## МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ Белорусский национальный технический университет

Кафедра «Экспериментальная и теоретическая физика»

С.А. Манего Ю.А. Бумай В.В. Черный

### ЭФФЕКТ ХОЛЛА

Учебно-методическое пособие для студентов специальностей 1-38 02 01 «Информационно-измерительная техника», 1-38 02 03 «Техническое обеспечение безопасности»

Рекомендовано учебно-методическим объединением по образованию в области приборостроения

> Минск БНТУ 2016

УДК 537.633.2 (075.8) ББК 22.334я7 M23

Рецензенты: кафедра физики полупроводников и наноэлектроники БГУ (д-р физ.-мат. наук, проф. В. Б. Оджаев);  $C.H.\ Coбчук$ 

#### Манего, С. А.

М23 Эффект Холла: учебно-методическое пособие для студентов специальностей 1-38 02 01 «Информационно-измерительная техника», 1-38 02 03 «Техническое обеспечение безопасности» / С.А. Манего, Ю.А. Бумай, В.В. Черный. — Минск: БНТУ, 2016. — 19 с.

ISBN 978-985-550-586-1.

Учебно-методическое пособие содержит в краткой форме теорию важнейшего из гальваномагнитных эффектов — эффекта Холла. Рассмотрены практические применения эффекта. Приведена также схема экспериментальной установки для исследования эффекта Холла. Показано, как на основании экспериментальных данных определяются важнейшие характеристики полупроводника — концентрация носителей заряда и их подвижность.

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов инженерных специальностей, изучающих раздел Электричество и магнетизм курса общей физики.

> УДК 537.633.2 (075.8) ББК 22.334я7

ISBN 978-985-550-586-1

- © Манего, С.А., Бумай, Ю. А. Черный, В.В. 2016
- © Белорусский национальный технический университет, 2016

#### ЭФФЕКТ ХОЛЛА

#### Цель работы

- 1. Изучить теоретические основы эффекта Холла.
- 2. Изучить связь параметров материалов с результатами измерений эффекта Холла.

#### Задачи работы

- 1. Провести электрические измерения и измерения эффекта Холла.
- 2. Определить концентрацию и подвижность носителей тока в полупроводнике.

#### Гальваномагнитные эффекты

Физические явления, обусловленные движением носителей заряда под действием внешних и внутренних полей или разности температур, называются кинетическими явлениями или явлениями переноса. К ним относятся электропроводность и теплопроводность, гальваномагнитные, термомагнитные и термоэлектрические явления. Кинетические явления лежат в основе фотоэлектрических и фотомагнитных эффектов. Среди многообразия кинетических эффектов под названием гальваномагнитных объединяются эффекты, возникающие в веществе, находящемся в магнитном поле, при прохождении через вещество электрического тока под действием электрического поля. Другими словами, гальваномагнитные явления наблюдаются в веществе при совместном действии электрического и магнитного полей. К важнейшим гальваномагнитным явлениям относятся:

- 1. Эффект Холла;
- 2. Магниторезистивный эффект или магнетосопротивление;
- 3. Эффект Эттингсгаузена, или поперечный гальваномагнитный эффект;
- 4. Эффект Нернста, или продольный гальваномагнитный эффект.

Эффекты перечислены в порядке их практической значимости. Названия «продольный» и «поперечный» отражают направление градиентов температуры относительно тока. Рассмотрим эти эффекты.

#### Эффект Холла

Американский физик Эдвин Герберт Холл в 1879 г. впервые описал явление, впоследствии названное его именем. Явление, открытое Холлом, состоит в том, что в проводнике с током, помещенном в магнитное поле, перпендикулярное направлению тока, возникает электрическое поле в направлении, перпендикулярном направлениям тока и магнитного поля. Наиболее важным применением эффекта Холла является определение концентрации носителей заряда в материалах, проводящих электрический ток, в частности в полупроводниках, у которых концентрацию носителей зарядов можно произвольно изменить, например, за счет введения примесей.

Обратимся к чисто примесному полупроводнику, для определенности электронному. Схема, иллюстрирующая возникновение эффекта Холла, изображена на рис. 1.

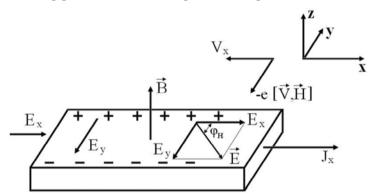


Рис. 1. Схема возникновения эффекта Холла при действии силы Лоренца на движущиеся электроны

К образцу прямоугольной формы, расположенному по длине вдоль оси X, приложено электрическое поле E, вызывающее электрический ток плотностью

$$j_x = env_x = \sigma E_x, \tag{1}$$

где e – абсолютная величина заряда электрона;

n -концентрация электронов в объеме полупроводника,

 $v_{x}$ — средняя скорость упорядоченного движения (дрейфа) электронов,

σ – удельная электропроводность .

Образец помещен в магнитное поле B, параллельно оси Z. В результате действия на движущиеся носители силы Лоренца

$$\vec{F} = -e \left[ \vec{v}_x \vec{B} \right]$$

электроны отклоняются в отрицательном направлении оси Y (дрейфовая скорость электронов  $\vec{v}_x$  направлена против тока) и скапливаются у боковой (передней) грани образца. Их накопление идет до тех пор, пока поперечное электрическое поле (поле Холла) не компенсирует поле силы Лоренца в направлении оси Y.

Вследствие появления поперечного поля Холла  $E_y$  результирующее электрическое поле в образце конечных размеров будет повернуто относительно оси X на некоторый угол  $\phi_H$  (угол Холла), а ток будет идти лишь в направлении оси X. Как видно из рис. 1, угол определяется при этом соотношением:

$$tg\phi_{\rm H} = \frac{E_{y}}{E_{x}} = \mu B,$$

где  $\mu$  — дрейфовая подвижность.

Мы будем рассматривать эффект Холла в слабых магнитных полях, когда  $tg\phi_{\rm H} << 1$  или  $\mu B << 1$  .

Поскольку поле Холла  $E_{\rm y}$  уравновешивает силу Лоренца, можно полагать, что оно должно быть пропорционально как приложенному полю B, так и току  $J_{\rm x}$  в полупроводнике. Поэтому величину, называемую коэффициентом Холла, определяют так:

$$R_{\rm H} = -\frac{E_y}{Bj_x}. (2)$$

Следует обратить внимание на то, что, поскольку поле Холла направленно против оси Y (рис. 1), коэффициент R должен быть отрицательным.

С другой стороны, если бы заряд носителей был положительным (в дырочном полупроводнике), знак их X-компоненты скорости был бы обратным и сила Лоренца осталась бы неизменной по направлению. В результате поле Холла имело бы направление, противоположное тому, которое оно имеет при отрицательно заряженных носителях.

Из этого вывода следует, что по знаку ЭДС Холла можно определить знак носителей заряда и, следовательно, тип проводимости полупроводника.

Чтобы рассчитать коэффициент Холла, воспользуемся выражением для общей силы, действующей на электрон со стороны электрического и магнитного полей. В общем случае эта сила определяется векторным уравнением

$$\vec{F} = -e\vec{E} - e\left[\vec{v}_x\vec{B}\right].$$

Величина холловского поля определяется балансом сил в направлении оси Y, при котором  $\vec{F}=0$  или

$$-eE_y - ev_x B = 0.$$

Отсюда

$$E_v = -v_x B$$
.

Тогда, воспользовавшись соотношением (1), имеем

$$E_{y} = -\frac{1}{en} j_{x} B. \tag{3}$$

Сравнивая (2) и (3), видим, что:

$$R_{\rm H} = -\frac{1}{en}$$
.

Таким образом, коэффициент Холла обратно пропорционален концентрации носителей и ни от каких других параметров полупроводника не зависит. Знак «минус» показывает электронную проводимость, дырочной проводимости соответствует знак «плюс».

Для практического определения коэффициента Холла воспользуемся уравнением (3), выразив напряженность электрического поля  $E_{\nu}$  через потенциал:

$$\vec{E} = -\text{grad}\phi$$

В случае однородного образца

$$E_{y} = \frac{U_{x}}{b} \tag{4}$$

где  $U_x$  – холловская разность потенциалов или ЭДС Холла, b – размер образца в направлении оси y.

Если размер образца по направлению оси z (т. е. по направлению магнитного поля) равен a, то плотность тока  $j_x = \frac{I_x}{S} = \frac{I_x}{ab}$ . Тогда (3) принимает вид:

$$E_{y} = -\frac{1}{en} \frac{I_{x}B}{ab} = R_{H} \frac{I_{x}B}{ab}.$$

Подставив это выражение в (10), получим, что ЭДС Холла

$$U_x = R_{\rm H} \frac{I_x B}{a},\tag{5}$$

где  $I_x$  – сила тока, протекающая через образец;

B — индукция магнитного поля.

В действительности произведенный элементарный вывод коэффициента Холла не точен: в нем предполагалось, что все носители имеют одинаковую дрейфовую скорость и не учитывался характер распределения электронов по скоростям и механизм рассеяния носителей.

Более строгое выражение для коэффициента Холла, учитывающее указанные факторы, имеет вид

$$R_{\rm H} = \pm \frac{r}{\rho n},\tag{6}$$

где 
$$r = <\tau^2 > / <\tau >^2$$
,

r – называют холл-фактором,

т – время релаксации носителей заряда.

Через n в данном случае обозначена концентрация носителей (электронов или дырок). Параметр r является атрибутом реального твердого тела и зависит от механизма рассеяния носителей.

Так, при рассеянии на ионах примеси  $r = 315\pi/512 = 1,93$ , что обычно имеет место в области низких температур;

- при рассеянии на тепловых колебаниях решетки  $r = 3\pi/8 = 1,18$ , что соответствует более высокой области температур;
- при рассеянии на нейтральных примесях, а также в металлах и сильно вырожденных полупроводниках r=1.

В полупроводнике со смешанной проводимостью в слабом магнитном поле коэффициент Холла

$$R_{\rm H} = \frac{r}{e} \frac{\mu_p^2 p - \mu_n^2 n}{(\mu_p p + \mu_n n)^2}.$$
 (7)

Так как в случае собственной проводимости  $n=p=n_i$ , то, введя отношение подвижностей  $b=\mu_n/\mu_{p,}$  для собственного полупроводника, получим

$$R_{\rm H} = \frac{1}{en} \frac{1-b}{1+b}$$

т. е. знак  $R_{\rm H}$  определяется тем типом носителей тока, подвижность которых больше. Обычно отношение дрейфовых подвижностей b > 1 и R < 0. Если же в собственном полупроводнике подвижности электронов и дырок равны между собой ( $\mu_n = \mu_p, \ b = 1$ ), коэффициент Холла, а следовательно, и ЭДС Холла равны нулю.

Из формулы (7) следует, что для получения максимальных значений  $R_{\rm H}$  целесообразно использовать полупроводник с одним знаком носителей заряда. В этом случае (7) переходит в (6) и ЭДС Холла максимальна.

Рассмотрим теперь произведение коэффициента Холла  $R_{\rm H}$  и удельной проводимости для чисто примесного полупроводника с учетом формулы (6).

$$\left|R_{_{\mathrm{H}}}\right|\sigma=\frac{r}{en}en\mu=r\mu.$$

Мы видим, что величина  $|R_{\rm H}|$  о пропорциональна величине дрейфовой подвижности  $\mu$ , при этом коэффициентом пропорциональности является безразмерная константа r (холлфактор). Поэтому величина

$$\mu_{\rm H} = |R_{\rm H}| \sigma$$

имеет размерность подвижности и называется *холловской подвижностью*.

Таким образом, определив экспериментально  $R_{\rm H}$  и  $\sigma$ , и взяв их произведение, получим  $\mu_{\rm H}$ . Если известен механизм рассеяния, то по  $\mu_{\rm H}$  можно определить дрейфовую подвижность  $\mu = \mu_{\rm H} / r$ , а по  $R_{\rm H}$  — концентрацию носителей заряда и их знак; благодаря этому эффект Холла является одним из важнейших методов исследования полупроводника.

Выражение для практического определения коэффициента Холла можно получить из формулы (5)

$$R_{\rm H} = \frac{aU_{\rm x}}{IB}.$$
 (8)

В системе СИ  $R_{\rm H}$  имеет размерность м<sup>3</sup>/Кл. Тогда из формулы (6) можно найти концентрацию носителей заряда:

$$n = -\frac{3\pi}{8} \frac{1}{R_{u}^{n}} = -7,4 \cdot 10^{18} \frac{1}{R_{u}^{n}} \left[ M^{-3} \right];$$
 (9)

$$p = \frac{3\pi}{8} \frac{1}{R_{u}^{p}} = 7,4 \cdot 10^{18} \frac{1}{R_{u}^{p}} \left[ M^{-3} \right].$$
 (10)

Одновременно с постоянной Холла определяют удельную проводимость образца «σ». Для образца с данными размерами (рис. 2) удельная проводимость определяется по формуле

$$\sigma = \frac{c}{ab} \frac{I}{U_{\sigma}},\tag{11}$$

где c — расстояние между омическими контактами 4 и 5 (рис. 2);  $U_{\sigma}$  — напряжение между этими контактами.

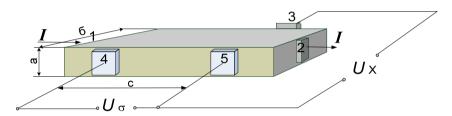


Рис. 2. Образец для измерения эффекта Холла и проводимости

Используя известные формулы для удельной проводимости:

$$\sigma_n = en\mu_n$$
;

$$\sigma_p = ep\mu_p$$
.

можно определить подвижность электронов и дырок:

$$\mu_n = \frac{\sigma_n}{en} = 6,25 \cdot 10^{18} \frac{\sigma_n}{n} \left[ \frac{\mathbf{M}^2}{\mathbf{B} \cdot \mathbf{c}} \right]; \tag{12}$$

$$\mu_p = \frac{\sigma_p}{ep} = 6,25 \cdot 10^{18} \frac{\sigma_p}{p} \left[ \frac{\mathbf{M}^2}{\mathbf{B} \cdot \mathbf{c}} \right]. \tag{13}$$

#### Применение эффекта Холла

На основе эффекта Холла можно создать ряд устройств и приборов, обладающих ценными и даже уникальными свойствами и занимающих важное место в измерительной технике, автоматике, радиотехнике и т. д. Приборы, созданные на основе эффекта Холла, называют датиками Холла.

Датчики Холла позволяют измерять величину магнитного поля. Как видно из (11), при постоянной величине тока ЭДС Холла прямо пропорциональна магнитной индукции. Линейная зависимость этих величин для датчиков Холла является преимуществом перед измерителями индукции на основе магнетосопротивления.

Датчики Холла также позволяют измерять электрические и магнитные характеристики металлов и полупроводников. В настоящее время в силу высокой точности, постоянства данных, надежности они нашли широкое применение в различных отраслях науки и техники.

Датчики Холла могут применяться для измерения силы, давлений, углов, перемещений и других неэлектрических величин. При производстве полупроводниковых материалов эффект Холла используется для измерения подвижности и концентрации носителей в них. Для этой цели на специальном подготовленном образце измеряют ЭДС Холла и по его величине судят о подвижности и концентрации носителей заряда материала, используемого для изготовления полупроводниковых приборов.

Датчики Холла используются в автомобилях благодаря их низкой стоимости, качества, надежности и способности противостоять жестким условиям окружающей среды. Датчики Холла применяют в создании бесконтактных однополярных и биполярных выключателей и переключателей.

Основные преимущества датчиков Холла – бесконтактность, отсутствие любых механических нагрузок и загрязнений.

#### Описание лабораторной установки

Изучение эффекта Холла в используемой установке проводится по методике постоянного тока. В качестве материала для исследования используется кремний и арсенид галлия, которые широко применяются в производстве электронных приборов.

К исследуемому образцу присоединены пять электродов 5 (рис. 2). Торцевые электроды 1,2 служат для подведения к нему тока, боковые или холловские 3,4 используются для измерения ЭДС Холла и омические 4,5 — для измерения падения напряжения  $U_{\sigma}$  с последующим определением проводимости  $\sigma$  образцов.

Схема измерительной установки изображена на рис. 3.

Ток, протекающий через образец, измеряется с помощью вольтметра В7-20. Величина тока регулируется с помощью реостата «Рег. тока». Переключатель «направл. тока» служит для изменения направления тока через образец.

Магнитное поле создается с помощью электромагнита. Величина и направление магнитной индукции устанавливается переключателем «магнитная индукция» по шкале прибора.

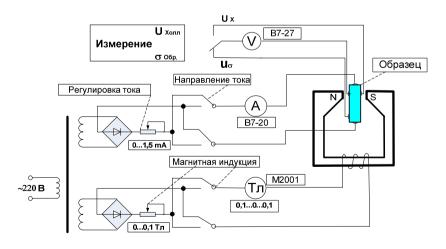


Рис. 3. Схема экспериментальной установки

#### Порядок выполнения работы

#### 1. Подготовка установки к работе

Включить измерительные приборы. Установить переключатель рода работ и пределов измерений в следующие положения на приборах:

- 1.1. B7-20 (ток) 10мA (постоянный ток);
- 1.2. B7-27 (напряжение) 10 B (постоянное напряжение);
- 1.3. Измеритель «магнитная индукция» установит на «0»;
- 1.4. Ручка «Рег. тока» в крайнем левом положении «0».

#### 2. Измерение электропроводности образцов

- 2.1. Включить схему для измерения падения напряжения на образце « $U_{\sigma}$ ». Регулируя величину тока (B7-20), произвести измерения падения напряжения на контактах 4, 5 при двух различных величин тока (0,5 мA и 1,5 мA);
- 2.2. Повторить измерения падения напряжения на контактах 4, 5 для противоположного направления тока, для этого Тумблер «Направление тока» перевести в следующее положение. По формуле (11) вычислить величину электропроводности образца. Размеры образца:

$$a = 4 \cdot 10^{-4} \text{ MM};$$
  
 $b = 0.4 \text{ MM};$   
 $c = 1.45 \text{ MM}.$ 

Результаты измерений занести в табл. 1.

Вычислить среднюю величину «о» из четырех измерений.

После окончания измерений напряжения перевести тумблер «Рег. тока» в крайнее левое положение «0»!

Таблица 1

	1	2	3	4
Направление тока	+	+	_	_
I, A				
<i>U</i> , B				
σ, Om <sup>-1</sup> ·m <sup>-1</sup>				

## 3. Исследование зависимости ЭДС Холла от величины тока, протекающего через образец

- 3.1. Включить схему для измерения ЭДС Холла в образце (тумблер в положение « $U_x$ »).
- 3.2. Ручкой «магнитная индукция» установить значение магнитной индукции  $B^{(N)} = 0,1$  Тл.
- 3.3. Исследование образца №1: снять зависимость  $U_x = U_x(J)$  при токах: 0,5; 1,0; 1,5; 2 мА.

Измерения провести на обоих («+» и «-») направления тока, установив на B7-27 предел измерения mV= 100.

- 3.4. Исследование образца №2: снять зависимость  $U_x = U_x(J)$  при токах: 0,2; 0,3; 0,4; 0,5 мА.
  - 3.5. Измерение холловского напряжения:
- 3.5.1. На предварительно установленном токе снять значение величины тока и холловского напряжения « $U^N_{\mathbf{x}}$ » и занести их в табл. 2. Затем, не изменяя величины и направления тока, с помощью ручки «магнитная индукция» установить противоположное по направлению значение магнитного поля  $B^{(S)} = 0,1$  Тл.
- 3.5.2. Измерить величину и знак холловского напряжения  $(U^S_x)^S$  и занести их в табл. 2;

Таблица 2

		Холловское напряжение, $U_{\rm x}({\rm B})$			n(n)	
№	Ток, <i>I</i> (A)	$U_x^8$	$U_{x}^{N}$	$U_{X} = \frac{(U_{X}^{N} - U_{X}^{S})}{2}$	$R_H^{n(p)}$ (м $^3$ /Кл)	n (p) (m <sup>-3</sup> )
1						
2						
3						
4						

3.5.3. Получить значение  $U_{\mathrm{x}}$  , взяв полуразность величин  $U_{\mathrm{x}}^N$  и  $U_{\mathrm{x}}^S$  с их знаками  $U_{\mathrm{x}}=\frac{U_{\mathrm{x}}^N-U_{\mathrm{x}}^S}{2}$  и занести его в табл. 2.

Такой способ определения  $U_{\rm x}$  позволяет устранить влияние паразитного напряжения, которое возникает на холловских контактах (вследствие их несимметричного расположения) при прохождении тока через образец. В наличии паразитного напряжения можно убедиться, измерив величину  $U_{\rm x}$  при  ${\rm B}=0$  (в отсутствие магнитного поля на холловских контактах).

3.6 Построить график зависимости  $U_x = U_x(J)$ .

## 4. Определение коэффициента Холла, концентрации и подвижности носителей заряда

- 4.1. По формуле (8) вычислить величину коэффициента Холла, используя значения I и  $U_{\rm x}$  из табл. 2.
- 4.2. Вычислить концентрацию носителей заряда по формуле (9) или (10) для всех полученных значений  $R_{\rm H}^{n(p)}$ . Результаты занести в табл. 2.
- 4.3. Вычислить среднее значение  $R_{\rm H}^{n(p)}$  и концентрации носителей n(p).
- 4.4. Вычислить значения холловской подвижности носителей заряда по формулам (12) или (13), взяв в качестве n(p) и  $\sigma$  полученные средние значения  $n_{\rm cp}(p_{\rm cp})$  и  $\sigma_{\rm cp}$ .
- 4.5. Повторить все вычисления для образца № 2. Сравнить знак  $R^{n(p)}_{\ \ \ \ \ \ \ \ }$  и подвижность носителей заряда, полученные при измерении первого и второго образца.

#### Контрольные вопросы

- 1. Поведение носителей заряда при одновременном действии на них электрического и магнитного поля. Сила Лоренца.
- 2. Какие физические явления называются кинетическими?
- 3. В чем сущность эффекта Холла?
- 4. Какие физические параметры полупроводников можно определить с помощью эффекта Холла?
- 5. Как, с помощью эффекта Холла можно определить тип проводимости полупроводника?
- 6. Объясните механизм возникновения холловской разности потенциалов.
- 7. Что такое концентрация носителей заряда? Что такое подвижность носителей заряда?
- 8. Применение эффекта Холла.

#### Литература

- 1. Шалимова, К. В. Физика полупроводников / К. В. Шалимова. М. : Энергоатомиздат, 1985. С. 115–172.
- 2. Бонч-Бруевич, В. Л. Физика полупроводников / В. Л. Бонч-Бруевич, С. Г. Калашников. М. : Наука, 1990. С. 15–17, 440–446.
- 3. Ю. Питер, Основы физики полупроводников / Ю. Питер, Мануэль Кардона; пер. И. И. Решиной; под ред. Б. П. Захарченя. 3-е изд. М.: Физматлит, 2002. С. 213-224.
- 4. Савельев, И. В. Курс общей физики / И. В. Савельев: в 3 т., Т. 2. – М.: Наука, 1987. – С. 165–180.
- 5. Савельев, И. В. Курс физики, Т.2. М. : Наука, 1989, с. 190–196.
- 6. Наркевич, И. И. Физика: учебник / И. И. Наркевич, Э. И. Волмянский, С. И. Лобко. Новое знание, 2004. С. 355—360.
- 7. Трофимова, Т. И. Курс физики: учебное пособие для вузов / Т. И. Трофимова. М.: Академия, 2007. С. 209–214.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ

#### Некоторые параметры полупроводников

Параметры	Si	Ge	GaAs	InSb
Период решетки, Á	5,42	5,65	5,67	6,48
Ширина запрещенной зоны, эВ	1,1	0,67	1,43	0,18
Температура плавления, °С	1 415	937	1 238	525
Концентрация примеси, м <sup>-3</sup> (300 K)	2,8·10 <sup>16</sup>	2,3·10 <sup>19</sup>	2.1012	1,5·10 <sup>22</sup>
Подвижность $\mu_{n,}$ cм <sup>2</sup> /B·c	1 450	3 900	9 000	780 000
Подвижность $\mu_p$ , $cm^2/B \cdot c$	450	1 800	400	750

#### Учебное излание

# **МАНЕГО** Сергей Анатольевич **БУМАЙ** Юрий Александрович **ЧЕРНЫЙ** Владимир Владимирович

#### ЭФФЕКТ ХОЛЛА

Учебно-методическое пособие для студентов специальностей 1-38 02 01 «Информационно-измерительная техника», 1-38 02 03 «Техническое обеспечение безопасности»

Редактор О. В. Ткачук Компьютерная верстка Ю. С. Кругловой

Подписано в печать 26.08.2016. Формат 60×84  $^{1}$ / $_{16}$ . Бумага офсетная. Ризография. Усл. печ. л. 1,16. Уч.-изд. л. 0,91. Тираж 100. Заказ 772. Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет. Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.