Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ ПОЛИТЕХНИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ

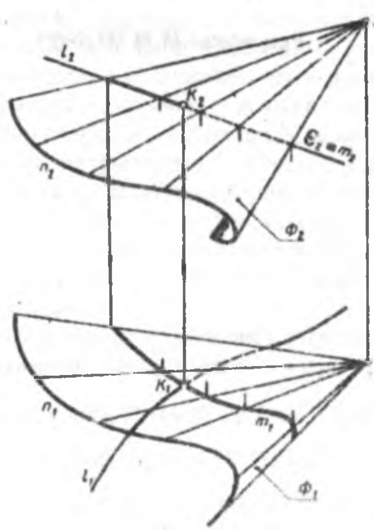
Кафедра "Инженерная графика строительного профиля"

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ С ЭЛЕМЕНТАМИ ПРОГРАММИРОВАННОГО ОБУЧЕНИЯ

по курсу "Начертательная геометрия"
для студентов строительных специальностей

Часть 1

ПОЗИЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ



Минск 1994

УДК ~~515~~(076.8)

Александрович З.И., Блох Ш.А. и др. Методическое пособие с элементами программированного обучения по курсу "Начертательная геометрия" для студентов строительных специальностей. Ч.1. Позиционные задачи.- Мн.:БГПА, 1994.

З.И.Александрович, Ш.А.Блох, К.К.Ляшевич, М.Н.Петрович

Пособие разработано в соответствии с программой курса "Начертательная геометрия" для студентов строительных специальностей вузов и предназначено для организации самостоятельной работы студентов.

В первую часть пособия включены разделы: проецирование геометрических фигур и пересечение фигур. Оно содержит основные теоретические сведения, примеры решения типовых задач, задания самоконтроля знаний и задачи для самостоятельного решения. В приложении приведены ответы на задания самоконтроля и указания к решению задач.

Данное пособие может быть использовано студентами всех форм обучения.

Под редакцией З.И.Александрович

Рецензент И.М.Шуберт

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебное пособие предназначено для самостоятельной работы студентов при подготовке к практическим занятиям и на практических занятиях по начертательной геометрии. Оно составлено в соответствии с программой курса, а также практикой работы кафедры инженерной графики строительного профиля БГПА. Материал курса излагается в соответствии с разработанной и внедренной на кафедре структурно-логической схемой курса начертательной геометрии. В первую часть пособия вошли следующие темы курса: задание на проекционном чертеже основных геометрических фигур (точек, прямых, плоскостей, поверхностей) и основные позиционные задачи (задачи на принадлежность, параллельность и пересечение геометрических фигур). Для каждой темы курса приведены краткие теоретические сведения, примеры решения типовых задач, задание самоконтроля, вопросы для проверки усвоения теоретического материала и задачи для самостоятельного решения.

Особенностью данной работы является наличие ответов на вопросы самоконтроля и к части задач, предназначенных для самостоятельного решения. Все задачи расположены по нарастающей сложности и в пределах каждой темы составляют логическую цепочку. Ответы на них даются в текстовой или графической форме, для некоторых задач приводятся схемы решения, наводящие вопросы, что поможет в самостоятельной работе студентов. Задачи отмеченные звездочкой, являются подытоживающими отдельных разделов темы и должны быть решены самостоятельно, поэтому в пособии их решение не приводится.

Работу с пособием следует начинать после проработки теоретического материала темы по учебнику и конспекту лекций. Проработав теоретический материал, следует проверить степень усвоения его, отвечая на вопросы самоконтроля и на вопросы для повторения.

На практических занятиях необходимо решать задачи для самостоятельного решения в указанной последовательности, не пропуская решения предыдущих задач.

Если при решении задачи встретились затруднения, то можно воспользоваться указаниями которые даются в приложении.

Глава 1. ПРОЕЦИРОВАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР

§ 1. ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ПРОЕЦИРОВАНИЕ

Любую геометрическую фигуру рассматривают как множество всех принадлежащих ей точек. Чтобы получить параллельную проекцию фигуры на плоскости (плоскости проекций), необходимо через каждую точку фигуры провести проецирующие лучи параллельно заранее выбранному направлению до пересечения с Π' (рис. 1).

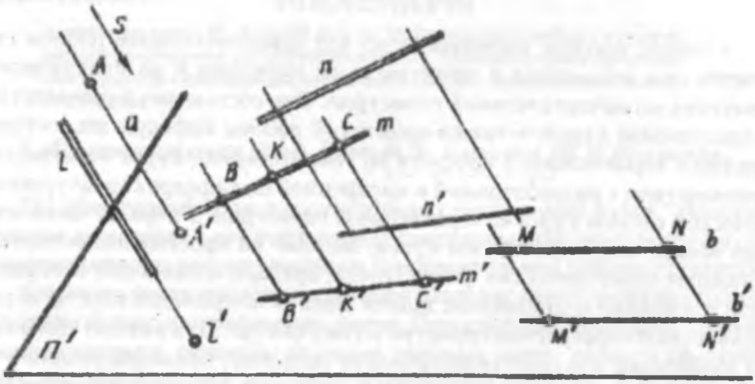


Рис. 1.

Основные свойства параллельного проецирования

1. Проекция точки есть точка.
2. Проекция прямой есть прямая или точка ($l \parallel S \Rightarrow l'$ - точка).
3. $B \in m \Rightarrow B' \in m'$
4. $\dfrac{BK}{KC} = \dfrac{B'C'}{K'C'}$
5. $m \parallel n \Rightarrow m' \parallel n'$
6. $b \parallel \Pi' \wedge |MN| \subset l \Rightarrow |M'N'| = |MN|$

С а м о к о н т р о л ь 1. На рис. 2 показано проецирование ΔABC и ΔKMN на плоскость Π' по направлению S. Какой из треугольников расположен в плоскости, параллельной Π'?

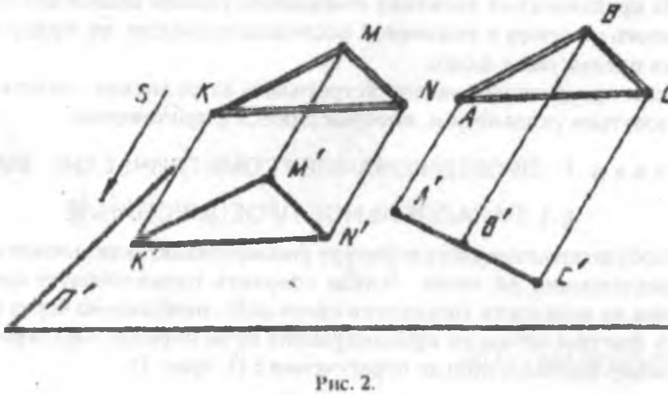


Рис. 2.

1 а. Треугольник KMN (с. 55).

1 б. Треугольник ABC (с. 56).

Таким образом, Вы отметили еще два свойства параллельного проецирования:

7. Если фигура расположена в плоскости, параллельной плоскости проекций, то она проецируется на эту плоскость в натуральную величину.

8. Фигура, принадлежащая проецирующей плоскости, проецируется в отрезок прямой, совпадающей с проекцией плоскости (проецирующая прямая вырождается в точку).

Если направление проецирования $S \perp \Pi'$, получают ортогональные (прямоугольные) параллельные проекции, которыми чаще всего пользуются на практике.

§ 2. ПРОЕКЦИИ ТОЧКИ

Проекцией точки называется точка пересечения проецирующего луча, проходящего через точку, с плоскостью проекций.

Одна проекция точки не определяет положение точки в пространстве. Для получения обратимого чертежа ортогональное проецирование осуществляется на две (и более) перпендикулярные плоскости проекций (рис. 3), которые затем совмещают в одну (метод Монжа). Получается плоское изображение, которое является носителем двух плоскостей. Это изображение называют эпюром или комплексным чертежом.

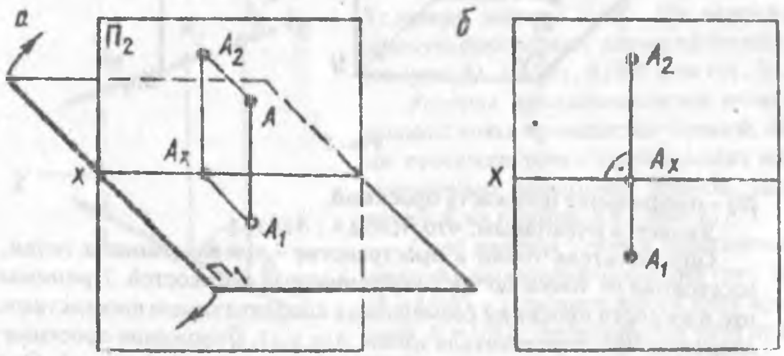


Рис. 3

Π_1 - горизонтальная плоскость проекций, Π_2 - фронтальная плоскость проекций, x - ось проекций.

На эпюре горизонтальная и фронтальная проекции точки связаны вертикальной линией связи, т.е. $A_1A_2 \perp x$.

Положение точки в пространстве определяется ее расстоянием до плоскостей проекций. При этом $[A_1A_x] = [AA_2]$ - показывает расстояние до $П_2$; $[A_2A_x] = [AA_1]$ - показывает расстояние до $П_1$.

С а м о к о н т р о л ь 2. Какая из заданных точек (рис. 4) принадлежит плоскости $П_1$?

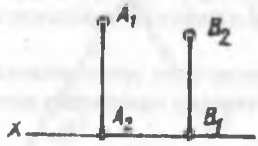


Рис. 4

2а. Точка A (с. 55)
2б. Точка B (с. 56).

Характерным признаком эпюра точки, принадлежащей плоскости проекций, является то, что одна проекция точки принадлежит оси проекций.

На рис. 5 показано получение трехкартинного чертежа точки A.

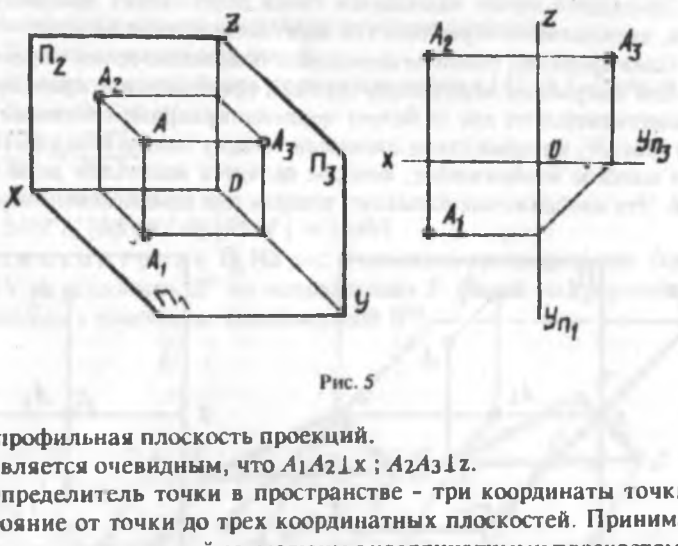


Рис. 5

$П_3$ - профильная плоскость проекций.

Является очевидным, что $A_1A_2 \perp x$; $A_2A_3 \perp z$.

Определитель точки в пространстве - три координаты точки, т.е. расстояние от точки до трех координатных плоскостей. Принимается, что плоскости проекций совмещены с координатными плоскостями. Условная запись определителя точки: $A(x,y,z)$. Положение проекции точки определяют две координаты: $A1(x,y_{П_1})$; $A2(x,z)$; $A3(y_{П_3},z)$. Определителем точки на эпюре является совокупность двух проекций точки: $A(A_1,A_2)$. Координаты точки устанавливаются измерением (рис. 6).

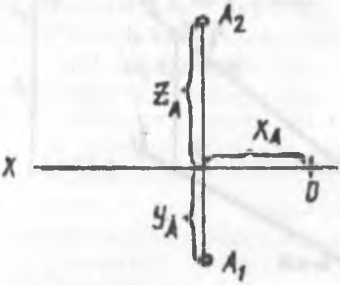


Рис. 6

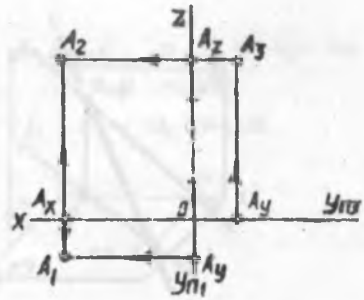


Рис. 7

П р и м е р 1. Построить три проекции точки $A(3, 1, 4)$.

Р е ш е н и е . 1. Координатные плоскости принимаем за плоскости проекций и строим на чертеже оси проекций (рис. 7), отмстив на них масштабные единицы.

2. Последовательно откладываем на соответствующих осях заданные значения $OA_x = 3$, $OA_y = 1$, $OA_z = 4$.

3. Из полученных точек A_x, A_y, A_z проводим прямые, параллельные соответствующим осям, и получаем проекции A_1, A_2, A_3 (см. рис. 7).

§ 3. ПРОЕКЦИИ ПРЯМОЙ

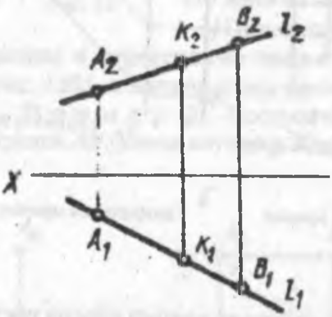


Рис. 8

Определитель прямой: две точки. Условная запись: $l(AB)$. На чертеже прямую определяют двумя проекциями (рис. 8). $l(A_1B_1, A_2B_2)$ или $l(l_1, l_2)$.

Условие принадлежности точки прямой: точка принадлежит прямой, если проекции точки принадлежат одноименным проекциям прямой. (см. точку K на прямой AB - рис. 8).

След прямой - точка пересечения прямой с плоскостью проекций (рис. 9). $H = l \cap \Pi_1$ - горизонтальный след прямой, $V = l \cap \Pi_2$ - фронтальный след прямой.

Заметим, что так как $H \in \Pi_1 \Rightarrow H_2 \in x$; $V \in \Pi_2 \Rightarrow V_1 \in x$.

Прямую, которая не параллельна ни одной из плоскостей проекций, называют *прямой общего положения*. Проекции прямой общего положения всегда наклонены к осям проекций (см. рис. 8, 9).

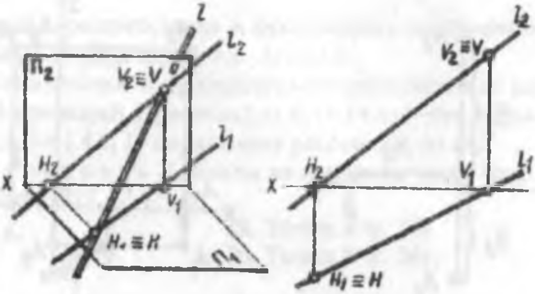
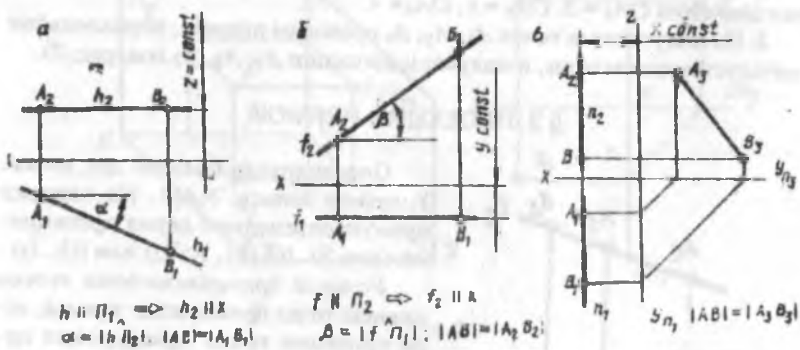


Рис. 9

Прямые частного положения делятся на прямые уровня и проецирующие прямые.

Прямые уровня - прямые, параллельные одной плоскости проекций (рис. 10).



Горизонтальная прямая Фронтальная прямая Профильная прямая

Рис. 10

Таким образом, направление одной проекции прямой уровня постоянно - параллельно направлению оси проекций. Вторая проекция наклонена к оси под углом.

Проецирующие прямые - прямые, перпендикулярные плоскости проекций (рис. 11).

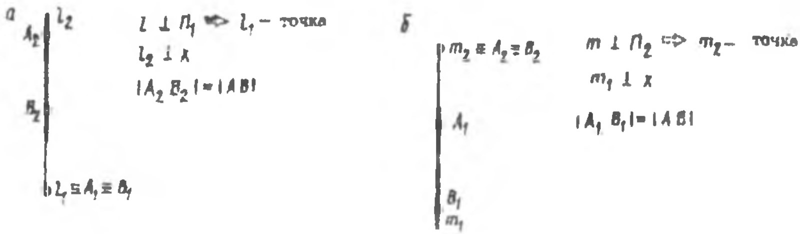


Рис. 11

Таким образом, одна проекция проецирующей прямой - точка, вторая проекция направлена параллельно линиям связи.

Рис. 12

С а м о к о н т р о л ь 3. На рис. 12 изображен отрезок профильной прямой *AB*. Можно ли построить горизонтальную проекцию точки *K*, которая принадлежит отрезку, не построив профильную проекцию отрезка?

3а. Можно (с. 55)

3б. Нельзя (с. 56)

П р и м е р 2. Достроить фронтальную проекцию отрезка горизонтальной прямой *AB* (рис. 13а).

Р е ш е н и е . Так как отрезок *AB* параллелен горизонтальной плоскости, то фронтальная проекция его должна быть параллельна направлению оси x.

Положение фронтальной проекции точки *B* определяем в пересечении линии связи, проведенной с B_1 вертикально (рис. 13б), и направления фронтальной проекции прямой.

П р и м е р 3. Построить проекции фронтально проецирующего отрезка *AB*, длина которого 20 мм (рис. 14а).

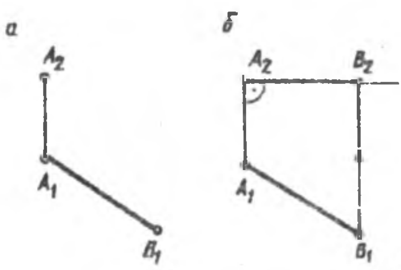


Рис. 13

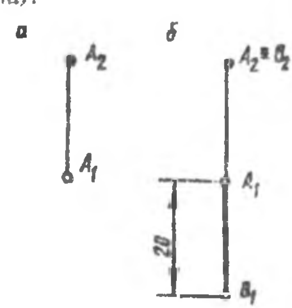


Рис. 14

Р е ш е н и е . У фронтально проецирующей прямой фронтальная проекция вырожденная - точка, а горизонтальная проекция расположена вертикально.

На горизонтальную плоскость проекций отрезок проецируется без искажения.

Выполненные построения ясны на чертеже (рис. 14б).

Взаимное расположение прямых. Прямые параллельны, если одноименные проекции двух прямых параллельны.

Прямые пересекаются, если точки пересечения одноименных проекций двух прямых лежат на одной линии связи.

Если на чертеже отсутствуют признаки параллельности и пересечения, то заданы скрещивающиеся прямые.

С а м о к о н т р о л ь 4 . На каком рисунке изображены скрещивающиеся прямые?

4а. На рис. 15а (с. 55)

4б. На рис. 15б (с. 56)

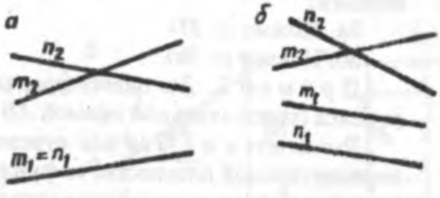


Рис. 15

Теорема о проецировании прямого угла. Если одна сторона прямого угла параллельна, а другая сторона не перпендикулярна плоскости проекций, то прямой угол на эту плоскость проецируется в натуральную величину.

П р и м е р 4 . Через точку A провести прямую a, пересекающую прямую b под прямым углом (рис. 16а).

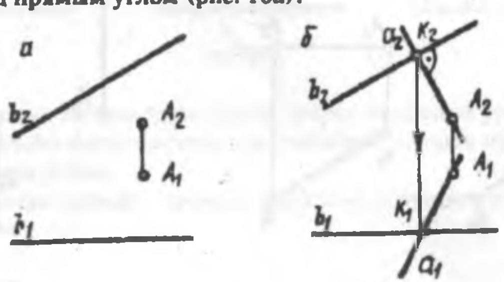


Рис. 16

Р е ш е н и е. 1. Так как прямая b параллельна $П_2$, то на фронтальной проекции величина прямого угла сохранится.

2. Построение начинаем с фронтальной проекции, проведя $a_2 \perp b_2$ (рис. 16 б).

3. Отмечаем фронтальную проекцию точки пересечения прямых - K_2.

4. Строим горизонтальную проекцию точки K - $K_1 \in b_1$.

5. $a_1 = A_1 \cup K_1$.

П р и м е р 5. Через точку A провести горизонтальную прямую, пересекающую отрезок BC (рис. 17 а).

Р е ш е н и е. 1. Так как искомая прямая является горизонтальной, то фронтальная проекция ее должна быть направлена параллельно направлению оси x.

Проводим $a_2 \parallel x$, $a_2 \ni A_2$.

2. Отмечаем фронтальную проекцию точки пересечения прямых: $K_2 = a_2 \cap A_2B_2$ (рис. 17б).

3. Строим горизонтальную проекцию K_1, учитывая сохранение пропорционального деления отрезка на проекциях.

4. $a_1 = A_1 \cup K_1$.

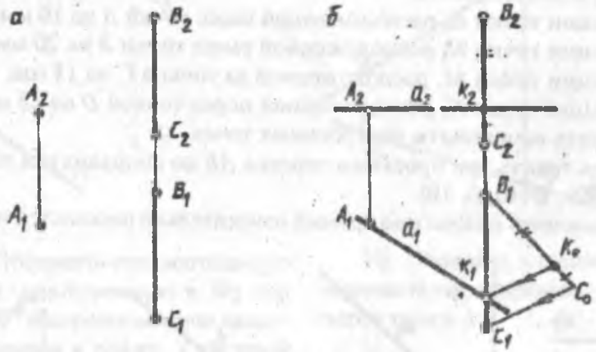


Рис. 17

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. Основные свойства параллельных проекций.

2. Что называют проекцией точки?

3. Что называют проекцией геометрической фигуры?

4. В чем различие между косоугольной и ортогональной параллельной проекцией?

5. В чем сущность "метода Монжа"?

6. Как на эпюре располагаются проекции точки по отношению к осям проекций?

6. Что является характерным для эпюра точек, принадлежащих плоскостям проекций?

7. Какие координаты определяют положение горизонтальной и фронтальной проекций точки?

8. Какая прямая называется прямой общего положения? Как на эпюре располагаются ее проекции?

9. Какие прямые называются прямыми частного положения? Характерные признаки эпюра прямых частного положения.

10. Сформулируйте правило принадлежности точки прямой.

11. Что называется следом прямой линии? Каков порядок построения следов прямой?

12. Как изображаются на чертеже проекции параллельных, пересекающихся прямых?

13. Сформулируйте теорему о проекциях прямого угла.

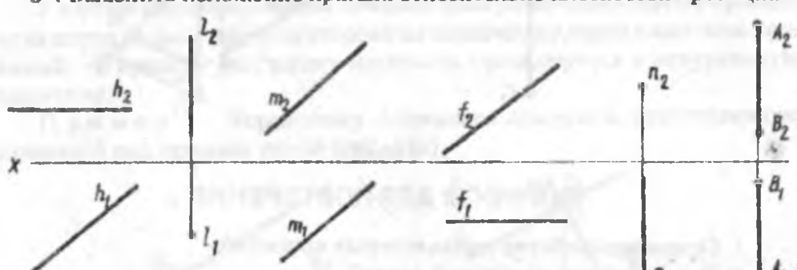
ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Задать две проекции точек $A(80, 10, 40)$, $B(60, 40, 0)$, $C(40, 20, 5)$, $D(20, 10, 20)$. Построить:

проекции точки E, расположенной ниже точки A на 10 мм;
проекции точки N, расположенной выше точки B на 20 мм;
проекции точки M, расположенной за точкой С на 15 мм;
проекции точки K, расположенной перед точкой D на 25 мм.
Записать координаты построенных точек.

2*. Построить три проекции отрезка AB по координатам его концов $A(5, 15, 30)$, $B(40, 0, 10)$.

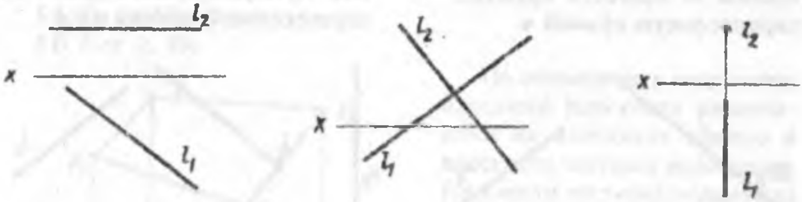
3*. Выяснить положение прямых относительно плоскостей проекций.



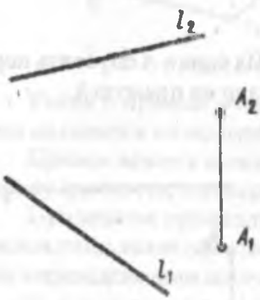
4. Построить две проекции отрезка AB, если $A(60, 5, 20)$, $AB \parallel \Pi_1$, $|AB| = 40$ мм, $AB \hat{} \Pi_2 = 30^\circ$. На отрезке отметить проекции точки M, координата y которой 15 мм.

5*. Построить две проекции отрезка KM, если $K(50, 10, 5)$, $KM \parallel \Pi_2$, $|KM| = 35$ мм, $KM \hat{} \Pi_1 = 45^\circ$.

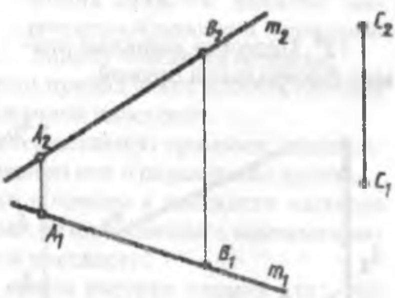
6. Найти следы прямых и обозначить их проекции.



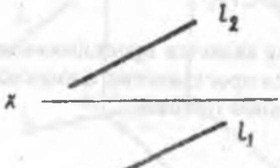
7. Через точку A построить фронтальную прямую, пересекающую прямую l.



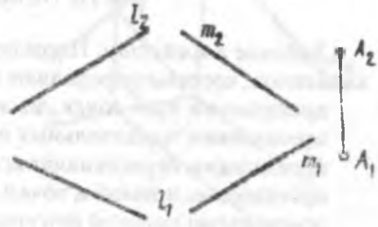
8. Через точку C провести прямую n так, чтобы точка K пересечения прямых m и n делила отрезок AB в отношении 1 : 3.



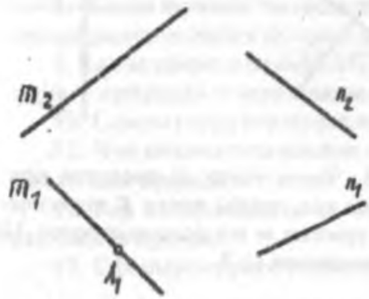
9*. Построить горизонтальную прямую, наклоненную к Π_2 под углом 30° и пересекающую заданную прямую в точке, у которой y = 15 мм.



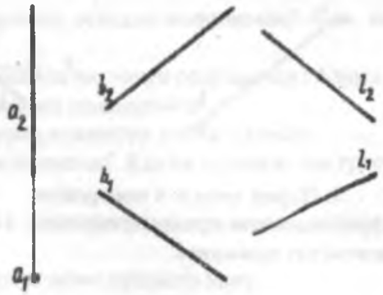
10. Пересечь заданные прямые горизонтальной прямой, проходящей через точку A(?, A_2).



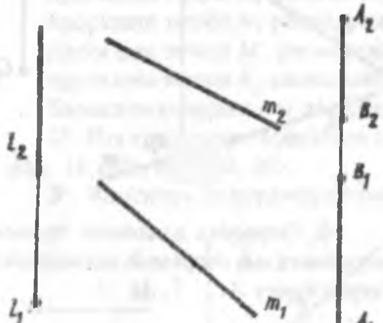
11. Через точку $A(A_1,\ \ ?)$ прямой m провести прямую, параллельную прямой n.



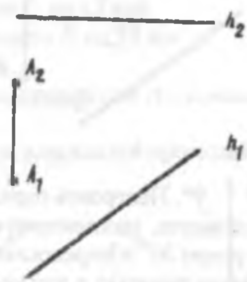
12*. Построить проекции прямой m, параллельной прямой l и пересекающей прямые a и b.



13*. Пересечь заданные прямые фронтальной прямой.



14*. Из точки A опустить перпендикуляр на прямую h.



§ 4. ПРОЕКЦИИ ПЛОСКОСТИ

Задание плоскости. Плоскость на чертеже задается проекциями ее элементов, которые определяют положение ее в пространстве, а именно:

проекциями трех точек, не лежащих на одной прямой;
проекциями параллельных прямых;
проекциями пересекающихся прямых;
проекциями прямой и точки вне этой прямой;
проекциями плоской фигуры;
следами.

С а м о к о н т р о л ь 5. Определите, лежит ли ломаная $ABCD$ в одной плоскости (рис. 18)

5 а. Да (с. 55)

5 б. Нет (с. 56).

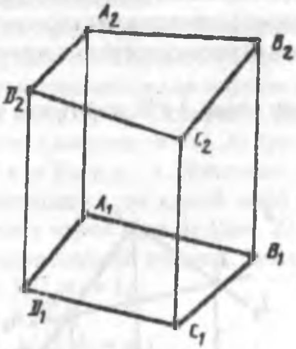


Рис. 18

По отношению к плоскостям проекций плоскости разделяются на плоскости общего и плоскости частного положения. Плоскости частного положения могут быть перпендикулярными к одной из плоскостей (проецирующие) или к двум плоскостям одновременно (плоскости уровня). Опознавательным признаком плоскости частного положения является наличие вырожденной проекции (проекции-линии) плоскости на эпюре.

Точка и прямая в плоскости. Точка принадлежит плоскости, если она находится на прямой, лежащей в данной плоскости.

Прямая лежит в плоскости, если она пересекается с прямыми, задающими эту плоскость, или пересекается с одной из них и параллельна другой.

Признаком принадлежности точки и прямой к плоскости частного положения является совмещение на эпюре их проекций с одноименными вырожденными проекциями данной плоскости.

С а м о к о н т р о л ь 6. На каком рисунке прямая $n(n_1, n_2)$ принадлежит плоскости $\Gamma(l \cap m)$?

6 а. На рис. 19 а (с. 55)

6 б. На рис. 19 б (с. 56).

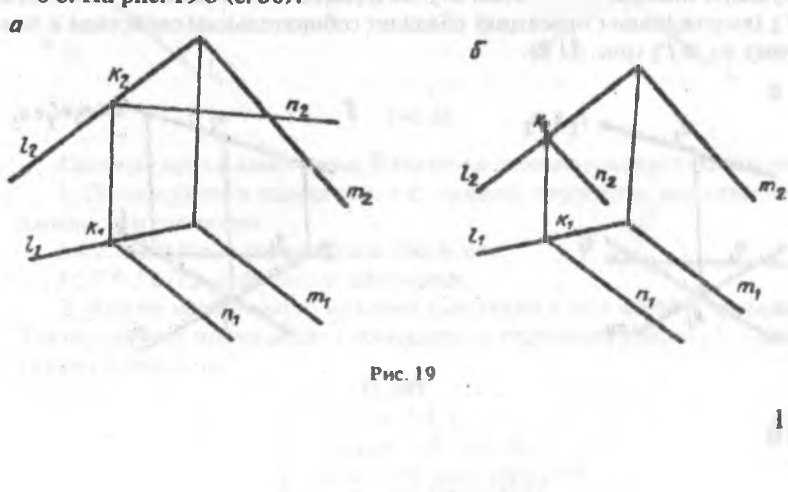


Рис. 19

Пример 6. Построить горизонтальную проекцию прямой $n(?, n_2)$, лежащей в плоскости $\Gamma(l \cap m)$ (рис. 20 а).

Решение. 1. Прямые одной плоскости либо пересекаются, либо параллельны. Так как фронтальная проекция прямой n пересекает фронтальные проекции прямых l и m, то эти прямые в пространстве пересекаются.

2. Отмечаем фронтальные проекции точек пересечения прямых $l_2 \cap n_2 = A_2$; $m_2 \cap n_2 = B_2$.

3. Строим горизонтальные проекции точек A и B, учитывая что $A_1 \in l_1$; $B_1 \in m_1$.

4. $n_1 = A_1 \cup B_1$ (см. рис. 20 б).

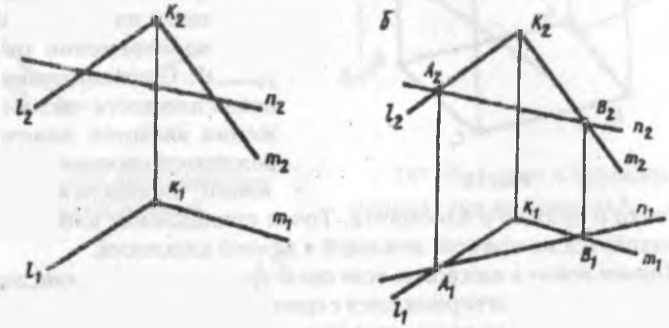


Рис. 20

Пример 7. Построить фронтальную проекцию прямой $n(n_1, ?)$, принадлежащей плоскости $\Gamma(l \cap m)$ (рис. 21 а).

Решение. Так как фронтальные проекции прямых l и m совпадают, то заданная плоскость $\Gamma(l \cap m)$ является фронтально проецирующей плоскостью. В этом случае фронтальная проекция плоскости, Γ_2 (вырожденная проекция) обладает собирательным свойством и поэтому $n_2 \equiv \Gamma_2$ (рис. 21 б).

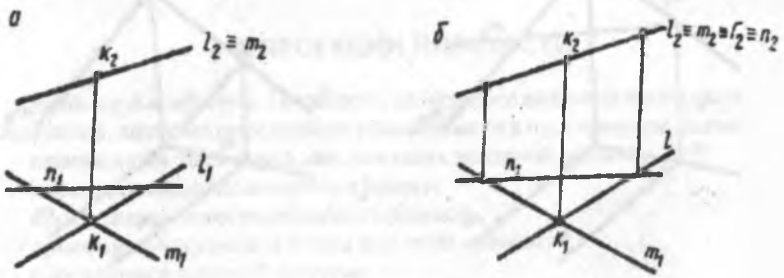


Рис. 21

Следует отметить, что для плоскости общего положения на эпюре произвольно можно задавать только одну проекцию любой прямой, принадлежащей плоскости. Вторую проекцию этой прямой необходимо строить, учитывая, что прямые одной плоскости либо пересекаются, либо параллельны.

Для проецирующей плоскости достаточно совпадения соответствующей проекции прямой с вырожденной проекцией плоскости, чтобы эта прямая принадлежала плоскости.

П р и м е р 8. Построить фронтальную проекцию точки K, принадлежащей плоскости $\Gamma(l, A)$ (рис. 22 а).

Р е ш е н и е . 1. Известно, что точка принадлежит плоскости, если она находится на какой-либо прямой, лежащей в данной плоскости. Поэтому через K_1 и A_1 (рис. 22 б) проводим горизонтальную проекцию вспомогательной прямой, лежащей в данной плоскости.

2. $l_1 \cap m_1 = 1_1$.

3. $1_2 \in l_2$

4. $1_1 \cup A_2 = m_2$

5. $K_2 \in m_2$

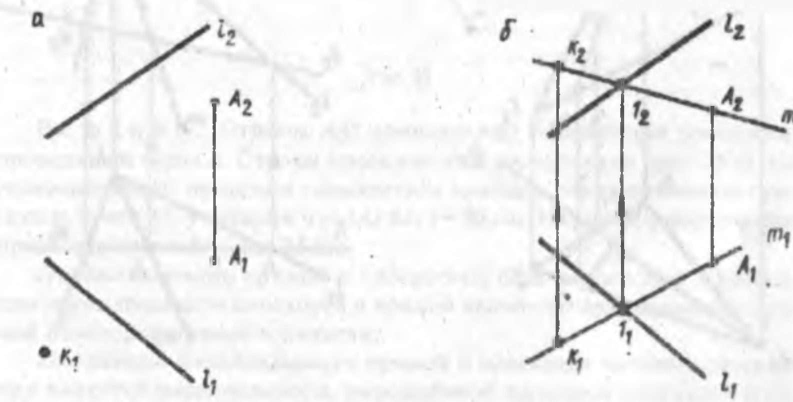


Рис. 22

Главные линии плоскости. К главным линиям плоскости относятся:

1. Линии уровня плоскости, т.е. прямые плоскости, параллельные плоскостям проекций

$h \subset \Gamma \wedge h \parallel \Pi_1$ — горизонталь плоскости;

$f \subset \Gamma \wedge f \parallel \Pi_2$ — фронталь плоскости.

2. Линии наибольшего наклона плоскости к плоскостям проекций. Такие прямые принадлежат плоскости и перпендикулярны к линиям уровня плоскости.

Для построения горизонтали h плоскости Г(АВС) (рис. 23) необходимо:

1. $h_2 \parallel x$, т.к. $h \parallel \Pi_1$.
2. $h_2 \cap B_2C_2 = 1_2$.
3. $1_1 \in B_1C_1$.
4. $h_1 = A_1 \cup 1_1$.

На рис. 23 построены проекции линии наибольшего наклона плоскости $\Gamma(ABC)$ к плоскости Π_1. B_1K_1 h_1, т.к. $BK \perp h \wedge h \parallel \Pi_1$ (согласно теореме о проекциях прямого угла). Линию наибольшего наклона плоскости к плоскости Π_1 называют линией ската.

Аналогично на рис. 24 построены проекции фронтали $f(f_1, f_2)$ и линии наибольшего наклона плоскости $\Gamma(l \cap m)$ к плоскости Π_2.

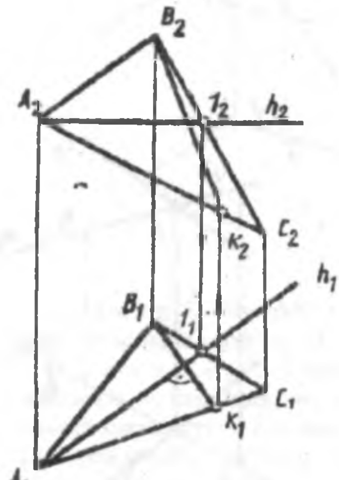


Рис. 23

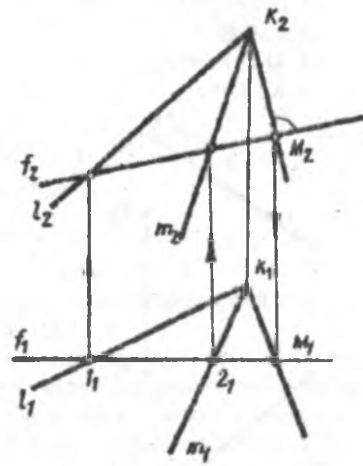


Рис. 24

С а м о к о н т р о л ь 7. Можно ли считать заданной плоскость, если на эпюре задана линия ската плоскости?

7 а. Можно (с. 55)

7 б. Нельзя (с. 56).

П р и м е р 9. Построить проекции отрезка AM, принадлежащего плоскости $\Gamma(ABC)$, зная что $AM \parallel \Pi_1$ и величина отрезка AM равна 30 мм (рис. 25)

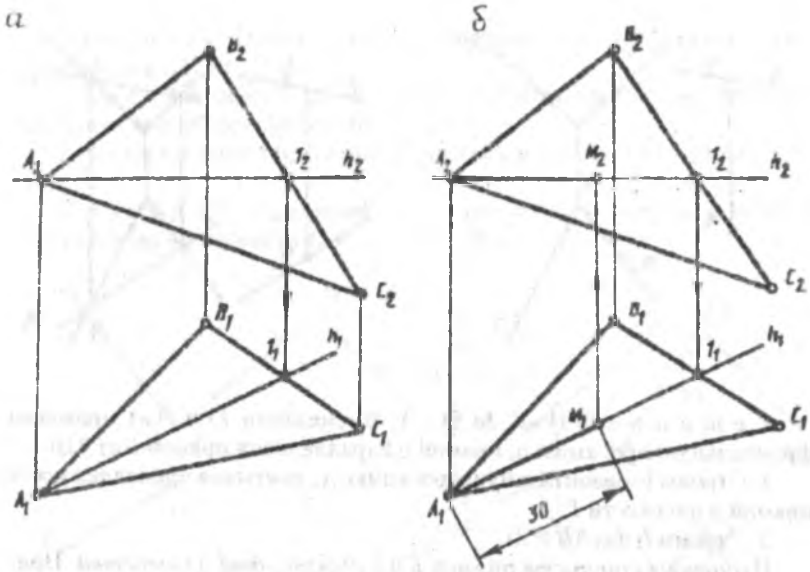


Рис. 25

Р е ш е н и е . Отрезок *AM* принадлежит горизонтали плоскости, проходящей через *A*. Строим проекции этой горизонтали (рис. 25 а). На горизонтальной проекции горизонтали находим горизонтальную проекцию точки *M*, учитывая что $[A_1 M_1] = 30$ мм. Находим фронтальную проекцию точки *M* (рис. 25 б).

Параллельность прямой и плоскости, двух плоскостей. Признаком параллельности плоскости и прямой является параллельность прямой некоторой прямой плоскости.

Признаком параллельности прямой и плоскости частного положения является параллельность вырожденной проекции плоскости соответствующей проекции прямой.

Признаком параллельности двух плоскостей является параллельность двух пересекающихся прямых одной плоскости, соответственно, двум пересекающимся прямым второй плоскости. Признаком параллельности плоскостей частного положения является взаимная параллельность одноименных вырожденных проекций. У параллельных плоскостей одноименные линии уровня взаимно параллельны.

П р и м е р 10. Построить горизонтальную проекцию прямой l, проходящей через точку *A* и параллельной плоскости $Г(m \cap n)$ (рис. 26 а).

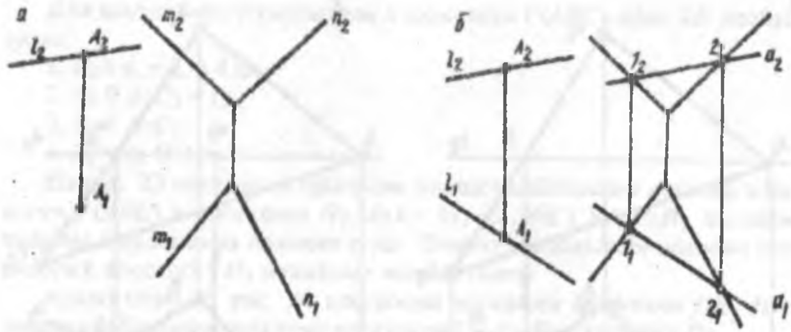


Рис. 26

Р е ш е н и е . (Рис. 26 б). 1. В плоскости $\Gamma(m \cap n)$ проводим фронтальную проекцию a_2 прямой a параллельной прямой $l (a_2 \parallel l_2)$.

2. Строим горизонтальную проекцию a_1, учитывая принадлежность прямой a плоскости Γ.

3. Строим $l_1 \parallel a_1 \wedge l_1 \ni A_1$.

Перпендикулярность прямой и плоскости, двух плоскостей. Прямая, перпендикулярная плоскости, изображается на фронтальной проекции перпендикулярной к фронтали плоскости, на горизонтальной - к горизонтали плоскости.

Две плоскости взаимно перпендикулярны, если каждая из них проходит через перпендикуляр к другой плоскости.

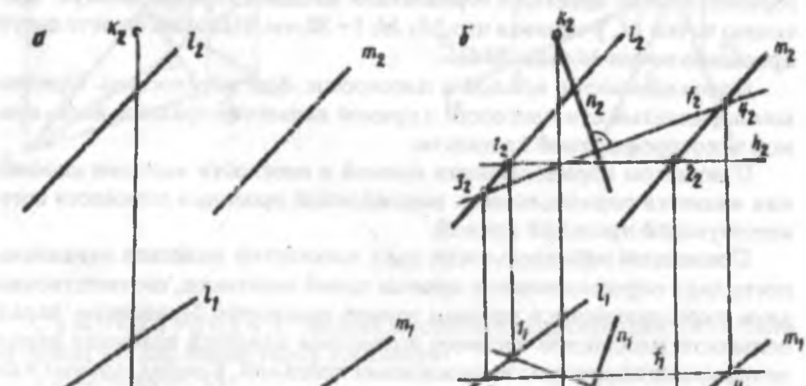


Рис. 27

П р и м е р 11. Опустить перпендикуляр из точки K на плоскость $\Gamma(l \parallel m)$ (рис. 27 а).

Р е ш е н и е (рис. 27 б). 1. Проводим произвольные горизонталь и фронталь данной плоскости (рис. 27 б).

2. Затем проводим проекции перпендикуляра $n_2 \ni K_2 \wedge n_2 \perp f_2$;

$$n_1 \ni K_1 \wedge n_1 \perp h_1.$$

П р и м е р 12. Через прямую $l(l_1, l_2)$ провести плоскость, перпендикулярную к плоскости $\Gamma(a \quad b)$ (рис. 28 а).

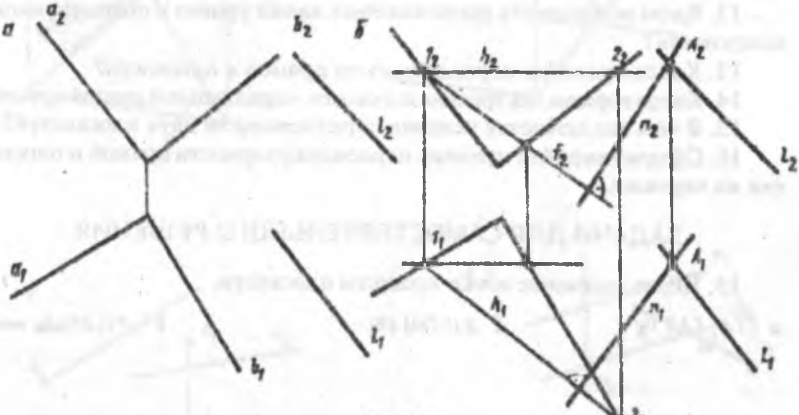


Рис. 28

Р е ш е н и е (рис. 28 б). 1. Строим произвольные горизонталь и фронталь плоскости Γ.

2. Выбираем на прямой l произвольную точку A.

3. Из точки A опускаем перпендикуляр $n(n_1, \eta_2)$ на плоскость Γ. Это перпендикуляр совместно с прямой l определяют искомую плоскость $\Delta(l \cap n) \perp \Gamma(a \cap b)$.

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. Перечислите способы задания плоскости в пространстве и на чертеже.

2. Что называется следом плоскости, точкой схода следов плоскости?

3. Как построить на чертеже точку, принадлежащую данной плоскости?

4. Какими построениями можно убедиться в том, что данная точка принадлежит данной плоскости? То же относительно любой прямой.

5. Какие линии в плоскости называются горизонталями, фронталями? Как построить на чертеже линии уровня плоскости?

6. Что называется линией наибольшего наклона плоскости? Как строятся проекции этой линии?

7. Перечислите возможные случаи расположения плоскости в пространстве.

8. Какой признак характерен для эпюра проецирующей плоскости?

9. Какой признак на чертеже характерен для плоскости уровня?

10. Каким свойством обладает проекция-линия (вырожденная проекция) плоскости частного положения?

11. Признак принадлежности точки и линии плоскости частного положения на чертеже.

12. В чем особенность расположения линий уровня в проецирующих плоскостях?

13. Каково условие параллельности прямой и плоскости?

14. Каков порядок построения плоскости, параллельной данной прямой?

15. В чем заключается условие параллельности двух плоскостей?

16. Сформулируйте признак перпендикулярности прямой и плоскости на чертеже.

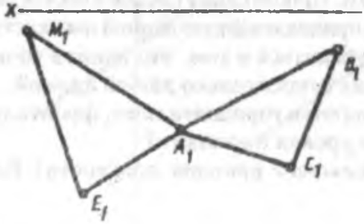
ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

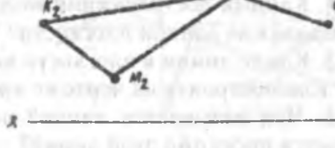
15. Через заданные точки провести плоскости.

а $\Gamma(A, l) \perp \Pi_2$ б $\Sigma(l \cap m) \parallel \Pi_1$ в $\Psi(CEF)$ - общ. полож.

16*. Построить фронтальную проекцию треугольников, если $\Gamma(ABC) \parallel \Pi_1$; $\Sigma(AME) \perp \Pi_2$ $Z_A = 15$ мм, $(\Sigma \; \Pi_1) = 45^{\circ}$

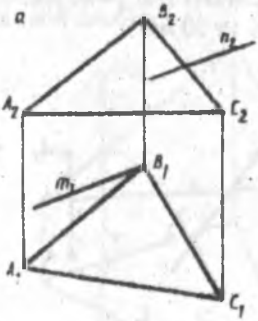
17*. Построить проекции квадрата $ABCE$ и горизонтальную проекцию треугольника AMK, если $У_A = 25$ мм; $У_K = 55$ мм, $\Gamma(ABC) \parallel \Pi_2$; $\Sigma(AMK) \perp \Pi_1$.



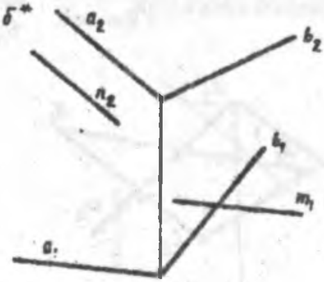


18. Построить недостающие проекции прямых m и n, принадлежащих заданным плоскостям

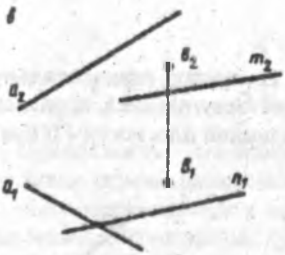
а



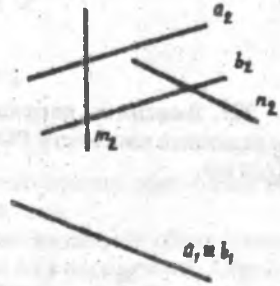
б*



в

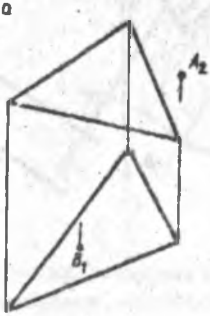


г)

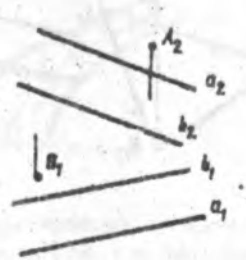


19. Определить недостающие проекции точек A и B, принадлежащих заданной плоскости: а) с помощью любой прямой, б) с помощью горизонтали

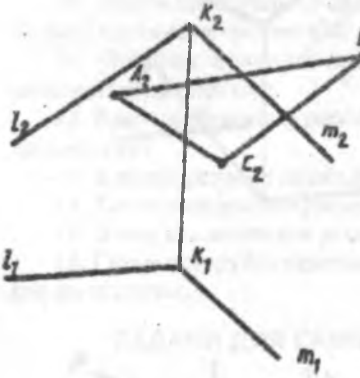
а



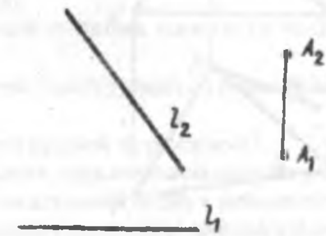
б



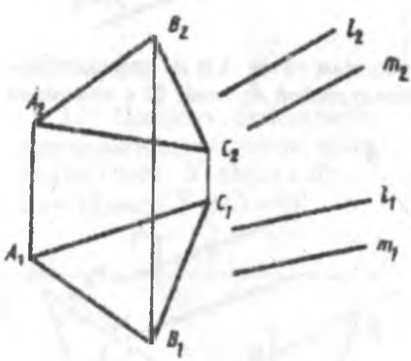
20*. Построить недостающую проекцию ΔABC, принадлежащего заданной плоскости.



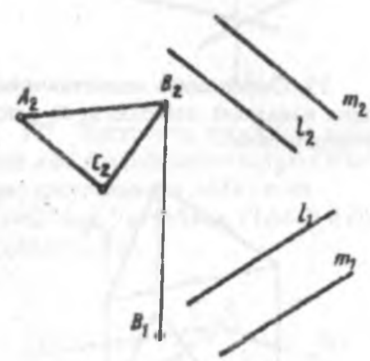
21. Построить в плоскости $\Gamma(A, l)$ треугольник ABC, если точка A его вершина, $AC \parallel \Pi_1$; $|AC| = 40$ мм; $BC \parallel \Pi_2$; $|BC| = 30$ мм.



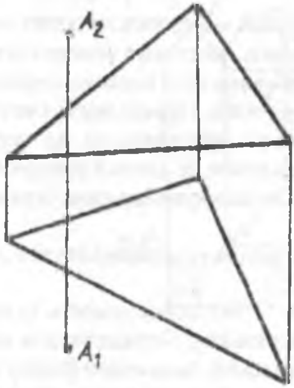
22*. Выяснить, параллельны ли заданные плоскости $\Gamma(ABC)$ и $\Sigma(l \parallel m)$.



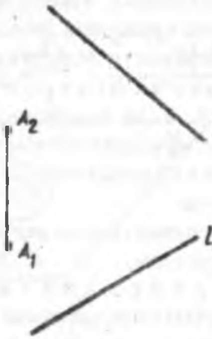
23. Построить горизонтальную проекцию треугольника, параллельного заданной плоскости $\Gamma(l \parallel m)$.



24. Через точку A построить прямую n, перпендикулярную заданной плоскости.



25. Через точку A провести плоскость, перпендикулярную прямой l.



§ 5. ПОВЕРХНОСТЬ

Общие сведения

Поверхность - это совокупность последовательных положений непрерывно перемещающейся в пространстве линии.

Перемещающуюся в пространстве линию называют образующей. Она может быть прямой, кривой, постоянной или переменной. Образующей может быть также поверхность (рис. 29).

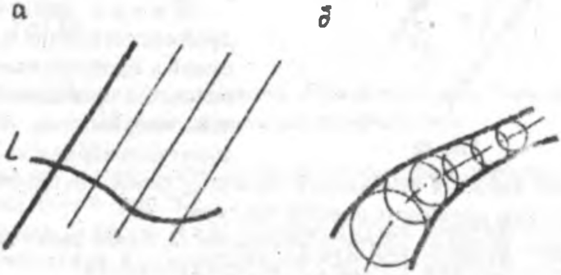


Рис. 29

Закон перемещения может быть оговорен словесно (вращательное, поступательное, винтовое) и задан направляющей, т.е. неподвижной линией, по которой скользит перемещающаяся образующая.

Поверхность, которая может быть получена перемещением прямой линии, называют линейчатой (рис. 29 а).

Поверхность, образующей которой может быть только кривая, называют кривой (рис. 29 б).

По признаку перемещения образующей поверхности делят на поверхности вращения, поверхности переноса, винтовые поверхности.

Поверхности делят также на развертываемые и неразвертываемые.

З а д а н и е п о в е р х н о с т и н а ч е р т е ж е. Поверхность считается заданной, если в отношении любой точки пространства на чертеже однозначно решается вопрос о принадлежности ее данной поверхности.

Точка принадлежит поверхности, если она принадлежит линии поверхности.

Поверхность на чертеже может быть задана ее определителем, очерком, каркасом.

О п р е д е л и т е л ь поверхности — это совокупность условий, однозначно определяющих данную поверхность. Определитель поверхности состоит из двух частей: геометрической, задающей форму образующей и направляющей, и алгоритмической, определяющей условия перемещения или же изменения образующей.

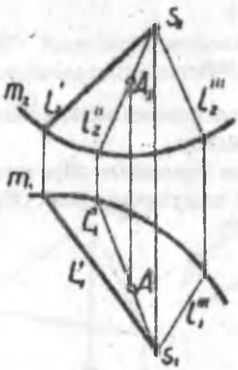


Рис. 30

На рис. 30 задана поверхность конуса. Ее определителем является направляющая m и образующая l, пересекающая кривую m и проходящая через неподвижную точку S.

Точка A принадлежит данной поверхности, так как она принадлежит линии l'' этой поверхности.

О ч е р к поверхности — это линия пересечения плоскости проекций с проецирующей на данную плоскость проекций цилиндрической поверхностью, огибающей заданную поверхность (рис. 31).

Линию касания огибающей проецирующей поверхности с данной поверхностью называют линией контура.

Проекцию линии контура на плоскость, перпендикулярную данной плоскости проекций, называют линией видимости.

Линия контура, так же как и линия видимости, делит поверхность на ее видимую и невидимую части в проекции на данную плоскость.

К а р к а с поверхности — это совокупность линий, принадлежащих поверхности (рис. 32).

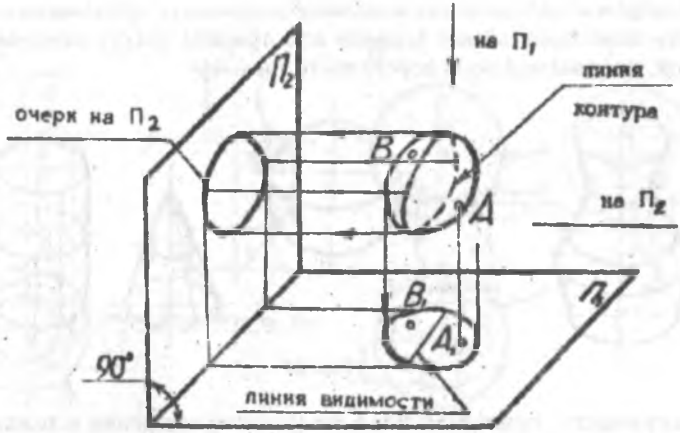
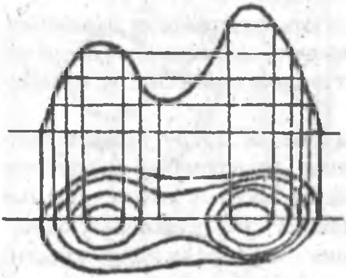


Рис. 31



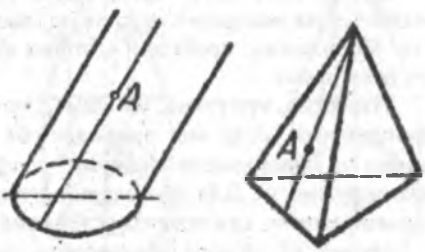


Рис. 32 Рис. 33

Линейчатые поверхности. Поверхности вращения. Точка и линия на поверхности

Линейчатые поверхности — это те, у которых образующей может быть прямая линия (рис. 33).

К ним относят торсы, и как частный случай цилиндрические, конические, призматические и пирамидальные поверхности. Эти поверхности развертываемые.

Неразвертываемые линейчатые поверхности это поверхности с плоскостью параллелизма - цилиндроид, коноид, гиперболический параболоид (косая плоскость).

Поверхностью вращения называют поверхность, образованную вращением некоторой линии (кривой или прямой) вокруг неподвижной прямой, называемой осью поверхности (рис. 34).

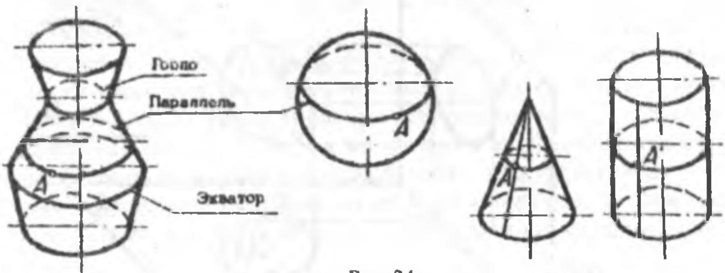


Рис. 34

Окружности, принадлежащие поверхности вращения и лежащие в плоскостях, перпендикулярных оси поверхности, называют параллелями поверхности. Параллель наименьшего радиуса - горло, наибольшего - экватор.

Любая плоскость, проходящая через ось поверхности вращения, выделяет на поверхности кривую, называемую меридианом поверхности. Меридианы, проекции которых дают очерки поверхности, называют главными.

Известно, что точка, например, точка *A* на рис. 33, 34, принадлежит поверхности, если она принадлежит линии поверхности. В качестве линии на поверхности выбирают графически простые линии - прямые или окружности. Для линейчатых поверхностей - это будут образующие - прямые линии, для поверхностей вращения - параллели - окружности.

На рис. 35, 36 показано решение задач на построение ортогональных проекций точки *A*, принадлежащей поверхности.

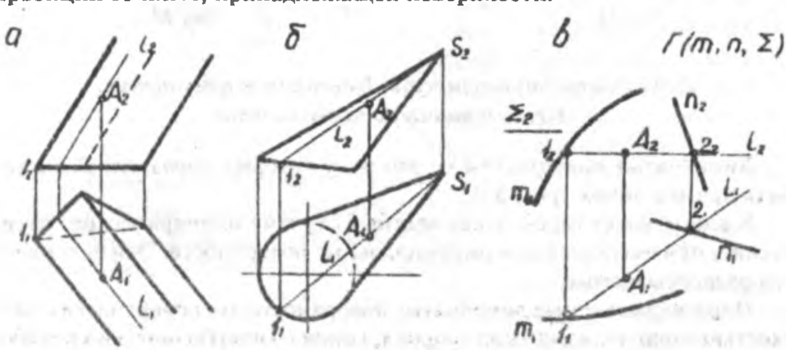


Рис. 35

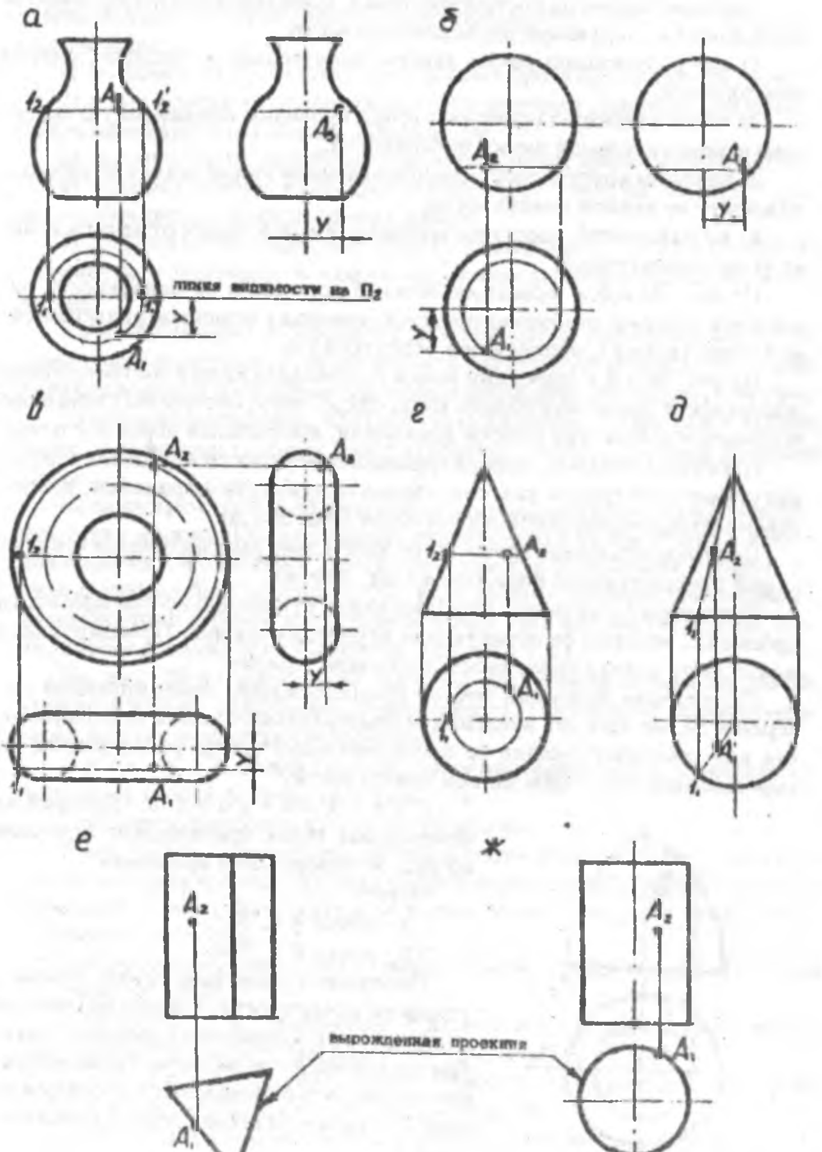


Рис. 36

Решение задачи на построение точки, принадлежащей поверхности, проводится в следующей последовательности:

1) одну проекцию точки задаем произвольно в пределах очерка поверхности;

2) через заданную проекцию точки проводим одноименную проекцию вспомогательной линии поверхности;

3) находим другую проекцию проведенной линии исходя из принадлежности ее данной поверхности;

4) на найденной проекции вспомогательной линии отмечаем искомую проекцию точки.

На рис. 35 а,б,в проекции точки *A* построены на поверхности наклонной призмы, наклонного конуса, коноида с помощью прямолинейной образующей *l*, проходящей через точку *A*.

На рис. 36 а,б,в проекции точки *A*, принадлежащей соответственно поверхности вращения общего вида, сфере, тору, построены с помощью вспомогательной окружности-параллели, проходящей через эту точку.

Проекции точки *A*, принадлежащей поверхности кругового конуса, могут быть построены как с помощью окружности-параллели, так и с помощью прямолинейной образующей (рис. 36 г,д).

Поверхность может занимать относительно данных плоскостей проекций проецирующее положение (рис. 36 е,ж).

Поверхность является проецирующей относительно той плоскости проекций, которой ее образующие перпендикулярны. Проецирующей может быть только поверхность цилиндра, призмы.

Построение проекций точки, принадлежащей проецирующей поверхности, не требует введения вспомогательных линий поверхности, так как соответствующие ее проекции будут всегда расположены на вырожденной проекции данной поверхности.

С а м о к о н т р о л ь 8. Которая из отмеченных точек принадлежит заданной на рис. 37 поверхности вращения?

Ответ:

8 а - точка А (с. 55)

8 б - точка В (с. 56).

Построение проекций линии, принадлежащей поверхности, принципиально не отличается от построения проекций точки, принадлежащей поверхности. Различие состоит в том, что определяются проекции не одной, а множества точек, принадлежащих линии.

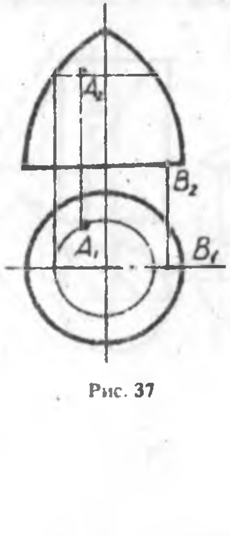


Рис. 37

Если задана одна проекция линии, принадлежащей поверхности, то решение задачи на построение второй проекции этой линии сводится к следующему:

1) на заданной проекции линии задают проекции некоторых точек;

2) через проекции отмеченных точек проводят одноименные проекции вспомогательных линий поверхности;

3) строят вторую проекцию вспомогательных линий поверхности;

4) находят вторую проекцию отмеченных точек на соответствующих проекциях вспомогательных линий;

5) соединяют построенные проекции отмеченных точек с учетом их видимости и получают искомую проекцию заданной на поверхности линии.

Если необходимо определить проекции линии, принадлежащей проецирующей поверхности, то построения значительно упрощаются за счет наличия вырожденной проекции, обладающей собирательным свойством.

Необходимо отметить, что следует внимательно отнестись к выбору точек, с помощью которых будет строиться вторая проекция заданной линии.

Если нужно строить ломаную линию, то обязательно нужно построить точки излома. Обязательному построению подлежат также точки, лежащие на характерных линиях поверхности (очерковых линиях, ребрах многогранной поверхности). Если заданы закономерные кривые, то необходимо строить характерные точки этой кривой (вершины, точки, определяющие оси симметрии, кривой и т.д.).

На рис. 38–42 приведены примеры построения проекций линий, принадлежащих различным поверхностям. Проследите за выполненными на этих рисунках построениями.

П р и м е р 1 3. Задана фронтальная проекция линий, принадлежащих поверхности данного тела (рис. 38).

Требуется построить их другие проекции.

Р е ш е н и е. Боковая поверхность тела - горизонтально проецирующая, поэтому горизонтальные проекции отмеченных на фронтальной проекции точек 1-10 находим на вырожденной проекции тела, т.е. на горизонтальном очерке.

Их профильные проекции строим по двум проекциям - фронтальной и горизонтальной.

Точки 3, 5, 7, 9 - случайные, с их помощью определяют кривизну полученных в профильной проекции кривых.

П р и м е р 1 4. Задана горизонтальная проекция линии, принадлежащей поверхности кругового конуса (рис. 39).

Требуется построить отсутствующие проекции этой линии.

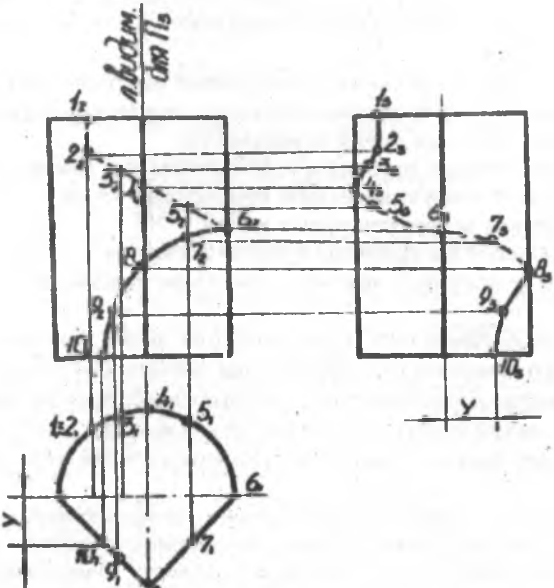


Рис. 38

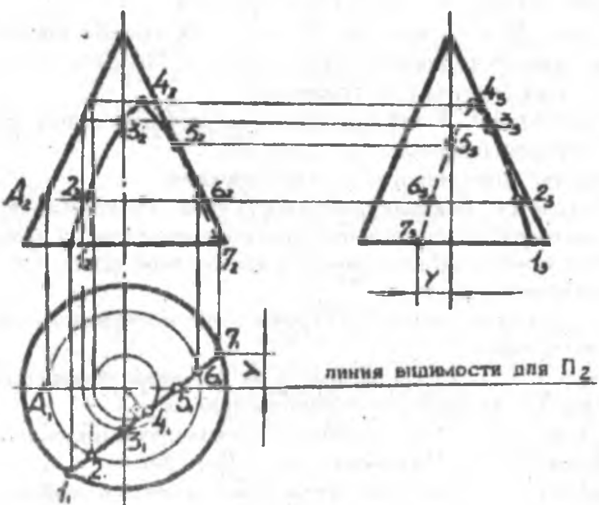


Рис. 39

Р е ш е н и е. Конус - поверхность общего вида. Заданная линия гипербола. Ее вершина определяется точкой 4. Точка 5 определяет видимость кривой во фронтальной проекции, точка 3 - в профильной. Их проекции отмечаем на главных меридианах поверхности. Случайные точки 2, 6 и высшую точку 4 строим с помощью окружностей-параллелей, проведенных через эти точки.

П р и м е р 1 5. Задана фронтальная проекция двух линий, принадлежащих поверхности сферы (рис. 40).

Требуется построить их горизонтальную и профильные проекции.

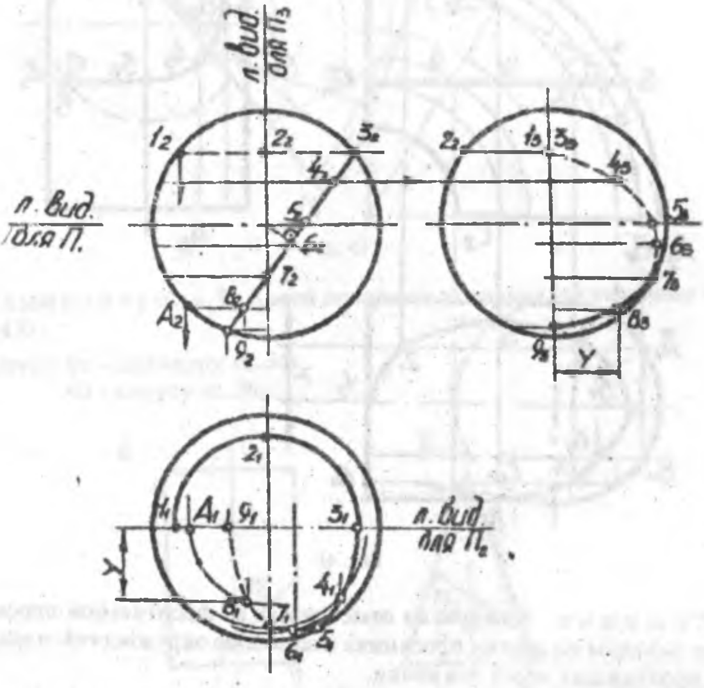


Рис. 40

Р е ш е н и е. Сфера - поверхность общего вида. Каждая из этих линий - половина окружности. Полуокружность 3-9 изображается в горизонтальной и профильной проекциях в виде половины эллипсов. Точки 9, 3 определяют одну ось эллипса, точка 6 - другую полуось. В качестве вспомогательных линий при построении проекций отмеченных точек использованы окружности-параллели сферы.

П р и м е р 1 6. Задана фронтальная проекция двух линий, принадлежащих поверхности тора (рис. 41).

Требуется построить их горизонтальную и профильные проекции.

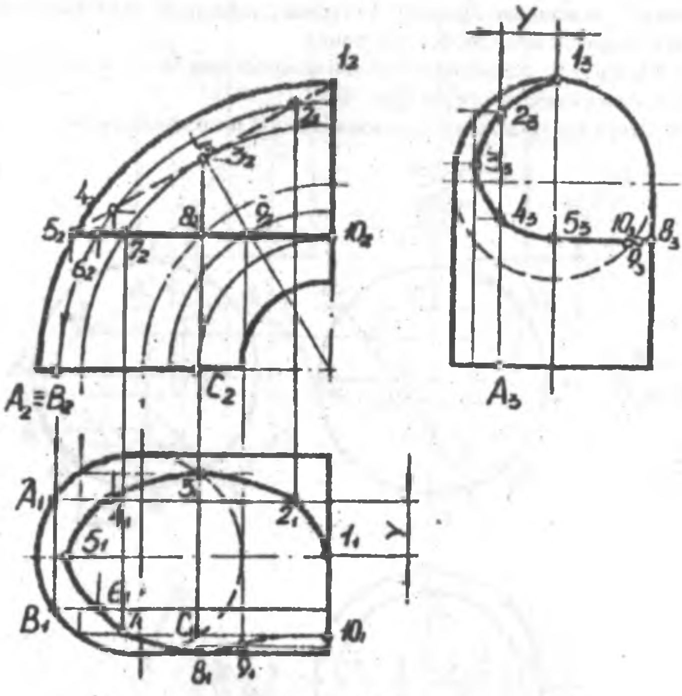


Рис. 41

Р е ш е н и е. Каждую из отмеченных во фронтальной проекции точек находим на других проекциях с помощью окружностей-параллелей, проходящих через эти точки.

Точка 8 определяет видимость кривой 5-10 в горизонтальной проекции. Точка 3 характерна для кривой 1-5.

П р и м е р 1 7. Задана фронтальная проекция линии l, принадлежащей поверхности гиперболического параболоида - косой плоскости (рис. 42). Требуется построить ее горизонтальную проекцию.

Каждую из отмеченных во фронтальной проекции точек 1-4 кривой определяем с помощью прямолинейных образующих поверхности.

Видимость кривой l в горизонтальной проекции не устанавливаем, считая поверхность гиперболического параболоида прозрачной.

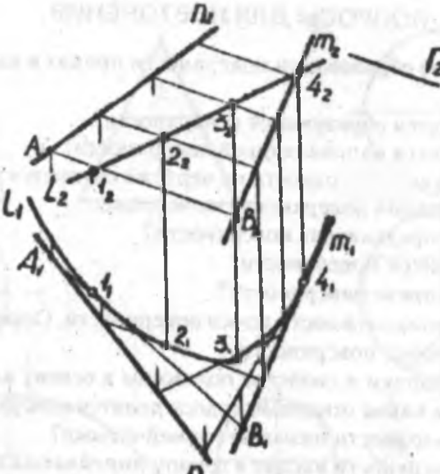


Рис. 42

С а м о к о н т р о л ь 9. Какой поверхности принадлежит кривая *n*? (рис. 43)

Ответ: 9а - цилиндру (с. 55).
9б - конусу (с. 56).

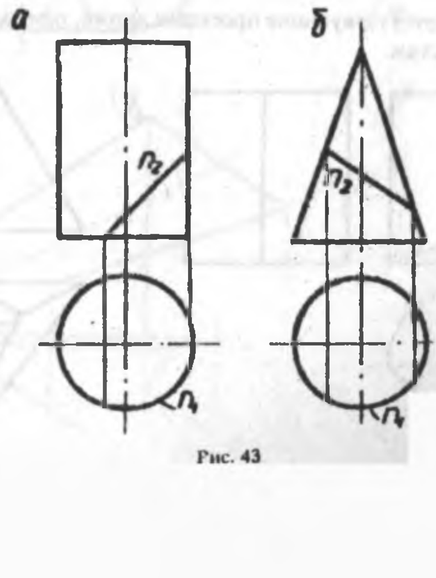


Рис. 43

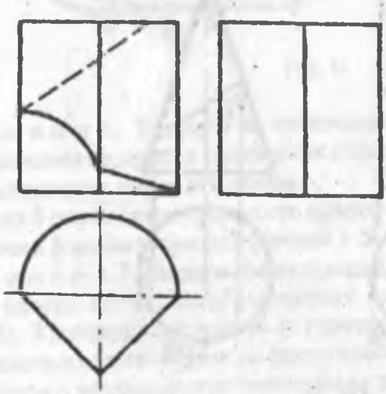
ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. Какой способ образования поверхности принят в начертательной геометрии?
2. Что называется образующей поверхности?
3. Что называется направляющей поверхности?
4. В каком случае поверхность на чертеже считается заданной?
5. Способы задания поверхности на чертеже.
6. Что такое определитель поверхности?
7. Что такое очерк поверхности?
8. Что такое каркас поверхности?
9. Признак принадлежности точки поверхности. Определение видимости проекций точек поверхности.
10. Какие признаки и свойства положены в основу классификации поверхностей. На какие основные классы делятся поверхности?
11. Какие поверхности называют линейчатыми?
12. Какие поверхности входят в группу линейчатых поверхностей с плоскостью параллелизма?
13. Какие линии поверхности вращения называются параллелями, меридианами, экватором, горлом, главным меридианом?
14. Как построить проекции точки и линии, принадлежащих многогранной поверхности, кривой поверхности?

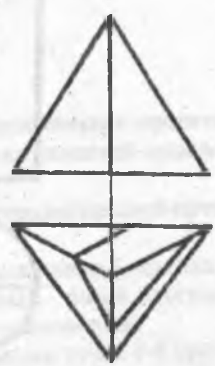
ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

26. Построить отсутствующие проекции линий, принадлежащих заданным поверхностям.

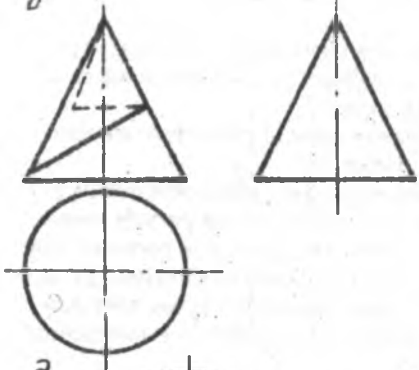
а



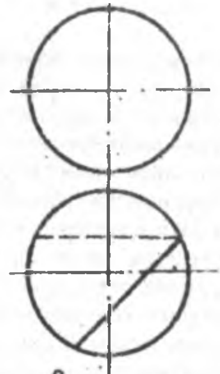
б)



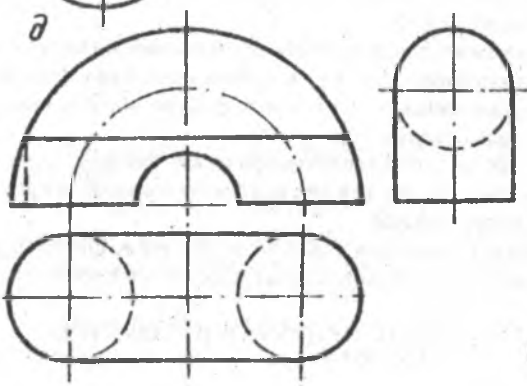
в



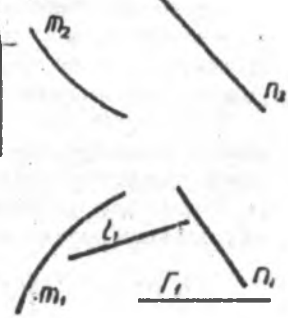
г



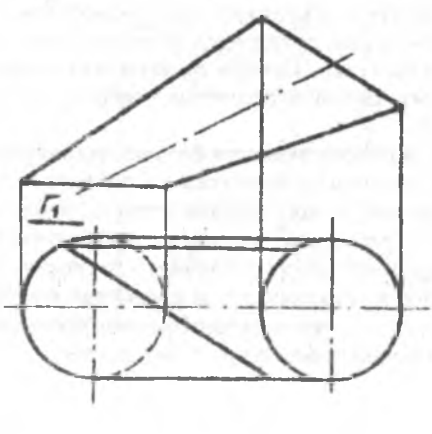
д



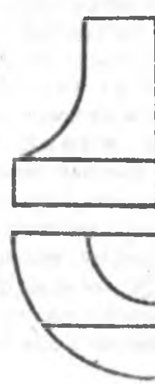
е



ж



з



Глава 2. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ФИГУР

Фигурой пересечения прямой и плоскости является точка, двух плоскостей - прямая линия, прямой и поверхности - две точки, плоскости и поверхности - кривая или ломаная линия.

Среди множества точек, принадлежащих кривым пересечения, выделяют характерные и случайные точки.

Алгоритм построения точек общих для двух пересекающихся фигур различен в зависимости от того, какое положение эти фигуры занимают относительно данных плоскостей проекций, общее или проецирующее.

Если обе пересекающиеся фигуры или одна из них проецирующие, то алгоритм решения упрощается, так как в этом случае одна или две проекции искомой фигуры пересечения совпадают с вырожденными проекциями проецирующих фигур.

Другие проекции искомых точек фигуры пересечения находят по двум отмеченным их проекциям или же, в случае если одна фигура проецирующая, по принадлежности этих точек фигуре общего вида, участвующей в данном пересечении.

В том случае, если пересекаются две геометрические фигуры общего вида, то для получения точек общих для них используют способ посредников, плоскостей или поверхностей.

Рассмотрим три варианта решения задач на пересечение фигур при их различном положении относительно данных плоскостей проекций.

§ 6. ПЕРЕСЕКАЮТСЯ ДВЕ ПРОЕЦИРУЮЩИЕ ФИГУРЫ (СЛУЧАЙ 1)

Если пересекаются две фигуры, занимающие относительно данных плоскостей проекций проецирующее положение, то две проекции искомой фигуры пересечения совпадают с вырожденными проекциями проецирующих фигур, третью проекцию находят по двум отмеченным.

Пример 18. Построить линию пересечения поверхности цилиндра с плоскостью Γ (рис. 44).

Решение. Анализируя пересекающиеся фигуры, устанавливаем, что боковая поверхность цилиндра горизонтально проецирующая, а плоскость Γ фронтально проецирующая. Отсюда следует, что горизонтальная проекция фигуры пересечения совпадает с вырожденной проекцией цилиндра, т.е. с окружностью, фронтальная - со следом Γ_2.

Наметив на фронтальной и горизонтальной проекциях фигуры пересечения ряд точек (точки 1-5), строим их профильные проекции (см. значение У для точки 4). Кривой пересечения будет эллипс.

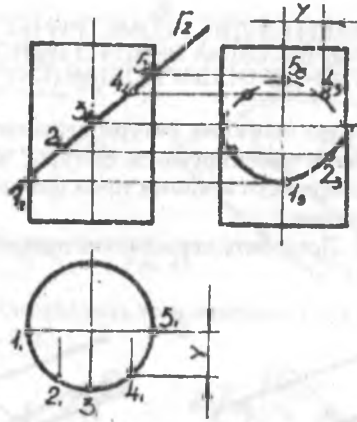


Рис. 44

П р и м е р 1 9. Построить линию пересечения двух цилиндров (рис. 45).

Р е ш е н и е. Меньший цилиндр горизонтально проецирующий, больший - профильно проецирующий, следовательно горизонтальные и профильные проекции точек, принадлежащих линии пересечения, могут быть отмечены на соответствующих вырожденных проекциях цилиндров.

Фронтальную проекцию искомой линии находим по двум имеющимся проекциям (см. 2_1, 2_3, 2_2 и 4_1, 4_3, 4_2).

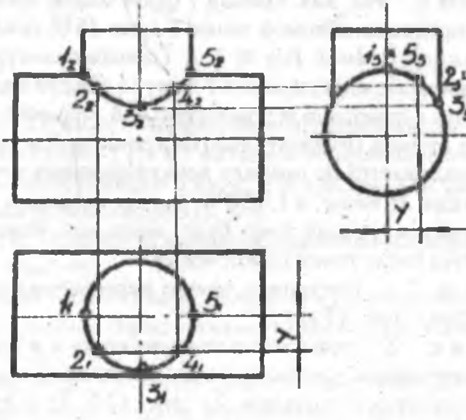


Рис. 45

§ 7. ПЕРЕСЕКАЮТСЯ ДВЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФИГУРЫ, ИЗ КОТОРЫХ ОДНА ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ, ДРУГАЯ - ПРОЕЦИРУЮЩАЯ (СЛУЧАЙ 2)

В этом случае одна проекция фигуры пересечения совпадает с вырожденной проекцией проецирующей фигуры, другую ее проекцию находим по принадлежности искомых точек фигуре общего вида, участвующей в пересечении.

П р и м е р 2 0. Построить пересечение прямой l с плоскостью $\Gamma(m \quad n)$ (рис. 46 а).

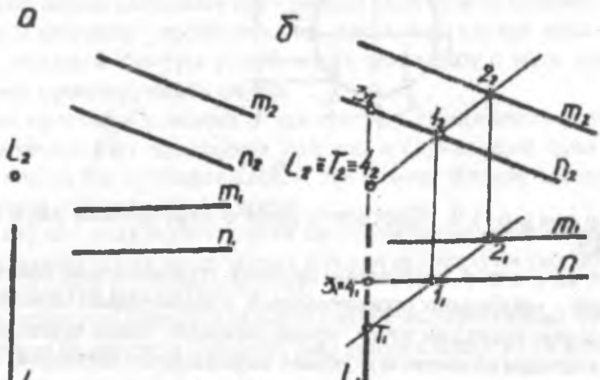


Рис. 46

Р е ш е н и е. Так как прямая l фронтально проецирующая, то фронтальная проекция искомой точки T (рис. 46 б) совпадает с вырожденной проекцией прямой $l(l_2 \equiv T_2)$. Горизонтальную проекцию T_1 находим по принадлежности точки T фигуре общего вида, т.е. плоскости Γ. Делаем это с помощью вспомогательной прямой 1-2.

Видимость прямой l относительно безграничной непрозрачной плоскости Γ устанавливается по правилу конкурирующих точек (см. $3_1 \equiv 4_1$; 3_2, 4_2). Проекция 3_2 выше, а (.) $3 \in \Gamma$, значит проекция l_1 в окрестности выбранных конкурирующих точек будет невидима. Видимость проекции прямой меняется после точки пересечения.

П р и м е р 2 1. Построить линию пересечения двух плоскостей $\Sigma(\Sigma_2)$ и $\Gamma(n \cap m)$ (рис. 47 а).

Р е ш е н и е. Σ - горизонтальная плоскость и в тоже время фронтально проецирующая, следовательно, фронтальная проекция линии пересечения совпадает со следом Σ_2 (рис. 47 б $\Sigma_2 \equiv h_2$), горизонтальную проекцию строим по принадлежности этой линии фигуре общего вида, т.е. плоскости Γ.

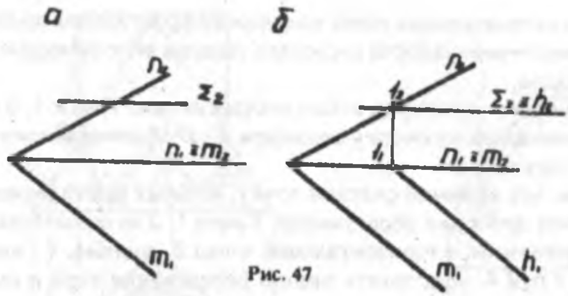


Рис. 47

Пример 22. Определить точки пересечения прямой l с поверхностью конуса (рис. 48).

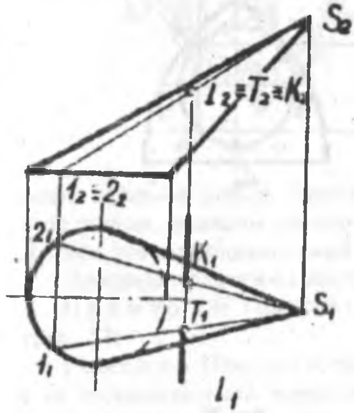


Рис. 48

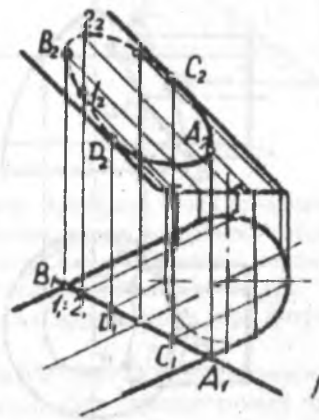


Рис. 49

Решение. Прямая l - фронтально проецирующая, значит $l_2 \equiv T_2 \equiv K_2$. Проекции T_1 и K_1 находим по принадлежности искомых точек T, K поверхности общего вида, т.е. конусу, для чего используем вспомогательные образующие S-1, S-2.

Пример 23. Построить линию пересечения наклонного цилиндра с плоскостью Γ (рис. 49).

Искомая линия будет кривой. Плоскость Γ - горизонтально проецирующая, следовательно, горизонтальная проекция искомой кривой совпадает со следом Γ_1.

Отмечаем на следе Γ_1 точки, подлежащие определению во фронтальной проекции, выделив при этом обязательно точки, принадлежащие очерковым образующим.

Каждую из отмеченных точек находим во фронтальной проекции по принадлежности поверхности цилиндра. Делаем это с помощью образующих цилиндра.

Проследите по чертежу за этими построениями. Точки *A*, *B* принадлежат горизонтальному очерку цилиндра, *C*, *D* - фронтальному очерку. Точки 1, 2 - случайные.

Заметим, что видимой считаем точку, которая принадлежит видимой на данной проекции образующей. Точки 1, 2 во фронтальной проекции обе невидимы, в горизонтальной точка 2 - видима, 1 - невидима.

П р и м е р 2 4. Построить линию пересечения тора и цилиндра (рис. 50).

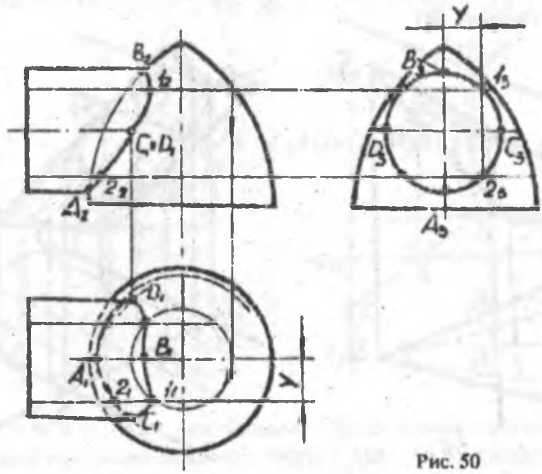


Рис. 50

Цилиндр - профильно проецирующий, следовательно с его профильной проекцией совпадает профильная проекция искомой линии пересечения.

Намечаем на ней точки, подлежащие определению в других проекциях, и находим каждую из них по принадлежности фигуре общего вида, т.е. поверхности тора. Делаем это с помощью окружностей - параллелей.

Точки *A*, *B*, *C*, *D* - характерные. Точки *C*, *D* определяют видимость кривой в горизонтальной проекции. Точки 1, 2 - случайные.

П р и м е р 2 5. Построить линию пересечения пирамиды и цилиндра (рис. 51).

Р е ш е н и е: Цилиндр - горизонтально проецирующий, следовательно с его горизонтальной проекцией совпадает горизонтальная про-

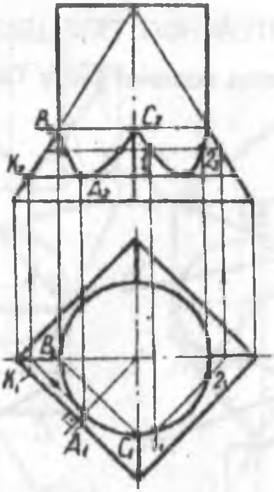


Рис. 51

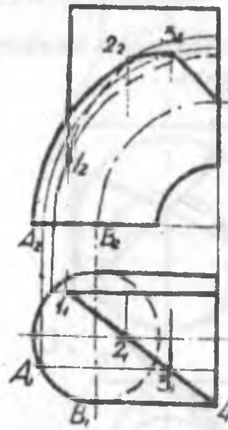


Рис. 52

екция искомой линии. Фронтальные проекции точек, отмеченных на этой линии, находим по принадлежности их поверхности пирамиды. Делаем это с помощью линий, параллельных основанию пирамиды.

Проследите за этими построениями на примере точек 1, 2.

П р и м е р 2 6. Построить линию пересечения тора и призмы (рис. 52).

Р е ш е н и е. Призма - горизонтально проецирующая, следовательно с ее горизонтальной проекцией совпадает горизонтальная проекция искомой линии пересечения.

Намечаем на ней точки 1-4, подлежащие определению во фронтальной и профильной проекциях.

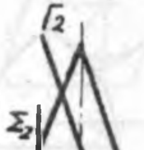


Рис. 53

Точка 3 - случайная. Ее фронтальная проекция построена с помощью окружности - параллели, проведенной через эту точку. Радиус параллели для точки 3 определяется положением точки *A*.

Точка 2 принадлежит фронтальному очерку тора.

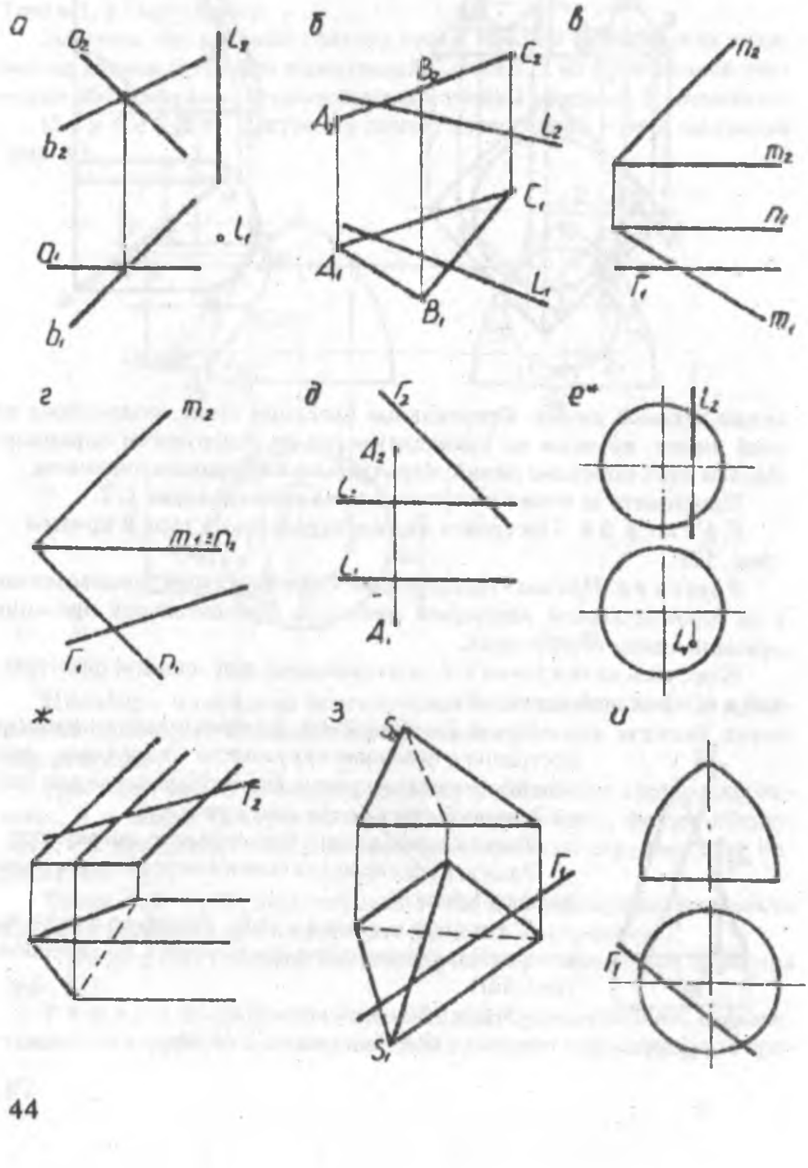
Радиус параллели для точки 4 определяется положением точки *B*.

С а м о к о н т р о л ь 1 0. Назовите плоскость, которая пересекает поверхность конуса по гиперболе (рис. 53).

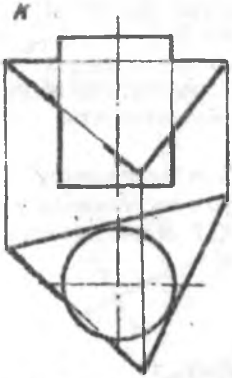
Ответ: 10 а - плоскость *Г* (с. 55).
10 б - плоскость Σ (с. 56).

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

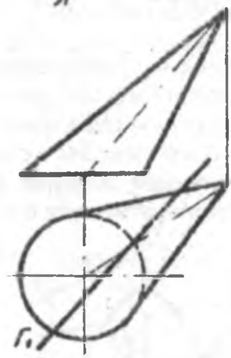
27. Построить проекции пересечения заданных фигур. Определить видимость.



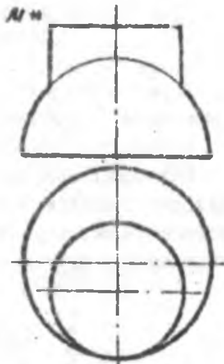
К



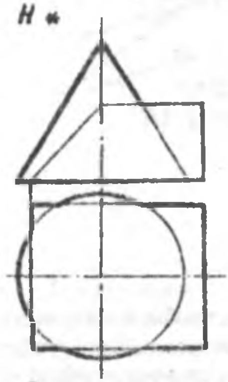
Л



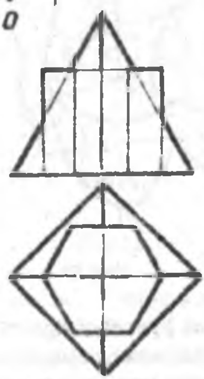
М и



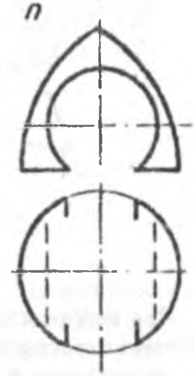
Н и



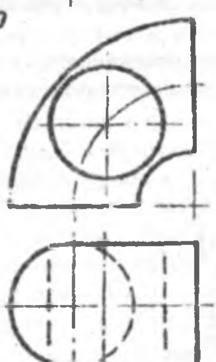
О



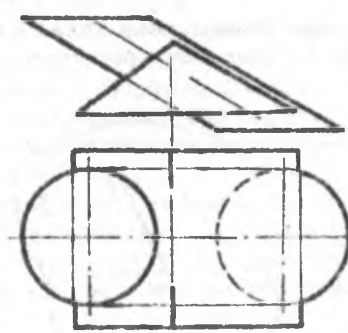
П



Р



С



§ 8. ПЕРЕСЕКАЮТСЯ ДВЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФИГУРЫ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ (СЛУЧАЙ 3)

Для построения проекций их пересечения используют способ посредников. Посредником может быть плоскость или поверхность.

Сущность способа посредников следуюшая.

Обе заданные фигуры Γ и θ (рис. 54) пересекают посредником Σ, находят линии m и n пересечения заданных фигур с посредником и в пересечении полученных линий отмечают точки K, T, общие для пересекающихся фигур.

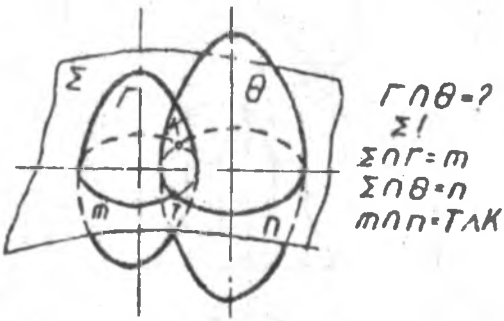


Рис. 54

При выборе посредника руководствуются тем, чтобы линии, получаемые в пересечении посредника с заданными фигурами, были графически простыми. Количество посредников зависит от вида пересекающихся фигур.

В случае пересечения прямой с плоскостью или поверхностью плоскость-посредник, чаще всего проецирующую, проводят через прямую (рис. 55).

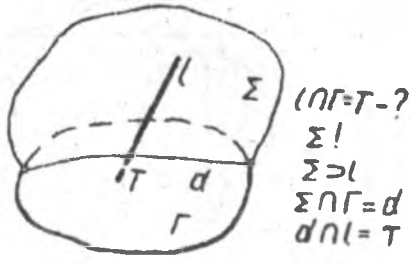


Рис. 55

Использование плоскостей посредников

Пример 27. Определить точку пересечения прямой l с плоскостью $\Gamma(m \parallel n)$ (рис. 56 а).

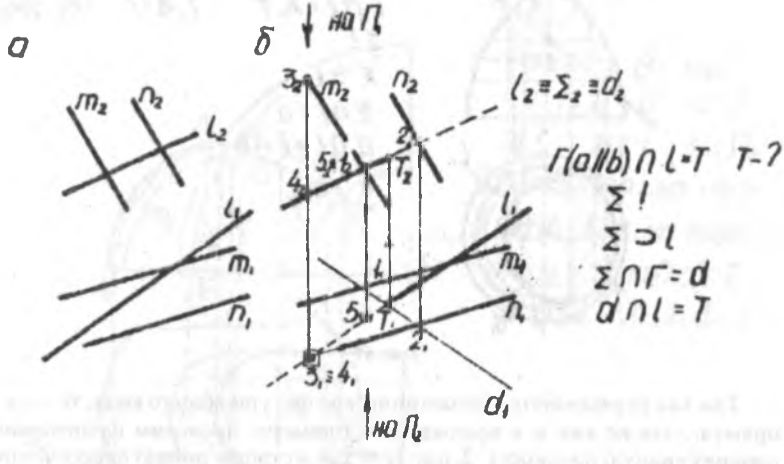


Рис. 56

Так как прямая l и плоскость Γ - фигуры общего вида, то для решения задачи используют способ посредников.

Посредник, плоскость Σ, проводим через прямую l (см. рис. 56 б $l_2 \equiv \Sigma_2$) и строим линию пересечения посредника с заданной плоскостью Γ, линию d. Линию d определяют точки 1, 2.

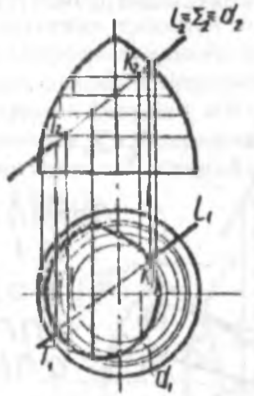
В пересечении линии d с заданной прямой l отмечаем искомую точку $T(T_1, T_2)$.

Видимость прямой l относительно непрозрачной плоскости Γ устанавливаем по правилу конкурирующих точек. Так видимость прямой l в горизонтальной проекции определяем с помощью горизонтально конкурирующих точек 3, 4 (см. $3_1 \equiv 4_1$).

Так как точка 3, принадлежащая прямой m, т.е. плоскости Γ, во фронтальной проекции расположена выше, чем точка 4, принадлежащая прямой l, то плоскость Γ закрывает в горизонтальной проекции прямую l, а, следовательно, прямая l в этой части чертежа невидима.

Во фронтальной проекции видимость прямой l относительно непрозрачной плоскости Γ устанавливаемой по фронтально конкурирующим точкам $5_2 \equiv 1_2$. Так как проекция $5_1 \in l_1$ ближе к глазу наблюдателя, чем проекция $1_1 \in m_1$, т.е. Γ, то прямая l в этой части чертежа видима.

Пример 28. Определить точки пересечения прямой l с поверхностью вращения (рис. 57).



Γ - пов. вр.

$\Gamma \cap l = K, T$ $\quad$ $T, K - ?$

$\Sigma!$

$\Sigma \supset l$

$\Sigma \cap \Gamma = d$

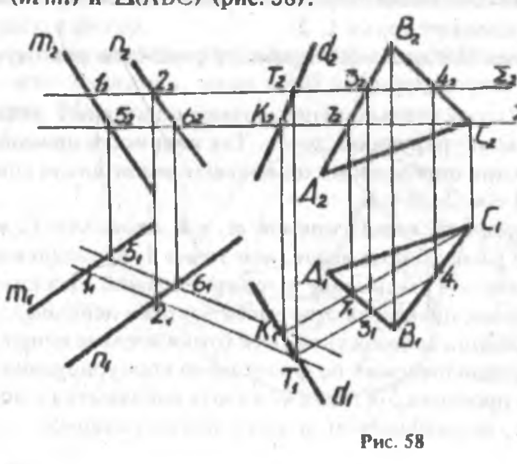
$d \cap l = T \wedge K$

Рис. 57

Так как пересекаются геометрические фигуры общего вида, то через прямую, также как и в предыдущем примере, проводим фронтально проецирующую плоскость Σ (см. $l_2 \equiv \Sigma_2$) и строим линию пересечения плоскости-посредника с поверхностью вращения, линию d (см. $\Sigma_2 \equiv d_2$). В пересечении полученной линии d с прямой l отмечаем искомые точки T и K (см. $d_1 \cap l_1 = T_1, K_1$).

Проекции T_1, K_1, T_2 - видимые, K_2 - невидимая.

Пример 29. Определить линию пересечения двух плоскостей $\Gamma(m \parallel n)$ и $\Delta(ABC)$ (рис. 58).



$\Gamma(m \parallel n) \cap \Delta(ABC) = d$

$d - ?$

$\Sigma!$ $\quad$ $\Sigma \perp \Pi_2$

$\Sigma \cap \Gamma = 1\text{-}2$

$\Sigma \cap \Delta = 3\text{-}4$

$(1\text{-}2) \cap (3\text{-}4) = T$

$\Sigma'!$

$\Sigma' \cap \Gamma = 5\text{-}6$

$\Sigma' \cap \Delta = 7\text{-}C$

$(5\text{-}6) \cap (7\text{-}C) = K$

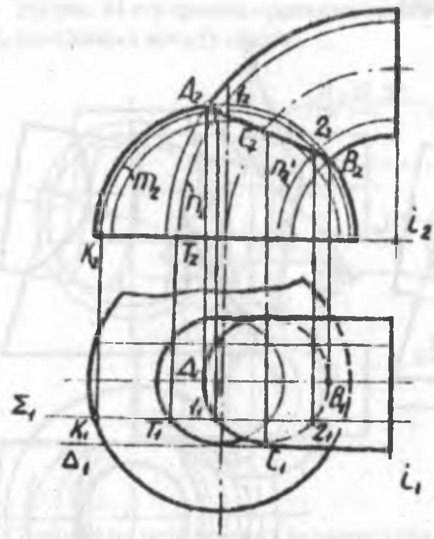
$K \cup T = d$

Рис. 58

Обе плоскости общего положения, поэтому для определения точек *K* и *T*, общих для них, используем способ посредников.

В качестве посредников выбраны плоскости Σ и Σ'.

П р и м е р 3 0. Определить линию пересечения сферы и тора (рис. 59).



Γ-сфера Θ-тор

$\Gamma \cap \Theta = d$ d-?

$\Sigma!$ $\Sigma \perp i$ $i \perp \Pi_2$

$\Sigma \cap \Gamma = m$ (окр. на сф)

$\Sigma \cap \Theta = n$ (окр. на торе)

$m \cap n = 1$; $m \cap n' = 2$

$d \cup (A, 1, C, 2, B \ldots)$

Рис. 59

Обе поверхности общего вида, поэтому для решения задачи используем способ посредников.

Посредники, плоскости Σ и Δ перпендикулярны плоскости Π_1 и оси тора i.

Плоскость Σ пересекает сферу и тор по окружностям m, n и n', радиусы которых определяют точки *K* и *T*. В пересечении окружностей m, n получаем точки, общие для сферы и тора, точки 1, 2.

С помощью посредника Δ получаем точку *C*, положение которой в горизонтальной проекции определяет переход кривой от ее видимой части к невидимой.

Использование сфер-посредников

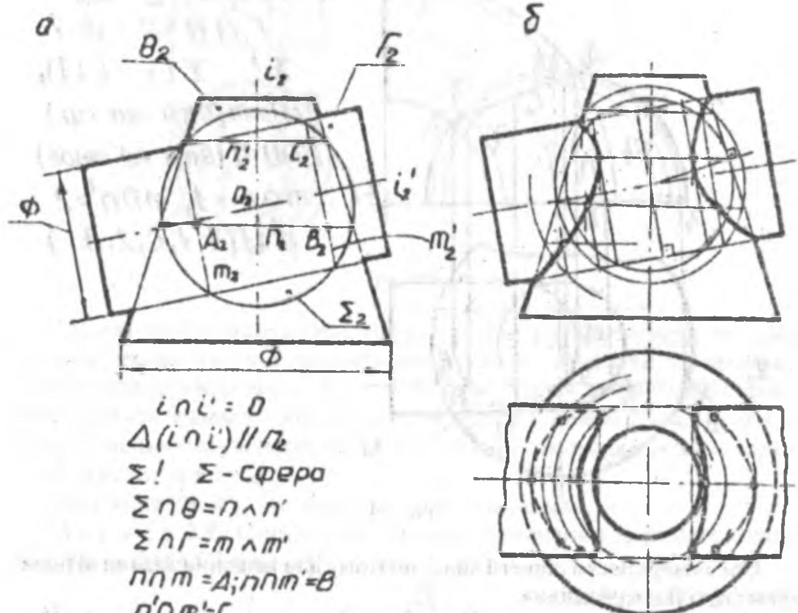
Соосные поверхности пересекаются по окружностям. Сфера соосна с любой поверхностью вращения, если ее центр расположен на оси поверхности вращения.

Использование концентрических сфер в качестве посредников возможно, если (рис. 60):

пересекаются поверхности вращения;

оси поверхностей вращения пересекаются;

плоскость, образованная осями пересекающихся поверхностей, параллельна плоскости проекций.



$$i \cap i' = O$$
$$\Delta(i \cap i') \parallel \Pi_2$$
$$\Sigma! \quad \Sigma \text{ - сфера}$$
$$\Sigma \cap \theta = n \wedge n'$$
$$\Sigma \cap \Gamma = m \wedge m'$$
$$n \cap m = A; \; n \cap m' = B$$
$$n' \cap m' = C$$

Рис. 60

На рис. 60 а показано определение точек *A*, *B*, *C* общих для конуса θ и цилиндра Γ, с помощью введения посредника - сферы Σ. Сфера Σ пересекает конус по окружностям n и n', цилиндр по окружностям m и m'. В их пересечении отмечаем точки *A*, *B*, *C*, общие для сферы Σ, конуса и цилиндра.

На рис. 60 б построена линия пересечения конуса и цилиндра.

Проведено множество сфер-посредников, среди которых особо нужно выделить сферу с R_{min}, который определяется размером максимальной нормали.

Горизонтальные проекции полученных точек определяем исходя из принадлежности их поверхности конуса.

§ 9. ТЕОРЕМА Г.МОНЖА

Если две поверхности второго порядка описаны около третьей поверхности, второго порядка (или вписаны в нее), то линия их пересечения распадается на две плоские кривые второго порядка, плоскости которых проходят через прямую, соединяющую точки касания.

На рис. 61 построены проекции линии пересечения конуса и цилиндра, описанных вокруг сферы.

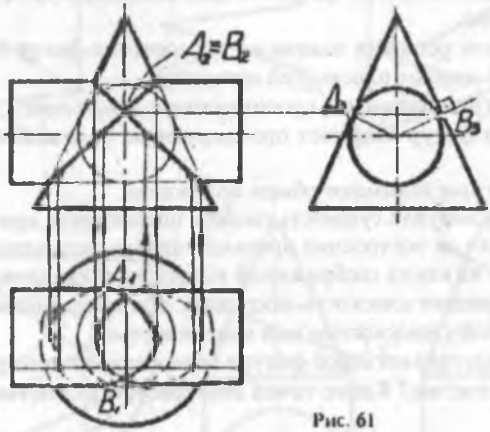


Рис. 61

Линией их пересечения являются два эллипса, фронтальные проекции которых изображаются на чертеже в виде прямых линий.

На рис. 62, 63 даны примеры пересекающихся поверхностей, когда проекции линии пересечения, согласно теореме Г.Монжа, представляют собой отрезки прямых линий.

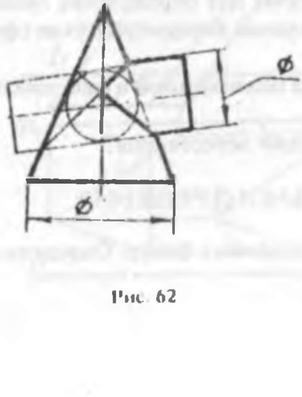


Рис. 62

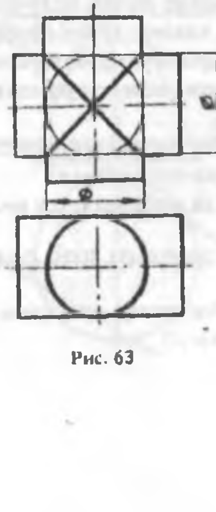


Рис. 63

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. Какие фигуры являются пересечением: а) прямой и плоскости; б) двух плоскостей; в) прямой и поверхности; г) плоскости и поверхности; д) двух поверхностей?

2. Какие точки линии пересечения относят к характерным или опорным?

3. Последовательность решения задачи: построить проекции фигуры пересечения.

4. Алгоритм решения задачи на пересечение фигур в случае, если относительно данных плоскостей проекций:

а) обе фигуры занимают проецирующее положение;

б) одна из фигур занимает проецирующее положение, другая - общее;

в) обе фигуры занимают общее положение.

5. Сформулируйте сущность способа посредников применительно к решению задач на построение проекций фигуры пересечения.

6. Исходя из каких соображений выбирают посредники?

7. Как проводят плоскость-посредник при определении точек пересечения прямой с плоскостью или поверхностью?

8. Что представляет собой фигура пересечения многогранной поверхности с плоскостью? Какие точки этой фигуры являются характерными?

9. Какие линии могут быть получены в пересечении поверхности цилиндра вращения с плоскостью?

10. Какие линии могут быть получены в пересечении поверхности конуса вращения с плоскостью?

11. Какие линии могут быть получены в пересечении сферической поверхности с плоскостью?

12. Какие линии получаются в пересечении соосных поверхностей?

13. В каком случае сфера соосна с любой поверхностью вращения?

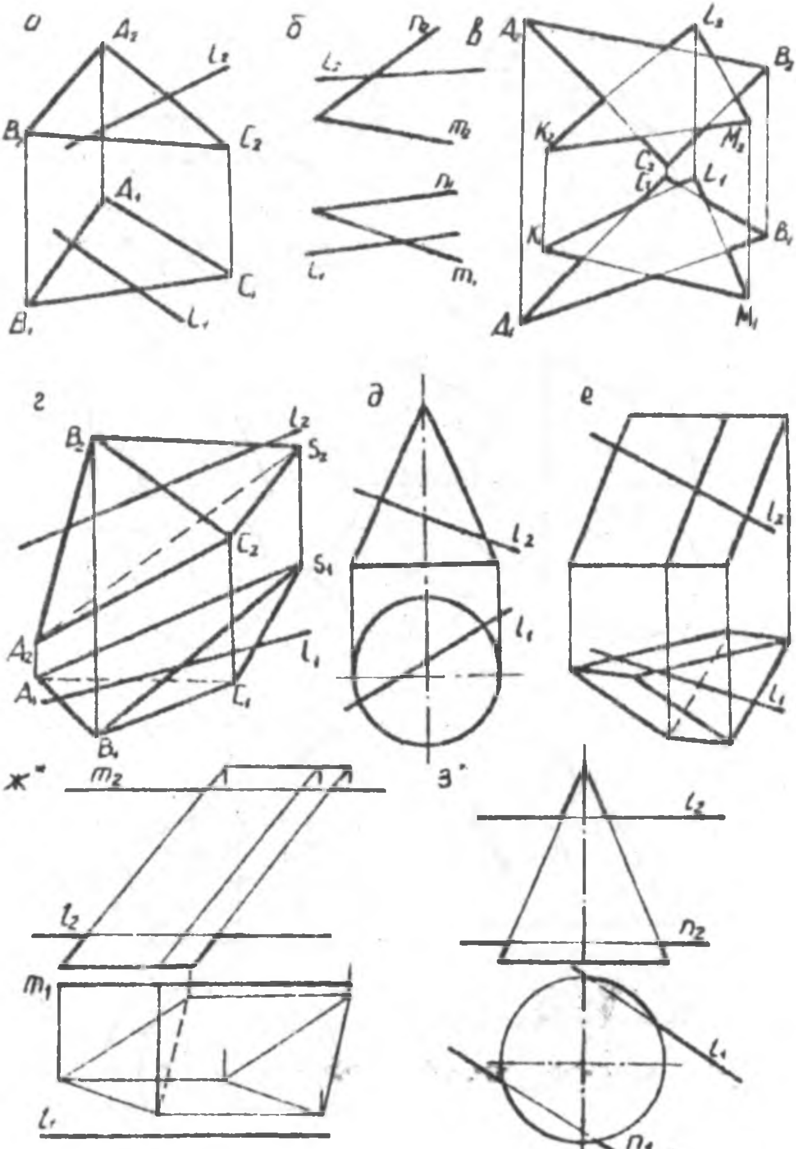
14. Сформулируйте условия, при которых для определения линии пересечения можно применять вспомогательные концентрические сферы?

15. Как определяется величина радиуса минимальной и максимальной сферы-посредника?

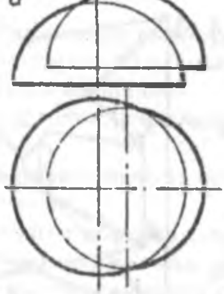
16. Как определяется видимость проекций пересечения?

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

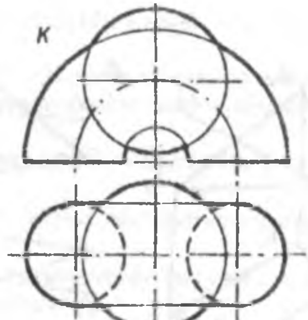
28. Построить проекции пересечения заданных фигур. Определить видимость.


а
A_2
l_2
B_2
C_2
A_1
C_1
B_1
l_1
б
n_2
l_2
m_2
n_1
l_1
m_1
в
A_2
L_2
B_2
K_2
M_2
C_2
C_1
L_1
K_1
B_1
A_1
M_1
г
l_2
B_2
S_2
C_2
S_1
A_2
l_1
A_1
C_1
B_1
д
l_2
l_1
е
l_2
l_1
ж*
m_2
l_2
m_1
l_1
з*
l_2
n_2
l_1
n_1

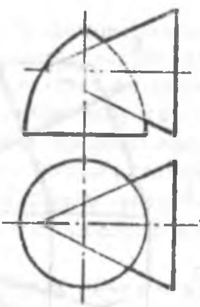
И



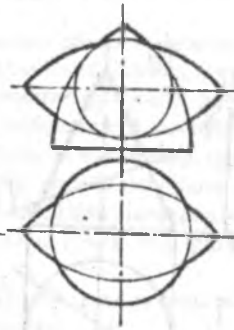
К



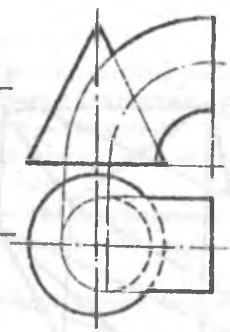
Л



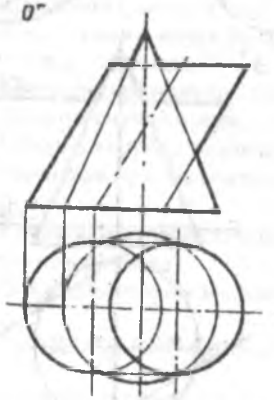
М



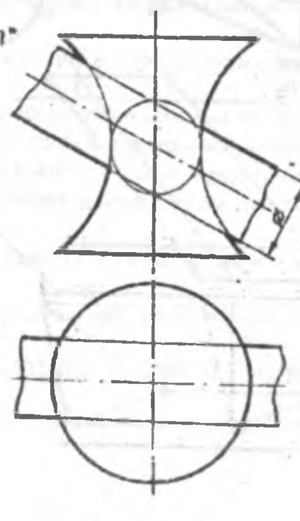
Н



О*



П*



ОТВЕТЫ "а" НА ЗАДАЧИ САМОКОНТРОЛЯ

1 а. Ваш ответ правильный. Если Δ расположен в плоскости, параллельной Π', то каждая из сторон Δ параллельна Π' и проецируется на эту плоскость в отрезок параллельный и равный по величине отрезку в пространстве. Проекция треугольника будет равновелика самому треугольнику в пространстве.

Повторите основные свойства параллельного проецирования и приступайте к дальнейшему изучению материала.

2 а. Ваш ответ правильный. Подумайте, где расположена в пространстве точка B?

3 а. Ответ правильный. Для построения горизонтальной проекции точки следует использовать свойство пропорционального деления отрезка.

4 а. Ответ неправильный. Прямые n и m пересекаются. Точка K является пересечением заданных прямых (рис. 64).

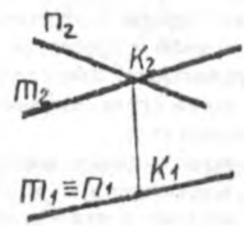


Рис. 64

5 а. Ответ неправильный. Так как в ломаный контур входят скрещивающиеся прямые AB и CD ($A_1B_1 \parallel C_1D_1$, но $A_2B_2 \cap C_2D_2$), то данный контур не может быть плоским.

6 а. Неверно. Прямая $n(n_1, n_2)$ пересекает прямую l, но не параллельна и не пересекает прямую m плоскости.

7 а. Ваш ответ правильный. Зная, что линия ската плоскости перпендикулярна к любой горизонтали плоскости, можно в этой плоскости провести любую горизонталь и перейти к заданию плоскости двумя пересекающимися прямыми.

8 а. Ваш ответ правильный.

9 а. Ваш ответ правильный.

10 а. Ваш ответ неправильный, так как плоскость Γ параллельна одной образующей конуса, а не двум, как плоскость Σ

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

ОТВЕТЫ "б" НА ЗАДАЧИ САМОКОНТРОЛЯ

1 б. Ответ неправильный. Подумайте и ответьте на вопрос, как расположен в пространстве треугольник *ABC*?

2 б. Неверно. Если точка принадлежит Π_1, то расстояние от точки до плоскости Π_1 равно нулю и тогда расстояние от фронтальной проекции точки до оси x равно 0.

Точка *B* принадлежит фронтальной плоскости проекций.

3 б. Ваш ответ неправильный. На проекциях сохраняется пропорциональное деление отрезка и этим можно воспользоваться для построения горизонтальной проекции точки *K*, не строя профильной проекции отрезка.

На рис. 65 показано, как это можно сделать.

4 б. Ответ правильный. Приступайте к дальнейшему изучению материала.

5 б. Вы ответили правильно.

6 б. Ответ правильный. Прямая *n* пересекает прямую *l* и параллельна прямой *m* плоскости.

7 б. Ваш ответ неправильный. Вам следует повторить определение линии ската. Вспомните теорему о проекциях прямого угла.

8 б. Проекция B_1 принадлежит фронтальному меридиану поверхности, а проекция B_2 - основанию поверхности, следовательно, точка *B* не принадлежит поверхности.

9 б. Неверно. Линия *n* поверхности конуса не принадлежит, так как проекция n_2 не расположена на основании конуса.

10 б. Ваш ответ правильный, так как плоскость Σ параллельна двум образующим конуса.

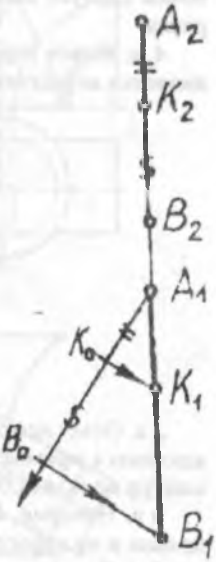


Рис. 65

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

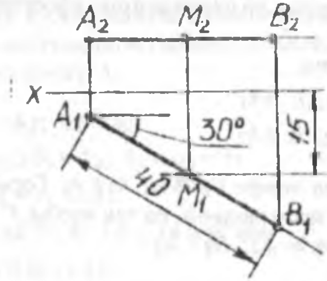
ОТВЕТЫ НА ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Для решения задачи нужно помнить, что горизонтальная проекция определяется координатами x и y; фронтальная — x и z.

У точек, расположенных на одном горизонтально проецирующем луче (точки A и E; точки B и N), совпадают их горизонтальные проекции, на фронтально проецирующем луче - фронтальные проекции.

Если точка выше другой, то ее координата z больше, значит фронтальная проекция этой точки будет дальше от оси x.

4.



1. $A_2B_2 \parallel x$
2. $A_1B_1 \hat{} x = 30^0$
3. $|A_1B_1| = 40$ мм

Рис. 66

6. $H = l \cap \Pi_1$; $H \in \Pi_1 \Rightarrow H_2 \in x$; $l_2 \cap x = H_2$; $H_1 \in l_1$.
$V = l \cap \Pi_2$; $V \in \Pi_2 \Rightarrow V_1 \in x$; $l_1 \cap x = V_1$; $V_2 \in l_2$.

Если прямая параллельна плоскости проекций, то у нее следа на этой плоскости нет. Значит у прямой уровня на двухплоскостном эпюре только один след. А у проецирующей прямой?

7.

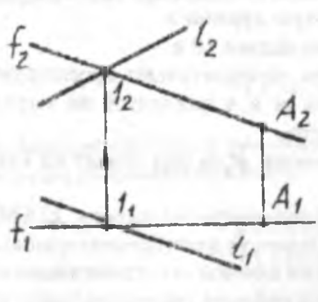


Рис. 67

8. $m \cap n = K$; $\dfrac{AK}{KB} = \dfrac{1}{3}$

На основании свойства параллельных проекций

$$\frac{A_2K_2}{K_2B_2} = \frac{A_1K_1}{K_1B_1} = \frac{1}{3}$$

10. У горизонтальной прямой всегда постоянно направление фронтальной проекции - она параллельна направлению оси x. Так как искомая прямая должна проходить через точку A, фронтальная проекция которой задана, то строим $h_2 \parallel X$; $h_2 \ni A_2$. Прямая h должна пересекать заданные прямые

$$h_2 \cap l_2 = 1_2;\ 1_1 \in l_1.$$

$$h_2 \cap m_2 = 2_2;\ 2_1 \in m_1.$$

$$h_1 = 1_1 \cup 2_1.$$

$$A_1 \in h_1.$$

11. Если прямые параллельны, то одноименные проекции их параллельны

$$A_2 \in m_2.$$

$$l_1 \parallel n_1;\ l_1 \ni A_1$$

$$l_2 \parallel n_2;\ l_2 \ni A_2$$

15 а) Так как Γ Π_2, то на эпюре $\Gamma_2 \equiv l_2$; $A_2 \in l_2$. Горизонтальную проекцию l_1 можно провести произвольно, но так чтобы $A_1 \notin l_1$;

б) $\Sigma \parallel \Pi_1 - \Sigma_2$ x; $l_2 \equiv m_2 \equiv \Sigma_2$; $B_2 \in \Sigma_2$

$l_1 \parallel m_1$ — произвольно.

18 а) Продолжите фронтальную проекцию прямой n до пересечения со стороной AC. Отметьте фронтальные проекции точек пересечения прямой n со сторонами треугольника и постройте горизонтальные проекции этих точек. Объединив полученные горизонтальные проекции точек пересечения, получите горизонтальную проекцию прямой n.

Так как точка пересечения прямой m со сторонами треугольника находится за пределами поля чертежа, то для решения задачи в плоскости треугольника следует провести любую вспомогательную прямую.

в) Перейдите к другому заданию плоскости, проведя, например, через точку В прямую, параллельную прямой a.

Дальше построение аналогично задаче 18 а.

г) Так как заданная плоскость горизонтально проецирующая, то горизонтальные проекции прямых m и n находятся на вырожденной горизонтальной проекции плоскости.

19. Точка принадлежит плоскости, если она лежит на какой-либо прямой этой плоскости:

а) постройте прямую m, принадлежащую плоскости Σ(ABC) и проходящую через точку A, $m_2 \ni A_2$. Отметьте фронтальные проекции точек пересечения фронтальной проекции прямой m с фронтальными проекциями сторон треугольника. Затем найдите горизонтальные проекции отмеченных точек, через них пройдет m_1. $A_1 \in m_1$.

Аналогичные построения для точки B, только построение вспомогательной прямой необходимо начинать с горизонтальной проекции.

б) Так как в условии задачи дано указание, чтобы использовать горизонтали плоскости, то построение следует начать с точки A.

$$h_2 \parallel X;\ h_2 \ni A_2.$$
$$h_2 \cap b_2 = 1_2;\ h_2 \cap a_2 = 2_2.$$
$$1_1 \in b_2;\ 2_1 \in a_1.$$
$$1_1 \cup 2_1 = h_1;\ A_1 \in h_1.$$

Так как у точки B известна горизонтальная проекция, то построение горизонтали нужно начать с горизонтальной проекции, проведя ее параллельно построенной горизонтальной проекции горизонтали, проходящей через точку A.

21. 1. $h_2 \parallel x;\ h_2 \ni A_2$.
  2. $h_2 \cap b_2 = 1_2;\ h_2 \in a_2 = 2_2$.
  3. $h_1 = 1_1 \cup A_1$.
  4. $|AC| \subset h;\ |A_1C_1| = 40$ мм
  5. $f_1 \parallel x;\ f_1 \ni C_1$
  6. $f_2 \parallel l_2$. Почему?
  7. $|BC| \subset f;\ |B_2C_2| = 30$ мм

23. В заданной плоскости $\Gamma(l\quad m)$ следует построить прямые, параллельные сторонам треугольника. Затем через B_1 провести горизонтальные проекции сторон треугольника, исходя из параллельности их полученным направлениям горизонтальных проекций в плоскости Γ.

24. Постройте в заданной плоскости горизонталь и фронталь.

Направления проекций перпендикуляра определяются

$$n_1 \perp h_1;\ n_1 \ni A_1;$$
$$n_2 \perp f_2;\ n_2 \ni A_2.$$

25. Задайте плоскость линиями уровня, проходящими через точку A и перпендикулярными прямой l.

$$f \perp l\ (f_2 \perp l_2;\ f_1 \parallel x)$$
$$f \perp l\ (f_1 \perp l_1;\ f_2 \parallel x)$$

$\Sigma(h \cap f)$ - искомая плоскость.

26 а. Боковая поверхность данной фигуры, сочетание цилиндра и призмы, горизонтально проецирующая. С ее горизонтальной проекцией сливаются горизонтальные проекции точек, отмеченных во фронтальной проекции на заданных линиях. Профильные проекции этих точек находят по двум имеющимся проекциям (см. пример 13, рис. 38).

26 б. Точку на поверхности пирамиды определяют исходя из принадлежности ее конкретному ребру или грани пирамиды.

В качестве вспомогательных линий могут быть взяты любые прямые, принадлежащие граням пирамиды, но целесообразнее, чтобы это были прямые, параллельные сторонам основания пирамиды (рис. 68).

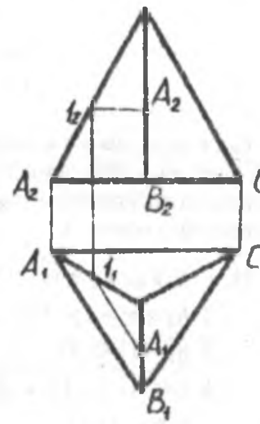


Рис. 68

26 в. Прямая линия, проходящая через вершину конуса, является образующей конуса. Любая точка на поверхности конуса может быть построена с помощью образующих или окружностей-параллелей конуса.

Плоскость окружностей-параллелей перпендикулярна оси конуса (см. рис. 36 г,д, рис. 39, пример 14).

26 г. Любую точку на поверхности сферы можно построить с помощью окружностей - параллелей (см. рис. 36 б).

Особо следует выделить точки, принадлежащие очерковым параллелям сферы, и точки, определяющие оси эллипсов (см. рис. 40, пример 15).

26 д. Точку на поверхности кольцевого тора строят с помощью его окружностей - параллелей, которые принадлежат плоскостям, перпендикулярным оси тора. В данном случае окружности - параллели принадлежат фронтальным плоскостям (см. рис. 36 в, рис. 41, пример 16).

26 е. Задана линейчатая поверхность коноида. Его образующие прямые линии, параллельные плоскости параллелизма $Г$.

На рис. 69 показано построение проекций точки A, принадлежащей данной поверхности

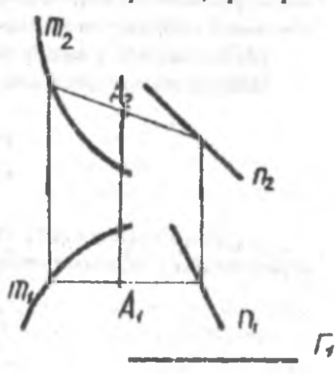


Рис. 69

Аналогичные построения выполнены на рис. 42, пример 17, с той разницей, что на рис. 42 задана поверхность не коноида, а гиперболического параболоида.

26 ж. Задана горизонтальная проекция линии (рис. 70) принадлежащей поверхности.

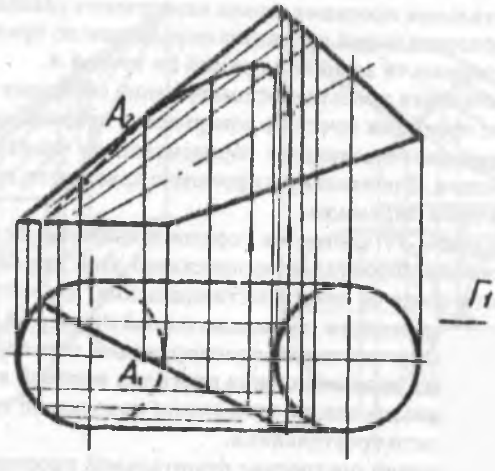


Рис. 70

Фронтальные проекции точек, отмеченных на Π_1 находят с помощью образующих поверхности, которые проводят параллельно плоскости параллелизма Γ_1.

Обратите внимание на точку A, определяющую видимость кривой во фронтальной проекции.

26 з. Задана четверть поверхности вращения. Любую точку на ней строим с помощью горизонтальных окружностей - параллелей (см. рис. 36 а).

27 а. Прямая l - горизонтально проецирующая, следовательно, горизонтальная проекция искомой точки пересечения прямой с плоскостью совпадает с проекцией l_1. Фронтальную проекцию искомой точки находим по принадлежности ее фигуре общего вида, т.е. плоскости (см. аналогичный пример 20, рис. 46).

27 б. Плоскость треугольника ABC - фронтально проецирующая, значит фронтальную проекцию точки пересечения прямой l с плоскостью ABC отмечаем в пересечении l_2 с $A_2B_2C_2$.

27 в. Горизонтальная проекция линии пересечения совпадает с проекцией Γ_1. Другую ее проекцию находят по принадлежности ее точек

плоскости, заданной пересекающимися прямыми (см. аналогичный пример 21, рис. 47).

27 г. Горизонтальная проекция линии пересечения совпадает с проекцией $Г_1$. Отмечаем на ней две точки, подлежащие определению во фронтальной проекции.

27 д. Фронтальная проекция линии пересечения совпадает с проекцией $Г_2$. Ее горизонтальную проекцию определяем по принадлежности двух ее точек плоскости заданной прямой l и точкой A.

27 ж. Фронтальная проекция искомой линии совпадает с проекцией $Г_2$. Построение проекции точки на поверхности призмы, см. рис. 35 а.

27 з. Со следом $Г_1$ совпадает горизонтальная проекция искомой линии пересечения. Фронтальную проекцию находим по принадлежности точек ее ребрам пирамиды.

27 и. Со следом $Г_1$ сливается горизонтальная проекция искомой линии пересечения. Фронтальную проекцию этой линии находим по принадлежности точек ее поверхности вращения, для чего используем горизонтальные окружности (см. аналогичный пример 14, рис. 39).

27 к. Цилиндр - горизонтально проецирующий, с его горизонтальной проекцией сливается горизонтальная проекция искомой линии пересечения. Фронтальную проекцию этой линии находим по принадлежности точек ее плоскости треугольника.

На рис. 71 показано построение фронтальной проекции верхней и нижней точек сечения, точек C и D, а также точек видимости на $П_2$, точек A и B.

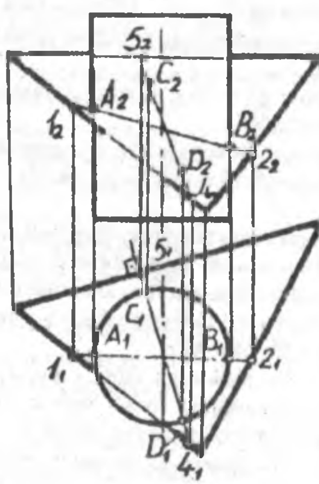


Рис. 71

27 л. На рис. 72 показано построение проекций сечения наклонного конуса горизонтально-проецирующей плоскостью. Каждую из отмеченных в горизонтальной проекции точек сечения определяем с помощью образующих конуса (см. рис. 35 б).

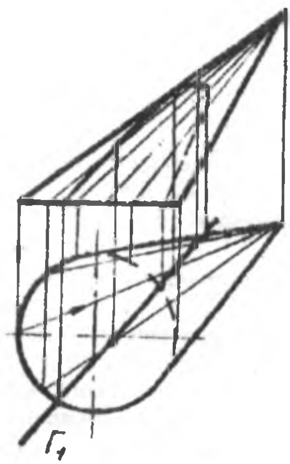


Рис. 72

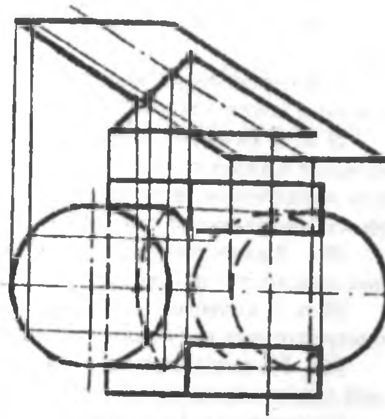


Рис. 73

Особо следует обратить внимание на построение точек, принадлежащих очерковым образующим.

27 м. Задачу следует решить самостоятельно.

27 н. Задачу следует решить самостоятельно.

27 о. Горизонтальная проекция линии пересечения совпадает с горизонтальной проекцией призмы. Фронтальную проекцию линии пересечения определяем по принадлежности точек ее поверхности пирамиды (см. аналогичный пример 25, рис. 51).

27 п,р. Отверстие в торе - цилиндрическое, фронтально проецирующее, следовательно фронтальная проекция линии пересечения совпадает с окружностью цилиндра. Горизонтальную проекцию линии пересечения определяем по принадлежности точек ее поверхности тора (см. рис. 36 а в, пример 26, рис. 52).

27 с. По рис. 73 проследите за построением линии пересечения фронтально проецирующей призмы и наклонного цилиндра.

28 а,б. Для определения искомой точки пересечения прямой с плоскостью используем способ плоскостей - посредников. Вспомогательную плоскость проводим через прямую l (см. рис. 55, 56).

28 в. Искомая линия определяется двумя точками, которые могут быть найдены как точки пересечения прямых одного треугольника с плоскостью другого, например стороны AC с плоскостью треугольника KLM, стороны LM - плоскостью ABC (рис. 55, 56).

28 г,д,е. План решения следующий:

1. Через прямую l проводим проецирующую плоскость - посредник.

2. Определяем линию пересечения посредника с данной поверхностью.

3. В пересечении полученной линии с заданной прямой отмечаем искомые точки (см. рис. 57).

28 и. В качестве посредника целесообразно использовать горизонтальные плоскости, которые пересекают обе поверхности по окружностям-параллелям, в пересечении которых отмечаем точки общие для обеих поверхностей (см. рис. 54).

28 к. В качестве посредника целесообразно использовать фронтальные плоскости (см. рис. 59).

28 л. В качестве посредника используют концентрические сферы, центр которых выбирают в точке пересечения осей (см. рис. 60).

28м. На основании теоремы Г.Монжа фронтальную проекцию искомой линии пересечения проводим в виде двух пересекающихся прямых.

Ее горизонтальную проекцию строим по принадлежности точек этой линии вертикальной поверхности тора, что делаем с помощью окружностей-параллелей.

28 н. Решение задачи приведено на рис. 74.

Задача решена способом эксцентрических сфер. Центры вспомогательных сфер взяты в точках O' и O'', которые получены в пересечении оси конуса с перпендикулярами, проведенными из центров окружностей - меридианов тора, полученных в сечении тора плоскостями Σ и $Г$.

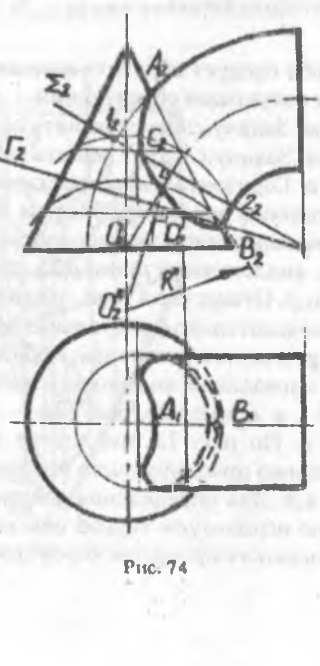


Рис. 74

Литература

1. Крылов Н. Н. и др. Начертательная геометрия. - М.: Высш. школа, 1984.

2. Виницкий И. Г. Начертательная геометрия. - М.: Высш. школа, 1975.

3. Сборник задач по начертательной геометрии /Под ред. Н.Л.Руськевича. - Киев: Віща школа, 1978.

4. Засов В.Д., Иконникова Г.С., Крылов Н.Н. Задачник по начертательной геометрии. - М.: Высш. школа, 1984.

5. Александрович З.И. и др. Задания к практическим занятиям по начертательной геометрии. - Мн.: БПИ, 1982.

Оглавление

Учебное издание

АЛЕКСАНДРОВИЧ Зинаида Ивановна
БЛОХ Шолом Абрамович и др.

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ С ЭЛЕМЕНТАМИ ПРОГРАММИРОВАННОГО ОБУЧЕНИЯ

по курсу "Начертательная геометрия"
для студентов строительных специальностей

Часть 1

ПОЗИЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

Под редакцией З.И.Александрович

Редактор Н.Я.Пронина. Корректор М.П.Антонова.

Подписано в печать 11.07.94.
Формат 60x84 1/16. Бумага тип. № 2. Офсет. печать.
Усл.печ.л. 3,9. Уч.-изд.л. 3,1. Тир. 1000. Зак. 1261.

Белорусская государственная политехническая академия.
Отпечатано на ротапринте БГПА. 220027. Минск, пр. Ф.Скорины, 65.