически-симметричных волн напряжений имеем случай полной пластичности – [12 – 14], так как в силу симметрии $\sigma_\varphi = \sigma_\theta$ для описания состояния с трением достаточно привлечь одну связь между главными напряжениями σ_r и $\sigma_\varphi = \sigma_\theta$. В соответствии с паспортом прочности [12–14] это состояние отвечает сечению предельной поверхности при $\mu_\sigma = -1$.

В практических приложениях принимают прямолинейную огибающую кругов Мора, что соответствует линейной связи между инвариантами напряженного состояния

$$\sigma_\varphi - \sigma_r = k + m\,(\sigma_r + \sigma_\varphi), \quad (k,\ m - const). \tag{1.1}$$

В случае цилиндрической волны напряжений σ_r, σ_φ, σ_z являются главными и все различаются между собой. Пусть краевые условия таковы, что в цилиндрической волне будет $\sigma_\varphi > \sigma_z > \sigma_r$, причем все напряжения являются сжимающими. В соответствии с паспортом прочности будем считать, что наступит состояние неполной пластичности [$\mu_\sigma \sim 0$], в котором величины напряжений связаны тем же условием трения (1.1)

$$\sigma_\varphi - \sigma_r = k + m\,(\sigma_r + \sigma_\varphi) \quad \text{или} \quad \sigma_\varphi \approx \alpha\ \sigma_r\,,$$

$$(\alpha = (1+m)/(1-m))\,.$$

Так как напряжение σ_z является средним по абсолютной величине, то величина $\mu_\sigma \sim 0$ близка к нулю, а само напряжение σ_z сохраняет практически упругую связь с деформациями – имеет место неполная пластичность. Если нагрузки таковы, что σ_z возрастает и приближается к одному из напряжений σ_r, σ_φ, то может произойти переход в состояние полной пластичности и в цилиндрической волне напряжений.

Рассмотрим в качестве основной иллюстрации случай полной пластичности, отвечающий сферической симметрии.

Уравнения движения и неразрывности в переменных Лагранжа имеют следующий вид

$$\frac{1}{\dfrac{\partial r}{\partial r_0}} \cdot \frac{\partial \sigma_r}{\partial r_0} + \frac{2\left(\sigma_r - \sigma_\varphi\right)}{r_0} \cdot \frac{r_0}{r} = \rho \frac{\partial u}{\partial t}, \tag{1.2}$$

$$\frac{\partial r}{\partial r_0} = \frac{\rho_0}{\rho}\left(\frac{r_0}{r}\right)^2$$

Здесь σ_r, $\sigma_\varphi = \sigma_\theta$ – главные нормальные напряжения; ρ – плотность, ρ_0 – ее начальное значение, u – скорость перемещения частицы в направлении r .

Если ввести вместо ρ объемную деформацию частицы ε и продифференцировать уравнение неразрывности по t, то уравнение неразрывности (второе уравнение в (1.2)) можно представить в виде

$$\frac{\partial u}{\partial r_0} = \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - \frac{r_0}{r} \cdot \frac{\partial r}{\partial r_0} \cdot \frac{2u}{r_0}, \qquad u = \frac{\partial r}{\partial t} = \frac{\partial\left(r - r_0\right)}{\partial t}\ .$$

В уравнениях движения и неразрывности перейдем от напряжений к деформациям: $u(r_0, t)$ – скорость частиц, $\varepsilon\,(r_0, t)$ – объемная деформация, $r(r_0, t)$ – положение частицы; тогда

$$r\left(r_0, t\right) = \int_0^t u\, dt + r_0\ , \qquad W = \int_0^t u\, dt\ .$$

Будем считать, что при динамическом нагружении поведение среды описывается следующими двумя функциями (уравнение состояния при нагружении).

$$\sigma_r = 3K\varepsilon / (1+2\alpha), \qquad \sigma_\varphi = \alpha\sigma_r . \tag{1.3}$$

Связь среднего напряжения $\sigma = K\varepsilon$ с объемной деформацией будет принята далее в виде, представляющем практически упругое изменение объема. Здесь $K = \lambda + 2/3\ \mu$ – модуль объемного сжатия, λ, μ – константы Ляме. Сопротивление сдвигу имеет характер трения – предельное состояние на паспорте прочности при $\mu_\sigma = 1$ [2, 3, 8, 12].

Применение теории «коротких» волн означает фактически построение асимптотических решений предложенной системы уравнений с учетом принятых уравнений состояния (3) при нагружении. В свою очередь, эта возможность основана на опытных данных о волнах напряжений в твердых телах, возникающих при взрывном и ударном нагружениях. Отметим еще раз эти две особенности на примере сферически симметричного взрыва обычных химических ВВ в горных породах средней и высокой прочности. В статье [2, 3, 8] описаны оригинальные данные об этих основных особенностях, из которых напомним следующие. Ударная волна, возникающая после распада разрыва на границе «горная порода–ВВ», в сферически-симметричном случае быстро затухает с расстоянием и уже на расстоянии 2–5 радиусов заряда превращается в непрерывную волну напряжений, в которой имеют место большие градиенты на участке нарастания напряжений по сравнению с участком падения, убывания напряжений (радиус сферического заряда типового ВВ пересчитывается к эквивалентному тротиловому – см., например, [4, 8, 9]). Отношение длительности участка нарастания напряжений Δ_1

$$\Delta_1 = \Delta_1 / r_0 << 1 . \tag{1.4}$$

к расстоянию, пройденному волной, есть величина малая, в реальных ситуациях это отношение равно $\Delta \sim 0{,}1$ и менее. Такую волну будем называть короткой, по терминологии С.А. Христиановича [2, 6, 7]. В рассматриваемом диапазоне расстояний от заряда для прочных горных пород волны напряжений можно считать слабыми, имея в виду, что максимальная амплитуда в волне $|\sigma_r|$ намного меньше модуля продольного сжатия

$$\sigma_r << \left(\lambda + 2\mu\right)\rho a_0^2 . \tag{1.5}$$

где a_0 – скорость звука в покоящейся среде.

Иными словами, деформация является малой, порядка 0,1 в окрестности заряда и много меньше на больших расстояниях. Из опытов следует [2, 8, 11], что в слабой волне скорости распространения a могут отличаться от скорости продольных волн a_0 на малую величину того же порядка, что и деформация.

Таким образом, волны напряжений в рассматриваемой задаче будем считать слабыми и короткими, что позволяет ввести две малые величины

$$\Delta_0 << 1, \qquad M_0 << 1 . \tag{1.6}$$

где величина Δ_0 отвечает короткой волне, а M_0 – слабой волне напряжений, на малости этих величин и строится асимптотическое представление искомых функций; введенные малые величины Δ_0 и M_0, вообще говоря, различны по порядку, это будет пояснено при оценке величин деформаций.

В соответствии с принятыми обозначениями введем «безразмерные» неизвестные функции $m(\delta, r)$, $e(\delta, \tau)$:

$$u = a_0 M_0\, m(\delta, r), \qquad \varepsilon = \varepsilon_0\, e(\delta, \tau) , \tag{1.7}$$

зависящие от новых независимых переменных δ, τ

$$r = a_0 t\left(1 + \Delta_0\delta\right), \qquad \tau = \ln t .$$

Для короткой и слабой волны нагрузки справедливы следующие оценки порядков величин деформаций

$$\varepsilon_r = \quad \sim M_0, \qquad \varepsilon_0 = w/r_0 \sim \Delta_0 M_0 . \tag{1.8}$$

Здесь учтено выражение для перемещения, а интеграл при оценке порядка величины в области нагрузки оценивается как площадь треугольника (скорость частиц изменяется по линейному закону) с высотой $u_{max} \sim a_0 M_0$ и с основанием, равным длительности участка нагружения $\Delta_0 t$.

При оценке порядков величин принимается $\varepsilon_0 = M_0$, а величины *m, e* принимаются конечными, порядка единицы.

Укажем также оценку порядка для производной

$$\frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial r} \sim M_0 . \tag{1.9}$$

Результаты позволяют сделать следующие выводы:

А) в короткой волне деформация ε_θ есть величина более высокого порядка, чем ε_r; отношение $\varepsilon_\theta / \varepsilon_r$ есть малая порядка Δ_0, так что указанное свойство есть следствие «короткости» волны;

В) объемная деформация складывается в основном за счет деформации в направлении волны и является малой величиной порядка $\varepsilon \sim \varepsilon_r \sim M_0$.

Заметим, что в плоской волне и в ударной волне напряжений $\varepsilon_\theta = 0$, а объемная деформация $\varepsilon = \varepsilon_r$, а в короткой волне эти же соотношения выполнены лишь приближенно и с той степенью точности, с какой волну можно считать короткой.

Проведя все необходимые подстановки и учитывая малые первого порядка относительно M_0 и Δ_0, находим следующие уравнения «коротких» волн (заметим для теоретиков, что уравнения коротких волн в Лагранжевых и Эйлеровых координатах совпадают – после линейной теории упругости это пока единственный случай!).

$$\begin{gathered} \frac{\partial m}{\partial \tau} - \delta \frac{\partial m}{\partial \delta} + (2-\alpha) m = 0, \\ \frac{\partial m}{\partial \delta} + \frac{\partial e}{\partial \delta} = 0 \end{gathered} \tag{1.10}$$

Из второго сразу же следует

$$m = -e + \psi(\tau) . \tag{1.11}$$

$\psi(\tau)$ – произвольная функция, которую следует положить равной нулю, если впереди волны область покоя.

Интегрируя второе уравнение, находим интегралы характеристических уравнений, где C_1, C_2 – постоянные, и общий интеграл $C_1 = mt^{2-\alpha}$, $\delta = C_2 m$, где ψ – произвольная функция своего аргумента;

$$m = (1/t^{2-\alpha})\,\Psi(\delta t) . \tag{1.12}$$

Переходя к физическим переменным и пользуясь произвольностью Ψ, находим

$$\frac{u}{a_0} = \frac{1}{r^{2-\alpha}} \psi(\xi), \qquad \xi = r_0 - a_0 t . \tag{1.13}$$

Общий интеграл уравнения коротких упругих волн имеет вид

$$\frac{u}{a_O} = \frac{1}{r} \Phi(r - a_0 t),$$

где Ф – произвольная функция .

Из сравнения (1.12) и (1.13) следует, что в области предельного состояния уменьшение амплитуд с расстоянием происходит обратно пропорционально $r^{2-\alpha}$, независимо от величины *a*, которая определяет изменение скорости звука в зависимости от величины нагрузки; в упругой среде затухание обратно пропорционально *r*.

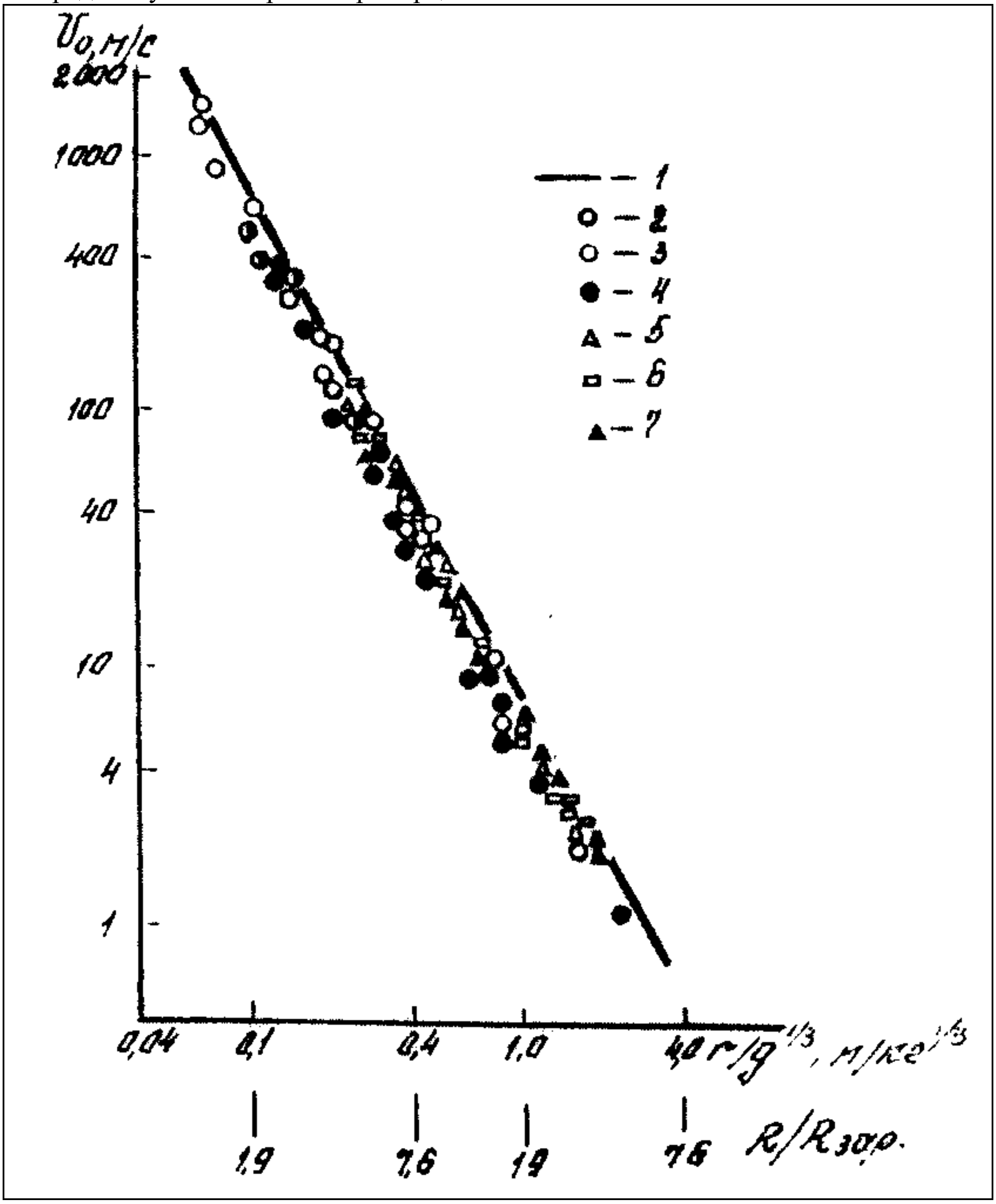

Рис. 2. Зависимость максимальных массовых скоростей от расстояния до заряда: 1-4 - связанный взрыв (плотность ВВ, кг/м^3: 1500, 1000, 500 и 400 соответственно); 5-7 - взрыв плотностью 1500 кг/м^3 в полостях е = 1,5;2 и 3 (плотность заряжания, кг/м^3: 440, 190 и 55 соответственно) [9].

На рис. 2 и рис. 3 из [10] приведены сводные экспериментальные данные о затухании максимальных амплитуд скоростей частиц и перемещений, которые позволяют подтвердить вывод об удовлетворительном совпадении теоретических выводов и данных опыта. Важно подчеркнуть, что для скоростей частиц и перемещений законы затухания практически совпадают – это говорит о том, что пока перемещение частицы положительно, совершается работа против сил трения (среда находится в предельном состоянии). В свою очередь, этот факт проясняет характер разгрузки в волне напряжений.

Экспериментальное доказательство законов затухания волн напряжений в широком диапазоне прочных горных пород и типов ВВ показывает принципиальную возможность расчета действия взрыва в реальных условиях. При этом при расчете параметров КЗВ и при расчете параметров разлета (формирования воронки взрыва) оказываются самыми важными сведения о параметрах скоростей материального движения частиц – при разрушении за счет движения в окрестности полости (порядка половины начальной скорости движения стенки полости, а при откольном разрушении и сейсмическом эффекте за счет волн напряжений (скорость движения частиц, удвоенная по сравнению с таковой в подошедшей в волне напряжений). Надо надеяться, что эти данные прекратят длительные споры о роли волн напряжений и остаточной работе продуктов взрыва при взрыве в горных породах. В разных горных породах разные ВВ могут проявиться по-разному. Но во всех случаях индикатором действия взрыва – разрушительного и сейсмического – является массовая скорость частиц в волне напряжений.

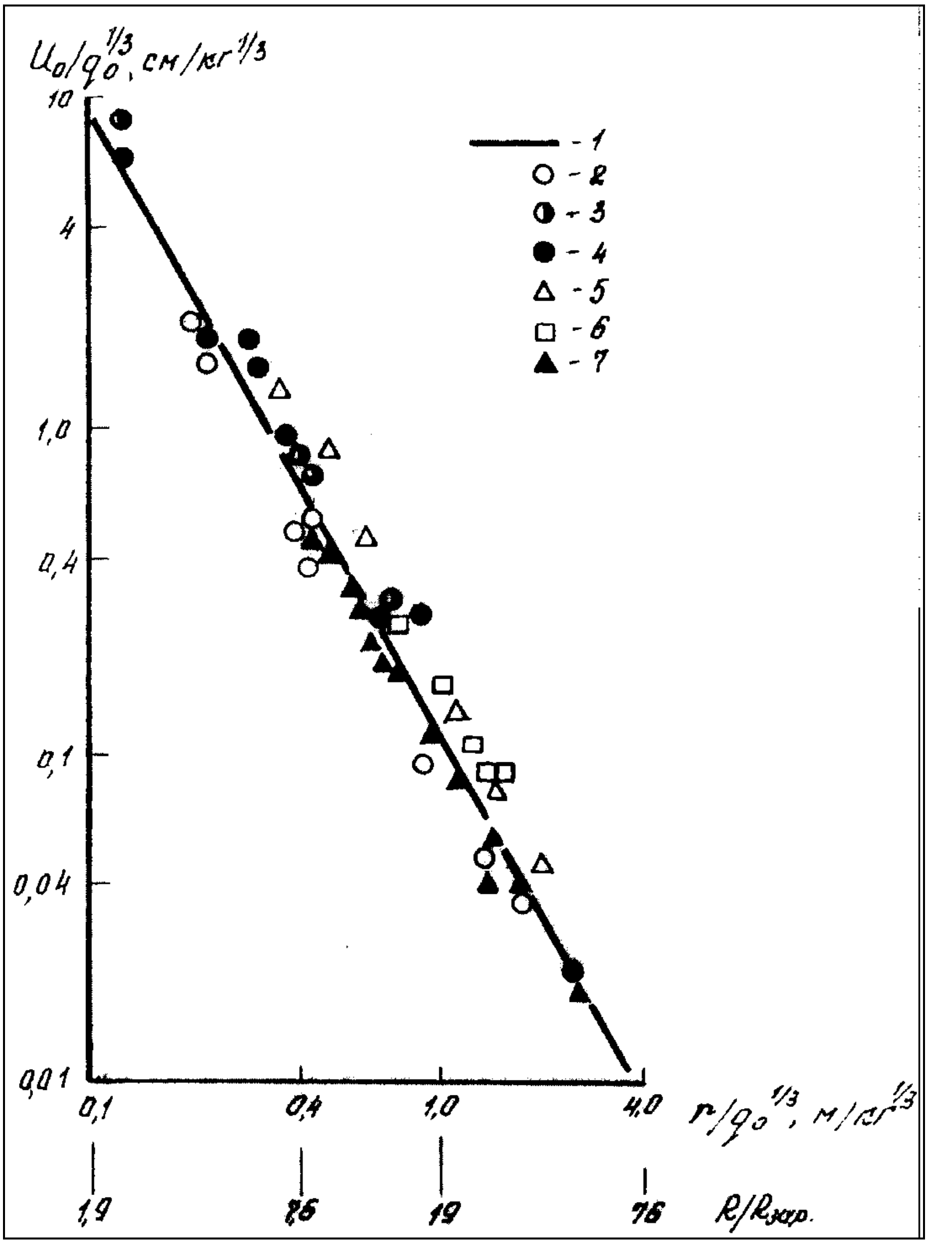

Рис. 3. Зависимость приведенных максимальных перемещений (б) от расстояния до заряда: 1-4 - связанный взрыв (плотность ВВ, кг/м^3: 1500, 1000, 500 и 400 соответственно); 5-7 - взрыв плотностью 1500 кг/м^3 в полостях е = 1,5;2 и 3 (плотность заряжания, кг/м^3: 440, 190 и 55 соответственно) [9].

ЛИТЕРАТУРА

1. Шемякин Е.И. Деформации и разрушение горных пород при подземном взрыве. // Взрывное дело. – М., 1999. –№ 92/49.
2. Медведева Н.С., Шемякин Е.И. Волны напряжений в прочных горных породах. – ПМТФ, 1961, № 5.
3. Шемякин Е.И. О волнах напряжений в прочных горных породах. – ПМТФ, 1963, № 5.
4. Шемякин Е.И. О расширении газовой полости в несжимаемой упруго-пластической среде. // Труды Совета по нар.-хоз. использованию взрыва. – 1959, № 3.
5. Онисько Н.И., Шемякин Е.И. Движение свободной поверхности однородного грунта при подземном взрыве. – ПМТФ, 1961. – № 4. – С. 82–93.
6. Христианович С.А. Ударная волна на больших расстояниях от места взрыва. – ПММ, 1965. – Т. 20, № 6.
7. Христианович С.А. и др. Теория коротких волн. – ПМТФ, 1960. – № 1.
8. Христианович С.А., Шемякин Е.И. О динамической сжимаемости прочных горных пород и металлов. – ПМТФ, 1964. – № 3.
9. Шемякин Е.И. Динамические задачи теории упругости и пластичности. / Курс лекций. – Новосибирск: Изд-во НГУ, 1968. – 336 с.
10. Шемякин Е.И. О волнах напряжений в твердых телах. // Труды XII Межд. Конгресса по прикладной механике. – Стэнфорд, США, 1968 (тезисы).
11. Адушкин В.В., Спивак А.А. Геомеханика крупномасштабных взрывов. – Москва: Недра, 1993.
12. Шемякин Е.И. Об инвариантах напряженного и деформированного состояния в математических моделях механики сплошной среды. – ДАН, 2000. – Т. 373. – № 5. – С. 632–634.
13. Шемякин Е.И. Синтетическая теория прочности. Часть 1. – Физическая мезомеханика, 1999. – Т. 2. – № 6. – С. 63–69.
14. Шемякин Е.И. Синтетическая теория прочности. Часть 2. – Физическая мезомеханика, 2000. – Т 3. – №5. С.11–17.