

УДК 532.517; 621.928

## **ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ В ЗАКРУЧЕННОМ ПОТОКЕ**

**Канд. техн. наук, доц. ВОЛК А. М.**

*Белорусский государственный технологический университет*

Процессы разделения многофазных систем являются составной частью многих технологических процессов в химической, пищевой, нефтехимической, микробиологической, энергетической и других отраслях промышленности [1, 2].

Вихревые аппараты позволяют значительно интенсифицировать процессы разделения, межфазного тепло- и массообмена, создавать гидродинамические режимы с относительно высокими скоростями частиц и среды, значительными центробежными ускорениями [3, 4].

Математическое моделирование технологических процессов позволяет найти оптимальные соотношения между геометрическими и режимными параметрами, значительно повысить интенсивность и эффективность процессов разделения [5]. Важным моментом для исследования движения частицы в потоке и особенно вблизи проницаемой поверхности является учет

всех действующих на твердую частицу сил [1, 2]. Сравнительная оценка сил необходима и для исследования процесса осаждения частиц на фильтровальную поверхность.

При анализе (в качестве допущения) принимаем, что частицы имеют сферическую форму радиусом  $a$ , плотностью  $\rho_a$  массой  $m$ , объем которой  $V$ , момент инерции  $I$ . Скорость частицы обозначим через  $v$ , а скорость газового потока – через  $w$ . Гидродинамика установившегося движения закрученного газового потока внутри цилиндра радиусом  $R$  описывается уравнениями Навье – Стокса неразрывности в цилиндрической системе координат  $r, \varphi, z$  [3]. Для осесимметричных потоков принимают  $\frac{\partial w}{\partial \varphi} \cong 0$ .

При движении закрученных потоков внутри цилиндра радиальная составляющая скорости  $w_r$  незначительна и, как правило, в расчетах не учитывается. Для газовых потоков также не учитывается сила тяжести. Тогда из уравнения неразрывности следует  $\frac{\partial w_z}{\partial z} = 0$ . Это означает, что профиль осевой составляющей скорости не изменяется по длине цилиндра. Принятые условия соответствуют коротким трубам и подтверждаются экспериментальными исследованиями [4].

С учетом граничных условий и непрерывности профиля запишем касательную составляющую скорости газового потока в зависимости от относительного радиуса  $\eta = \frac{r}{R}$  [5]:

$$w_\varphi = \begin{cases} \frac{3}{4} \frac{\bar{w}_\varphi}{\eta_{\max}^2} \frac{1 + \eta_{\max}}{\eta} & 0 \leq \eta < \eta_{\max}; \\ \frac{3}{4} \frac{\bar{w}_\varphi}{1 - \eta_{\max}^2} \left( \frac{1}{\eta} \right), & \eta_{\max} \leq \eta \leq 1. \end{cases} \quad (1)$$

где  $\eta_{\max}$  – значение, соответствующее максимуму  $w_\varphi$ .

Касательная составляющая  $\bar{w}_\varphi$  средней скорости  $\bar{w}$  газового потока зависит от ее среднерасходной составляющей  $\bar{w}_z$  в элементе и угла закрутки потока статическим закручивателем [5]. Можно принять, что  $\bar{w}_\varphi = \bar{w}_z \operatorname{tg}(k\beta)$  ( $k$  – коэффициент, учитывающий отклонение угла закрутки потока от угла наклона лопастей завихрителя). Анализ экспериментальных данных для центробежных элементов с лопастным завихрителем, имеющим угол наклона лопастей к горизонту в пределах 30–45°, дает значения  $k = 0,83$ .

Осевая составляющая закрученного газового потока может быть задана зависимостью [6]

$$w_z = \bar{w}_z \left( \frac{1}{2} + \eta^2 \right).$$

Представим, что в цилиндрической системе координат уравнения движения частицы находятся под воздействием закрученного потока, опишем силы, составляющие уравнение движения:

$$\left\{ \begin{array}{l} m \left( \frac{dv_r}{dt} - \frac{v_\phi^2}{r} \right) = F_r - F_n; \\ m \left( \frac{dv_\phi}{dt} + 2 \frac{v_\phi v_r}{r} \right) = F_\phi - F_{\text{тп}}^\phi; \\ m \frac{dv_z}{dt} = mg + F_z + F_{\text{тп}}^z - F_A; \\ I \frac{\partial \omega_\phi}{\partial t} = M_{\text{тп}}^\phi; \\ I \frac{\partial \omega_z}{\partial t} = M_{\text{тп}}^z. \end{array} \right. \quad (2)$$

В уравнение движения входят:

- сила воздействия внешних силовых полей ( $\overset{1}{F}_g = mg$  сила тяжести);
- гидродинамическая сила Жуковского, возникающая в результате неравномерного обтекания частицы набегающим потоком или при вращении частицы в однородном поле – эффект Магнуса. Выполним анализ воздействия подъемной данной силы на частицу в сплошном потоке. Выберем декартову систему координат с началом в центре частицы и связанную с движущейся частицей:  $x$  – по касательной к поверхности траектории движения;  $y$  – по нормали. Поле скоростей потока на поверхности частицы, обусловленное ее вращением с угловой скоростью  $\omega$  будет  $\overset{1}{\Phi} = \{-\omega y; \omega x; 0\}$ .

Разобьем частицу на элементарные цилиндры плоскостями, параллельными плоскости движения, на расстоянии  $dz$  друг от друга. По формуле Жуковского запишем подъемную силу, действующую на элементарный цилиндр с учетом направления:

$$d\overset{1}{F}_n = -\rho_r \oint \overset{1}{\Gamma} (\overset{r}{w} - \overset{r}{v}) dl dz.$$

По формуле Стокса от интеграла по контуру перейдем к интегралу по поверхности

$$d\overset{2}{F}_n = -\rho_r \iint_{S_i} \text{rot}(\overset{r}{w} - \overset{r}{v} - \overset{1}{\Phi}) (\overset{r}{w} - \overset{r}{v}) ds dz.$$

Проинтегрировав элементарные силы по всему объему частицы, получим

$$\overset{1}{F}_n = \int d\overset{1}{F}_n = -\rho_r \iiint_{V_a} \text{rot}(\overset{r}{w} - \overset{1}{\Phi}) (\overset{r}{w} - \overset{r}{v}) dV.$$

Для вращающейся частицы  $\text{rot} \overset{1}{\Phi} = 2\overset{1}{\omega}$ . Следовательно:

$$\overset{1}{F}_n = -\rho_r \iiint_V (\text{rot} \overset{r}{w} - 2\overset{r}{\omega}) (\overset{r}{w} - \overset{r}{v}) dV;$$

- сила гидродинамического воздействия  $\overset{I}{F} = F_r \overset{V}{e}_r + F_\phi \overset{V}{e}_\phi + F_z \overset{V}{e}_z$  потока, движущегося с некоторой скоростью относительно частицы:

$$\overset{r}{F} = \zeta \frac{1}{2} \rho_r |w - v| (w - v) \pi a^2.$$

Коэффициент сопротивления  $\zeta$  зависит от режима движения частицы, определяется числом Рейнольдса  $Re_a = |w - v| \frac{a}{\nu}$  и может быть найден по формуле [7]

$$\zeta = \frac{24(1 + 0,17 Re_a^{2/3})}{Re_a};$$

- силы трения при контакте движущейся частицы с ограничивающей поверхностью

$$\overset{r}{F}_{тр} = -k_{тр} \left| \overset{r}{F}_N \right| \frac{\overset{I}{v} + \overset{I}{\omega} a}{\left| \overset{r}{v} + \overset{r}{\omega} a \right|}.$$

Направление этой силы зависит от направления скорости точки контакта, которая движется со скоростью, равной сумме поступательной и вращательной скоростей.

Сила трения создает вращательный момент. Если вектор  $\overset{I}{a}$  направить от центра частицы в точку касания, то  $\overset{I}{M}_{тр} = -\overset{r}{F}_{тр} \overset{r}{a}$ ;

- нормальная составляющая учитывает силы, действующие по нормали к поверхности:

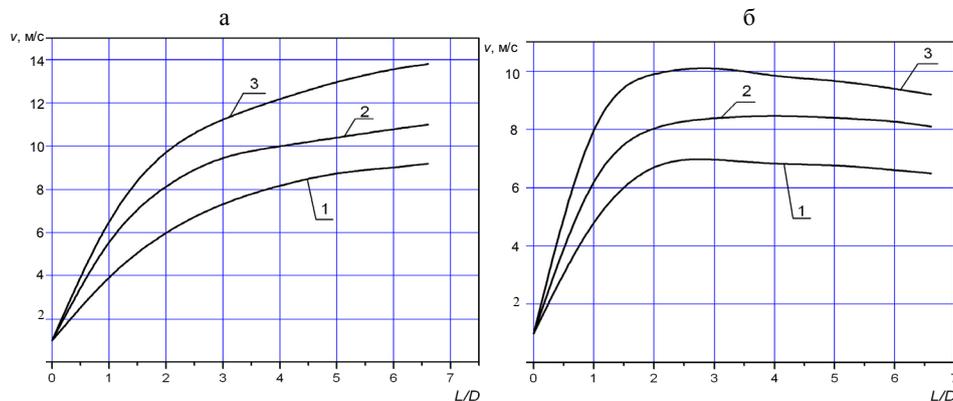
$$\overset{I}{F}_N = -\left( \overset{I}{F}_g^N + \overset{I}{F}_r + \overset{I}{F}_ц + \overset{I}{F}_ц^N \right).$$

- центробежная сила

$$F_{ц} = m \frac{v_\phi^2}{r}.$$

Записанный анализ сил позволяет рассчитывать траекторию движения твердых частиц в газовых потоках. Составленная система не имеет аналитического решения, но ее численное интегрирование с помощью стандартных программ не вызывает затруднений.

Результаты расчета движения частицы, составляющие ее линейной скорости и угловой скорости вращения, приведены на рис. 1, 2.



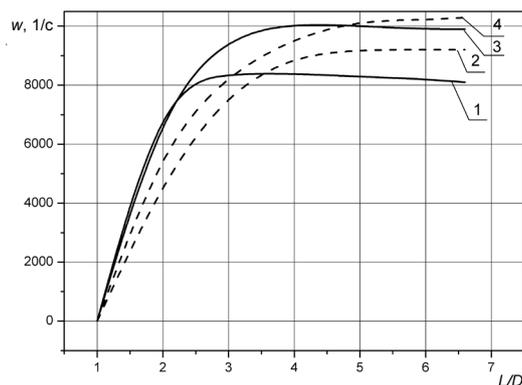


Рис. 2. Изменение угловой скорости вращения частицы полистирола ( $\rho_a = 1150 \text{ кг/м}^3$ ;  $a = 2 \text{ мм}$ ) по длине элемента:  $w_z = 20 \text{ м/с}$ ;  $D = 0,15 \text{ м}$ ;  $\beta = 35^\circ$ ; 1 – касательная составляющая (расчетная); 2 – касательная составляющая ( $\omega = v/a$ ); 3 – осевая составляющая (расчетная); 4 – осевая составляющая ( $\omega = v/a$ )

## ВЫВОДЫ

Составлена математическая модель и выполнен расчет движения твердых частиц под воздействием закрученного газового потока в цилиндрическом элементе. Исследована гидродинамика газового потока и рассмотрены действующие на твердую частицу силы как в основном потоке, так и при контакте с цилиндрической поверхностью.

Выполненные расчеты показывают, что преобладающими являются центробежная и подъемная силы, направленные к стенке. Поэтому одиночная частица движется по винтовой траектории в контакте с проницаемой поверхностью. Возникающая сила трения создает вращательное движение, которое в свою очередь обуславливает возникновение одной из составляющих подъемной силы – силы Магнуса. Если скорость частицы меньше скорости обтекаемого ее газа, то сила Магнуса направлена к стенке. Сравнение рассчитанной угловой скорости с величиной  $\omega = v/a$  показывает, что отклонение составляет не более 5 % (рис. 2).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Н и г м а т у л л и н, Р. И. Динамика многофазных сред / Р. И. Нигматуллин. – М.: Наука, 1987. – Ч. 1. – 464 с.
2. Н и г м а т у л л и н, Р. И. Динамика многофазных сред / Р. И. Нигматуллин. – М.: Наука, 1987. – Ч. 2. – 360 с.
3. К у т е п о в, А. М. Вихревые процессы для модификации дисперсных систем / А. М. Кутепов, А. С. Латкин. – М.: Наука, 1992. – 250 с.
4. Г у п т а, А. Закрученные потоки / А. Гупта, Д. Лилли, Н. Сайред. – М.: Мир, 1988. – 588 с.
5. М а р к о в, В. А. Исследование оттока жидкости через отверстия прямоточно-центробежного элемента / В. А. Марков, А. М. Волк, А. И. Ершов // Инженерно-физический журнал. – 1991. – Т. 61, № 1. – С. 82–87.
6. Щ у к и н, В. К. Теплообмен и гидродинамика внутренних потоков в полях массовых сил / В. К. Щукин. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1980. – 240 с.
7. М е д н и к о в, Е. М. Турбулентный перенос и осаждение аэрозолей / Е. М. Медников. – М.: Наука, 1981. – 176 с.

Представлена кафедрой  
высшей математики

Поступила 20.02.2009