

Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Техническая физика»

ВВЕДЕНИЕ В КВАНТОВУЮ ФИЗИКУ

Курс лекций по физике
для студентов дневной и заочной форм обучения

Электронный учебный материал

М и н с к 2 0 1 6

С о с т а в и т е л ь :

В.И. Кудин

Р е ц е н з е н т :

В.Р. Соболев, зав. кафедрой физики и методики преподавания физики БГПУ,
доктор физ.-мат. наук, профессор

Данный электронный курс лекций состоит из трех частей. Первая часть посвящена квантовой природе электромагнитного излучения. Здесь рассмотрены характеристики и законы теплового излучения, законы внешнего фотоэффекта, давление света, эффект Комптона, и дано их объяснение при использовании гипотезы квантования энергии электромагнитного излучения. Во второй части излагается боровская модель атома, которая хорошо объясняет спектр атома водорода. Указаны недостатки этой модели и невозможность с помощью этой модели объяснить спектры многоэлектронных атомов.

Третья часть посвящена элементам квантовой механики. Рассмотрение начинается с гипотезы де Бройля о волновой природе частиц вещества, приведены постулаты квантовой механики, дано волновое уравнение квантовой механики. Рассмотрены некоторые важные физические следствия квантовой механики, например, такие как прохождение частиц через потенциальный барьер (туннельный эффект), соотношение неопределенностей Гейзенберга, естественное уширение спектральных линий.

Материал изложен в объеме программы курса физики для технического университета. Он может быть также использован и при чтении лекций по физике в течение одного семестра, где курс физики как раз заканчивается введением в квантовую теорию.

Белорусский национальный технический университет
пр-т Независимости, 65, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.(017) 292-77-52 факс (017) 292-91-37
Регистрационный № БНТУ/ФИТР47 –36.2016

© БНТУ, 2016

© Кудин В.И., 2016

Оглавление

Введение	4
1. Квантовая природа электромагнитного излучения	5
Тепловое излучение и его закономерности.....	5
<i>Основные характеристики теплового излучения. Закон Кирхгофа</i>	6
<i>Излучение абсолютно черного тела. Закон Стефана-Больцмана. Законы Вина</i>	8
<i>Гипотеза и формула Планка</i>	10
Внешний фотоэффект и его законы.....	12
Фотоны. Квантовое объяснение давления света.....	15
Эффект Комптона.....	17
2. Боровская теория атома	19
3. Элементы квантовой механики	23
Волны вещества. Гипотеза де Бройля.....	23
Волновая функция свободно движущейся частицы.....	27
Волновое уравнение Шредингера.....	28
Квантование. Движение частицы в прямоугольной потенциальной яме.....	29
Статистический смысл волновой функции.....	31
Принцип неопределенности Гейзенберга.....	34
Литература.....	36

Введение

Для понимания квантовой физики необходимо знание ее предыстории. Годом рождения квантовой физики является 1900 год, когда немецким физиком М. Планком была выдвинута гипотеза квантования энергии, которая решила проблему ультрафиолетовой катастрофы для излучения абсолютно черного тела. Эта гипотеза предполагает, что свет испускается и поглощается отдельными порциями энергии, т.е. квантами. Гипотеза квантования была использована А. Эйнштейном в 1905 году для объяснения явления внешнего фотоэффекта, а также Н. Бором в 1913 году для построения теории атома водорода. Это был первый этап, т.е. этап старой квантовой теории, еще противоречивой теории, объясняющей только спектр излучения простейшего атома, атома водорода, и неприменимой к многоэлектронным атомам. Но знакомство с теорией Бора необходимо для студентов, поскольку это простая и достаточно наглядная модель, не требующая сложного математического аппарата.

Второй этап квантовой теории, т.е. квантовая механика, начался в 1923 году с гипотезы французского физика де Бройля, о том, что движущиеся частицы (в частности электрон) обладают волновыми свойствами, и их поведение управляется волной, аналогично как поведение фотонов (квантов света) управляется электромагнитной волной. Длина волны движущегося электрона является очень малой величиной, и поэтому волновые свойства электронов проявляются лишь в случае их нахождения в атомах или кристаллах вещества, когда размеры этих объектов становятся сравнимыми с длиной волны де Бройля для электрона. Экспериментальное наблюдение дифракции электронов на кристаллах в 1927 году опытами Девиссона и Джермера подтвердило, что электронам действительно присущ корпускулярно-волновой дуализм.

Гипотеза де Бройля давала только значение длины волны движущегося электрона, но не давала рецепта для математического описания волновой функции движущихся электронов. Полное описание поведения микрочастиц дала квантовая механика, построенная в 1925–1926 гг. В. Гейзенбергом, П. Дираком и Э. Шредингером. Так завершился этап создания квантовой теории. Такой экскурс в историю квантовой механики позволяет студентам легче усвоить непривычное с точки зрения повседневной жизни поведение частиц микромира.

Основы квантовой механики полезно сформулировать в виде трех постулатов:

- первого постулата, приводящего к волновому уравнению Шредингера;
- второго постулата, содержащего идею квантования динамических физических величин;
- третьего постулата, определяющего вероятностный характер волновой функции.

Необходимо также рассмотреть некоторые важные физические следствия квантовой механики, например, такие как прохождение частиц через потенциальный барьер (туннельный эффект), соотношение неопределенностей Гейзенберга, естественное уширение спектральных линий и др. При этом можно ограничиться несколькими примерами, учитывая, что другие важные следствия квантовой механики можно будет рассмотреть в дальнейшем при изложении конкретных вопросов программы.

Изложение основ квантовой теории начнем с рассмотрения квантовой природы электромагнитного излучения.

1. Квантовая природа электромагнитного излучения

Тепловое излучение и его закономерности

Излучение телами электромагнитных волн может происходить за счет различных видов энергии. *Тепловое излучение* - это электромагнитное излучение, обусловленное возбуждением атомов и молекул тела вследствие их теплового движения. Этот вид излучения происходит за счет той части внутренней энергии тела, которая связана с беспорядочным движением атомов и молекул. Типичным примером теплового излучения является излучение углей костра, раскаленной нити лампочки или свечение Солнца. Тепловое излучение отличается, например, от *люминесценции*, как излучения избыточно над тепловым и имеющего длительность более 10^{-10} с. Окисляющийся на воздухе фосфор светится за счет энергии, выделяемой при химическом превращении. Такой вид свечения называется *хемилюминесценцией*. Излучение, возникающее при различных видах самостоятельного газового разряда, носит название *электролюминесценции*. Свечение твердых тел, вызванное бомбардировкой их электронами, называется *катодолюминесценцией*. Свечение, возбуждаемое поглощенным телом электромагнитным излучением, называется *фотолюминесценцией*.

Тепловое излучение является самым распространенным. Приведенными выше примерами список излучающих систем не исчерпывается, поскольку тепловое излучение имеет место при любой температуре, однако, при невысоких температурах излучаются практически лишь длинные (инфракрасные) электромагнитные волны. Тепловому излучению всегда соответствует сплошной спектр. С возрастанием температуры тела интенсивность теплового излучения увеличивается. При этом изменяется характер распределения энергии по спектру излучения. Отличительной особенностью теплового излучения является его равновесность. Это означает, что между телом, заключенным в пустую адиабатическую оболочку, и его излучением устанавливается равновесие. При этом тело будет излучать в единицу времени энергии столько же, сколько и поглощать.

Основные характеристики теплового излучения. Закон Кирхгофа

Введем некоторые величины, характеризующие состояние теплового излучения. Величина, определяемая отношением энергии, переносимой излучением, ко времени переноса, значительно превышающему период электромагнитных колебаний, называется *потоком излучения*. Другими словами - это количество энергии, переносимое в единицу времени через выделенную площадь,

$$\Phi = \frac{dW}{dt} .$$

Энергетическая светимость R_T тела - это величина, равная отношению потока излучения, испускаемого малым участком поверхности по всем направлениям во всем диапазоне длин волн, к площади этого участка:

$$R_T = \frac{d\Phi}{dS} = \frac{dW}{dt dS} .$$

Размерность энергетической светимости: $[R_T] = 1 \text{ Вт} / \text{ м}^2$. Энергетическая светимость является функцией температуры T . Тепловое излучение состоит из волн различных длин λ . Обозначим поток излучения, испускаемый единицей поверхности тела в интервале длин волн от λ до $\lambda + d\lambda$, через dR_λ . При малом интервале $d\lambda$ поток dR_λ будет пропорционален $d\lambda$

$$dR_\lambda = r_{\lambda T} d\lambda . \tag{1.1}$$

Величина $r_{\lambda T}$ называется спектральной плотностью энергетической светимости тела. (В литературе встречается другое название этой физической величины - *излучательная способность* тела).

Спектральная плотность энергетической светимости $r_{\lambda T}$ [Вт / м³] тела - это поток излучения, испускаемого единицей поверхности тела по всем направлениям в единичном интервале длин волн. Спектральная плотность энергетической светимости является функцией длины волны λ и температуры T . Энергетическая светимость связана со спектральной плотностью энергетической светимости формулой:

$$R_T = \int_0^{\infty} r_{\lambda T} d\lambda . \tag{1.2}$$

Введём ещё одну характеристику теплового излучения. Пусть на элементарную площадку тела падает поток лучистой энергии $d\Phi_\lambda$, обусловленной электромагнитными волнами, длина волны которых заключена в интервале $d\lambda$. Часть этого потока $d\Phi'_\lambda$ будет поглощаться телом.

Тогда *коэффициентом поглощения тела* называется величина

$$a_{\lambda T} = \frac{d\Phi'_\lambda}{d\Phi_\lambda} \tag{1.3}$$

(Встречается также другое название для $a_{\lambda T}$ - *поглощательная способность* тела, чтобы отличать $a_{\lambda T}$ от коэффициента поглощения α , входящего в закон Бугера-Ламбера).

Коэффициент поглощения $a_{\lambda T}$ тела зависит от длины волны λ падающего излучения, от температуры тела T , его химического состава и состояния поверхности. По определению $a_{\lambda T}$ не может быть больше единицы, т. е. $a_{\lambda T} \leq 1$. Тело, поглощающее все падающее на него излучение независимо от направления падения излучения и его спектрального состава, называется *абсолютно черным телом*. Для такого тела коэффициент поглощения равен единице ($a_{\lambda T} = 1$) для всех длин волн и температур. Тела, для которых коэффициент поглощения в широком интервале длин волн остается постоянным, но меньше единицы ($a_{\lambda T} = a_T = const < 1$), называются *серыми телами*. У серых тел a_T зависит только от температуры, материала и состояния поверхности. Непрозрачные тела, которые не излучают и не поглощают электромагнитных волн, т.е. полностью отражают падающее на них излучение, и при этом отражение происходит по законам геометрической оптики (угол падения равен углу отражения), называются *зеркальными*.

Между спектральной плотностью энергетической светимости и коэффициентом поглощения любого тела существует связь. Чтобы установить эту связь, рассмотрим следующий опыт. Пусть внутри замкнутой оболочки, поддерживаемой при постоянной температуре T , помещены несколько тел (рис. 1.1). Воздух из оболочки удалим, так что тела могут обмениваться энергией между собой и оболочкой лишь путём излучения и поглощения электромагнитных волн.

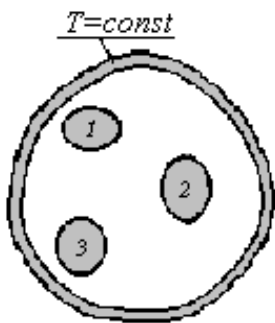


Рис. 1.1. К закону Кирхгофа.

Опыт показывает, что такая система через некоторое время придёт в состояние теплового равновесия - все тела примут одну и ту же температуру, равную температуре оболочки T . В таком состоянии тело, обладающее большей спектральной плотностью энергетической светимости $r_{\lambda T}$, теряет в единицу времени с единицы поверхности больше энергии, чем тело, обладающее меньшей $r_{\lambda T}$.

Поскольку температура (а следовательно и энергия) тел не меняется, то тело, излучающее больше энергии, должно и больше поглощать, т.е. обладать большей $a_{\lambda T}$. Таким образом, чем больше спектральная плотность энергетической светимости тела $r_{\lambda T}$, тем больше и его коэффициент поглощения $a_{\lambda T}$. Отсюда вытекает соотношение

$$\left(\frac{r_{\lambda T}}{a_{\lambda T}} \right)_1 = \left(\frac{r_{\lambda T}}{a_{\lambda T}} \right)_2 = \left(\frac{r_{\lambda T}}{a_{\lambda T}} \right)_3 = \dots \frac{r_{\lambda T}^0}{a_{\lambda T}^0} = r_{\lambda T}^0, \quad (1.4)$$

(так как $a_{\lambda T}^0 = 1$), где индексы 1, 2, 3, . . . и т. д. относятся к разным телам. Это соотношение выражает закон, установленный Кирхгофом (1859).

Закон Кирхгофа: *Отношение спектральной плотности энергетической светимости к коэффициенту поглощения не зависит от природы тел, явля-*

ется для всех тел одной и той же (универсальной) функцией длины волны и температуры и равно спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела $r_{\lambda T}^0$ при той же температуре T , (для которого $a_{\lambda T}^0 = 1$):

$$\frac{r_{\lambda T}}{a_{\lambda T}} = f(\lambda, T) = r_{\lambda T}^0. \quad (1.5)$$

Излучение абсолютно черного тела. Закон Стефана-Больцмана. Законы Вина

Абсолютно твердым телом называется тело, которое полностью поглощает всё падающее на него излучение.

Абсолютно черное тело имеет для нас важное значение, так как оно является идеальным излучателем, зная свойства которого можно описать излучение реальных тел. Название "черное тело" отражает его поглощательные свойства. Абсолютно черных тел в природе не существует.

Наилучшим приближением к абсолютно черному телу является замкнутая полость, в стенке которой сделано малое отверстие, через которое излучение из полости может выходить наружу. Если стенки полости непрозрач-

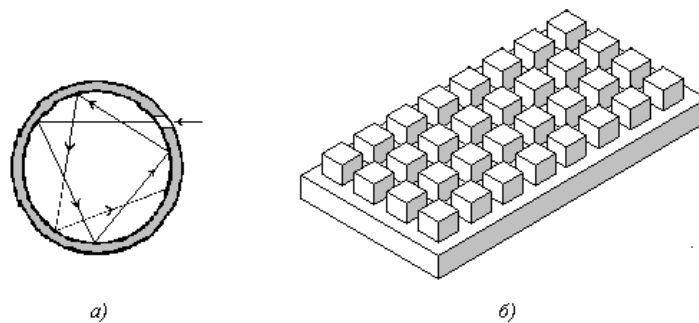


Рис. 1.2. Модели абсолютно черного тела:

а) полость с отверстием; б) антиотражающее покрытие.

ны, то при достаточно малых размерах отверстия в полости установится излучение, лишь мало отличающееся от равновесного. Через отверстие будет выходить практически такое же излучение, какое испускалось бы абсолютно черной площадкой той же формы и размеров. Убедиться в этом можно и другим способом. Луч, проникший снаружи в полость через отверстие, будет претерпевать многократные отражения от стенок полости (рис. 1.2 а). При каждом отражении часть лучистой энергии поглощается. После многократных отражений луч либо совсем не выйдет наружу через отверстие, либо выйдет лишь ничтожная часть лучистой энергии, проникшей в полость. Почти вся энергия поглотится стенками полости. Это значит, что полость с малым отверстием в отношении поглощения, а также согласно закона Кирхгофа и в отношении испускания, ведет себя практически как абсолютно черное тело.

Модель абсолютно черного тела показывает, что пористые или ворсистые тела, у которых размер пор или ворсинок больше λ , могут хорошо поглощать свет, поскольку излучение будет затухать в результате многократных отражений. На рис. 1.2 б приведен также пример антиотражающего покрытия.

Если стенки полости поддерживать при некоторой температуре T , то из отверстия выходит излучение, весьма близкое по спектральному составу к излучению абсолютно черного тела при той же температуре. Направляя это излучение на чувствительный термоэлемент или болометр, можно измерить энергетическую светимость R_T . Разлагая предварительно, с помощью призмы или дифракционной решетки, это излучение в спектр, можно детально изучить спектральный состав теплового излучения и экспериментально най-

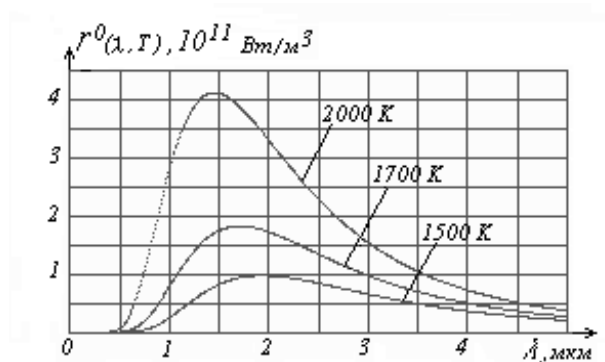


Рис. 1.3. Графики функции $r^0(\lambda, T)$ для трех температур T .

ти вид функции $r_{\lambda T}^0$. Результаты таких опытов приведены на рис. 1.3. Разные кривые на рис. 1.3 относятся к различным значениям температуры T . Площадь, охватываемая кривой, дает энергетическую светимость R_T абсолютно чёрного тела при соответствующей температуре. Из рис. 1.3 видно, что R_T сильно возрастает с температурой T . Максимум спектральной плотности энергетической светимости $r_{\lambda T}^0$ с увеличением температуры T сдвигается в сторону более коротких длин волн. В свое время теоретическое и экспериментальное изучение функции $r_{\lambda T}^0$ позволило выяснить целый ряд новых, ранее не известных, свойств света.

Из экспериментально установленных законов следует отметить результат, найденный в 1879 г. Стефаном. Он нашёл, что для чёрных тел энергетическая светимость пропорциональна четвёртой степени температуры. Через пять лет Больцман получил этот результат теоретически из термодинамических соображений и показал, что он имеет место для абсолютно чёрных тел.

Закон Стефана-Больцмана:

$$R_T = \sigma T^4. \quad (1.6)$$

Энергетическая светимость R_T абсолютно чёрного тела пропорциональна четвёртой степени температуры T .

Константу σ называют постоянной Стефана-Больцмана. Её экспериментальное значение равно

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} / (\text{м}^2 \text{ К}^4).$$

В это же время делались также попытки решения основной задачи теории теплового излучения - определение вида функции спектральной плотности энергетической светимости $r_{\lambda T}^0$. Вин в 1893 г. установил зависимость между длиной волна λ_{\max} , на которую приходится максимум функции $r_{\lambda T}^0$, и температурой T , а также определил максимальное значение $r_{\lambda T}^0$ (первый и второй законы Вина).

I закон Вина (закон смещения):

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}. \quad (1.7)$$

Длина волны λ_{\max} , на которую приходится максимальная спектральная плотность энергетической светимости абсолютно чёрного тела, обратно пропорциональна температуре T .

Экспериментальное значение константы b равно

$$b = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}.$$

Этот закон устанавливает, что с повышением температуры абсолютно чёрного тела, максимум функции $r_{\lambda T}^0$ смещается в сторону более коротких длин волн.

II закон Вина:

$$r^0(\lambda_{\max}, T) = b'T^5. \quad (1.8)$$

Максимальная спектральная плотность энергетической светимости абсолютно чёрного тела пропорциональна пятой степени температуры.

Константа b' равна

$$b' = 1,29 \cdot 10^{-5} \text{ Вт} / (\text{м}^3 \text{ К}^5).$$

Однако явный вид функции спектрального распределения теплового излучения оказалось невозможным определить в рамках термодинамического подхода.

Гипотеза и формула Планка

Дальнейшая попытка теоретического выбора $r_{\lambda T}^0$ была предпринята Рэлеем и Джинсом. Они исходили из рассмотрения теплового излучения как системы стоячих электромагнитных волн в замкнутой полости. Они получили выражение для спектральной плотности энергетической светимости абсолютно чёрного тела:

$$r^0(\lambda, T) = \frac{2\pi c k T}{\lambda^4}. \quad (1.9)$$

Выражение (1.9) называется *формулой Рэля - Джинса*. Эта формула удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными лишь при

больших длинах волн и резко расходится с опытом для малых длин волн. С другой стороны формула Рэлея-Джинса показывает, что интегрирование выражения (1.9) по λ в пределах от 0 до ∞ даёт для энергетической светимости R_T бесконечно большое значение. Этот результат, получивший название *ультрафиолетовой катастрофы*, также находится в противоречии с опытом. В частности, по закону Стефана-Больцмана R_T должно быть пропорционально четвертой степени абсолютной температуры, т.е. должна быть конечной величиной.

Расхождение формулы (1.9) с опытом указывало на существование каких-то закономерностей, несовместимых с представлениями классической физики. В 1900 г. М. Планку удалось найти вид функции $r_{\lambda T}^0$, в точности соответствующей опытным данным. Для этого ему пришлось сделать предположение, совершенно чуждое классическим представлениям, а именно, допустить, что электромагнитное излучение испускается в виде отдельных порций энергии (*квантов*), величина которых пропорциональна частоте излучения ν :

$$\varepsilon = h\nu.$$

Коэффициент пропорциональности h получил название *постоянной Планка*:

$$h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}.$$

Если энергия атома изменяется порциями $h\nu$, то энергия излучения ε_n должна быть кратной этой величине, т. е.

$$\varepsilon_n = n h\nu, \text{ где } n = 1, 2, 3, \dots$$

Воспользовавшись этой гипотезой, Планк получил формулу для спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела $r_{\lambda T}^0$:

$$r^0(\lambda, T) = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}. \quad (1.10)$$

Эта формула носит названия *формулы Планка*. Она точно согласуется с экспериментальными данными во всем интервале длин волн от 0 до ∞ .

Следствия из формулы Планка:

1. В случае больших длин волн, $hc/\lambda kT \ll 1$, формула Планка переходит в формулу Рэлея-Джинса (1.9), которая правильно описывает излучение в длинноволновой области спектра.
2. Формула Планка устраняет "ультрафиолетовую катастрофу" и позволяет теоретически вычислить постоянные σ , b и b' в законах Стефана-Больцмана и Вина.

Внешний фотоэффект и его законы

К числу явлений, в которых обнаруживаются корпускулярные свойства электромагнитного излучения, принадлежит прежде всего фотоэлектрический эффект или фотоэффект. Существует два вида фотоэффекта: внутренний фотоэффект, который наблюдается в полупроводниках, и внешний фотоэффект.

Внешним фотоэффектом называется явление испускание электронов веществом под действием света. Это явление было открыто Герцем в 1887 г. Он заметил, что проскакивание искры между цинковыми шариками разрядника значительно облегчается, если один из них осветить ультрафиолетовым светом. В 1888-1889 гг. явление внешнего фотоэффекта было подробно изучено в классических опытах русского физика Столетова. На основании своих опытов Столетов пришел к следующим выводам: 1) наибольшее действие оказывают ультрафиолетовые лучи, 2) сила тока возрастает с увеличением освещенности. 3) испускаемые под действием света заряды имеют отрицательный знак.

Дальнейшие исследователи усовершенствовали опытную установку Столетова. Для опытов они использовали фотоэлемент, т.е. прибор, в котором электроды помещаются в evacuated баллон. На рис. 1.4 изображена опытная установка, позволяющая измерить вольтамперную характеристику фотоэлемента.

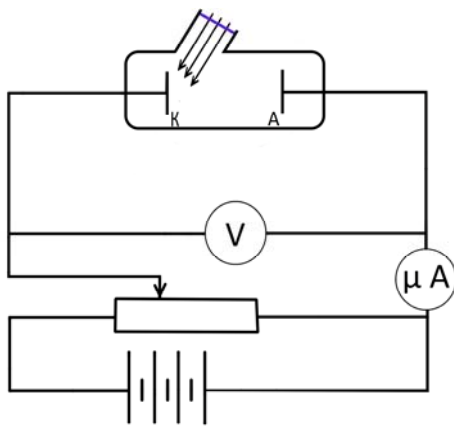


Рис. 1.4. Схема опытной установки.

Свет, проникающий через кварцевое окошко, освещает катод K , изготовленный из исследуемого материала. Электроны, испущенные вследствие фотоэффекта, перемещаются под действием электрического поля к аноду A . В результате в цепи прибора течет фототок, измеряемый микроамперметром μA . Напряжение между катодом и анодом можно изменять с помощью потенциометра.

Полученная вольтамперная характеристика (кривая зависимости фототока от напряжения между катодом и анодом)

приведена на рис 1.5 . Эта характеристика снимается при неизменном световом потоке Φ . На рисунке показаны три вольтамперные характеристики, снятые при различных величинах светового потока. Из этих кривых видно, что при некотором напряжении фототок достигает насыщения, т.е. все электроны, испущенные катодом, попадают на анод. Следовательно, сила тока насыщения I_n определяется количеством электронов, испускаемых катодом в единицу времени под действием света. Из рисунка также видно, что сила тока насыщения пропорциональна величине светового потока.

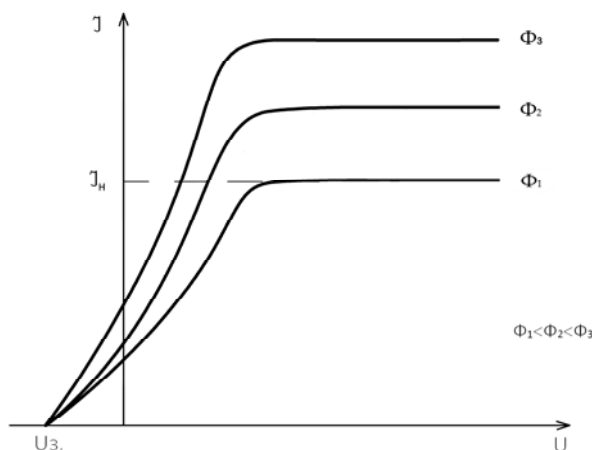


Рис. 1.5. Вольтамперные характеристики фотоэлемента.

Пологий ход кривых указывает на то, что электроны вылетают из катода с различными по величине скоростями. Доля электронов, отвечающая силе тока при $U = 0$, обладает скоростями, достаточными для того, чтобы долететь до анода без помощи ускоряющего поля. Для обращения силы тока в ноль нужно приложить *задерживающее напряжение* U_3 , которое удовлетворяет следующему соотношению:

$$\frac{1}{2} m v_{\max}^2 = e U_3, \quad (1.11)$$

где m – масса электрона. Таким образом, измерив задерживающее напряжение U_3 , можно определить максимальное значение скорости фотоэлектронов.

К 1905 г. было выяснено также, что максимальная скорость фотоэлектронов не зависит от интенсивности света, а зависит только от его частоты, а именно, увеличение частоты приводит к возрастанию скорости. Установленные экспериментальные зависимости можно сформулировать в виде следующих законов.

Законы внешнего фотоэффекта:

1. Число фотоэлектронов, освобождаемых из катода в единицу времени, прямо пропорционально интенсивности света, т.е. фототок насыщения прямо пропорционален световому потоку.
2. Максимальная скорость фотоэлектронов зависит от частоты света и не зависит от его интенсивности.
3. Для каждого вещества существует красная (длинно волновая) граница фотоэффекта, т.е. фотоэффект наблюдается лишь в том случае, если длина волны света меньше некоторого максимального значения, которое зависит от химической природы вещества и состояния его поверхности.

Все эти законы фотоэффекта представляются непонятными с точки зрения волновой природы света. В 1905 г. Эйнштейн указал на то, что все трудности исчезают, если рассматривать свет как поток частиц, фотонов с энергией $h\nu$, т.е. стать на чисто корпускулярную точку зрения. Качественная картина механизма фотоэффекта с этой точки зрения такова: фотон, поглощаясь, отдает свою энергию электрону, и если эта энергия достаточна для того, чтобы освободить электрон от удерживающих его связей, то он выходит за пределы поверхности металла. Так как вероятность одновременного поглощения двух фотонов одним электроном ничтожно мала, то каждый освобожденный электрон заимствует свою энергию у одного фотона.

Поэтому число освобожденных электронов должно быть пропорционально числу поглощенных фотонов, т.е. пропорционально интенсивности света (закон Столетова). Но энергия фотоэлектрона зависит только от энергии поглощенного фотона, равной $h\nu$, откуда следует, что энергия фотоэлектрона должна линейно зависеть от частоты и не зависеть от интенсивности (числа фотонов). Заметим, что лишь малая доля фотонов передает свою энергию фотоэлектронам. Энергия остальных фотонов затрачивается на нагревание вещества, поглощающего свет.

Энергетический баланс при поглощении фотона может быть в самом общем случае выражен следующим образом: энергия поглощенного фотона равна сумме энергии отрыва электрона от атома (энергии ионизации), работы выхода электрона за пределы поверхности тела и кинетической энергии освобожденного фотоэлектрона. Уравнение, которое выражает этот энергетический баланс, называется уравнением Эйнштейна для фотоэффекта.

Металлы характеризуются тем, что у них имеется большое количество свободных электронов, поэтому для металлов энергию отрыва электрона от атома можно считать равной нулю. Зато для выхода за пределы поверхности металла электрон должен преодолеть поле, благодаря наличию которого электроны оказываются запертыми внутри металла. Работа, которую нужно затратить на преодоление этого поля, и есть работа выхода A . Таким образом, для металлов уравнение Эйнштейна имеет вид:

$$h\nu = A + \frac{1}{2}mV_{max}^2, \quad (1.12)$$

или

$$h\nu + A = eU_3. \quad (1.13)$$

Очевидно, что если $h\nu < A$, то электрон не сможет выйти за пределы поверхности металла. Это значит, что существует некоторая минимальная частота $\nu_{min} = \frac{A}{h}$, которая еще способна вызвать фотоэффект, при меньших частотах он не наблюдается (красная граница фотоэффекта).

Работа выхода электрона из металла может быть определена экспериментально, независимо от фотоэффекта, а именно путем исследования испускания электронов накаливаемыми телами. Она имеет порядок величины нескольких электрон-вольт. Зная работу выхода, можно вычислить длину волны красной границы фотоэффекта

$$\lambda_{max} = \frac{c}{\nu_{min}} = \frac{hc}{A}. \quad (1.14)$$

Такие вычисления показывают, что для щелочных металлов с работой выхода порядка 2 эВ λ_{max} лежит в видимой части спектра (например, для калия $\lambda_{max} = 0,6$ мкм), а для вольфрама, платины и других металлов с работой выхода порядка 5 – 6 эВ λ_{max} лежит в ультрафиолетовой части спектра (например, для вольфрама $\lambda_{max} = 0,27$ мкм).

В рассмотренном выше явлении фотоэффекта электрон получает энергию от одного лишь фотона. Такие процессы называются *однофотонными*. С изобретением лазеров были получены недостижимые до тех пор мощности световых пучков. Это дало возможность осуществить многофотонные процессы. В частности, наблюдался *многофотонный фотоэффект*, в ходе которого электрон, вылетающий из металла, получает энергию не от одного, а от N фотонов ($N = 2, 3, 4, 5$).

Формула Эйнштейна в случае многофотонного фотоэффекта выглядит следующим образом

$$Nh\nu = A + \frac{1}{2}m v_{\max}^2. \quad (1.15)$$

Соответственно красная граница фотоэффекта смещается в сторону больших длин волн (λ_{\max} увеличивается в N раз). При этом ток насыщения связан с падающим световым потоком следующим образом

$$I_n \propto \Phi^N.$$

Фотоны. Квантовое объяснение давления света

Чтобы объяснить распределение энергии в спектре теплового излучения, достаточно, как показал Планк, допустить, что свет испускается только порциями $h\nu$. Для объяснения фотоэффекта достаточно предположить, что свет поглощается такими же порциями. Однако Эйнштейн выдвинул гипотезу, что свет и распространяется в виде дискретных частиц, названных первоначально световыми квантами. Впоследствии эти частицы получили название *фотонов*. Существование особых световых частиц – фотонов было подтверждено экспериментально. Энергия фотона определяется его частотой

$$E = h\nu. \quad (1.16)$$

Фотон как частица обладает особыми свойствами, так как он движется со скоростью света c . Поэтому формулы классической механики к движению фотона неприменимы и нужно пользоваться соотношениями теории относительности. Согласно теории относительности масса частицы, движущейся со скоростью v , равна

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c},$$

где m_0 - масса покоя.

Но так как фотон движется со скоростью c , знаменатель в этой формуле обращается в ноль. Отсюда следует, что масса покоя фотона обязательно должна быть равной нулю. Этим фотон самым существенным образом отличается от таких частиц, как, например, электроны, которые имеют конечную массу покоя.

Так как масса покоя фотона равна нулю, то для вычисления импульса фотона мы не можем воспользоваться обычной формулой

$$p = m\mathbf{v} = \frac{m_0\mathbf{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Однако теория относительности дает другую формулу, а именно, формулу $E^2 = c^2 p^2 + m_0^2 c^4$, связи между импульсом и энергией частицы, которая применима и к случаю частицы, движущейся со скоростью c .

В этом случае получаем

$$p = \frac{E}{c}.$$

Наконец, для фотона $E = h\nu$, и тогда импульс фотона равен

$$p = \frac{h\nu}{c}. \quad (1.17)$$

Из того факта, что фотон обладает определенным импульсом, следует, что, встречая какое-нибудь препятствие, поток фотонов должен оказывать давление на это препятствие. Давление, создаваемое потоком фотонов, и есть световое давление, экспериментально установленное знаменитыми работами русского физика П.Н. Лебедева (рис. 1.6).

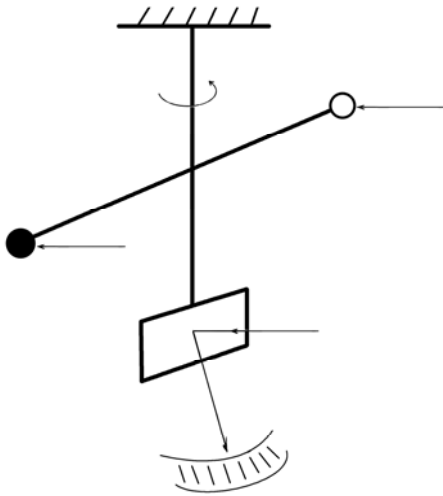


Рис. 1.6. Схема опыта Лебедева.

При поглощении света импульс, сообщаемый потоком фотонов, падающих по нормали на единицу площади в единицу времени равен $N\frac{h\nu}{c}$, а при отражении света этот импульс равен $N\frac{2h\nu}{c}$, где N - число падающих фотонов.

В общем случае из общего числа N фотонов отражается ρN фотонов и поглощается $(1-\rho)N$ фотонов, где ρ - коэффициент отражения. Тогда импульс, сообщаемый потоком фотонов, падающих по нормали на единицу площади в единицу времени, т.е. *давление света*, равен

$$P = (1-\rho)N\frac{h\nu}{c} + \rho N\frac{2h\nu}{c} = (1+\rho)\frac{N h\nu}{c}.$$

Если N - число фотонов, падающих по нормали на единицу площади в единицу времени, то тогда $E_e = N h\nu$ будет плотностью энергии светового потока, т.е. *освещенностью*, и формула для давления света принимает вид

$$P = \frac{E_e}{c}(1 + \rho). \quad (1.18)$$

Учитывая формулу $E_e = wc$ связи освещенности E_e с объемной плотностью световой энергии w , приходим к известной формуле для давления света, получаемой из волновой электромагнитной теории Максвелла

$$P = (1 + \rho)w.$$

То, что существование светового давления и его количественное выражение могут быть выведены и из корпускулярной и из волновой природы света, является одним из проявлений двойственности природы света.

Эффект Комптона

Особенно отчетливо проявляются корпускулярные свойства излучения в явлении, которое получило название эффекта Комптона. Эффект Комптона заключается в увеличении длины волны рентгеновских квантов при рассеянии их на электронах вещества. В 1923 г. А. Комптон, исследуя рассеяние рентгеновских лучей различными веществами, обнаружил, что в рассеянных лучах, наряду с излучением первоначальной длины волны λ содержатся также лучи большей длины волны λ' . Разность $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ оказалась зависящей только от угла θ , образуемого направлением рассеянного излучения с направлением первоначального пучка. От длины волны λ и от природы рассеивающего вещества $\Delta\lambda$ не зависит.

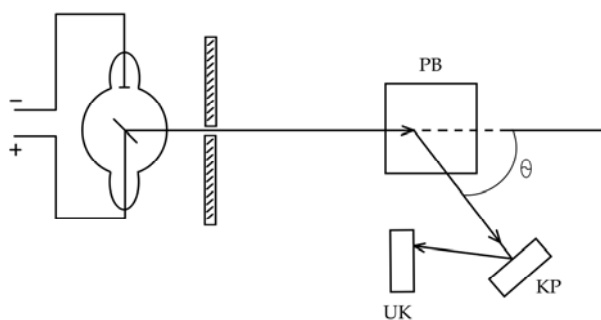


Рис. 1.7. Схема опыта Комптона.

Схема опыта Комптона показана на рис. 1.7. Выделяемый диафрагмой узкий пучок монохроматического рентгеновского излучения направлялся на рассеивающее вещество PB . Спектральный состав рассеянного излучения исследовался с помощью рентгеновского спектрографа, состоящего из кристалла Kp и ионизационной камеры $ИК$.

Эффект Комптона можно объяснить как процесс упругого столкновения рентгеновских квантов со свободными электронами вещества. На рис. 1.8 представлена векторная диаграмма такого процесса.

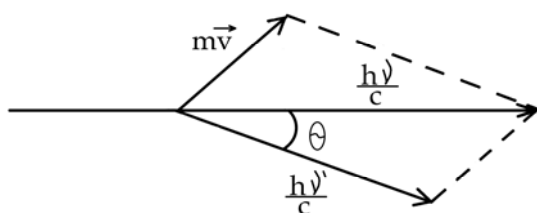


Рис. 1.8. Векторная диаграмма

Пусть энергия падающего рентгеновского кванта $h\nu$, а его импульс $p = \frac{h\nu}{c}$. Энергия рассеянного рентгеновского кванта $h\nu'$, и импульс

$p' = \frac{h\nu'}{c}$. Начальная энергия покоящегося электрона m_0c^2 , его импульс $m_0\vec{V}_0 = 0$. Энергия электрона после столкновения $mc^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$, $\beta = \frac{V}{c}$, а импульс электрона после столкновения $m\vec{V}$, где m_0 - масса покоя электрона, m - релятивистская масса.

Тогда на основании законов сохранения энергии и импульса имеем

$$h\nu + m_0c^2 = h\nu' + mc^2, \quad (1.19)$$

$$\vec{p} + 0 = \vec{p}' + m\vec{V}. \quad (1.20)$$

Векторное уравнение (1.20) фиксирует треугольник OAB (рис. 1.8). По формуле косинусов для этого треугольника определяем квадрат стороны AB , равной по величине mV

$$m^2V^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\frac{h^2\nu\nu'}{c^2}\cos\theta. \quad (1.21)$$

Используя связь между энергией и импульсом электрона $E^2 = c^2(p^2 + m_0^2c^2)$, первое уравнение запишем в виде

$$h\nu + m_0c^2 = h\nu' + c\sqrt{m^2V^2 + m_0^2c^2}.$$

Далее разделим это уравнение на c и возведем в квадрат. В результате получим

$$m^2V^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\frac{h^2\nu\nu'}{c^2} + 2m_0c\left(\frac{h\nu}{c} - \frac{h\nu'}{c}\right). \quad (1.22)$$

Из сравнения выражений (1.21) и (1.22) получим

$$m_0c\left(\frac{h\nu}{c} - \frac{h\nu'}{c}\right) = \frac{h^2\nu\nu'}{c^2}(1 - \cos\theta),$$

Учитывая связь $c = \lambda\nu$ между частотой ν и длиной волны λ , запишем

$$m_0c\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right) = \frac{h}{\lambda\lambda'}(1 - \cos\theta).$$

или

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta).$$

Это выражение, записанное в виде

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{2h}{m_0c}\sin^2\frac{\theta}{2}, \quad (1.23)$$

известно как *формула для эффекта Комптона*.

Величина $\frac{h}{m_0c}$, имеющая размерность длины, есть комбинация трех универсальных постоянных, она называется *комптоновской длиной волны электрона* и обозначается через Λ

$$\Lambda = \frac{h}{m_0c} = 0,00243 \text{ нм}. \quad (1.24)$$

Результаты измерений Комптона и последующих измерений находятся в полном согласии с формулой (1.23), если подставить в нее значение (1.24) для Λ .

2. Боровская теория атома

Во второй половине девятнадцатого века было выполнено много экспериментальных работ с трубками газового электрического разряда, например, с трубками, содержащими водород, неон и пары ртути. Обычно, свет от светящегося источника имеет непрерывный спектр. Однако когда был проанализирован свет, испускаемый газоразрядными трубками, наблюдался дискретный или линейчатый спектр (рис. 2.1). Свет, исходящий непосредственно из трубки, даёт яркие линии или *спектр испускания*, указывающий на то, что присутствуют в нём только определённые специфичные длины волн. В общем, дискретный линейчатый спектр является характеристикой атомов и молекул данного вещества и используется для идентификации вещества спектроскопическим методом (рис. 2.1 а, б).

Однако, атомы не только испускают свет, но и поглощают его. Если белый свет проходит через относительно холодный газ, определённые частоты или длины волн будут отсутствовать в нём. Результатом этого будет *спектр поглощения* – серии тёмных линий наложенных на непрерывный спектр (рис. 2.1 с). Когда линии поглощения и линии испускания определённого газа будут сравнены, то будут найдены в точности те же самые частоты. Причина линейчатых спектров была непонятна в то время, но они давали ключ к электронной структуре атомов.

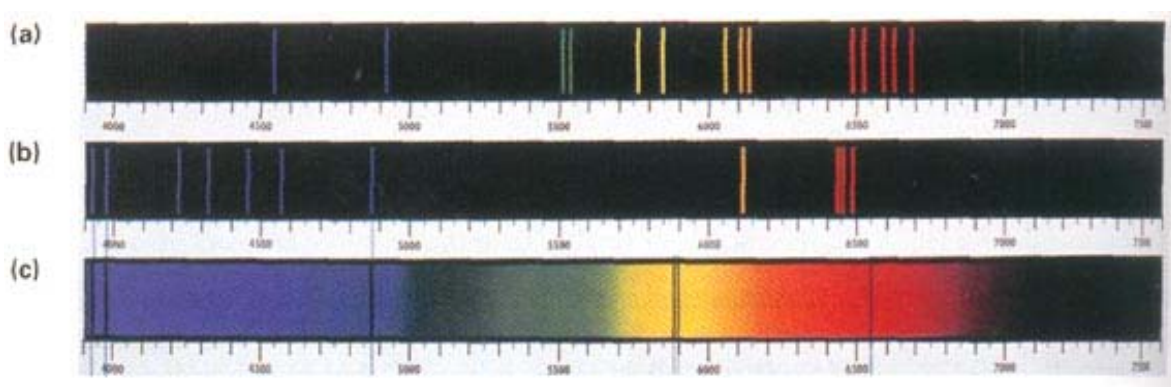


Рис. 2.1. Линейчатые спектры:

(а, б) спектры испускания; (с) спектр поглощения.

Водород с относительно простым видимым спектром привлекал много внимания. Водород является также простейшим атомом, с одним электроном и одним протоном. В конце девятнадцатого века шведский физик Бальмер нашёл эмпирическую формулу, которая давала длины волн спектральных линий водорода в видимой области:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \text{для } n = 3, 4, 5, \dots, \quad (2.1)$$

где $R = 1,097 \cdot 10^{-2} \text{ нм}^{-1}$ – называется *постоянной Ридберга*.

Спектральные линии водорода в видимой области называются *серией Бальмера*. Они хорошо описываются формулой Бальмера (2.1), но было непонятно, почему. Аналогичные формулы были найдены для спектральных линий водорода в ультрафиолетовой и инфракрасной области.

Объяснение спектральных линий было дано в теории атома водорода, выдвинутой в 1913 г. датским физиком Нильсом Бором. Бор предположил, что в атоме водорода электроны движутся вокруг ядра-протона по круговым орбитам (аналогично тому, как планеты движутся вокруг Солнца). Электрическая кулоновская сила обеспечивает необходимое центростремительное ускорение, и мы можем написать

$$F = \frac{mV^2}{r} = \frac{ke^2}{r^2}, \quad (2.2)$$

где e – величина заряда протона и электрона, V – скорость электрона на орбите, r – радиус орбиты, $k = 1/4\pi\epsilon_0$, ϵ_0 – электрическая постоянная.

Полная энергия электрона равна сумме кинетической и потенциальной энергии:

$$E = W + \Pi = \frac{mV^2}{2} - \frac{ke^2}{r}.$$

С учётом (2.2) кинетическая энергия может быть записана в виде $\frac{mV^2}{2} = \frac{ke^2}{2r}$.

Тогда полная энергия равна

$$E = \frac{ke^2}{2r} - \frac{ke^2}{r} = -\frac{ke^2}{2r}. \quad (2.3)$$

Заметим, что энергия E является отрицательной, что указывает на то, что система является связанной, но если радиус стремиться к бесконечности, E стремиться к нулю. Если $E = 0$, электрон не будет больше связан с протоном, и атом, потеряв свой электрон, будет ионизироваться.

До сих пор в рассуждениях были применены только классические принципы. Но в этом месте теории Бор делает радикальное предположение – радикальное в том смысле, что он вводит квантовую концепцию.

Первый постулат Бора: Момент импульса или угловой момент электрона квантуется и может иметь только дискретные значения, которые кратны $\hbar = h/2\pi$, где h – постоянная Планка.

На языке формул, это означает

$$mvr = n\hbar \quad \text{для} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.4)$$

Число n называется квантовым числом, конкретнее *главным квантовым числом*. В соответствии с этим предположением может быть найдена орбитальная скорость электрона (V). Она имеет только определённые значения

$$v = \frac{n\hbar}{mr}.$$

Подставляя это выражение для V в уравнение (2.2), и решая его относительно r , находим

$$r_n = \left(\frac{\hbar^2}{ke^2m} \right) n^2 \quad \text{для} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.5)$$

Здесь мы использовали индекс при r , чтобы подчеркнуть, что для электронных орбит возможны только определённые радиусы, которые определяются главным квантовым числом n . Энергия для данных орбит может быть найдена посредством подстановки выражения для данных r в (2.3):

$$E_n = - \left(\frac{k^2 e^4 m}{2\hbar^2} \right) \frac{1}{n^2} \quad \text{для} \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (2.6)$$

где энергия также записана в виде E_n , чтобы показать её зависимость от n . Величины в скобках в правой части уравнения (2.6) являются постоянными и могут быть тоже вычислены. Получим важные результаты:

$$r_n = 0,0529 n^2 \text{ нм}, \quad (2.7)$$

$$E_n = - \frac{13,6}{n^2} \text{ эВ} \quad \text{для} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.8)$$

Однако, всё ещё имеется серьёзная классическая проблема в теории Бора. Согласно классической физике ускоренный электрон излучает электромагнитную энергию, так как, даже находясь на дискретной круговой орбите, электрон будет иметь центростремительное ускорение. Таким образом, движущийся по орбите электрон будет уменьшать свою энергию и по спирали упадет на ядро, как могут покидать свою орбиту спутники Земли вследствие потерь из-за трения. Этого не происходит в атоме водорода, поэтому Бор сделал второе предположение.

Второй постулат Бора: *Электрон в атоме водорода не излучает энергию, когда он находится на дискретной орбите, а излучает энергию только тогда, когда переходит на другую орбиту.*

Возможные разрешенные орбиты электрона в атоме водорода обычно выражают на языке энергетических уровней, как показано на рис. 2.2. В этом смысле мы просто ссылаемся на электрон, находящийся на определённом энергетическом уровне или в определённом энергетическом состоянии. Электрон, связанный с протоном ядра, находится в потенциальной энергетической яме, которая подобна гравитационной потенциальной яме. Главное квантовое число указывает энергетический уровень. Самый низкий энергетический уровень ($n=1$) называется *основным состоянием*. Энергетические

уровни выше основного состояния называются *возбуждёнными состояниями*. Например, $n = 2$ есть первое возбуждённое состояние и т.д.

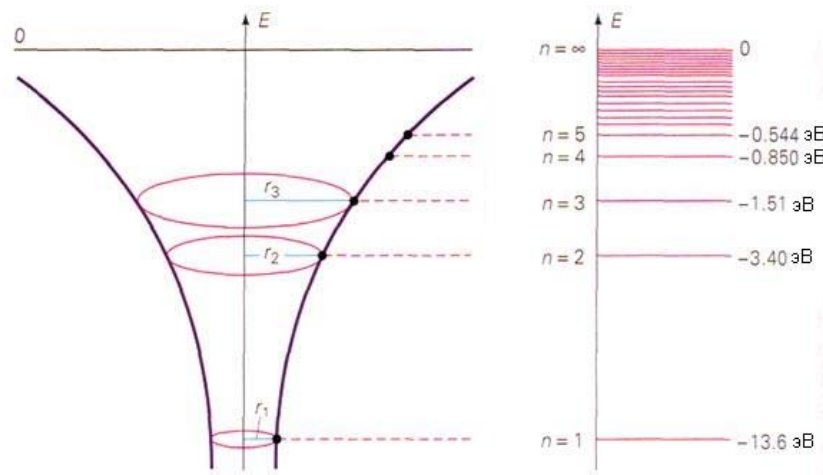


Рис. 2.2. Энергетические уровни в атоме водорода.

Электрон обычно находится в основном состоянии и, получив энергию, он возбуждается или поднимается вверх в яме в возбуждённое состояние. Электрон атома водорода может возбуждаться только на дискретную величину энергии. Энергетические уровни в некотором смысле аналогичны ступенькам лестницы. Электрон обычно не остаётся долго в возбуждённом состоянии, он падает или переходит на более низкий энергетический уровень за короткое время. Время, которое электрон проводит в возбуждённом состоянии, называется *временем жизни* возбуждённого состояния. Для большинства состояний время жизни около 10^{-8} с. При переходе в более низкое состояние испускается энергия в виде кванта света, фотона. Энергия фотона равна разности энергий уровней, т.е.

$$\Delta E = E_{n_i} - E_{n_k}, \quad \text{или}$$

$$\Delta E = 13,6 \left(\frac{1}{n_k^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \text{ эВ}, \quad (2.9)$$

где индексы i и k относятся к начальному и конечному состоянию, соответственно.

Так как $\Delta E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$, то могут испускаться только фотоны определённой частоты и длины волны.

Это соответствует различным дискретным переходам. Значения конечного главного квантового числа n_k соответствуют энергетическому уровню, на который переходит электрон в излучающих сериях (рис. 2.3). Так, серии Бальмера видимой области соответствует $n_k = 2$. Существует одна серия, расположенная полностью в ультрафиолетовой области, это серия Лаймана, в которой все переходы кончаются на $n_k = 1$. Существует много серий, расположенных полностью в инфракрасной области. Среди них наиболее известна серия Пашена, которая заканчивается электроном во втором возбуждённом

состоянии ($n_k = 3$). Длины волн различных переходов электрона в атоме водорода были вычислены и находятся в согласии с экспериментально наблюдаемыми линиями.

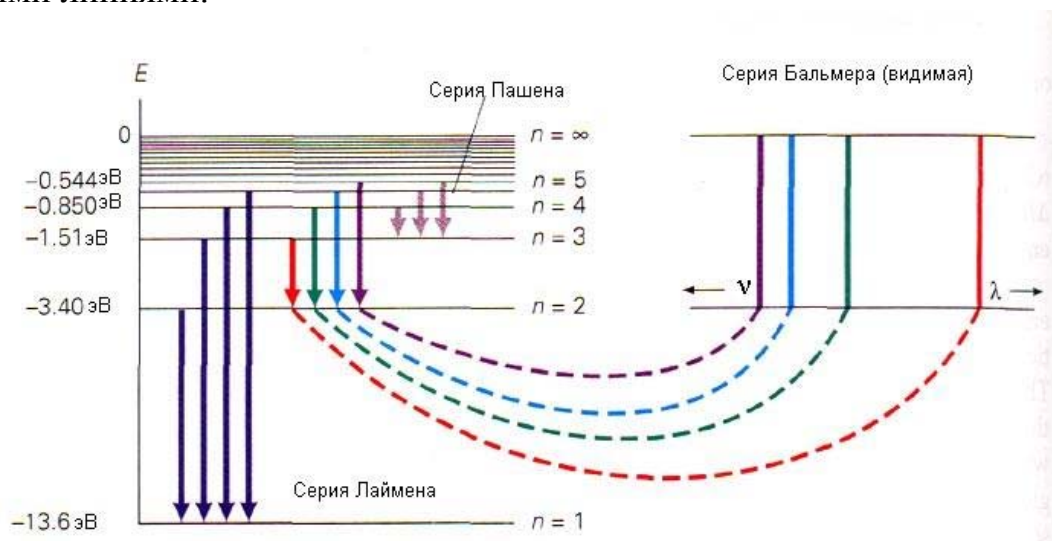


Рис. 2.3. Серии спектральных линий атома водорода.

Хотя результаты теории Бора находятся в согласии с экспериментом для водорода, а также для ионизированного гелия и для дважды ионизированного лития, она безуспешно пыталась объяснить многоэлектронные атомы. Теория Бора была незавершённой в том смысле, что она помещала новые квантовые идеи на классический каркас. Теория содержала много корректных идей, но не давала завершённого описания атома, пока не была создана квантовая механика.

3. Элементы квантовой механики

Волны вещества. Гипотеза де Бройля

Первоначальные успехи квантовой теории были впечатляющими, но они также создали неожиданную ситуацию, поскольку они указывали на то, что свет (т.е. электромагнитное излучение) имеет двойственную природу. С одной стороны, во многих опытах свет проявляет классические волновые свойства. С другой стороны, объяснение некоторых явлений требует, чтобы свет имел квантовую или корпускулярную природу.

Примерно в 1925 г. был создан новый тип физики, основанной на синтезе волновой и квантовой идей. Эта новая теория, названная квантовой механикой, объединила корпускулярно-волновой дуализм в единое согласованное описание. Она заложила основу нашего современного понимания микроскопических (и субмикроскопических) явлений.

Остановимся более подробно на некоторых основных идеях квантовой механики и покажем, как описываются волны и частицы. С точки зрения теории относительности фотон, движущийся со скоростью света, является безмассовой частицей, т.е. частицей, не имеющей массы покоя m_0 . Можно по-

казать, что полная энергия и релятивистский импульс частицы связаны соотношением $E^2 = p^2c^2 + (m_0c^2)^2$. Тогда фотон, не обладающий массой покоя, имеет энергию $E = pc$ и релятивистский импульс $p = E/c$.

Так как согласно гипотезе Планка, энергия фотона может быть записана в виде $E = h\nu = hc/\lambda$, то импульс фотона связан с его длиной волны

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c\lambda} = \frac{h}{\lambda}. \quad (3.1)$$

Таким образом, можно сказать, что энергия в электромагнитных волнах с длиной волны λ будет задаваться энергией частиц-фотонов, имеющих импульс $p = h/\lambda$.

Поскольку природа обладает симметрией, французский физик Луи де Бройль предположил, что имеет место симметрия: волна – частица, т.е., если свет одновременно ведет себя подобно частице, то возможно, частицы вещества, такие как электроны, также имеют волновые свойства. В 1924 году де Бройль выдвинул гипотезу, что движущаяся частица имеет волну, связанную с ней. Он предположил, что длина волны частицы вещества связана с импульсом частицы посредством соотношения, аналогичного соотношению (3.1) для фотона. Более точная формулировка **гипотезы де Бройля** следующая:

Всем частицам вещества присущ корпускулярно-волновой дуализм, т.е. с движущейся частицей, обладающей импульсом p , связана волна, которая имеет длину

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\nu}. \quad (3.2)$$

Эти волны, связанные с движущимися частицами, называются *волнами вещества* или более просто *волнами де Бройля* и, надо полагать, они каким-то образом влияют или «управляют» движением частиц. Можно думать, что электромагнитная волна является волной де Бройля для фотона, но волны де Бройля, связанные с частицами, такими как электрон и протон, не являются электромагнитными волнами. Формула де Бройля для длины волны не отвечает, однако, на вопрос, какой тип волны связан с частицами вещества (частицами, имеющими ненулевую массу покоя).

Разумеется, что гипотеза де Бройля была встречена с большим скептицизмом. Идея, что движение фотонов каким-то образом управляется электромагнитными волновыми свойствами света, не казалась неразумной. Но обобщить эту идею и сказать, что движение частиц с массой также каким-то образом управляется волной, связанной с частицами, было тяжелым для восприятия. Более того, в то время не было экспериментальных доказательств того, что частицы проявляют волновые свойства, такие как интерференция и дифракция.

В поддержку своей гипотезы де Бройль показал, каким образом может быть дана интерпретация квантования углового момента в боровской теории

атома. Вспомним, что для получения согласия со спектром атома водорода, Бор выдвинул гипотезу, что угловой момент электрона квантуется с множителем $\hbar = h/2\pi$. Де Бройль утверждал, что для свободной движущейся частицы связанная с ней волна будет бегущей волной. Однако, связанный электрон в атоме водорода повторяет движение, двигаясь по дискретным круговым орбитам в соответствии с теорией Бора. Поэтому можно сказать, что в этом случае волна, связанная с электроном, будет стоячей волной, т.е. только целое число длин волн будет иметь место для данной орбиты. Волна должна встретиться сама с собой, как это говорят, в одинаковой фазе. В результате, возвращаясь в то же самое место, она будет существенно усиливаться, как это делает волна на струне. Ситуация подобна линейному случаю для стоячей волны натянутой струны, закрепленной с обоих концов (рис. 3.1).

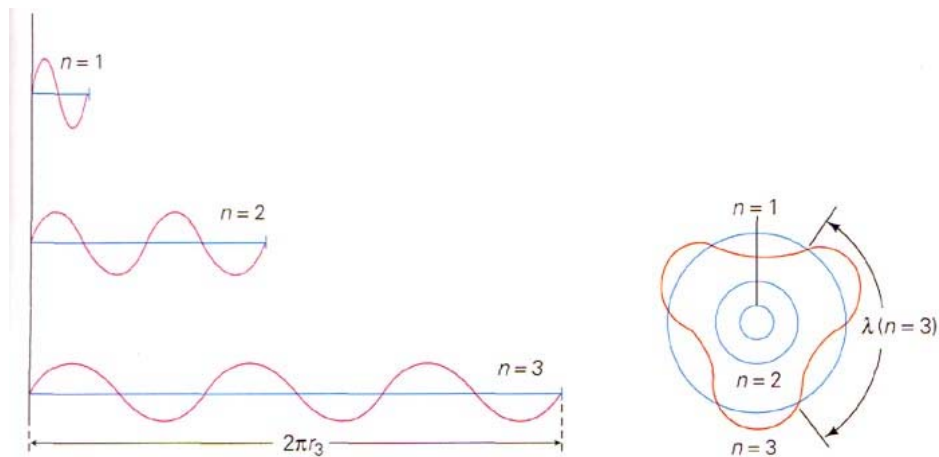


Рис. 3.1. Квантование углового момента по де Бройлю.

Длина окружности боровской орбиты радиуса r_n равна $2\pi r_n$, так что эта длина будет равна целому числу длин волн

$$2\pi r_n = n\lambda \quad \text{для } n = 1, 2, 3, \dots$$

Используя формулу де Бройля $\lambda = \frac{h}{mV}$ для длины волны и вспоминая,

что угловой момент для круговой орбиты равен $L = mVr_n$, получим

$$2\pi r_n = \frac{nh}{mV}, \quad \text{или} \quad L = mVr_n = n\hbar.$$

Таким образом, угловой момент квантуется как раз так, как предложил Бор. Теперь ясно, что гипотеза де Бройля согласуется с постулатами Бора для атома водорода. Для орбит, отличных от тех, которые разрешены теорией Бора, волна де Бройля для электрона, вращающегося по орбите, не будет накладываться сама на себя, т.е. длина окружности неразрешенной орбиты не будет равна целому числу длин волн. Это будет приводить к гашению интерференции, и результирующая волна будет затухать или иметь нулевую амплитуду. Отсюда следует, что амплитуда волны де Бройля будет связана каким-то образом с местоположением электрона. Этот вывод в действи-

тельности является фундаментальным краеугольным камнем квантовой механики.

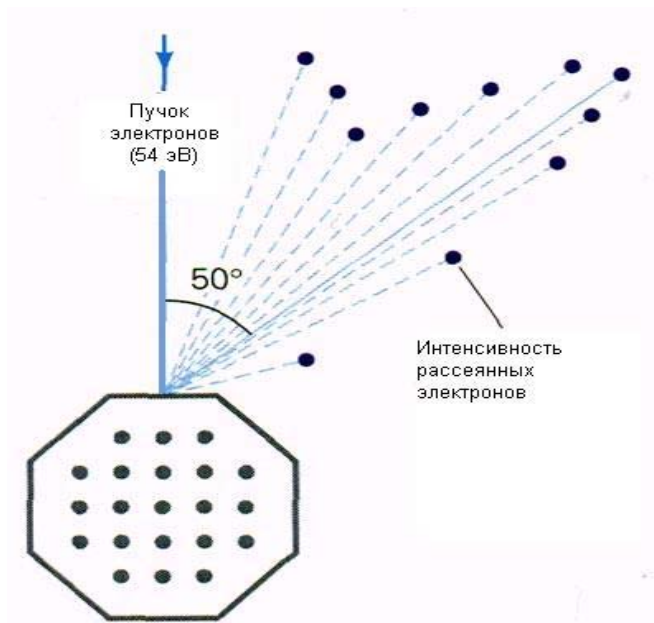
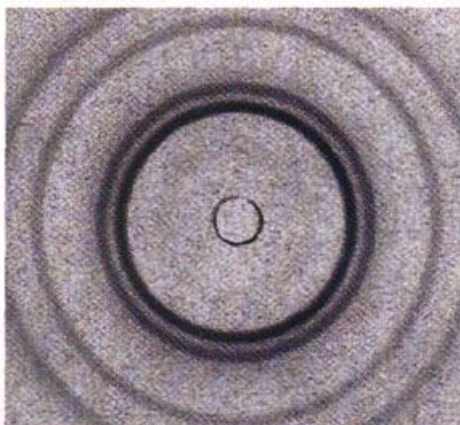
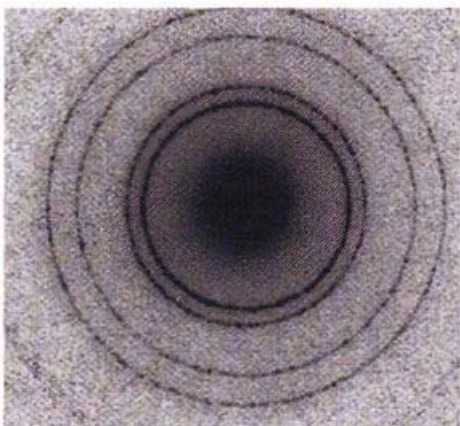


Рис. 3.2. Дифракция пучка электронов на кристалле.



(a)



(b)

В 1927 году два американских физика Девиссон и Джермер наблюдали дифракцию пучка электронов на кристалле, и тем самым продемонстрировали волновые свойства частиц. В эксперименте был использован монокристалл никеля (рис. 3.2). Кристалл, вырезанный для опыта, имел расстояние между плоскостями равное $d = 0,215 \text{ нм}$. Когда пучок электронов был направлен перпендикулярно грани кристалла, наблюдался максимум интенсивности рассеянных электронов под углом 50° относительно нормали к поверхности. Рассеяние было наиболее интенсивным при ускоряющем напряжении $54,0 \text{ В}$.

Согласно волновой теории, максимум первого порядка будет наблюдаться под углом, даваемым соотношением:

$$d \sin \theta = \lambda .$$

Из этого условия получается длина волны

$$d \sin \theta = 0,215 \cdot \sin 50^\circ = 0,165 \text{ нм} .$$

С другой стороны, используя формулу для длины волны де Бройля для электронов, ускоренных напряжением U , получим

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meU}} = \sqrt{\frac{1,50}{U}} \text{ нм} = 0,167 \text{ нм} .$$

Рис. 3.3. Дифракционная картина: (а) электронов; (б) рентгеновских лучей.

Совпадение длин волн превосходное с учетом экспериментальной погрешности, и опыт Девиссона-Джермера дал убедительное доказательство справедливости гипотезы де

Бройля.

Другой опыт, выполненный Томсоном в Великобритании в том же году, дал дальнейшее подтверждение. Томсон пропускал пучок ускоренных электронов через тонкую металлическую фольгу. Дифракционная картина электронов была такая же, как для рентгеновских лучей. Сравнение этих картин, показанное на рис. 3.3, не оставляет никакого сомнения в том, что частицы проявляют волновые свойства.

Волновая функция свободно движущейся частицы

Гипотеза де Бройля предсказывает, что движущиеся частицы имеют связанные с ними волны, которые каким-то образом управляют или описывают их поведение. Однако, она ничего не говорит о виде этих волн, кроме их длины. Чтобы иметь подходящую теорию, необходимо уравнение, которое будет давать вид волн вещества, в частности вид волны для частицы, движущейся под действием силы, например, для электрона, вращающегося вокруг протона под действием электрической силы. Такое уравнение получил австрийский физик Эрвин Шредингер в 1926 г.

Прежде чем приступить к волновому уравнению, обратимся к волне де Бройля для свободно движущейся частицы. Как всякая волна, волна де Бройля описывается волновой функцией, которая обозначается $\psi(ncu)$ и которая зависит от пространственных и временных координат, т.е. $\psi(\vec{r}, t)$. В случае одномерной классической бегущей волны волновая функция имеет вид:

$$\psi(x, t) = \psi_0 \cos(\omega t - kx), \quad (3.3)$$

где $\omega = 2\pi\nu$ - циклическая частота, $k = 2\pi/\lambda$ - волновое число.

Так как волна де Бройля описывает движение частиц, то ее волновая функция должна быть связана с энергией и импульсом частицы. Такая связь устанавливается гипотезами Планка и де Бройля, т.е.

$$E = h\nu = \hbar\omega, \quad p = h/\lambda = \hbar k, \quad (3.4)$$

где $\hbar = h/2\pi$ - другая форма постоянной Планка.

Тогда в случае фотона после замены в (3.3) ω на E/\hbar и k на p/\hbar волновая функция будет иметь вид:

$$\psi(x, t) = \psi_0 \cos \frac{1}{\hbar} (Et - px). \quad (3.5)$$

Для фотона соотношение $k = \omega/c$ с учетом (3.4) приводит к релятивистской связи между энергией и импульсом $p = E/c$. Поскольку для свободно

движущейся нерелятивистской частицы имеет место другая связь: $W = \frac{p^2}{2m}$, то ее волновая функция будет отличаться от волновой функции (3.5).

В случае свободно движущейся частицы волновая функция является комплексной функцией, которая получается из (3.5), если к правой части добавить чисто мнимую часть $-i\psi_0 \sin \frac{1}{\hbar}(Et - px)$. В результате, записав комплексную функцию в показательной форме, получим волновую функцию для волны де Бройля в случае свободно движущейся частицы:

$$\psi(x, t) = \psi_0 e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)}. \quad (3.6)$$

Продифференцируем волновую функцию (3.6) по времени t и по координате x :

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} E \psi, \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{i}{\hbar} p \psi. \quad (3.7)$$

Вид выражений (3.7) подсказывает нам выбрать операторы энергии \hat{E} и импульса \hat{p} в одномерном случае в виде

$$\hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, \quad \hat{p} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}. \quad (3.8)$$

Тогда на языке операторов выражения (3.7) запишутся следующим образом:

$$\hat{E} \psi = E \psi, \quad \hat{p} \psi = p \psi. \quad (3.9)$$

Волновое уравнение Шредингера

Первый постулат квантовой механики:

Каждая динамическая переменная, характеризующая движение частицы, должна быть представлена линейным оператором.

Далее, чтобы перейти к квантовой механике, нужно классические соотношения между динамическими переменными заменить на операторные соотношения, действующие на волновую функцию $\psi(x, t)$.

Если в качестве такого соотношения взять выражение для полной механической энергии $E = W + \Pi$, то получим волновое уравнение:

$$\hat{E} \psi = \hat{W} \psi + \hat{\Pi} \psi, \quad (3.10)$$

где оператор потенциальной энергии $\hat{\Pi}$ есть просто функция $\Pi(x, t)$, а оператор кинетической энергии \hat{W} равен

$$\hat{W} = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2}. \quad (3.11)$$

В явном виде уравнение (3.10) примет форму

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \Pi \psi. \quad (3.12)$$

Это и есть *одномерное волновое уравнение Шредингера* для нахождения волновой функции, вид которой определяется потенциальной энергией.

Как известно из классической механики, в консервативной замкнутой системе имеет место закон сохранения полной механической энергии, т.е. $W + \Pi = E = const$.

Как видно из (3.9), в случае $E = const$ зависимость волновой функции $\psi(x, t)$ от времени имеет такой же вид, как и для свободно движущейся частицы. Тогда волновую функцию можно представить как произведение двух функций

$$\psi(x, t) = \psi(x) e^{-\frac{iEt}{\hbar}},$$

и волновое уравнение Шредингера примет вид

$$\hat{W} \psi - (E - \Pi) \psi = 0, \quad \text{или} \quad \frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - \Pi) \psi = 0, \quad (3.13)$$

где $\psi = \psi(x)$. Это *одномерное уравнение Шредингера для стационарных состояний*.

В случае трех пространственных измерений *стационарное уравнение Шредингера* для волновой функции $\psi = \psi(x, y, z)$ запишется следующим образом:

$$\nabla^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - \Pi) \psi = 0, \quad \text{где} \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad - \text{оператор Лапласа.}$$

Квантование. Движение частицы в прямоугольной потенциальной яме

Второй постулат квантовой механики:

В результате точного измерения динамической переменной, характеризуемой оператором, может получаться лишь какое-либо из собственных значений этого оператора.

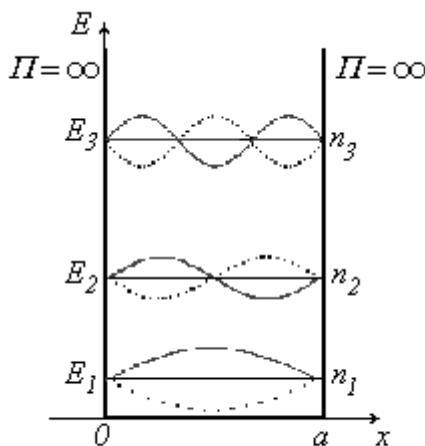


Рис. 3.4. Электрон в потенциальной яме.

Это мы установим на частном примере. Рассмотрим электрон, движущийся в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме. На рис. 3.4 представлена потенциальная кривая для этого случая. Поведение электрона, находящегося в потенциальной яме, описывается стационарным уравнением Шредингера:

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0, \quad (3.14)$$

которое имеет простой вид и может быть легко решено. При решении уравнения (3.14) необхо-

димом наложить на волновую функцию $\psi(x)$ граничные условия:

$$\begin{cases} \psi = 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \psi = 0 & \text{при } x \geq a. \end{cases}$$

Заметим, что $\frac{2mE}{\hbar^2} = k^2$ - квадрат волнового числа, тогда общее решение уравнения (3.14) имеет вид

$$\psi = A \sin kx + B \cos kx,$$

где A и B - произвольные постоянные. При наложении граничного условия при $x=0$ получим

$$\psi(0) = B \cdot 1 = 0, \quad \Rightarrow B = 0.$$

Далее воспользуемся граничным условием при $x=a$

$$\psi(a) = A \sin ka = 0,$$

откуда следует, что $ka = n\pi$, или

$$k = \frac{n\pi}{a} \text{ для } n = 1, 2, 3, \dots$$

Таким образом, волновое число, а следовательно, и длина волны, связанной с электроном, принимают только дискретные значения. Поскольку $E = \frac{\hbar^2}{2m} k^2$, то и энергия электрона принимает дискретные значения:

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} n^2 \text{ для } n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.15)$$

С учетом выражения (3.11) для оператора кинетической энергии, и так как внутри потенциальной ямы $E = W$, уравнение (3.14) можно записать в виде:

$$\hat{W} \psi = E \psi. \quad (3.16)$$

Это уравнение представляет собой задачу на отыскание собственных значений оператора \hat{W} . Как мы видим, собственные значения оператора \hat{W} представляют набор дискретных значений E_n .

Волновые функции представляют собой набор из ψ_n собственных функций оператора \hat{W} . Тогда любую волновую функцию ψ , удовлетворяющую уравнению $\hat{W} \psi = E \psi$, можно представить в виде разложения в ряд

$$\psi = \sum_n a_n \psi_n. \quad (3.18)$$

В случае электрона, находящегося в потенциальной яме, собственные волновые функции имеют вид:

$$\psi_n(x) = A \sin \frac{\pi n}{a} x \text{ для } n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.19)$$

К определению постоянной A мы вернемся позже, после рассмотрения третьего постулата квантовой механики.

Статистический смысл волновой функции

Теперь обратимся к физическому смыслу волновой функции ψ . В ранние годы развития квантовой механики не было ясно, как интерпретировать волновую функцию. После многих размышлений и исследований был сделан вывод, что квадрат модуль волновой функции $|\psi|^2$ представляет собой вероятность нахождения частицы в определенном месте и в определенный момент времени. Эта интерпретация волновой функции ψ была предложена немецким физиком Максом Борном в 1926 г.

Вспомним, что энергия или интенсивность классической волны пропорциональна квадрату ее амплитуды. Подобно этому интенсивность световой волны пропорциональна E^2 , где E – амплитуда электрического поля. Если смотреть на это с точки зрения частиц-фотонов, интенсивность светового пучка пропорциональна числу (n) фотонов в пучке, т.е. $n \sim E^2$. Итак, число фотонов пропорционально квадрату амплитуды электрического поля волны.

Волновая функция ψ интерпретируется аналогичным способом. Волновая функция в общем случае изменяется по величине в пространстве и во времени. Если ψ описывает электронный пучок, тогда $|\psi|^2$ будет пропорционально числу электронов, которые, как можно ожидать, будут находиться в малом объеме вокруг данной точки в некоторый момент времени. Однако, когда мы имеем дело с отдельной частицей, $|\psi|^2$ представляет собой вероятность нахождения частицы в данной точке. В этом и заключается **физический смысл волновой функции**:

Квадрат модуля волновой функции $|\psi|^2$ пропорционален вероятности нахождения частицы в данном месте пространства и в данный момент времени, или точнее говоря, является плотностью вероятности.

Таким образом, если поведение частицы описывается волновой функцией $\psi = \psi(\vec{r}, t)$, то квадрат модуля волновой функции $|\psi|^2 = \psi\psi^* = w$ является *плотностью вероятности*, а $|\psi|^2 dV = w dV$ – *вероятностью* нахождения частицы в данном элементе объема $dV = dx dy dz$.

Тогда интеграл от $|\psi|^2$, взятый по всему объему, должен равняться единице:

$$\int |\psi|^2 dV = 1.$$

Это условие носит название *условия нормировки*.

Интерпретация $|\psi|^2$ как вероятности нахождения частицы в определенном месте изменила идею теории Бора о том, что электрон в атоме водорода может находиться только на определенных орбитах, расположенных на дискретных расстояниях от ядра. Когда было решено уравнение Шредингера для атома водорода, были найдены радиальные волновые функции для каждого энергетического уровня, которые имеют отличные от нуля значения для любых расстояний от ядра. Например, относительная вероятность для электрона в основном состоянии ($n=1$) в зависимости от радиуса показана на рис. 3.5 а.

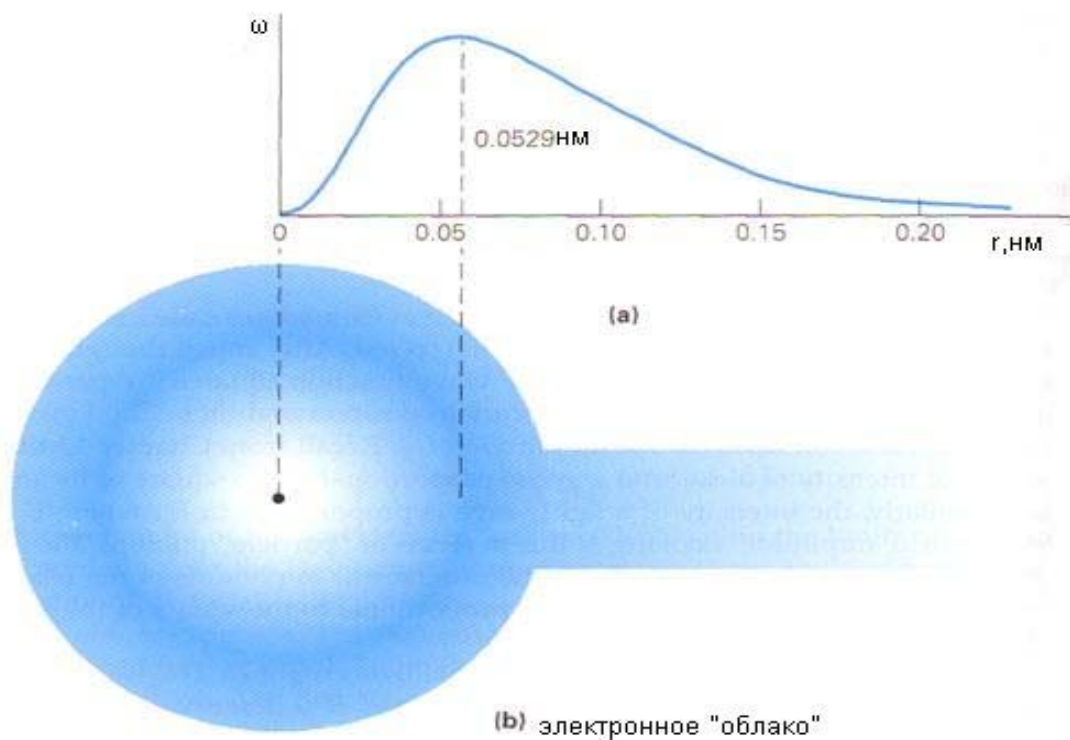


Рис. 3.5. К вероятностной интерпретации волновой функции.

Максимум вероятности совпадает с боровским радиусом $0,0529 \text{ нм}$, но возможно (так как имеется конечная вероятность), что электрон может быть почти на любом расстоянии от ядра. Волновая функция отлична от нуля и для расстояний больших $0,20 \text{ нм}$, но имеется очень маленький шанс (вероятность) найти электрон в основном состоянии на этих расстояний. Распределение плотности вероятности приводит к идее об *электронном облаке* вокруг ядра (рис. 3.5 b). (Для более четкого изображения основного состояния ($n=1$) часть рис. 3.5 b удалена). Плотность облака отражает плотность вероятности, что электрон находится в определенной области.

Таким образом, квантовая механика использует волновые функции частиц для предсказаний вероятности явлений с этими частицами. Это применимо также к свету и частицам-фотонам. Например, квадрат классической электромагнитной волновой функции, которая является волной де Бройля для ее фотонов, дает вероятность нахождения фотонов в определенных местах пространства. Как мы знаем, в опыте по дифракции света на одной щели большинство фотонов попадает в область центрального максимума на экране, меньшее количество фотонов будет достигать областей первой светлой полосы, и даже некоторые фотоны попадут в область второй светлой полосы, но ни один в темную область между ними, и так далее. Квантовомеханическое распределение вероятности, или плотности частиц на экране имеет то же самое относительное распределение, как и распределение классической интенсивности, или яркости.

Другое квантово-механическое явление, которое приводит к противоречию с нашим повседневным опытом с большими объектами, называется *туннелированием*. Как мы видели, основной идеей квантовой механики является то, что местоположение частицы описывается волной вероятности, но поведение волн отличается от поведения частиц.

Из классической физики мы знаем, что имеются области в поле потенциальных сил, где запрещено находиться частицам, обладающим данным значением полной энергии. Это области, где потенциальная энергия частицы больше, чем полная энергия. Частица не попадает в такие области, потому что она должна была бы иметь отрицательную кинетическую энергию ($E - U = W < 0$), что невозможно. В таких ситуациях мы говорим, что место пребывания частицы ограничено потенциальным энергетическим барьером.

Однако, в определенных случаях квантовая механика предсказывает малую, но конечную вероятность того, что волновая функция частицы проникает

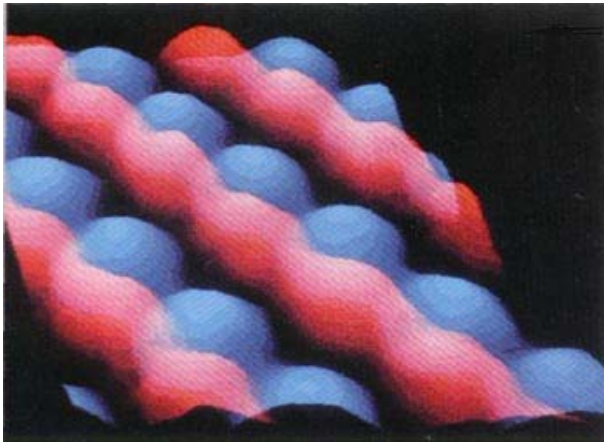


Рис. 3.6. Изображение сканирующего туннельного микроскопа.

во внутрь барьера и может быть отличной от нуля за барьером, т.е. частица может находиться по другую сторону барьера. Мы видим, что имеется определенная вероятность «туннелирования» частицы через барьер.

Такое туннелирование действительно наблюдается и положено в основу работы сканирующего туннельного микроскопа, который дает изображение с разрешением порядка размера отдельного атома (рис. 3.6). Такое же проникновение через барьер используется также для объяснения

определенных процессов распада ядра, что в классической физике не должно было бы иметь место.

Вернемся к нашему случаю электрона, находящегося в потенциальной яме, который может принимать только дискретный набор собственных значений энергии E_n , и который при этом описывается собственными волновыми функциями:

$$\psi_n(x) = A \sin \frac{\pi n}{a} x \quad \text{для } n = 1, 2, 3, \dots$$

Для нахождения коэффициента A воспользуемся условием нормировки волновой функции, которое в данном случае запишется следующим образом:

$$A^2 \int_0^a \sin^2 \frac{\pi n x}{a} dx = 1.$$

На концах промежутка интегрирования подынтегральная функция обращается в нуль. Поэтому значение интеграла можно получить, умножив среднее значение $\sin^2(\pi n x / a)$ (равное, как известно, $1/2$) на длину промежутка a . В

результате получится: $A^2(1/2)a=1$, откуда $A=\sqrt{2/a}$. Таким образом, собственные волновые функции имеют вид:

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{\pi n x}{a} \quad \text{для } n=1, 2, 3, \dots$$

На рис.8 изображены стоячие волны, соответствующие этим функциям.

В общем случае можно следующим образом сформулировать **третий постулат квантовой механики**:

Число измерений, при которых получается n -ое собственное значение оператора, пропорционально квадрату абсолютной величины коэффициента a_n в разложении волновой функции ψ по собственным функциям $\psi_n(x)$:

$$\psi(x) = \sum_n a_n \psi_n(x).$$

Принцип неопределенности Гейзенберга

Важный вывод квантовой механики связан с измерением и точностью измерения. В классической механике не существует предела точности измерения. Теоретически посредством последовательного усовершенствования измерительного инструмента и методики может быть достигнута любая точность измерения, т. е. можно получить точное значение величины. Это является следствием детерминистического взгляда на природу. Например, если вы знаете точно положения и скорость тела в некоторый момент времени, вы можете определить, где оно будет в будущем, и где оно было в прошлом (предполагая, что вы знаете все силы в будущем и прошлом).

Однако, квантовая механика предсказывает совсем другое и устанавливает пределы возможной точности измерения. Эта идея была выдвинута в 1927 г. немецким физиком Вернером Гейзенбергом, который развил другой подход к квантовой механике, дополняющий волновую теорию Шредингера. Принцип неопределенности Гейзенберга в применении к координате и импульсу (или скорости) частицы может быть сформулирован следующим образом:

Невозможно знать одновременно точное местоположение объекта и его импульс.

Эта концепция часто иллюстрируется с помощью простого мысленного эксперимента. Предположим, что вы хотите измерить координату и импульс (в действительности, скорость) электрона. Для того чтобы вы видели местоположение электрона, по крайней мере, хотя бы один фотон должен отразиться от электрона и попасть вам в глаза. Однако, в процессе столкновения некоторая доля энергии и импульса фотона передается электрону. После столкновения электрон отклонится. Таким образом, при всех попытках точнее определить местоположение электрона (попытках сделать неопределенность координаты Δx очень малой) вы вызываете все большую неопределенность

ваших знаний о скорости электрона или о его импульсе ($\Delta p = m \Delta v$), в результате процесс определения точного положения электрона приведет к тому, что электрон улетит прочь. В повседневном макроскопическом мире неопределенность вследствие наблюдения объекта будет ничтожно малой, свет не производит ощутимого изменения движения или положения объекта обычных размеров.

В микроскопическом мире положение электрона может быть измерено в лучшем случае с точностью порядка длины волны λ падающего света, т.е. $\Delta x \approx \lambda$. Фотон имеет импульс $p = h/\lambda$. Так как мы не можем сказать, какая часть этого импульса может быть передана в процессе столкновения, то конечный импульс электрона будет иметь неопределенность $\Delta p \approx h/\lambda$.

Полная неопределенность дается произведением отдельных неопределенностей и будет следующей:

$$(\Delta p)(\Delta x) \approx \left(\frac{h}{\lambda}\right)(\lambda) = h.$$

Это выражение дает оценку минимальной неопределенности или максимальной точности одновременного измерения импульса и координаты электрона. В действительности, неопределенности будут хуже, поскольку зависят от интенсивности испускаемого света (числа фотонов), аппаратуры и техники. После подробных теоретических вычислений Гейзенберг нашел, что в лучшем случае

$$(\Delta p)(\Delta x) \geq \frac{h}{2\pi}. \quad (3.20)$$

Итак, принцип неопределенности Гейзенберга утверждает, что произведение минимальных неопределенностей координаты и импульса частицы есть величина порядка постоянной Планка, деленной на 2π . Таким образом, сам процесс измерения ограничивает точность, с которой мы можем одновременно измерить координату и импульс.

Другой вид принципа неопределенности связан с энергией и временем. Чтобы понять это, обратимся опять к предыдущему мысленному эксперименту, в котором положение электрона может быть известно с неопределенностью $\Delta x \approx \lambda$. Фотон, используемый для детектирования электрона, распространяется со скоростью c , и ему необходимо время $\frac{\Delta x}{c} \approx \frac{\lambda}{c}$, для того, чтобы фотон прошел расстояние, равное неопределенности положения электрона. Таким образом, время, в течение которого измеряется положение электрона, является неопределенным с

$$\Delta t \approx \frac{\lambda}{c}.$$

Так как мы не можем сказать, передал ли фотон только часть или всю свою энергию $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ электрону, то неопределенность энергии равна

$$\Delta E \approx \frac{hc}{\lambda}.$$

Как и в случае соотношения между неопределенностями координаты – импульса, мы имеем в лучшем случае

$$(\Delta E)(\Delta t) \geq \frac{h}{2\pi}. \quad (3.21)$$

Эта форма принципа неопределенности указывает, что энергия объекта может быть неопределенной по величине ΔE в течение времени $\Delta t \approx \frac{h}{2\pi\Delta E}$. В течение этого времени энергия является неопределенной и может даже не сохраняться.

Итак, мы не можем измерить энергию частицы точно, если измерение не будет продолжаться бесконечно долго. Если измерение энергии проводилось в течение времени Δt , тогда будет неопределенность в величине энергии ΔE . Например, измерение частоты фотона, испускаемого атомным электроном, является измерением энергии, связанной с переходом из возбужденного состояния в основное состояние. Измерение может быть проведено за время сравнимое со временем нахождения электрона в возбужденном состоянии, т.е. со временем жизни возбужденного состояния. Как результат, наблюдаемые линии испускания в частотном спектре должны иметь конечную энергетическую ширину, так как $\Delta E = h\Delta\nu$. Это есть *естественное уширение* линий спектра.

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. - М.: Наука, т. 1- 3, 1977-1989 гг.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. - М.: Наука, т. 1- 6, 1977-1990 гг.
3. Шпольский Э.В. Атомная физика. - М.: Наука, т. 1, 1974 г.
4. Wilson J.D., Buffa A.J. Physics, Third Edition, 1995.