

МОДЕЛИРОВАНИЕ НДС В МАССИВАХ ГОРНЫХ ПОРОД С ПОДЗЕМНЫМИ ВЫРАБОТКАМИ И ОЧАГАМИ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ

Журавков М.А., Савенков В.А., Кушунин А.А.

In submitted paper one of the possible approaches to construction of the mechanics-mathematical models describing a stress-strain state of potash breeds massif in view of presence of the centers of gasdynamic phenomena and underground cavities are considered. Such type of gasdynamic phenomena as the sudden emissions of salt and gas is studied. The rock's massif is simulated by continuous isotropic environment and by discrete-homogeneous orthotropic environment.

1. Введение

Разработка всех основных мировых месторождений калийных солей подземным способом осложняется проявлением газодинамических явлений (ГДЯ). Несмотря на достигнутые к настоящему времени успехи в деле прогнозирования и предотвращения ГДЯ, данная проблема еще далека от своего окончательного решения. Очевидно, что успехи в повышении эффективности в деле предотвращения ГДЯ и защите подземных сооружений от последствий проявления ГДЯ, в значительной степени определяются достигнутым уровнем построения механико-математических моделей, описывающих процессы в массивах горных пород в областях наличия зон ГДЯ, и проведением соответствующих модельных исследований. Поэтому, проблема механико-математического описания ГДЯ, построения моделей, адекватно описывающих процессы, имеющие место в массивах горных пород с источниками ГДЯ, является актуальной. Дальнейшее продвижение в деле совершенствования методов прогноза ГДЯ возможно только на основе углубления и модификации имеющихся и разработки новых моделей. Кроме того, изучение процессов в массиве горных пород, основываясь на новых моделях, может существенно расширить представления и собственно о механизме ГДЯ.

За истекшие годы решению проблемы прогнозирования и описания газодинамических явлений был посвящен целый ряд работ (см., например [1-5]). Однако, несмотря на достигнутые успехи, практика ведения горных работ в калийных рудниках свидетельствует о том, что проблема газодинамических явлений на месторождении и в настоящее время остается актуальной и имеется целый ряд вопросов, связанных с их прогнозированием и предотвращением.

Сложность моделирования ГДЯ во многом определяется тем, что газодинамические явления могут проявляться в различном виде, что, с точки зрения МСС, обусловлено их различной природой. ГДЯ подразделяются на несколько типов [1]: внезапные выбросы соли и газа; обрушения пород кровли, сопровождающихся газовыделениями; отжим призабойной части пород. Поэтому термин «газодинамические явления», отражает не только сложность, но и общность перечисленных природных явлений, которые имеют тенденцию напоминать друг друга при одинаковых внешних воздействиях. По своей сути все типы ГДЯ в соляном породном массиве представляют собой очень быструю разгрузку геологически связанных скоплений газов, в ходе которой вместе с газом выносятся и часть вмещающей его породы. Следовательно, независимо от типов газодинамических явлений механизм образования их очагов должен подчиняться одним и тем же физико-геологическим законам [1]. Такая концепция генетического подхода к разработке теории механизма образования очагов ГДЯ предполагает различия в типах явлений несущественными и обусловленными только нюансами аккумуляции газов в соляном породном массиве. Поэтому различные типы ГДЯ должны описываться механико-математическими моделями, имеющими один базис.

Главным условием сохранения очагов газодинамических явлений длительное геологическое время является значение величины градиента давления газа на периферии

очага [1]. Если градиент давления превышает начальный градиент фильтрации, то газ рассеивается в окружающем массиве. При обратном соотношении этих величин, газ, принимая на себя часть литостатического и, возможно, тектонического давлений, препятствует восстановлению структурных связей пород массива в очагах ГДЯ. В результате этого низкая прочность соляных пород может сохраняться очень длительное время. Такие изолированные системы в массиве соляных пород и являются ни чем иным, как очагами газодинамических явлений.

Проблема газодинамических явлений в калийных рудниках является весьма сложной и многогранной. Научные исследования в прошедшие годы были направлены на изучение процессов возникновения и развития газодинамических явлений, создание научно обоснованной классификации, разработку основных принципов их прогноза и предотвращения. Вместе с тем, механико-математические модели, описывающие процессы, имеющие место в массивах горных пород вследствие наличия очагов ГДЯ, изложены в ограниченном числе научных работ (достаточно подробная информация о математических моделях ГДЯ приведена, например, в работе [1]).

Среди наиболее актуальных задач моделирования и описания механизмов проявления и воздействия очагов ГДЯ в условиях калийных месторождений можно отметить, например, следующие:

- дальнейшее теоретическое развитие механико-математических моделей для описания механизмов проявлений собственно ГДЯ, для исследования состояния массива горных пород с учетом наличия источника ГДЯ и подземных горных выработок;
- совершенствование моделей, являющихся теоретическим базисом методов прогноза ГДЯ;
- разработка моделей, описывающих механизмы действия различных способов предотвращения и борьбы с ГДЯ, что в итоге позволит усовершенствовать способы предотвращения ГДЯ, повысить их эффективность.

Современной теорией газодинамических явлений установлено, что для ликвидации опасности развития ГДЯ достаточно выполнить одно из следующих условий [1-3]: снизить давление газа в массиве до безопасной величины; уменьшить напряженное состояние массива соляных пород; изменить свойства участка разрабатываемого пласта, от которых зависит формирование опасной ситуации (например, увеличить газопроницаемость, повысить пластические свойства или трещиноватость, применить упрочнение пород и др.). Поэтому, механико-математические модели в качестве определяющих параметров должны включать в себя данные величины.

В работе [1] указывается, что наибольшую опасность для условий месторождений калийных солей представляют внезапные выбросы соли и газа, происходящие наиболее часто и которые нередко заканчиваются трагическими последствиями. Так, статистические данные о внезапных и искусственно инициированных выбросах соли и газа, имевших место на Старобинском месторождении, свидетельствуют о том, что практически все выбросы были приурочены к локальным геологическим нарушениям – мульдам. Этот факт свидетельствует об однозначной связи выбросов соли и газа с мульдами. Мульды в условиях III-го калийного горизонта представляют собой уникальные геологические нарушения, имеющие относительно небольшие размеры 20,0 ÷ 35,0 м в плане. Горизонтальное сечение мульды имеет форму, близкую к эллипсовидной или круговой, а вертикальное сечение дает воронкообразную форму.

В представленной статье рассматривается один из возможных подходов к построению механико-математических моделей, описывающих напряженно-деформированное состояние (НДС) массивов калийных горных пород с учетом наличия очагов ГДЯ и подземных горных выработок. При этом изучается такой тип ГДЯ, как внезапные выбросы соли и газа, а в

качестве источника ГДЯ рассматриваются мульды. Массив горных пород моделируется сплошной изотропной средой и кусочно-однородной ортотропной средой.

2. Исследование НДС массива горных пород в области наличия источника ГДЯ и протяженной горной выработки в случае приближения массива изотропной средой

2.1. Постановка модельной задачи

В соответствии с замечанием, приведенным в последнем абзаце предыдущего раздела, и основными подходами к математической постановке модельных геомеханических задач (см., например [6-7]), для изучения НДС массива в районе наличия мульды и протяженной горной выработки конечного поперечного сечения можно использовать модельную задачу в следующей постановке.

Рассматривается упругая, изотропная, однородная тяжелая полуплоскость с двумя достаточно удаленными от границы полуплоскости отверстиями. В соответствии с геомеханическим состоянием протяженной выработки, можно принять, что полуплоскость находится в состоянии плоской деформации. Примем, что одно из отверстий имеет форму круга радиуса R , а второе – форму эллипса с полуосями a и b . При этом главные оси эллипса развернуты на угол α относительно основной системы координат, центр которой совпадает с центром круглого отверстия (рис.1). В соответствии с этим, центр окружности находится в точке O с координатами $(0,0)$, а центр эллипса – в точке $O_1(x_{01}, y_{01})$. Границу полуплоскости и кривые, ограничивающие круговое и эллиптическое отверстия, обозначим соответственно как L_0, L_1, L_2 (рис.1). Прямую, параллельную границе L_0 и проходящую через центр окружности L_1 , примем за вещественную ось комплексной плоскости z , расстояние от нее до границы L_0 обозначим через H . Граничные условия, согласно начальной геомеханической модельной задачи, для решения соответствующей механико-математической задачи, следующие: круговое отверстие L_1 подвержено равномерному давлению P_0 , а границы L_0 и L_2 свободны от нагрузок (рис.2.1).

Замечание. Величина P_0 в рассматриваемой постановке является эффективным усилием, включающим в себя напряжения, как от наличия газовой составляющей в мульде, так и напряжения, возникающие вследствие отличия физико-механических свойств мульды от окружающего массива.

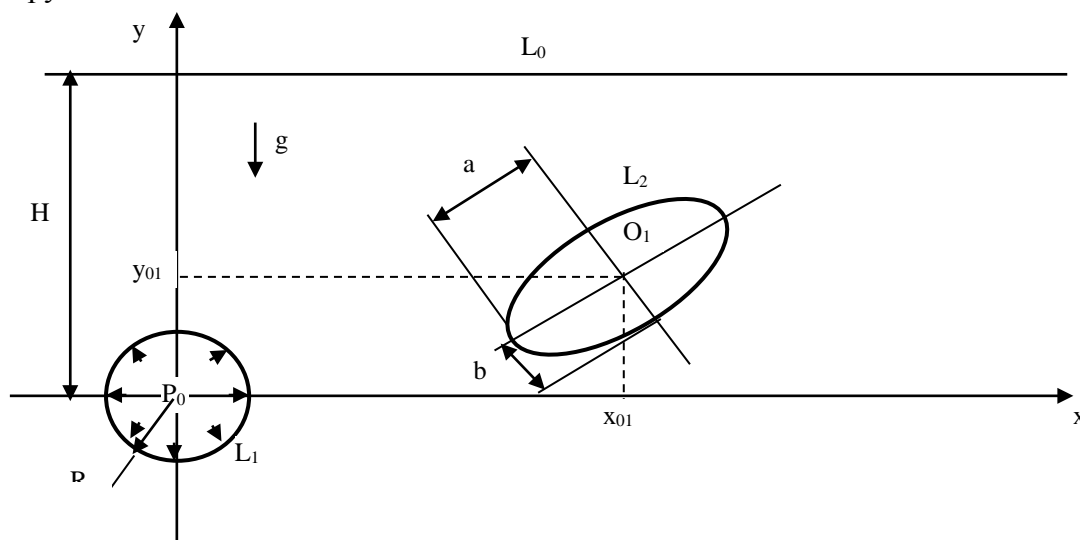


Рис.2.1. Расчетная схема первой модельной задачи

Аналитическое решение рассматриваемой задачи строим, используя метод комплексных потенциалов Колосова-Мухелишвили [8]. Для выполнения данной процедуры необходимо ввести следующие дополнительные величины: S^* – полубесконечная трехсвязная область, ограниченная контурами L_0, L_1, L_2 , и S – бесконечная двухсвязная область с границами L_1 и L_2 .

Граничная модельная задача теории упругости сводится к определению НДС изотропной среды в многосвязной области S^* . Компоненты тензора полных напряжений $\sigma_x^{(1)}, \sigma_y^{(1)}, \tau_{xy}^{(1)}$, действующих в S^* , удовлетворяют известным уравнениям равновесия и совместности вида:

$$\frac{\partial \sigma_x^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}^{(1)}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \tau_{xy}^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y^{(1)}}{\partial y} - \rho g = 0, \quad \Delta(\sigma_x^{(1)} + \sigma_y^{(1)}) = 0, \quad (2.1)$$

и граничным условиям:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^{(1)} \cos(n, x) + \tau_{xy}^{(1)} \cos(n, y) &= 0 \\ \tau_{xy}^{(1)} \cos(n, x) + \sigma_y^{(1)} \cos(n, y) &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ на } L_j (j = 0, 2), \quad (2.2)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^{(1)} \cos(n, x) + \tau_{xy}^{(1)} \cos(n, y) &= -P_0 \cos(n, x) \\ \tau_{xy}^{(1)} \cos(n, x) + \sigma_y^{(1)} \cos(n, y) &= -P_0 \cos(n, y) \end{aligned} \right\} \text{ на } L_1 \quad (2.3)$$

Здесь ρ – плотность среды, g – ускорение силы тяжести, n – внешняя нормаль к границам $L_j (j = 0, 1, 2)$.

Примем, что:

$$\sigma_x^{(1)} = \sigma_x^{(0)} + \sigma_x, \quad \tau_{xy}^{(1)} = \tau_{xy}^{(0)} + \tau_{xy}, \quad \sigma_y^{(1)} = \sigma_y^{(0)} + \sigma_y, \quad (2.4)$$

где $\sigma_x^{(0)}, \tau_{xy}^{(0)}, \sigma_y^{(0)}$ – частное решение уравнений (2.1), характеризующее начальные напряжения в неограниченной среде от воздействия сил тяжести, а $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ – искомые дополнительные напряжения, обусловленные наличием выработки и мульды и обращающиеся в нуль на бесконечности.

Очевидно, что дополнительные напряжения удовлетворяют однородным уравнениям равновесия (2.1). При определении дополнительных напряжений, учитывая удаленность отверстий от границы L_0 , можно с достаточной степенью точности ограничиться рассмотрением упругой среды, заполняющей бесконечную двухсвязную область S (вместо исходной полубесконечной трехсвязной области S^*).

Выражения для начальных напряжений являются общеизвестными и могут быть представлены в таком виде:

$$\sigma_x^{(0)} = k\rho g(y - H), \quad \tau_{xy}^{(0)} = 0, \quad \sigma_y^{(0)} = k\rho g(y - H),$$

где k – коэффициент бокового распора [7].

Тогда для краевой задачи относительно дополнительных напряжений граничные условия, вместо условий (2.2), (2.3), принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_y = \tau_{xy} &= 0 \text{ на } L_0; \\ \sigma_x \cos(n, x) + \tau_{xy} \cos(n, y) &= k_j \cos(n, x) \\ \tau_{xy} \cos(n, x) + \sigma_y \cos(n, y) &= l_j \cos(n, y) \end{aligned} \right\} \text{ на } L_j (j = 1, 2). \quad (2.5)$$

Здесь: $k_1 = k\rho gH - P_0$, $l_1 = \rho gH - P_0$, $k_2 = k\rho g(H - y_{01})$, $l_2 = \rho g(H - y_{01})$.

Согласно методу Колосова-Мухелишвили, введя комплексные потенциалы и используя принцип суперпозиции и известные решения о напряженном состоянии

бесконечной плоскости с круговым и эллиптическим отверстиями, подверженными силовой нагрузке [7,8], получаем (при $k=1$):

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \operatorname{Re}[-\Psi_1(z) + 2\Phi_2(z_1) - K(z_1)], \\ \tau_{xy} &= \operatorname{Im}[\Psi_1(z) + K(z_1)], \\ \sigma_y &= \operatorname{Re}[\Psi_1(z) + 2\Phi_2(z_1) + K(z_1)]\end{aligned}$$

Здесь: $\Psi_1(z) = \frac{P_1 R^2}{z^2}$, $P_1 = P_0 - \rho g H$,

$$K(z_1) = e^{-2i\alpha} [z_1 \overline{\Phi_2'(z_1)} + \Psi_2(z_1)], \quad z_1 = e^{-i\alpha} (z - z_{01}), \quad z_{01} = x_{01} + iy_{01},$$

$$\Phi_2(z_1) = \frac{\varphi_2'(\zeta)}{\omega'(\zeta)}, \quad \Phi_2'(z_1) = \frac{\varphi_2''(\zeta)}{\omega'(\zeta)}, \quad \varphi_2''(\zeta) = \frac{\omega'(\zeta)\varphi_2'''(\zeta) - \varphi_2''(\zeta)\omega''(\zeta)}{(\omega'(\zeta))^2},$$

$$\varphi_2(\zeta) = \frac{P_2 E m}{\zeta}, \quad E = \frac{a+b}{2}, \quad m = \frac{a-b}{a+b}, \quad \omega(\zeta) = E\left(\zeta + \frac{m}{\zeta}\right), \quad \zeta = \frac{z_1 + \sqrt{z_1^2 - 4E^2 m}}{2E},$$

$$\Psi_2(z_1) = \frac{\psi_2'(\zeta)}{\omega'(\zeta)}, \quad \psi_2' = \frac{P_2 E}{\zeta} + \frac{P_2 E m}{\zeta} \cdot \frac{1+m\zeta^2}{\zeta^2 - m}, \quad P_2 = \rho g (H - y_{01}).$$

Главные напряжения s_1, s_2, s_3 определяется по формулам:

$$s_1 = \frac{\sigma_x^{(1)} + \sigma_y^{(1)}}{2} + \frac{\sigma_x^{(1)} - \sigma_y^{(1)}}{2} \cos 2\beta + \tau_{xy}^{(1)} \sin 2\beta \quad (2.6)$$

$$s_2 = \frac{\sigma_x^{(1)} + \sigma_y^{(1)}}{2} - \frac{\sigma_x^{(1)} - \sigma_y^{(1)}}{2} \cos 2\beta - \tau_{xy}^{(1)} \sin 2\beta$$

$$s_3 = \nu(\sigma_x^{(1)} + \sigma_y^{(1)}), \quad \text{где } \beta = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2\tau_{xy}^{(1)}}{\sigma_x^{(1)} - \sigma_y^{(1)}}.$$

Для анализа НДС массива в области наличия выработки и мульды, и для определения областей в массиве, находящихся в предельном состоянии, используем критерий наибольших линейных деформаций, который в терминах главных напряжений s_1, s_2, s_3 определяется следующими выражениями [9]:

$$\begin{cases} s_1 - \nu(s_2 + s_3) \geq \sigma_{\lim ext} \\ s_3 - \nu(s_2 + s_1) \leq \sigma_{\lim press} \end{cases}, \quad (2.7)$$

где $\sigma_{\lim ext}$, $\sigma_{\lim press}$ – соответственно предельные напряжения при растяжении и сжатии.

2.3. Решение модельных задач

В соответствии с описанной модельной задачей были выполнены расчеты для различных параметров исходной геомеханической задачи.

В качестве примера на рисунках 2.2а,б,в изображены некоторые результаты вычислений при следующих параметрах расчетной схемы: $H = 600\text{ м}$, $R = 1\text{ м}$, $a = 5\text{ м}$, $b = 1\text{ м}$, $x_{01} = 5\text{ м}$, $y_{01} = 5\text{ м}$, $\alpha = 0$, $\rho = 2,3 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $\nu = 0,3$, $\sigma_{\lim ext} = 2,0 \cdot 10^6 \text{ Па}$, $\sigma_{\lim press} = 19,5 \cdot 10^6 \text{ Па}$ при разных значения P_0 .

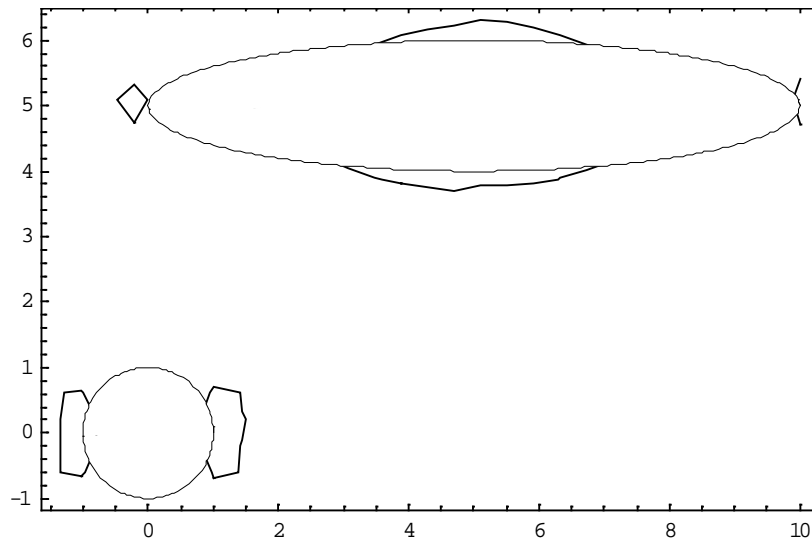


Рис.2.2а. Зоны разрушения в массиве, определенные в соответствии с критерием (2.7) при $P_0 = 20\text{МПа}$

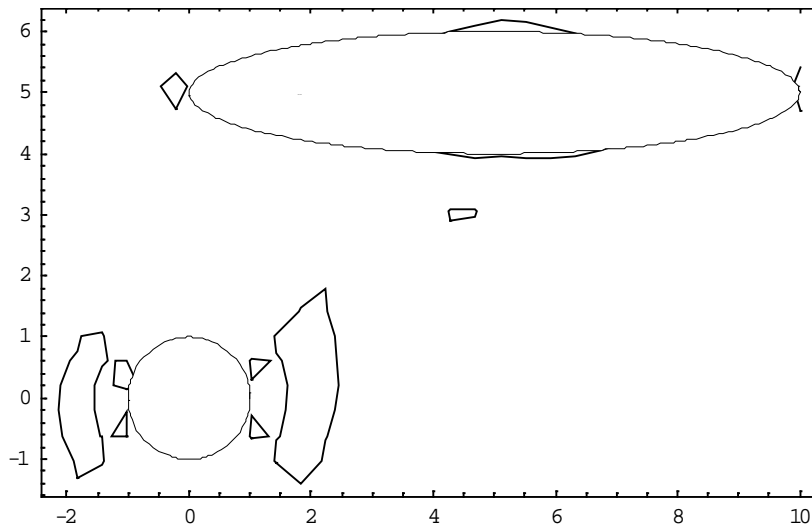


Рис.2.2б. Зоны разрушения в массиве, определенные в соответствии с критерием (2.7) при $P_0 = 30\text{МПа}$

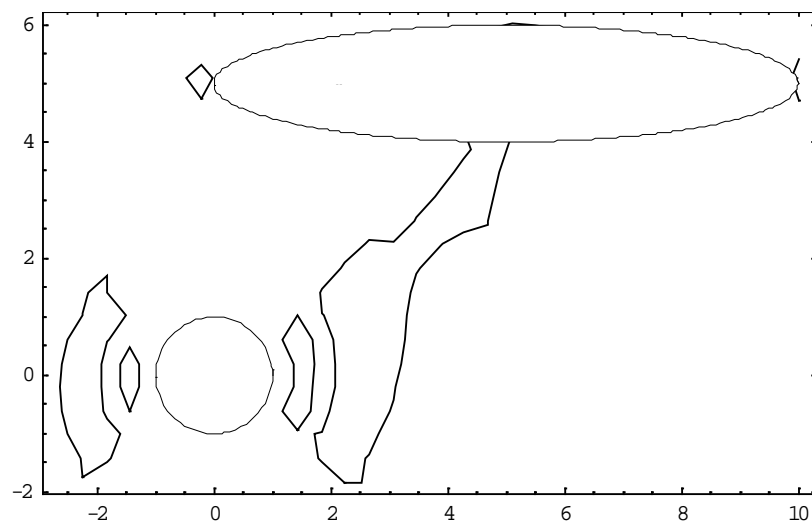


Рис.2.2в. Зоны разрушения в массиве, определенные в соответствии с критерием (2.7) при $P_0 = 40\text{МПа}$

Как следует из приведенных рисунков, картина распределения зон разрушения в массиве может существенным образом изменяться.

Данное обстоятельство определяется несколькими факторами, главными из которых (в рассматриваемом приближении) являются глубина H , P_0 , взаимное расположение выработки и мульды, их собственная геометрия, физико-механические и прочностные характеристики вмещающего массива.

3. Определение НДС вмещающего массива с очагом ГДЯ в приближении массива кусочно-однородной ортотропной средой

В предыдущих разделах рассматривалась задача построения механико-математической модели, на основе которой можно выполнить исследования проявления внезапных выбросов соли и газа в массивах горных пород в условиях калийных месторождений в приближении массива горных пород сплошной изотропной средой. На примере решения модельных задач по определению геомеханического состояния породной толщи в районах наличия выработанного пространства и очагов газодинамических проявлений показано, что предложенный подход является эффективным способом выполнения модельных исследований. Поход, основанный на использовании фундаментальных решений механики сплошных сред и методах интегральных уравнений, имеет хорошие перспективы на развитие и обобщение, так, например, возможен учет произвольной топологии выработанного пространства и очагов ГДЯ, неоднородности строения породной толщи, разнообразных условий нагружения и деформирования рассматриваемой области массива и т.д.

Далее изложены результаты исследований по дальнейшему развитию предложенного подхода к моделированию НДС в массиве горных пород с учетом наличия очагов ГДЯ при рассмотрении массива как кусочно-однородная ортотропная среда. Очевидно, что, в соответствии со структурно-геологическим строением массивов горных пород месторождений калийных солей, такое приближение породной толщи является наиболее адекватным ее реальному состоянию [7].

3.1. Определяющие соотношения для кусочно-однородной ортотропной среды

Рассматривается ортотропное упругое тело в условиях плоской деформации, состоящее из двух полупространств D_j ($j=1,2$) с различными упругими постоянными. Координатные плоскости расположим так, что бы плоскость $y=0$ находилась на границе сопряжения полупространств, а ось Oy направим вниз (рис.3.1). Индекс $j=1$ соответствует верхнему полупространству, а $j=2$ – нижнему. Каждое полупространство предполагается ортотропным в локальной системе координат (ξ, η) .

Уравнения обобщенного закона Гука для главных напряжений в системе координат (ξ, η) , связывающие составляющие деформаций и напряжений, имеют вид [10]:

$$\frac{\partial u^{(j)}}{\partial \xi} = \beta_{11}^{(j)} \sigma_{\xi}^{(j)} + \beta_{12}^{(j)} \sigma_{\eta}^{(j)}, \quad \frac{\partial v^{(j)}}{\partial \eta} = \beta_{12}^{(j)} \sigma_{\xi}^{(j)} + \beta_{22}^{(j)} \sigma_{\eta}^{(j)}, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial u^{(j)}}{\partial \eta} + \frac{\partial v^{(j)}}{\partial \xi} = \beta_{66}^{(j)} \tau_{\xi\eta}^{(j)}.$$

В (3.1) коэффициенты $\beta_{ij}^{(j)}$ определяются следующим образом:

$$\beta_{11}^{(j)} = \frac{1 - \nu_{31}^{(j)} \nu_{13}^{(j)}}{E_1^{(j)}}, \quad \beta_{12}^{(j)} = -\frac{\nu_{21}^{(j)} + \nu_{31}^{(j)} \nu_{23}^{(j)}}{E_2^{(j)}}, \quad \beta_{22}^{(j)} = \frac{1 - \nu_{23}^{(j)} \nu_{32}^{(j)}}{E_2^{(j)}}, \quad \beta_{66}^{(j)} = \frac{1}{G_{12}^{(j)}}.$$

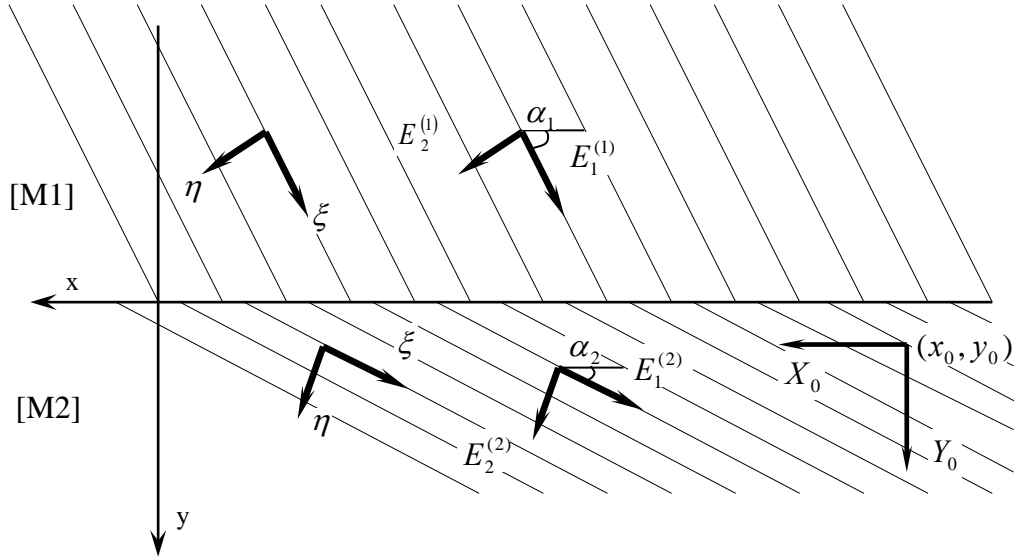


Рис.3.1. Кусочно-однородная ортотропная плоскость

Здесь $E_1^{(j)}, E_2^{(j)}$ – модули Юнга для главных направлений ξ, η ; $G_{12}^{(j)}$ – модуль сдвига для плоскости (ξ, η) ; $\nu_{kl}^{(j)}$ – коэффициенты Пуассона.

Ориентация системы координат (ξ, η) относительно глобальной системы координат (x, y) определяется углами α_j .

Уравнения закона Гука для направлений x, y записываются так:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u^{(j)}}{\partial x} &= c_{11}^{(j)} \sigma_x^{(j)} + c_{12}^{(j)} \sigma_y^{(j)} + c_{16}^{(j)} \tau_{xy}^{(j)}, \\ \frac{\partial v^{(j)}}{\partial y} &= c_{12}^{(j)} \sigma_x^{(j)} + c_{22}^{(j)} \sigma_y^{(j)} + c_{26}^{(j)} \tau_{xy}^{(j)}, \\ \frac{\partial u^{(j)}}{\partial y} + \frac{\partial v^{(j)}}{\partial x} &= c_{16}^{(j)} \sigma_x^{(j)} + c_{26}^{(j)} \sigma_y^{(j)} + c_{66}^{(j)} \tau_{xy}^{(j)}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Коэффициенты c_{mn} выражаются через β_{kl} на основании общих формул преобразования упругих постоянных следующим образом [10]:

$$\begin{aligned} c_{11}^{(j)} &= \beta_{11}^{(j)} \cos^4 \alpha_j + B^{(j)} \sin^2 \alpha_j \cos^2 \alpha_j + \beta_{22}^{(j)} \sin^4 \alpha_j, \\ c_{22}^{(j)} &= \beta_{11}^{(j)} \sin^4 \alpha_j + B^{(j)} \sin^2 \alpha_j \cos^2 \alpha_j + \beta_{22}^{(j)} \cos^4 \alpha_j, \\ c_{12}^{(j)} &= \beta_{12}^{(j)} + (\beta_{11}^{(j)} + \beta_{22}^{(j)} - B^{(j)}) \sin^2 \alpha_j \cos^2 \alpha_j, \\ c_{66}^{(j)} &= \beta_{66}^{(j)} + 4(\beta_{11}^{(j)} + \beta_{22}^{(j)} - B^{(j)}) \sin^2 \alpha_j \cos^2 \alpha_j, \\ c_{16}^{(j)} &= (2\beta_{22}^{(j)} \sin^2 \alpha_j - 2\beta_{11}^{(j)} \cos^2 \alpha_j + B^{(j)} \cos 2\alpha_j) \sin \alpha_j \cos \alpha_j, \\ c_{26}^{(j)} &= (2\beta_{22}^{(j)} \cos^2 \alpha_j - 2\beta_{11}^{(j)} \sin^2 \alpha_j - B^{(j)} \cos 2\alpha_j) \sin \alpha_j \cos \alpha_j. \end{aligned}$$

Здесь $B^{(j)} = 2\beta_{12}^{(j)} + \beta_{66}^{(j)}$.

Кроме того, будем считать, что массовые силы отсутствуют. При этом компоненты напряжений $\sigma_x^{(j)}, \sigma_y^{(j)}, \tau_{xy}^{(j)}$ в области, занимаемой телом, должны удовлетворять уравнениям равновесия

$$\frac{\partial \sigma_x^{(j)}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}^{(j)}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \tau_{xy}^{(j)}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y^{(j)}}{\partial y} = 0. \quad (3.3)$$

Замечание. Как показано во втором разделе данной статьи, такое допущение является корректным, так как изменение напряженно-деформированного состояния (НДС) массива, обусловленное наличием области ГДЯ, не связано с массовыми силами породной толщи.

Если уравнения (3.3) удовлетворяются, то является верными следующие соотношения:

$$\sigma_x^{(j)} = \frac{\partial^2 U^{(j)}}{\partial y^2}, \quad \sigma_y^{(j)} = \frac{\partial^2 U^{(j)}}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy}^{(j)} = -\frac{\partial^2 U^{(j)}}{\partial y \partial x}, \quad (3.4)$$

где $U^{(j)} = U^{(j)}(x, y)$ – произвольные функции, имеющие непрерывные частные производные по x и y до четвертого порядка включительно (функции напряжений Эри).

Исключая из уравнений (3.2) функции $u^{(j)}, v^{(j)}$ и принимая во внимание отношения 3.4), получим следующие условие совместности деформаций:

$$c_{22}^{(j)} \frac{\partial^4 U^{(j)}}{\partial x^4} - 2c_{26}^{(j)} \frac{\partial^4 U^{(j)}}{\partial x^3 \partial y} + (2c_{12}^{(j)} + c_{66}^{(j)}) \frac{\partial^4 U^{(j)}}{\partial x^2 \partial y^2} - 2c_{16}^{(j)} \frac{\partial^4 U^{(j)}}{\partial x \partial y^3} + c_{11}^{(j)} \frac{\partial^4 U^{(j)}}{\partial y^4} = 0. \quad (3.5)$$

Следуя [11], представим функцию напряжений в виде:

$$U^{(j)} = 2 \operatorname{Re}[F_1^{(j)}(z_1^{(j)}) + F_2^{(j)}(z_2^{(j)})], \quad (3.6)$$

где $F_1^{(j)}, F_2^{(j)}$ – произвольные аналитические функции комплексного переменного $z_k^{(j)} = x + \mu_k^{(j)} y, (k = 1, 2)$, $\mu_k^{(j)}$ – постоянные (будут определены в дальнейшем).

Введем следующие обозначения:

$$\frac{dF_1^{(j)}(z)}{dz} = \varphi_1^{(j)}(z), \quad \frac{dF_2^{(j)}(z)}{dz} = \varphi_2^{(j)}(z), \quad \frac{d\varphi_1^{(j)}(z)}{dz} = \Phi_1^{(j)}(z), \quad \frac{d\varphi_2^{(j)}(z)}{dz} = \Phi_2^{(j)}(z).$$

Тогда компоненты напряжений вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} \sigma_x^{(j)} &= 2 \operatorname{Re}[(\mu_1^{(j)})^2 \Phi_1^{(j)}(z_1^{(j)}) + (\mu_2^{(j)})^2 \Phi_2^{(j)}(z_2^{(j)})], \\ \sigma_y^{(j)} &= 2 \operatorname{Re}[\Phi_1^{(j)}(z_1^{(j)}) + \Phi_2^{(j)}(z_2^{(j)})], \\ \tau_{xy}^{(j)} &= -2 \operatorname{Re}[\mu_1^{(j)} \Phi_1^{(j)}(z_1^{(j)}) + \mu_2^{(j)} \Phi_2^{(j)}(z_2^{(j)})]. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Для компонент смещений получаем следующие формулы:

$$\begin{aligned} u^{(j)} &= 2 \operatorname{Re}[p_1^{(j)} \varphi_1^{(j)}(z_1^{(j)}) + p_2^{(j)} \varphi_2^{(j)}(z_2^{(j)})], \\ v^{(j)} &= 2 \operatorname{Re}[q_1^{(j)} \varphi_1^{(j)}(z_1^{(j)}) + q_2^{(j)} \varphi_2^{(j)}(z_2^{(j)})], \end{aligned} \quad (3.8)$$

где $p_k^{(j)} = c_{11}^{(j)} (\mu_k^{(j)})^2 + c_{12}^{(j)} - c_{16}^{(j)} \mu_k^{(j)}$, $\mu_k^{(j)} q_k^{(j)} = c_{11}^{(j)} (\mu_k^{(j)})^2 + c_{22}^{(j)} - c_{26}^{(j)} \mu_k^{(j)}$.

Требую, чтобы с учетом соотношений (3.7) и (3.8) удовлетворялось и условие совместности деформаций (3.5), находим, что коэффициенты $\mu_1^{(j)}, \mu_2^{(j)}$ должны удовлетворять такому уравнению:

$$c_{11}^{(j)} \mu^4 - 2c_{16}^{(j)} \mu^3 + (2c_{12}^{(j)} + c_{66}^{(j)}) \mu^2 - 2c_{26}^{(j)} \mu + c_{22}^{(j)} = 0. \quad (3.9)$$

Как показано в работе [10], для реальных тел уравнение (3.9) имеет две пары комплексно сопряженных корней.

В случае, когда в некоторой точке $M_0(x_0, y_0)$ области D_j приложена сосредоточенная сила (X_0, Y_0) , будем считать, что комплексные потенциалы в окрестности точек $\tau_k^{(j)} = x_0 + \mu_k^{(j)} y_0$ имеют вид:

$$\begin{aligned}\varphi_1^{(j)}(z_1^{(j)}) &= a_0^{(j)} \ln(z_1^{(j)} - \tau_1^{(j)}) + \varphi_*^{(j)}(z_1^{(j)}) \quad (z_1^{(j)} \rightarrow \tau_1^{(j)}) \\ \varphi_2^{(j)}(z_2^{(j)}) &= b_0^{(j)} \ln(z_2^{(j)} - \tau_2^{(j)}) + \psi_*^{(j)}(z_2^{(j)}) \quad (z_2^{(j)} \rightarrow \tau_2^{(j)})\end{aligned}\quad (3.10)$$

где $\varphi_*^{(j)}(z_1^{(j)})$ и $\psi_*^{(j)}(z_2^{(j)})$ – голоморфные функции в окрестности точки M_0 , а коэффициенты $a_0^{(j)}, b_0^{(j)}$ вычисляются по формулам [11]:

$$\begin{aligned}a_0^{(j)} &= \frac{i(X_0 + \mu_2^{(j)} Y_0) + m^{(j)} - n^{(j)} \mu_2^{(j)}}{4\pi(\mu_1^{(j)} - \mu_2^{(j)})}, \\ b_0^{(j)} &= -\frac{i(X_0 + \mu_1^{(j)} Y_0) + m^{(j)} - n^{(j)} \mu_1^{(j)}}{4\pi(\mu_1^{(j)} - \mu_2^{(j)})}, \\ m^{(j)} &= \frac{k_0^{(j)}(\delta_1^{(j)} X_0 - \delta_3^{(j)} Y_0)}{(\delta_1^{(j)})^2 + \delta_2^{(j)} \delta_3^{(j)}}, \quad n^{(j)} = \frac{k_0^{(j)}(\delta_2^{(j)} X_0 + \delta_1^{(j)} Y_0)}{(\delta_1^{(j)})^2 + \delta_2^{(j)} \delta_3^{(j)}}, \\ \delta_1^{(j)} &= \text{Im}[\mu_1^{(j)} \mu_2^{(j)}], \quad \delta_2^{(j)} = \text{Im}[\mu_1^{(j)} + \mu_2^{(j)}], \\ \delta_2^{(j)} &= \text{Im}[(\mu_1^{(j)} + \mu_2^{(j)}) \overline{\mu_1^{(j)} \mu_2^{(j)}}], \quad k_0^{(j)} = \text{Re}[\mu_1^{(j)} \mu_2^{(j)}] - \frac{c_{12}^{(j)}}{c_{11}^{(j)}}.\end{aligned}\quad (3.11)$$

3.2. Фундаментальное решение для кусочно-однородной ортотропной полуплоскости

Построим фундаментальное решение для кусочно-однородной ортотропной полуплоскости. В соответствии с определением фундаментального решения задача состоит в определении НДС в кусочно-однородной ортотропной полуплоскости, вызванное действием сосредоточенной силы $P(X_0, Y_0)$, приложенной в некоторой внутренней точке $M_0(x_0, y_0)$ области D_2 (рис.3.1). При этом предполагаем, что на контактной поверхности $y = 0$ выполняются условия идеального силового контакта полупространств:

$$\sigma_y^{(1)} = \sigma_y^{(2)}, \quad \tau_{xy}^{(1)} = \tau_{xy}^{(2)}, \quad \frac{\partial u^{(1)}}{\partial x} = \frac{\partial u^{(2)}}{\partial x}, \quad \frac{\partial v^{(1)}}{\partial x} = \frac{\partial v^{(2)}}{\partial x}, \quad (3.12)$$

а на бесконечности в областях D_1, D_2 напряжения стремятся к нулю.

При построении решения сформулированной задачи функции напряжений строим в следующем виде:

$$\begin{aligned}\Phi_1^{(1)}(z_1^{(2)}) &= \frac{s_1}{z_1^{(2)} - \tau_1^{(2)}} + \frac{s_2}{z_1^{(2)} - \tau_2^{(2)}}, \\ \Phi_2^{(1)}(z_2^{(2)}) &= \frac{l_1}{z_2^{(2)} - \tau_1^{(2)}} + \frac{l_2}{z_2^{(2)} - \tau_2^{(2)}}, \\ \Phi_1^{(2)}(z_1^{(2)}) &= \frac{a_0^{(2)}}{z_1^{(2)} - \tau_1^{(2)}} + \frac{n_1}{z_1^{(2)} - \tau_1^{(2)}} + \frac{n_2}{z_1^{(2)} - \tau_2^{(2)}}, \\ \Phi_2^{(2)}(z_2^{(2)}) &= \frac{b_0^{(2)}}{z_2^{(2)} - \tau_2^{(2)}} + \frac{m_1}{z_2^{(2)} - \tau_1^{(2)}} + \frac{m_2}{z_2^{(2)} - \tau_2^{(2)}}\end{aligned}\quad (3.13)$$

где $s_1, s_2, l_1, l_2, n_1, n_2, m_1, m_2$ – произвольные коэффициенты.

Неизвестные коэффициенты s_i, l_i, n_i, m_i определяем, удовлетворив условиям (3.12).

Покажем данную процедуру на примере соотношения $\sigma_y^{(1)} = \sigma_y^{(2)}$.

При $y = 0$ имеем:

$$\sigma_y^{(1)} = 2 \operatorname{Re} \left[\frac{s_1}{x - \tau_1^{(2)}} + \frac{s_2}{x - \tau_2^{(2)}} + \frac{l_1}{x - \tau_1^{(2)}} + \frac{l_2}{x - \tau_2^{(2)}} \right],$$

$$\sigma_y^{(2)} = 2 \operatorname{Re} \left[\frac{a_0^{(2)}}{x - \tau_1^{(2)}} + \frac{n_1}{x - \tau_1^{(2)}} + \frac{n_2}{x - \tau_2^{(2)}} + \frac{b_0^{(2)}}{x - \tau_2^{(2)}} + \frac{m_1}{x - \tau_1^{(2)}} + \frac{m_2}{x - \tau_2^{(2)}} \right]$$

Сравнивая коэффициенты при $\frac{1}{x - \tau_1^{(2)}}$ получаем:

$$s_1 + l_1 - \overline{n_1} - \overline{m_1} = a_0^{(2)}.$$

При $\frac{1}{x - \tau_1^{(2)}}$: $\overline{s_1} + \overline{l_1} - n_1 - m_1 = \overline{a_0^{(2)}}$, то есть эти уравнения совпадают.

Сравнивая коэффициенты при $\frac{1}{x - \tau_2^{(2)}}$, имеем:

$$s_2 + l_2 - \overline{n_2} - \overline{m_2} = b_0^{(2)}.$$

Следовательно, каждое из четырех условий дает два уравнения. В итоге для определения неизвестных коэффициентов получаем совокупность двух систем уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} s_1 + l_1 - \overline{n_1} - \overline{m_1} = a_0^{(2)} \\ \mu_1^{(1)} s_1 + \mu_2^{(1)} l_1 - \overline{\mu_1^{(2)} n_1} - \overline{\mu_2^{(2)} m_1} = \mu_1^{(2)} a_0^{(2)} \\ p_1^{(1)} s_1 + p_2^{(1)} l_1 - \overline{p_1^{(2)} n_1} - \overline{p_2^{(2)} m_1} = p_1^{(2)} a_0^{(2)} \\ q_1^{(1)} s_1 + q_2^{(1)} l_1 - \overline{q_1^{(2)} n_1} - \overline{q_2^{(2)} m_1} = q_1^{(2)} a_0^{(2)} \\ s_2 + l_2 - \overline{n_2} - \overline{m_2} = b_0^{(2)} \\ \mu_1^{(1)} s_2 + \mu_2^{(1)} l_2 - \overline{\mu_1^{(2)} n_2} - \overline{\mu_2^{(2)} m_2} = \mu_2^{(2)} b_0^{(2)} \\ p_1^{(1)} s_2 + p_2^{(1)} l_2 - \overline{p_1^{(2)} n_2} - \overline{p_2^{(2)} m_2} = p_2^{(2)} b_0^{(2)} \\ q_1^{(1)} s_2 + q_2^{(1)} l_2 - \overline{q_1^{(2)} n_2} - \overline{q_2^{(2)} m_2} = q_2^{(2)} b_0^{(2)} \end{array} \right. \quad (3.14)$$

После решения этих систем уравнений функции напряжений определяются формулами (3.13), а НДС во всей области исходного кусочно-однородного ортотропного тела находится по формулам (3.7) и (3.8).

3.3. Формулировка модельных задач и выбор метода их численного решения

Рассмотрим массив горных пород как кусочно-однородную ортотропную сплошную среду, содержащую в одном из полупространств круглую полость радиуса R (рис.3.2). Полость находится под воздействием внутреннего равномерно распределенного давления интенсивностью p_0 . В соответствии с общими правилами постановки модельных задач рассмотрим случай действия на внешних границах рассматриваемой области массива сжимающих усилий, направленных вдоль осей x, y .

Сделаем замечание по поводу задания граничных условий на бесконечности. Вследствие условий сцепления на границе сред напряжения в бесконечно удаленной точке нельзя задавать произвольно, они должны удовлетворять определенным соотношениям [7, 12]: напряжения σ_y^∞ в обоих полупространствах равны в силу уравнений равновесия, а напряжения σ_x^∞ , вообще говоря, может быть различными в верхнем и нижнем полупространствах, т.е. поле напряжений на бесконечности является кусочно-однородным.

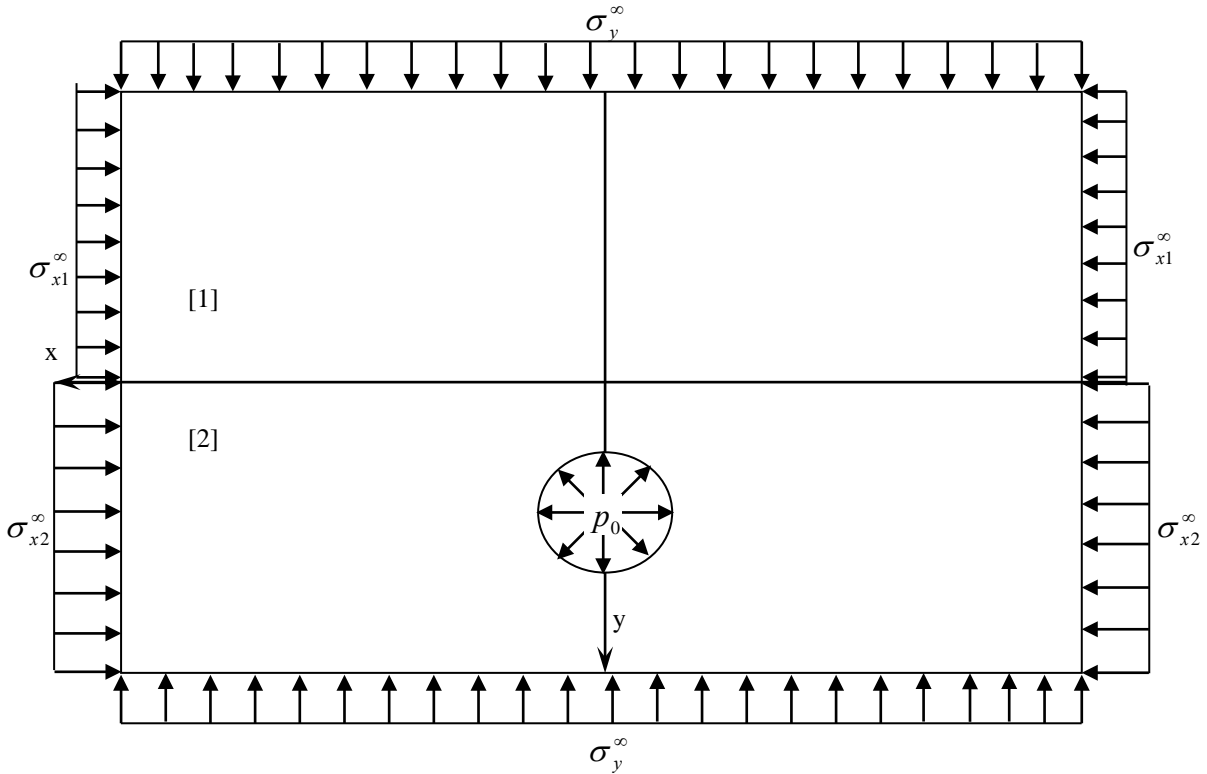


Рис.3.2. Расчетная схема модельной задачи

Для определенности считаем, что компоненты напряжений $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ на бесконечности для областей D_j принимают значения σ_{xj}^∞ , $\sigma_y^\infty = \rho_1 g H$, $\tau_{xy}^\infty = 0$, где ρ_1 – плотность среды, H – глубина ведения горных работ. Тогда, в точках, достаточно удаленных от границы контакта, комплексные потенциалы имеют вид:

$$\Phi_1^{(j)}(z_1) = \Gamma_1^{(j)}, \quad \Phi_2^{(j)}(z_2) = \Gamma_2^{(j)},$$

где $\Gamma_i^{(j)}$ – произвольные постоянные.

Требую, чтобы на бесконечности компоненты напряжений принимали заданные значения, на основании формул (7) для нахождения комплексных постоянных $\Gamma_1^{(j)}$ и $\Gamma_2^{(j)}$ получаем такую систему уравнений:

$$\begin{cases} 2\operatorname{Re}[(\mu_1^{(j)})^2 \Gamma_1^{(j)} + (\mu_2^{(j)})^2 \Gamma_2^{(j)}] = \sigma_{xj}^\infty \\ 2\operatorname{Re}[\Gamma_1^{(j)} + \Gamma_2^{(j)}] = \sigma_y^\infty \\ 2\operatorname{Re}[\mu_1^{(j)} \Gamma_1^{(j)} + \mu_2^{(j)} \Gamma_2^{(j)}] = 0 \end{cases} \quad (3.15)$$

Из последних двух уравнений этой системы следует:

$$\begin{aligned} \Gamma_1^{(j)} &= -\frac{1}{2(\mu_1^{(j)} - \mu_2^{(j)})} [\mu_2^{(j)} (\sigma_y^\infty + i\lambda_1^{(j)}) - i\lambda_2^{(j)}], \\ \Gamma_2^{(j)} &= \frac{1}{2(\mu_1^{(j)} - \mu_2^{(j)})} [\mu_1^{(j)} (\sigma_y^\infty + i\lambda_1^{(j)}) - i\lambda_2^{(j)}] \end{aligned} \quad (3.16)$$

где $\lambda_i^{(j)}$ – произвольные вещественные коэффициенты.

Подставляя выражения (3.16) в первое из уравнений (15), для нахождения $\lambda_1^{(j)}$ и $\lambda_2^{(j)}$ имеем:

$$\lambda_1^{(j)} \delta_1^{(j)} - \lambda_2^{(j)} \delta_2^{(j)} = \sigma_{xj}^\infty + \sigma_y^\infty r_1^{(j)}, \quad (17)$$

где $\delta_1^{(j)} = \text{Im}[\mu_1^{(j)} \mu_2^{(j)}]$, $\delta_2^{(j)} = \text{Im}[\mu_1^{(j)} + \mu_2^{(j)}]$, $r_1^{(j)} = \text{Re}[\mu_1^{(j)} \mu_2^{(j)}]$.

Требую, чтобы на бесконечности вращение $\varepsilon_\infty = 0$, тогда, используя формулу $\varepsilon_\infty = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$, а также формулы (8), для нахождения $\lambda_i^{(j)}$ получаем второе уравнение:

$$\text{Re}[(q_1^{(j)} - \mu_1^{(j)} p_1^{(j)})\Gamma_1^{(j)} + (q_2^{(j)} - \mu_2^{(j)} p_2^{(j)})\Gamma_2^{(j)}] = 0.$$

С учетом соотношений (16) последнее уравнение можно преобразовать к такому виду:

$$\lambda_1^{(j)} (\delta_4^{(j)} - \delta_1^{(j)} r_1^{(j)}) + \lambda_2^{(j)} (\delta_5^{(j)} - r_2^{(j)} \delta_2^{(j)}) = \sigma_y^\infty (\delta_1^{(j)})^2, \quad (3.18)$$

где $\delta_4^{(j)} = \text{Im}[\mu_1^{(j)} \mu_2^{(j)} (\overline{\mu_1^{(j)}} + \overline{\mu_2^{(j)}})]$, $\delta_5^{(j)} = \text{Im}[(\mu_1^{(j)})^2 + (\mu_2^{(j)})^2]$, $r_2^{(j)} = \text{Re}[\mu_1^{(j)} + \mu_2^{(j)}]$.

В результате решения системы уравнений (3.17) и (3.18), получаем:

$$\lambda_2^{(j)} = \frac{\sigma_y^\infty (\delta_1^{(j)})^3 - (\delta_4^{(j)} - \delta_1^{(j)} r_1^{(j)}) (\sigma_{xy}^\infty + r_1^{(j)} \sigma_y^\infty)}{\delta_2^{(j)} (\delta_4^{(j)} - r_1^{(j)} \delta_1^{(j)}) + \delta_1^{(j)} (\delta_5^{(j)} - r_2^{(j)} \delta_2^{(j)})},$$

$$\lambda_1^{(j)} = \frac{1}{\delta_1^{(j)}} (\lambda_2^{(j)} \delta_2^{(j)} + \sigma_{xy}^\infty + r_1^{(j)} \sigma_y^\infty)$$

Соотношение между величинами $\sigma_y^\infty, \sigma_{x1}^\infty, \sigma_{x2}^\infty$ определяем из контактных условий на бесконечности: $u^{(1)} = u^{(2)}$, $v^{(1)} = v^{(2)}$.

В результате имеем:

$$\begin{cases} \text{Re}[p_1^{(1)}\Gamma_1^{(1)} + p_2^{(1)}\Gamma_2^{(1)}] = \text{Re}[p_1^{(2)}\Gamma_1^{(2)} + p_2^{(2)}\Gamma_2^{(2)}] \\ \text{Re}[q_1^{(1)}\Gamma_1^{(1)} + q_2^{(1)}\Gamma_2^{(1)}] = \text{Re}[q_1^{(2)}\Gamma_1^{(2)} + q_2^{(2)}\Gamma_2^{(2)}] \end{cases} \quad (3.19)$$

Таким образом, если известно напряжение $\sigma_y^\infty = \rho g H$, то $\sigma_{x1}^\infty, \sigma_{x2}^\infty$ определяются из уравнений (3.19).

Исходную задачу о НДС кусочно-однородного массива решаем, используя принцип линейной суперпозиции. В данном случае этот принцип формулируется следующим образом: напряженное состояние в задаче о плоскости с ненулевыми напряжениями на бесконечности $\sigma_{xy} = -\sigma_{xy}^\infty$, $\sigma_y = -\sigma_y^\infty$, $\tau_{xy} = 0$ является суперпозицией двух напряженных состояний, одно из которых отвечает напряжениям на бесконечности для пространства без полости с внутренним давлением, т.е. $\sigma_{x0}^{(1)} = -\sigma_{x1}^\infty$, $\sigma_{x0}^{(2)} = -\sigma_{x2}^\infty$, $\sigma_{y0}^{(j)} = -\sigma_y^\infty$, $\tau_{xy0}^{(j)} = 0$, а другое – напряжениям $\sigma_x^{(j)}, \sigma_y^{(j)}, \tau_{xy}^{(j)}$ в задаче с нулевым напряженным состоянием на бесконечности и нагрузкой на границе полости, равной:

$$\begin{aligned} \sigma_s &= (-p_0 + \sigma_{x2}^\infty) \cos(n, y) - (\sigma_y^\infty - p_0) \cos(n, x), \\ \sigma_n &= (-p_0 + \sigma_{x2}^\infty) \cos^2(n, x) + (\sigma_y^\infty - p_0) \cos^2(n, y) \end{aligned} \quad (3.20)$$

Тогда полные напряжения во всей области определяются по формулам:

в верхней полуплоскости

$$\sigma_{x2}^{(1)} = -\sigma_{x1}^\infty + \sigma_x^{(1)}, \quad \sigma_{y2}^{(1)} = -\sigma_y^\infty + \sigma_y^{(1)}, \quad \tau_{xy2}^{(1)} = \tau_{xy}^{(1)},$$

в нижней

$$\sigma_{x2}^{(2)} = -\sigma_{x2}^\infty + \sigma_x^{(2)}, \quad \sigma_{y2}^{(2)} = -\sigma_y^\infty + \sigma_y^{(2)}, \quad \tau_{xy2}^{(2)} = \tau_{xy}^{(2)}.$$

Процедура численного решения модельных задач построена на основе метода фиктивных нагрузок [13].

3.4. Решение модельных задач

В соответствии с построенной модельной задачей и описанной процедурой ее численного решения были выполнены расчеты для различных исходных данных. В качестве материала [M1] был рассмотрен сильвинит, а в качестве [M2] – глинисто-мергелевая толща. В первом приближении слои, представленные данными породами, можно рассматривать как однородные и трансверсально-изотропные (транстропные). Тогда соответствующие формулы для коэффициентов β_{ij} легко получаются, если в формулах для ортотропного материала принять $\nu_{31} = \nu_{13} = \nu$; $\nu_{21} = \nu_{23} = \nu_{32} = \nu_1$, где ν – коэффициент Пуассона, характеризующий поперечное сжатие в плоскости изотропии (плоскость zx) при растяжении в этой плоскости, а ν_1 – то же, но при растяжении в направлении, нормальном к плоскости изотропии.

Хотя модуль сдвига G_{12} для плоскостей, нормальных к плоскости изотропии, строго говоря, является независимой константой и никак не связан с остальными упругими постоянными, тем не менее, для большинства горных пород можно указать приближенную формулу [14], связывающую G_{12} с главными модулями Юнга и коэффициентами Пуассона.

В наших обозначениях эта приближенная формула имеет вид:
$$G_{12} = \frac{E_1 E_2}{E(1 + 2\nu_1) + E_2}.$$

Механические характеристики для материала [M1] равны: $\nu^{(1)} = 0,31$; $\nu_1^{(1)} = 0,29$;
 $e_{11} = \frac{E_1^{(1)}}{E_2^{(1)}} = 0,36$; $g_{12} = \frac{E_1^{(1)}}{G_{12}^{(1)}} = 2$. Для породы [M2] соответственно: $\nu^{(2)} = 0,38$; $\nu_1^{(2)} = 0,21$;
 $e_{22} = \frac{E_1^{(2)}}{E_2^{(2)}} = 0,66$; $g_{21} = \frac{E_1^{(2)}}{G_{12}^{(2)}} = 2$.

Для анализа состояния массива в окрестности полости и определения областей, находящихся в предельном состоянии, использованы различные критерии, в том числе критерий Кулона-Мора [9] вида:

$$|\sigma_{yy}| \geq k\sigma_{xx} + \sigma_0, \quad (3.21)$$

где $k = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}$ – параметр Рэнкина, σ_0 – прочность породы при одноосном сжатии, φ – угол внутреннего трения.

Для породы [M1] соответствующие характеристики равны: $\varphi_1 = 81,64$, $\sigma_0^{(1)} = 29,5 \text{ МПа}$, а для [M2]: $\varphi_2 = 63,56$, $\sigma_0^{(2)} = 10 \text{ МПа}$.

На рис.3.3. представлены картины распределения областей, находящихся в предельном состоянии в соответствии с критерием (3.21).

Выводы

Описанный в статье подход в исследованию НДС массива горных пород районах наличия выработанного пространства и очагов возможных проявлений внезапных выбросов соли и газа является эффективным способом выполнения модельного анализа. Предложенный подход имеет хорошие перспективы на развитие и обобщение. Возможен учет произвольной топологии выработанного пространства и очагов ГДЯ, неоднородности строения породной толщи, разнообразных условий нагружения и деформирования рассматриваемой области массива.

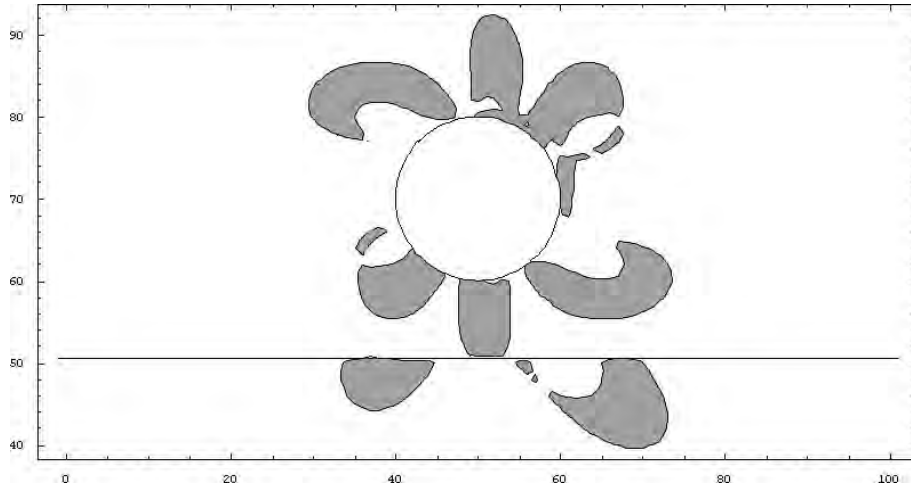


Рис.3.3а. Зоны разрушения в массиве, определенные в соответствии с (33) при $p_0 = 20\text{МПа}$

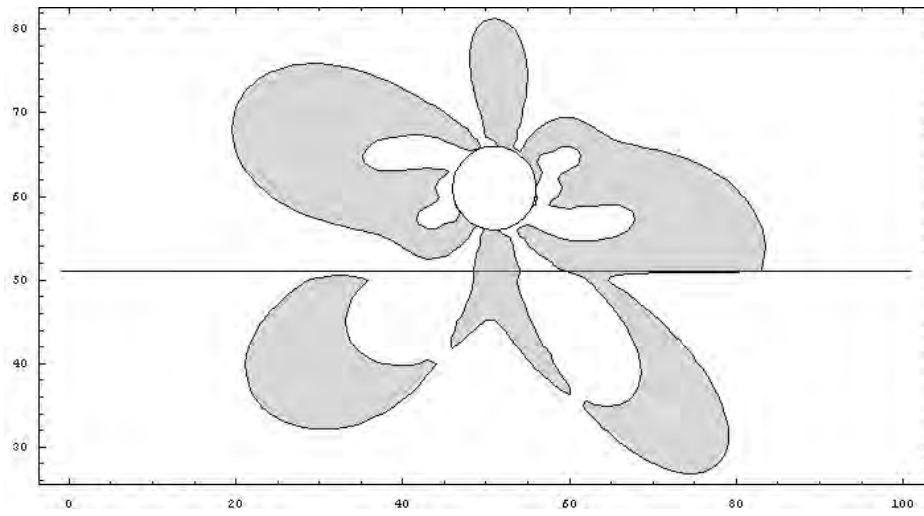


Рис.3.3.б. Зоны разрушения в массиве, определенные в соответствии с (33) при $p_0 = 30\text{МПа}$

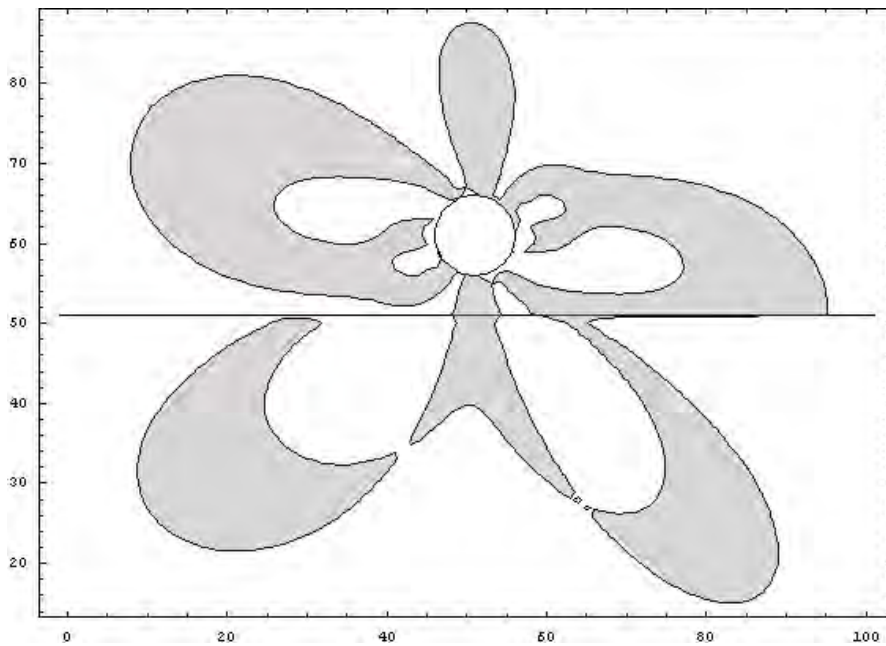


Рис.3.3.в. Зоны разрушения в массиве, определенные в соответствии с (33) при $p_0 = 40\text{МПа}$

Рассмотренный подход допускает дальнейшее развитие на решение сопряженных задач геомеханики и газодинамики в приближении массива двухфазной средой для изучения как геомеханических, так и газодинамических процессов. При разработке подходов к решению такого класса задач необходимо учитывать взаимодействие твердой и газообразной фаз. Последнее можно выполнить на основе различных способов, в частности, путем последовательного и раздельного рассмотрения механического и газового полей. В этом случае изменение давлений и соответствующих величин сил, обусловленных газовой составляющей в механическом поле рассматривается как следствие снижения газодинамического давления. Существенным является то, что при таком подходе постановка задачи для оценки дополнительных сил давления газа аналогична постановке задачи по определению изменений механических сил.

ЛИТЕРАТУРА

1. Андрейко С.С., Калугин П.А., Щерба В.Я. Газодинамические явления в калийных рудниках. Мн.:Выш. Шк., 2000. 335 с.
2. Проскуряков Н.М., Ковалев О.В., Мещеряков В.В. Управление газодинамическими процессами в пластах калийных руд. М.:Недра, 1988. 239 с.
3. Долгов П.В., Полянина Г.Д., Земсков А.Н. Методы прогноза и предотвращения газодинамических явлений в калийных рудниках. Алма-Ата: Наука, 1987. 176 с.
4. Лаптев Б.В. Предотвращение газодинамических явлений на калийных рудниках. М.:Недра, 1994. 138 с.
5. Ковалев О.В., Ливенский В.С., Былино Л.В. Особенности безопасной разработки калийных месторождений. Минск: Полымя, 1982. 96 с.
6. Журавков М.А., Мартыненко М.Д. Теоретические основы деформационной механики блочно-слоистого массива соляных горных пород. Мн.:Университетское, 1995. 255с.
7. Журавков М.А. Математическое моделирование деформационных процессов в твердых деформируемых средах (на примере задач механики горных пород и массивов). Мн.:БГУ, 2002. 456с.
8. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.-Л.:Изд-во АН СССР, 1949. 635 с.
9. Журавков М.А., Смычник А.Д., Богдан С.И. Моделирование деформационных процессов по всей толще подработанного массива горных пород. Часть 1. Критерии выделения характерных зон в подработанной толще горных пород // Горная механика. №3-4, 2004. С.19-30.
10. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. М. : Наука, 1977.
11. Прусов И.А. Термоупругие анизотропные пластинки. Мн.: Изд-во БГУ, 1978.
12. Черепанов Г.П. О напряженном состоянии в неоднородной пластинке с вырезами. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1962, №1, С.131-145.
13. Крауч С., Старфилд А. Методы граничных элементов в механике твердого тела. Пер. М.А. Тлеуманова под ред. М.А. Линькова – М.: Мир 1987.
14. Батугин С.А., Ниренбург Р.К. Приближенная зависимость между упругими константами горных пород и параметры анизотропии. Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых, 7, №1, 1972, С.7-11.