51
М54

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ БССР
БЕЛОРУССКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра «Инженерная графика строительного профиля»

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

с элементами программированного обучения по курсу
„НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ“
для студентов строительных специальностей

Часть II

МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

Минск 1987

Министерство высшего и среднего специального образования БССР

БЕЛОРУССКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра "Инженерная графика строительного профиля"

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ
С ЭЛЕМЕНТАМИ ПРОГРАММИРОВАННОГО ОБУЧЕНИЯ ПО КУРСУ "НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ" ДЛЯ СТУДЕНТОВ СТРОИТЕЛЬНЫХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

Ч а с т ь 11

МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

М и н с к 1 9 8 7

УДК 515(076.8)
М54

З.И. Александрович, Г.И. Наливайко, Л.И. Павловская, М.Н. Петрович, В.А. Шанюкевич

Пособие разработано в соответствии с программой курса "Начертательная геометрия" для студентов строительных специальностей вузов и предназначено для организации самостоятельной работы студентов.

Во вторую часть пособия включены разделы: способы преобразования проекционного чертежа, решение метрических и конструктивных задач, касательные плоскости, развертки поверхностей.

Пособие содержит теоретические сведения, примеры решения типовых задач, задания самоконтроля знаний и задачи для самостоятельного решения. В приложении приведены ответы на задания самоконтроля и указания к решению задач.

Данное пособие может быть использовано студентами всех форм обучения.

Первая часть пособия издана в 1986 году.

Под редакцией З.И. Александрович

Рецензенты:
И.А.Зенюк, В.Е.Попсуев

А $\frac{1702040000-010}{М339-87}$ 219-87

© Белорусский политехнический институт, 1987

Глава 1. СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПРОЕКЦИЙ

Решение позиционных и метрических задач значительно проще, если геометрические фигуры занимают частное положение относительно плоскостей проекций. При этом задачи на пересечение сводятся к задачам на принадлежность, а решение метрических задач упрощается за счет равновеликости проекций фигур и оригиналов. Поэтому с целью упрощения решения задач очевидна целесообразность преобразования геометрических фигур общего положения в фигуры частного положения. Для этой цели обычно применяют один из двух способов: замены плоскостей проекций или вращения.

§ 1. СПОСОБ ЗАМЕНЫ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ

Сущность способа состоит в том, что положение проецируемой фигуры в пространстве остается неизменным, а исходная система плоскостей проекций заменяется новой. При этом новая плоскость проекций перпендикулярна остающейся плоскости проекций.

Одновременно допускается заменять только одну плоскость проекций. Это обеспечивает неизменяемость одной из проекций, которая выполняет функции связующего звена между новой и исходной проекциями.

Замена плоскости проекций обычно проводится в системе закрепленных плоскостей проекций, т.е. при наличии оси проекций.

Рис. 1 иллюстрирует переход от системы плоскостей $П_2/П_1$ к системе $П_1/П_4$ при проецировании точки А.

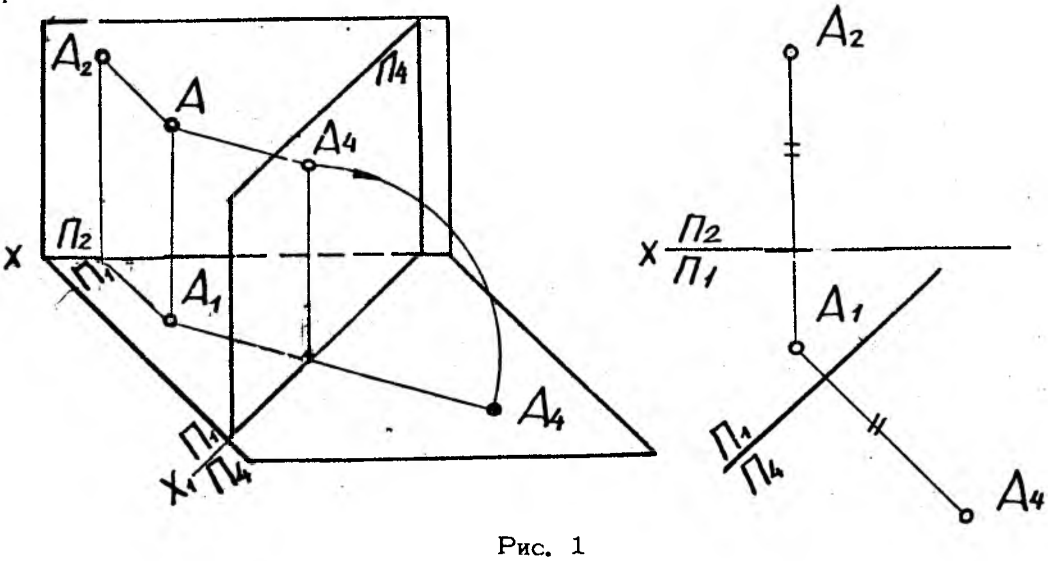


Рис. 1

Чтобы построить проекцию точки на новой плоскости проекций на эпюре, необходимо из неизменяемой проекции точки опустить перпендикуляр на новую ось проекций и от новой оси до новой проекции отложить расстояние, равное расстоянию от заменяемой оси до заменяемой проекции.

Часто при решении метрических задач приходится осуществлять последовательную замену двух плоскостей проекций.

На рис. 2 показано последовательное введение двух новых плоскостей проекций: вначале плоскость $П_1$ заменена плоскостью $П_4$ (рис. 2,а) и затем плоскость $П_2$ заменена плоскостью $П_5$ (рис. 2,б).

а б

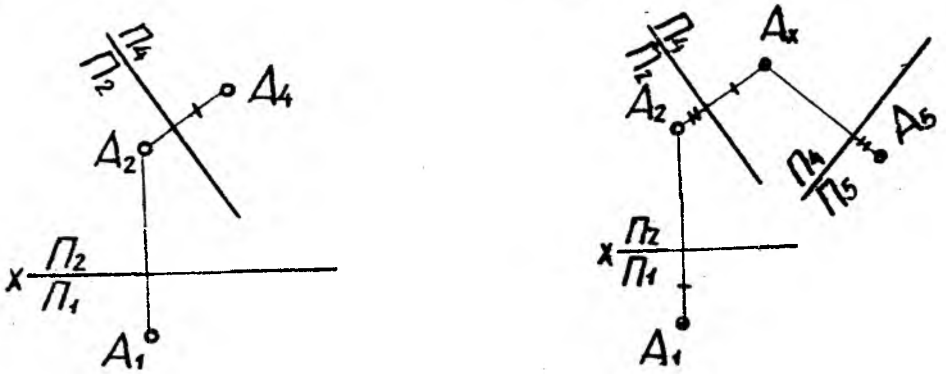


Рис. 2

Основные задачи, решаемые способом замены плоскостей проекций.

Задача 1. Преобразовать прямую общего положения в прямую уровня.

На рис. 3 показано преобразование отрезка АВ прямой общего положения в отрезок фронтальной прямой.

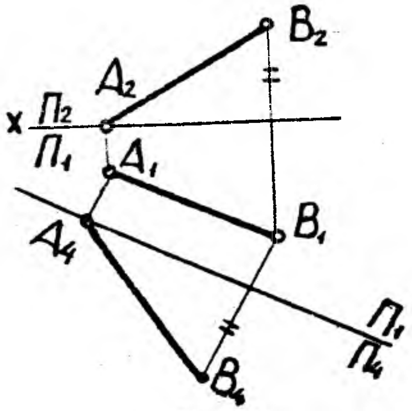


Рис. 3

Решение. Так как горизонтальная проекция фронтальной прямой параллельна оси проекций, новая ось проекций проведена параллельно горизонтальной проекции A_1B_1.

Проекции A_4 и B_4 построены в соответствии с приведенным ранее алгоритмом построения проекции точки на новой плоскости проекций (см. рис. 1).

Задача 2. Преобразовать прямую общего положения в проецирующую прямую.

Очевидно, эта задача при наложенных ограничениях на выбор новых плоскостей проекций не решается заменой одной плоскости проекций. Действительно, новую плоскость проекций нельзя выбрать одновременно перпендикулярной прямой общего положения и одной из плоскостей проекций исходной системы.

На рис. 4 показано преобразование отрезка АВ прямой общего положения в отрезок проецирующей прямой.

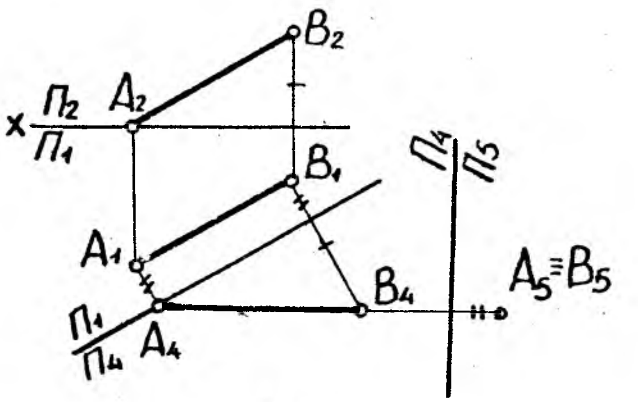


Рис. 4

Решение. Для решения поставленной задачи произведены две замены:

1. Система $П_2/П_1$ заменена системой $П_1/П_4$, введя $П_4$ параллельно АВ (аналогично задаче 1).

2. Система $П_1/П_4$ заменена системой $П_4/П_5$, где новая ось проекций проведена перпендикулярно A_4B_4.

В системе плоскостей $П_4/П_5$ отрезок прямой АВ стал отрезком проецирушей прямой.

З а д а ч а 3. Плоскость общего положения преобразовать в проецирующую плоскость.

На рис. 5 показано преобразование плоскости общего положения Г(АВС) во фронтально проецирующую плоскость.

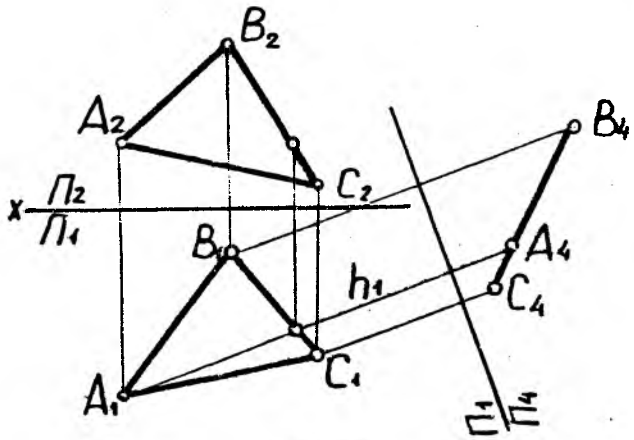


Рис. 5

Р е ш е н и е. Чтобы преобразовать плоскость общего положения во фронтально проецирующую, необходимо заменить плоскость $П_2$ плоскостью $П_4$. Последняя должна быть перпендикулярна $П_1$ и Г(АВС), т.е. линии их пересечения, направление которой указывает любая горизонталь плоскости Г.

Поэтому новая ось $\frac{П_1}{П_4}$ проведена перпендикулярно к горизонтальной проекции горизонтали плоскости Г(АВС).

Построение новых проекций A_4, B_4, C_4 точек А, В, С плоскости Г ясно из рисунка. В результате проведенных построений получена проекция $A_4 B_4 C_4$ треугольника АВС, представленная отрезком прямой линии – вырожденной проекцией треугольника АВС.

З а д а ч а 4. Преобразовать плоскость общего положения в плоскость уровня.

На рис. 6 задан треугольник АВС в плоскости общего положения. Нужно создать такую новую ортогональную систему плоскостей проекций, в которой одна из них должна быть параллельной треугольнику.

Р е ш е н и е. Решение задачи требует последовательного выполнения двух замен плоскостей проекций, так как невозможно выбрать новую плоскость проекций, которая была бы одновременно параллельной плоскости общего положения Г(АВС) и перпендикулярной одной из плоскостей исходной системы $П_2 / П_1$.

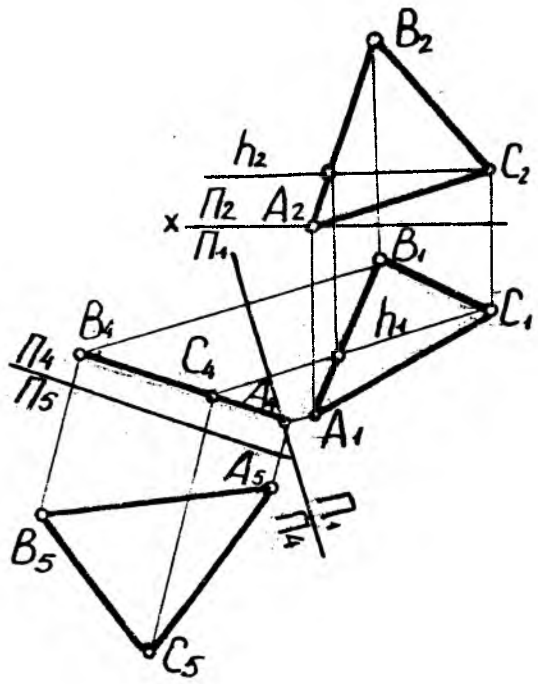


Рис. 6

Смысл первой замены $П_2$ на $П_4$ заключается в преобразовании плоскости треугольника в проецирующую плоскость (см. решение задачи 3).

Второй этап решения задачи заключается в переходе от системы $П_1 / П_4$ к системе $П_4 / П_5$. Новая плоскость $П_5$ проводится параллельно треугольнику, а , значит новая ось $\frac{П_4}{П_5}$ проведена параллельно вырожденной проекции $A_4B_4C_4$ треугольника АВС.

С а м о к о н т р о л ь 1. Какую плоскость исходной системы плоскостей проекций необходимо заменить, чтобы отрезок АВ в новой системе стал отрезком горизонтальной линии уровня? (рис. 7).

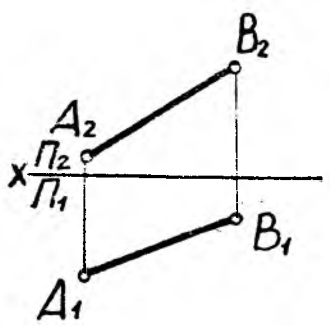


Рис. 7

1.а. Плоскость $П_1$ (см. с. 46).

2.б. Плоскость $П_2$ (см. с. 48).

§ 2. СПОСОБ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПЕРЕМЕЩЕНИЯ

В противоположность способу замены плоскостей проекций, где заданная фигура приводилась в частное положение путем изменения системы отнесения, в способе плоскопараллельного перемещения фигура приводится в частное положение путем ее движения в пространстве относительно неподвижных плоскостей проекций, к которым отнесена фигура.

Плоскопараллельным движением фигуры в пространстве называется такое ее перемещение, при котором все точки фигуры перемещаются в плоскостях, параллельных плоскости проекций.

При плоскопараллельном перемещении фигуры относительно горизонтальной плоскости проекций фронтальные проекции ее точек перемещаются по прямым (которые определяют следы плоскостей движения каждой точки фигуры), перпендикулярным линиям связи, а горизонтальная проекция фигуры остается равновеликой самой себе.

При плоскопараллельном перемещении фигуры относительно фронтальной плоскости проекций горизонтальные проекций ее точек перемещаются по прямым, перпендикулярным линиям связи, а фронтальная проекция фигуры остается равновеликой самой себе.

Решение основных задач

Проиллюстрируем применение способа плоскопараллельного перемещения при решении четырех основных задач, которые уже решались способом замены плоскостей проекций.

Задача 1. Преобразовать прямую общего положения в прямую уровня.

На рис. 8 приведен пример преобразования отрезка AB прямой общего положения в отрезок горизонтальной прямой.

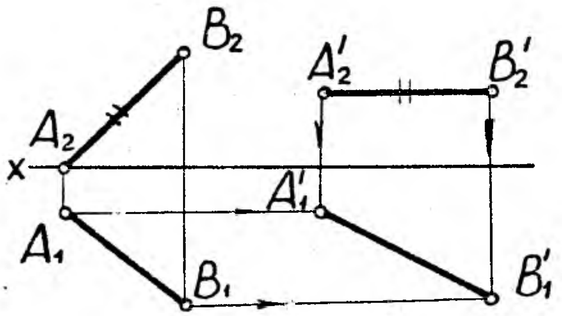


Рис. 8

Решение. Чтобы отрезок AB был параллелен горизонтальной плоскости проекций, фронтальная проекция его должна быть параллельна направлению оси. Для решения задачи использован способ плоскопараллельного перемещения фигуры относительно фронтальной плоскости проекций.

Фронтальная проекция $A_2'B_2'$ расположена в произвольном месте, но параллельно направлению оси проекций. При этом $A_2'B_2' = A_2B_2$.

Горизонтальные проекции A_1' и B_1' построены в проекционной связи с проекциями A_2' и B_2' на горизонтальных прямых, проведенных через горизонтальные проекции A_1 и B_1 (на вырожденных проекциях фронтальных плоскостей уровня, в которых перемещаются точки A и B).

Задача 2. Преобразовать отрезок AB прямой общего положения в отрезок фронтально проецирующей прямой (рис. 9).

Решение. Как и способом замены плоскостей проекций эта задача плоскопараллельным перемещением решается композицией двух преобразований.

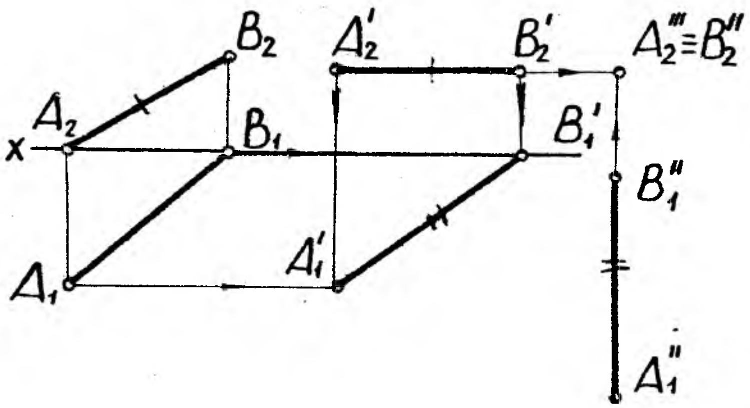


Рис. 9

Сначала плоскопараллельным перемещением относительно Π_2 отрезок АВ преобразован в отрезок горизонтальной прямой (см. решение задачи 1).

Затем плоскопараллельным перемещением относительно Π_1 отрезок $A'B'$ преобразован в отрезок фронтально проецирующей прямой. При этом $A_1''B_1'' = A_1'B_1'$, фронтальные проекции A_2'' и B_2'' определены на горизонтальной линии – вырожденной проекции горизонтальной плоскости уровня, в которой перемещаются точки A' и B', в проекционной связи с проекциями A_1'' и B_1''.

З а д а ч а 3. Плоскость общего положения Г(АВС) преобразовать во фронтально проецирующую плоскость (рис. 10).

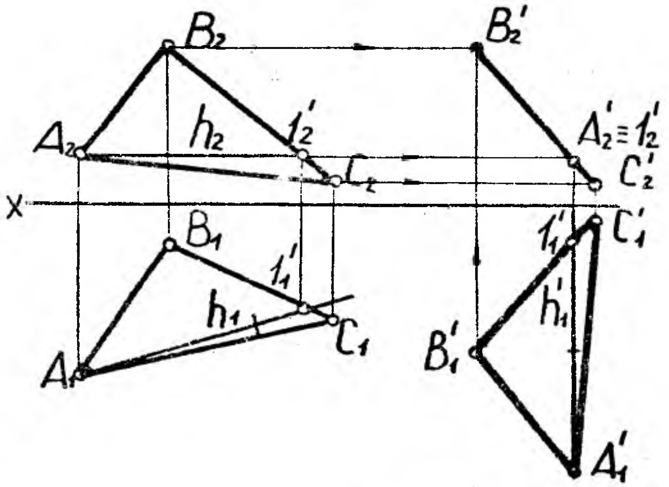


Рис. 10

Р е ш е н и е. Для того чтобы можно было одним плоскопараллельным преобразованием отсек плоскости общего положения перевести в проецирующее положение, в заданной плоскости построена горизонталь, которая затем перемещена в проецирующее положение. При этом проекции $A_1'B_1'C_1'$ и $A_1B_1C_1$ равновелики.

Новая фронтальная проекция отсека представляет собой отрезок прямой.

З а д а ч а 4. Преобразовать плоскость общего положения в плоскость уровня.

На рис. 11 показано преобразование плоскости общего положения Г(АВС) в горизонтальную плоскость.

Р е ш е н и е. Одним плоскопараллельным перемещением плоскость общего положения нельзя преобразовать в плоскость уровня. Поэтому выполняются последовательно два плоскопараллельных перемещения треугольника АВС: сначала относительно горизонтальной плоскости проекций, затем относительно фронтальной плоскости проекций.

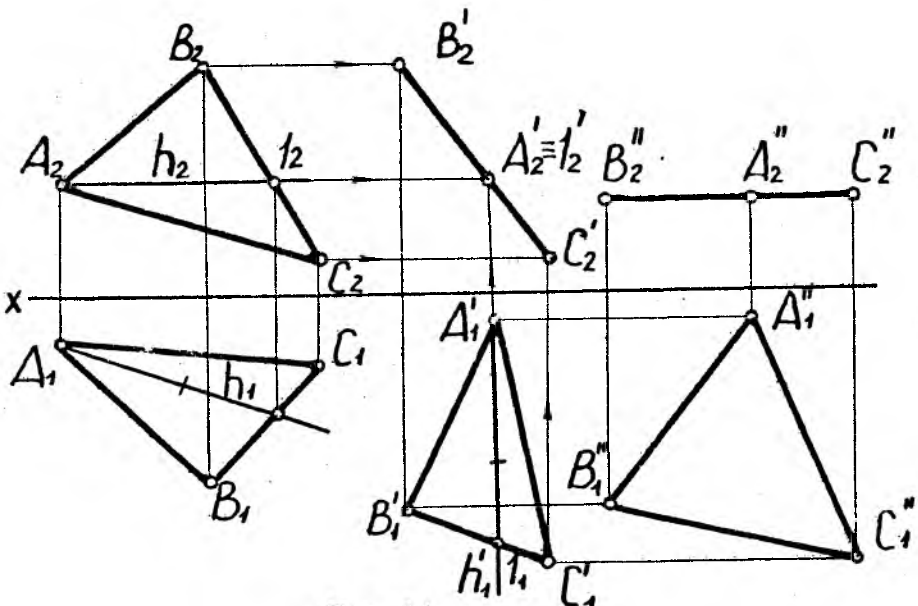


Рис. 11

При первом плоскопараллельном движении плоскость треугольника АВС преобразуется в проецирующую плоскость (см. решение задачи 3).

Вторым плоскопараллельным перемещением относительно $П_2$ полученная проецирующая плоскость преобразуется в плоскость уровня. При этом отрезки $B_2'' C_2''$ и $B_2' C_2'$ равновелики, и последний расположен параллельно оси x.

<u>Самоконтроль 2.</u> Какое положение должна занять фронтальная проекция фронтали плоскости при плоскопараллельном перемещении этой плоскости до положения горизонтально проецирующей плоскости?

2. а. Перпендикулярно направлению оси x (ответ см. с. 46).

2. б. Параллельно оси x (ответ см. на с. 48).

§ 3. СПОСОБ ВРАЩЕНИЯ ВОКРУГ ОСИ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОЙ ПЛОСКОСТИ ПРОЕКЦИЙ

Этот способ является частным случаем способа плоскопараллельного перемещения. Действительно, если в способе плоскопараллельного перемещения точка фигуры описывала некоторую плоскую кривую, параллельную плоскости проекций, то при вращении вокруг оси, *перпендикулярной* плоскости проекций, *точка* перемещается по *окружности*, плоскость которой также параллельна плоскости проекций. *Центр окружности* находится на оси вращения, а *радиус* равен расстоянию от точки до оси вращения.

Графический алгоритм построения проекций точек в способе вращения вокруг проецирующей прямой отличается лишь тем, что здесь указываются обе проекции траектории движе-

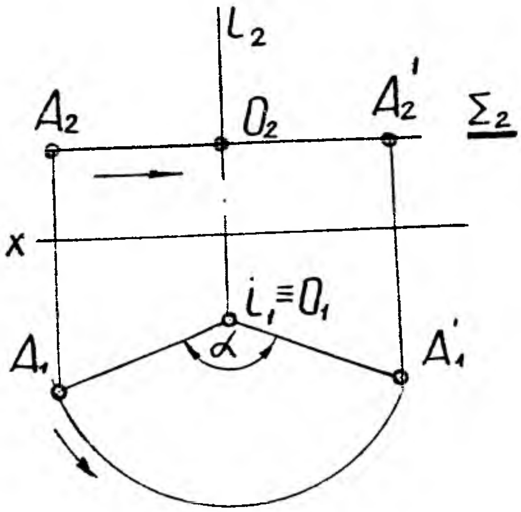


Рис. 12

ния (рис. 12), в то время как в способе плоскопараллельного перемещения на чертеже строилась лишь одна проекция траектории движения точки (вырожденная проекция плоскости движения).

Таким образом, способ вращения вокруг проецирующей прямой обладает всеми свойствами плоскопараллельного перемещения и является самым рациональным при решении первой основной задачи.

З а д а ч а 1. Определить натуральную величину отрезка АБ (рис. 13).

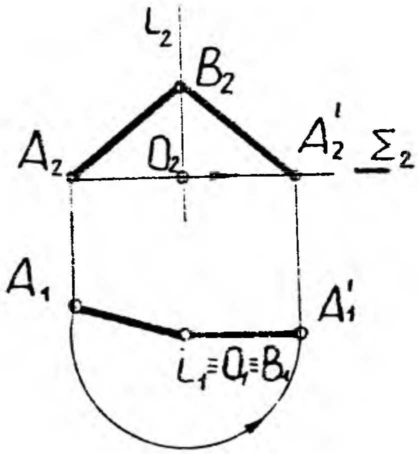


Рис. 13

Р е ш е н и е. Для упрощения графического решения горизонтально проецирующая ось вращения i проведена через точку В. При этом точка В остается неподвижной и нужно строить лишь новое положение точки А.

Точка А при вращении вокруг оси, перпендикулрной $П_1$, описывает в плоскости Σ, параллельной горизонтальной плоскости проекций, окружность. При этом проекция A_1 перемещается по дуге окружности, центром которой является точка $B_1 \equiv O_1$, до положения A_1', при котором проекция отрезка занимает положение, параллельное направлению оси проекций, и поэтому отрезок после вращения становится отрезком фронтальной прямой.

Фронтальная проекция A_2 в это время перемещается по горизонтальной прямой до тех пор, пока ее новое положение A_2' будет связано с проекцией A_1' вертикальной линией связи. Построенный таким образом на фронтальной проекции отрезок $A_2' B_2$ равен натуральной величине заданного отрезка АВ.

С а м о к о н т р о л ь 3. В какой плоскости происходит перемещение точки, если она вращается вокруг фронтально проецирующей прямой?

3. а. В плоскости, параллельной $П_1$ (ответ см. на с. 46).

3. б. В плоскости, параллельной $П_2$ (ответ см. на с. 48).

Рассмотрев приведенные способы преобразования, можно сделать следующие выводы:

во всех способах первая и третья основные задачи решаются одним преобразованием – заменой одной плоскости проекций, одним плоскопараллельным перемещением и одним вращением вокруг проецирующей оси;

вторая и четвертая основные задачи решаются композицией двух преобразований, причем последовательность выполнения графических построений в принципе одна и та же;

во всех трех способах преобразований проекции данной фигуры и ее образа на одну из плоскостей равновелики (в способе замены плоскостей проекций они тождественны).

Таким образом, область применения всех рассмотренных преобразований одна и та же. Использование их в каждом конкретном случае зависит от дополнительных факторов. Например, способ плоскопараллельного перемещения позволяет удобно располагать проекции фигуры на всем поле чертежа и избежать наложения проекций. В способе замены плоскостей проекций проекция фигуры на одной плоскости проекций не меняет своего положения, что уменьшает количество вспомогательных построений. В способе вращения вокруг проецирующей оси также выбором оси вращения удается уменьшить количество вспомогательных построений.

§ 4. СПОСОБ ВРАЩЕНИЯ ВОКРУГ ЛИНИИ УРОВНЯ

Этот способ применяется для решения четвертой основной задачи – преобразования плоскости общего положения в плоскость уровня. В отличие от рассмотренных ранее способов эта задача решается одним преобразованием, что определяет рациональность (предпочтительность) ее решения способом вращения вокруг линии уровня.

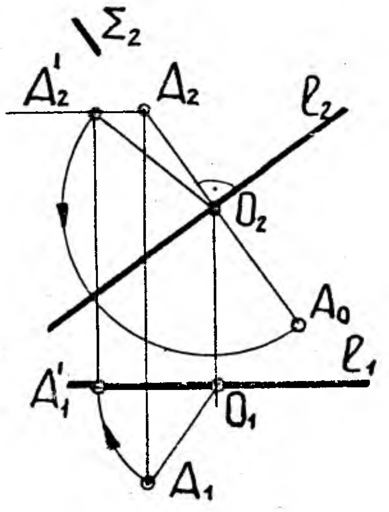


Рис. 14

При вращении вокруг фронтальной прямой (рис. 14) точка А описывает окружность, плоскость Σ которой перпендикулярна к оси вращения и является фронтально проецирующей плоскостью.

Фронтальная проекция траектории вращения изображается прямой (вырожденной проекцией плоскости Σ), проходящей через фронтальную проекцию A_2 точки и перпендикулярной к фронтальной проекции прямой ℓ_2. Центр вращения – точка О, отрезок АО – радиус вращения.

Точка А после поворота окажется лежащей в одной фронтальной плоскости с прямой ℓ , если радиус ее вращения на фронтальной плоскости изобразится в натуральную величину. Натуральная величина радиуса вращения АО определена способом вращения вокруг горизонтально проецирующей оси, проходящей через точку О (на рис. 14 эта ось не показана). $O_2 A_2'$ – натуральная величина радиуса вращения Если от точки O_2 на траектории вращения точки А отложить в одну или другую сторону от O_2 натуральную величину радиуса вращения точки А, получим повернутую проекцию A_D.

Вращение плоской фигуры вокруг ее прямой уровня сводится к вращению вокруг этой прямой отдельных точек этой фигуры.

Самоконтроль 4. Подумайте, положение скольких точек четырехугольника нужно построить, определяя натуральную величину отсека, при вращении его вокруг линии уровня ?

4. а. Двух (ответ на с. 46).

4.б. Трех (ответ на с. 48).

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

В чем сущность способов преобразования чертежа?

К каким основным задачам сводятся задачи, решаемые с использованием способов преобразования чертежа?

В чем сущность способа замены плоскостей проекций?

Как построить проекцию точки на новой плоскости проекций?

Отражается ли на результате проецирования изменение расстояния от новой плоскости проекций до проецируемой фигуры?

Какую плоскость исходной системы плоскостей проекций необходимо заменить и какое положение следует придать этой плоскости и новой оси, чтобы отрезок прямой общего положения в новой системе стал горизонтальной линией уровня; отрезком фронтальной прямой?

Какую плоскость исходной системы плоскостей проекций необходимо заменить и какое положение следует придать новой оси, чтобы плоскость общего положения стала фронтально проецирующей; горизонтально проецирующей?

В какой последовательности и какие положения следует придать новым плоскостям проекций и новым осям, чтобы плоскость общего положения в новой системе стала горизонтальной плоскостью уровня; фронтальной плоскостью уровня?

В чем сущность способов вращения?

В чем отличие способов вращения от способа замены плоскостей проекций?

Как расположены траектории вращения точек по отношению к горизонтально и фронтально проецирующим осям и соответствующим плоскостям проекций?

Какое движение в пространстве называется плоскопараллельным перемещением?

Чем отличается способ плоскопараллельного перемещения от способа вращения вокруг проецирующих осей?

Какая основная задача решается при использовании способа вращения вокруг линии уровня?

Какой вид имеют траектории точек, вращаемых вокруг горизонтали и каковы проекции этих траекторий?

Как построить проекции центра и радиуса вращения для любой точки, вращаемой вокруг линии уровня?

§ 5. ПРИМЕНЕНИЕ СПОСОБОВ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПРОЕКЦИЙ К РЕШЕНИЮ МЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Задачи, связанные с измерениями фигур, называются **метрическими**. К ним относятся задачи на определение расстояний, углов и площадей.

Большинство метрических задач решается с помощью преобразования чертежа. При помощи методов преобразований заданные геометрические фигуры приводятся в такое положение по отношению к плоскости проекций (или плоскость проекций по отношению к геометрическим фигурам), когда искомая метрическая характеристика проецируется без искажения. Носитель метрической характеристики (отрезок, плоская фигура) и плоскость проекций (основная или дополнительная) приводятся во взаимно параллельное положение.

Последовательность решения метрических задач

1. Выясняется, как должны располагаться заданные геометрические фигуры, чтобы искомый элемент (носитель метрической характеристики), проецировался в натуральную величину.

2. Выбирается способ преобразования проекций, учитывая рациональность вспомогательных построений, необходимых для решения задачи.

3. Проводится преобразование проекций и определяется искомый элемент.

4. Определяются первоначальные проекции искомого элемента (если это требуется по условию задачи).

Метрические задачи могут быть разбиты на две группы:

1 – определение натуральной величины расстояний,

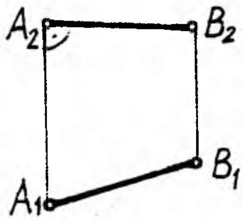
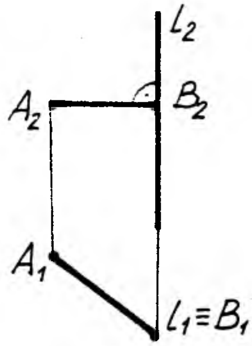
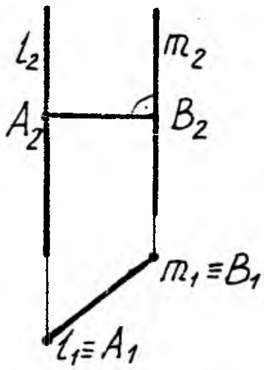
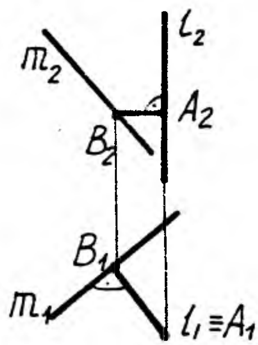
2 – определение натуральных величин углов и площадей.

В таблице 1 (см. с. 14–15) приведены носители метрической характеристики и чертежи частного положения фигур, позволяющие определять натуральные величины расстояний.

В таблице 2 (см. с 16–17) приведены данные для определения углов.

Определение натуральной величины плоского отсека (измерение площади) проводится любым методом, который дает возможность преобразованием проекций добиться того, чтобы плоскость отсека стала плоскостью уровня (решение четвертой основной задачи преобразования проекций).

Т а б л и ц а 1

О п р е д е л е н и е р а с с т о я н и й		
Между:	Носитель метрической характеристики	Преобразованный чертеж
Двумя точками	Отрезок, соединяющий эти точки	
Точкой А и прямой	Отрезок перпендикуляра, опущенного из точки на прямую	
Параллельными прямыми	Отрезок перпендикуляра, опущенного из любой точки одной прямой на вторую прямую	
Скрещивающимися прямыми	Отрезок перпендикуляра, общего к заданным прямым	

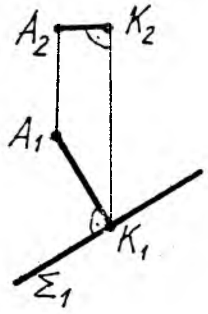
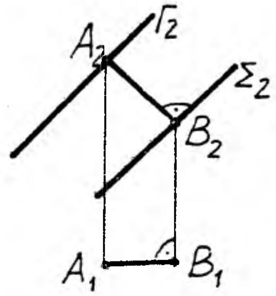
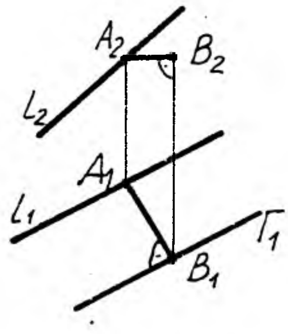
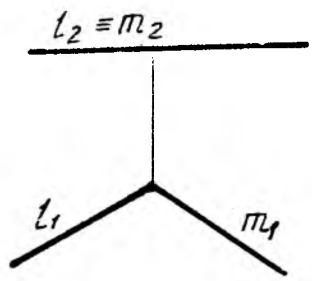
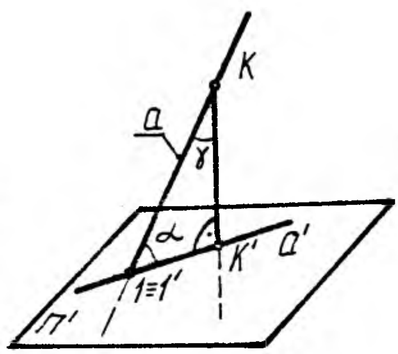
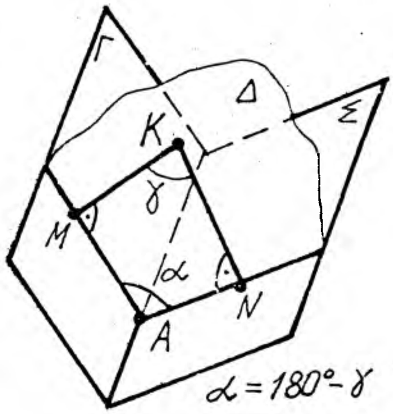
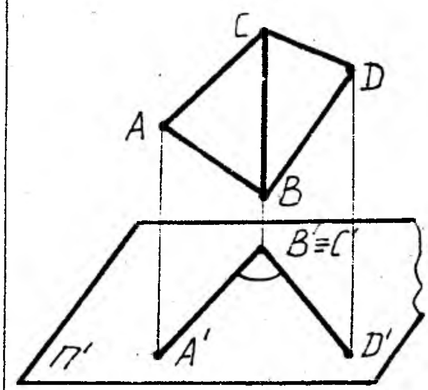
Определение расстояний		
Между:	Носитель метрической характеристики	Преобразованный чертеж
Точкой и плоскостью	Отрезок перпендикуляра, опущенного из точки на плоскость	
Параллельными плоскостями	Отрезок перпендикуляра, опущенного из произвольной точки одной плоскости на другую плоскость	
Прямой и параллельной ей плоскостью	Отрезок перпендикуляра, опущенного из произвольной точки прямой на плоскость	

Таблица 2

Определение углов		
Между:	Чем измеряется	Чертеж
Пересекающимися прямыми		
Скрещивающимися прямыми	Величиной плоского угла, который образуется между пересекающимися прямыми, проведенными из произвольной точки пространства параллельно скрещивающимся прямым	
Прямой и плоскостью	Величиной угла между прямой и ее ортогональной проекцией на плоскость. Рациональнее определять величину угла, который дополняет искомый угол до 90°; Этот угол образуется между заданной прямой и прямой, перпендикулярной к плоскости.	 $\alpha = 90^{\circ} - \gamma$

Т а б л и ц а 2 (продолжение)

О п р е д е л е н и е у г л о в		
Между:	Чем измеряется	Чертеж
Двумя плоскостями	1. Величиной плоского угла, полученного в пересечении данных плоскостей с плоскостью, перпендикулярной к ним. Рациональнее определять величину угла, дополняющего искомый угол до 180°; этот угол образуется двумя пересекающимися прямыми, проведенными из произвольной точки пространства, перпендикулярно к заданным плоскостям. 2. Величиной линейного угла, в который вырождается двугранный угол, если линия пересечения двух плоскостей занимает проецирующее положение.	 

С а м о к о н т р о л ь 5.

На каком рисунке можно определить кратчайшее расстояние между скрещивающимися прямыми, не используя способы преобразования проекций?

5. а. На рис. 15 (ответ см. с. 43).

5. б. На рис. 16 (ответ см. с. 48).

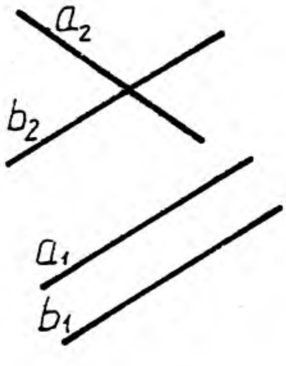


Рис. 15

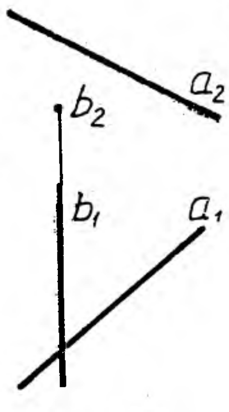


Рис. 16

С а м о к о н т р о л ь 6. На каком рисунке можно определить натуральную величину расстояния от точки К до заданной плоскости, не используя способы преобразования?

6. а. На рис. 17 (ответ см. на с. 46).

6. б. На рис. 18 (ответ см. на с. 48).

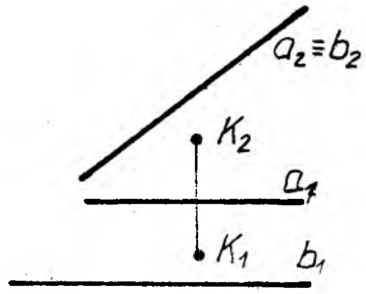


Рис. 17

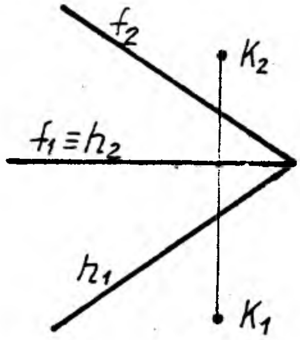


Рис. 18

С а м о к о н т р о л ь 7. На каком рисунке можно измерить угол между прямой и заданной плоскостью, не прибегая к дополнительным построениям.

7. а. На рис. 19 (ответ см. на с. 46).

7. б. На рис. 20 (ответ см. на с. 48).

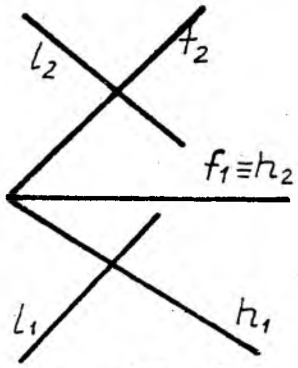


Рис. 19

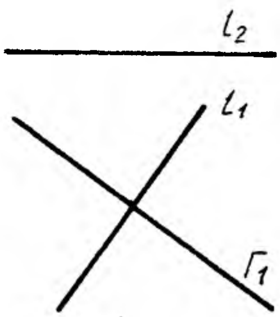


Рис. 20

С а м о к о н т р о л ь 8. Как расположить вспомогательную плоскость Π_4, чтобы угол между плоскостью Г(АВС) и фронтальной плоскостью проекций спроецировался на Π_4 в натуральную величину? (рис. 21).

8. а. $\Pi_4 \perp AB$ (ответ см. на с. 46).

8. б. $\Pi_4 \perp AC$ (ответ см. на с. 48).

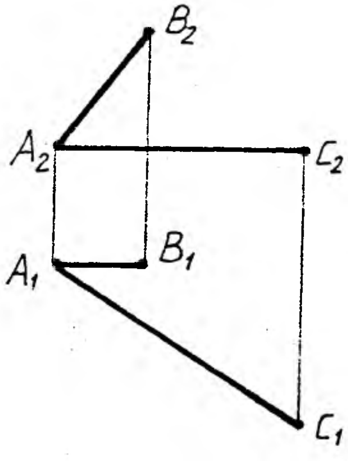


Рис. 21

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

Какие задачи называются метрическими?

К решению каких основных задач сводится решение всего многообразия метрических задач?

Как определить величину отрезка прямой?

Как определить расстояние от точки до плоскости?

Как определить расстояние между параллельными прямыми?

Как определить расстояние между скрещивающимися прямыми?

В каком случае угол между пересекающимися прямыми проецируется в натуральную величину?

Как определить величину между скрещивающимися прямыми?

Как определить величину угла между двумя плоскостями?

Что является мерой угла между прямой и плоскостью?

§ 6. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ КОНСТРУКТИВНЫХ ЗАДАЧ

Конструктивными задачами принято называть задачи на построение геометрических фигур, отвечающих наперед заданным условиям. Каждая из конструктивных задач нуждается в индивидуальном подходе, в умении самостоятельно справляться с новыми вопросами, возникающими в процессе ее решения.

При решении таких задач нужны навыки эвристического мышления, которые и могут быть развиты в самостоятельных упражнениях.

Значительная часть конструктивных задач решается методом "пересечения множеств", т.е. нахождением подмножества, являющегося общей частью множеств.

Графические построения, необходимые для решения конструктивных задач, в ряде случаев могут быть упрощены, если заданные фигуры перевести в частное положение с использованием способов преобразования проекций.

Пример 1. Построить недостающую проекцию точки $K(K_1,?)$, равноудаленной от точек $A(A_1,A_2)$ и $B(B_1,B_2)$ (рис. 22).

Решение. Множеством точек, равноудаленных от двух заданных точек A и B, является плоскость, проходящая через середину отрезка, соединяющего данные точки, и перпендикулярная ему. Точка K принадлежит такой плоскости.

Последовательность построений, необходимых для решении заданной задачи, следующая (рис. 22, б):

1. Строим проекции отрезка AB и отмечаем проекции точки C, делящей отрезок AB пополам. (Проекции точки C делят проекции отрезка пополам).

а б

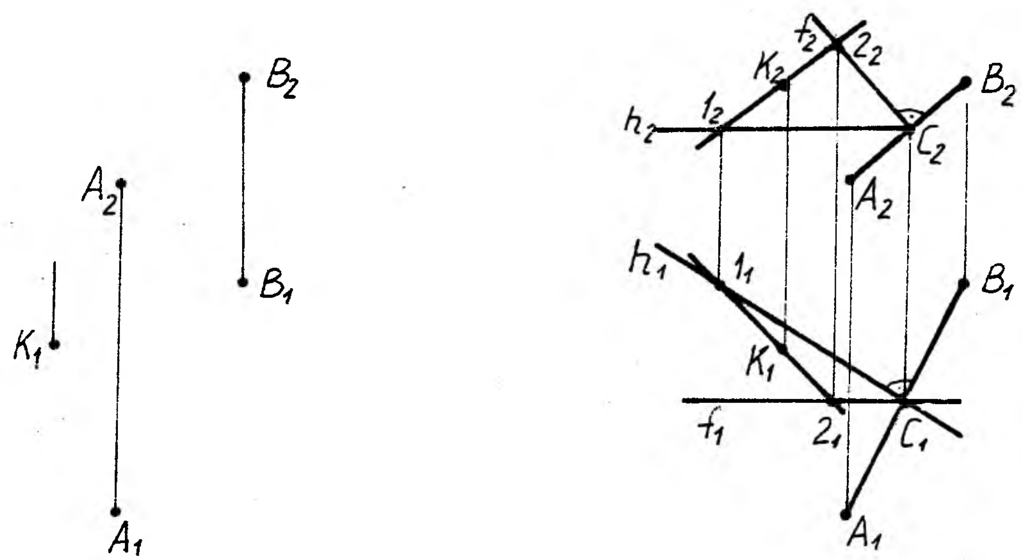


Рис. 22

2. Через точку С строим плоскость Г, перпендикулярную отрезку АВ, задавая ее линиями уровня. При этом $h_1 \perp A_1B_1$ и $f_2 \perp A_2B_2$.

3. В построенной плоскости определяем фронтальную проекцию точки с помощью вспомогательной линии (линии 1-2) плоскости Г.

П р и м е р 2. Построить недостающую проекцию точки $K(K_1, ?)$, удаленной от заданной плоскости на расстояние, равное 20мм (рис. 23, а).

а б

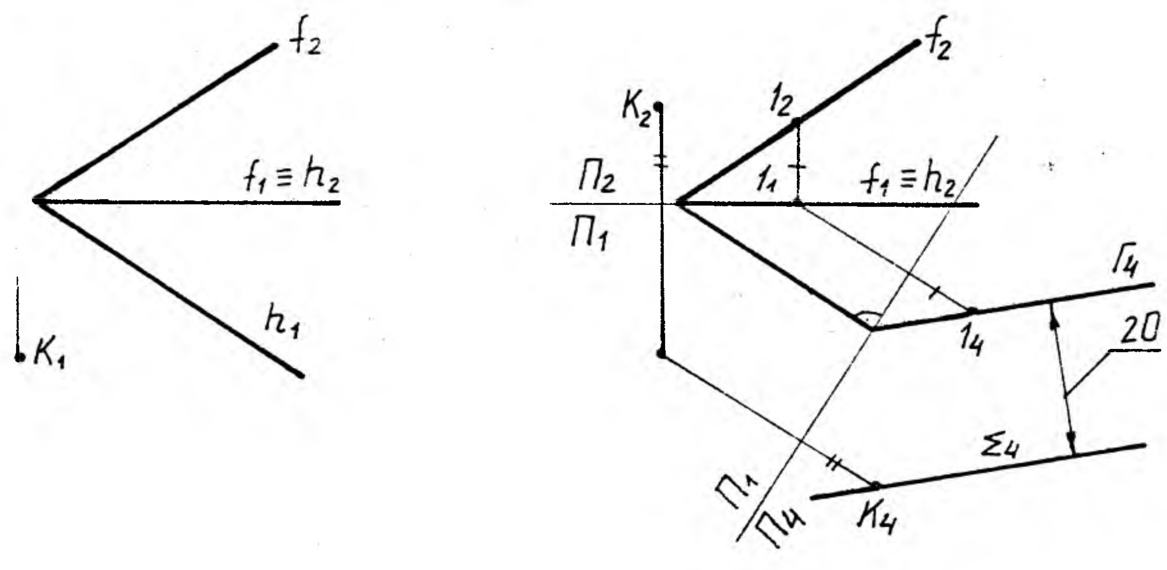


Рис. 23

Множеством точек, удаленных от плоскости на 20мм, являются две плоскости, параллельные заданной плоскости и отстоящие от нее на 20мм. Точка К принадлежит одной из таких плоскостей.

Графические построения при решении поставленной задачи упрощаются, если плоскость занимает проецирующее положение.

Р е ш е н и е. 1. Используя замену плоскостей проекций, преобразуем плоскость общего положения $\Gamma(h \cap f)$ в проецирующую плоскость (см. решение 3-ей основной задачи преобразований на с. 5).

2. На расстоянии 20мм строим плоскость Σ, параллельную плоскости Г, проведя $\Sigma_4 // \Gamma_4$ на расстоянии 20мм, т.к.на плоскость Π_4 расстояние между плоскостями Г и Σ спроецируется без искажения.

3. Определяем проекцию K_4 точки K, учитывая что точка K принадлежит построенной плоскости Σ.

4. Строим фронтальную проекцию K_2 точки. K на расстоянии от оси $\frac{\Pi_2}{\Pi_1}$, равном расстоянию от проекции K_4 до оси $\frac{\Pi_1}{\Pi_4}$.

П р и м е р 3. На прямой AB определить точки,находящиеся на расстоянии 15мм от прямой CD (рис. 24, а).

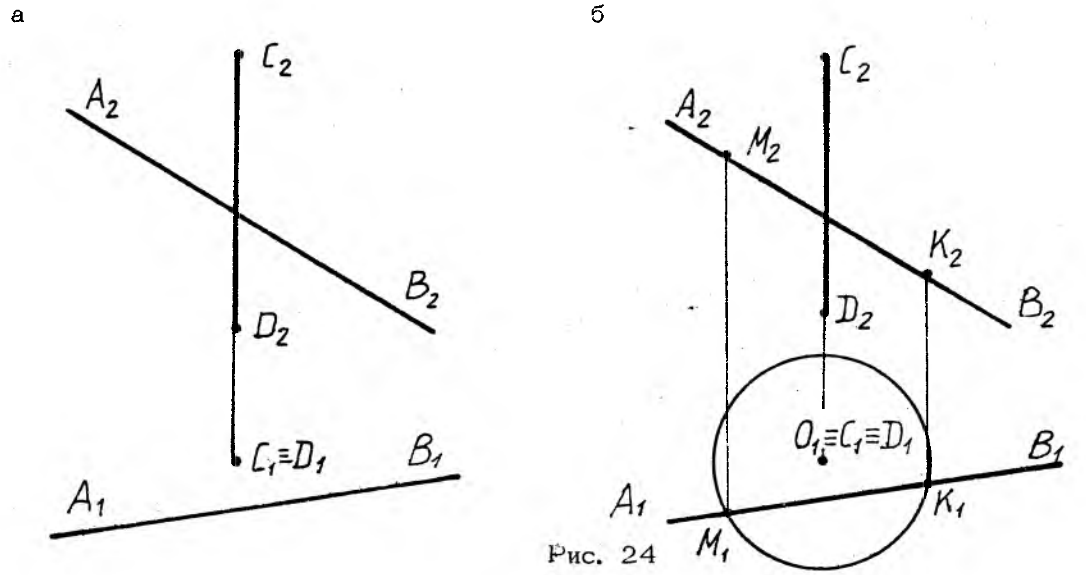


Рис. 24

Р е ш е н и е. Множеством точек в пространстве, удаленных на 15мм от прямой CD, является поверхность кругового цилиндра, осью которого служит данная прямая и радиус - 15мм.

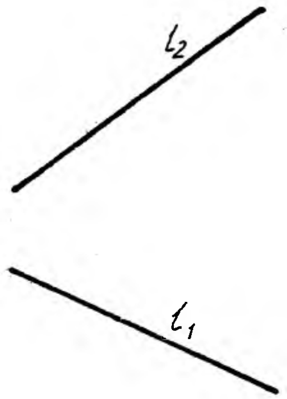
Искомые точки являются точками пересечения прямой AB с такой цилиндрической поверхностью.

Так как прямая CD является горизонтально проецирующей прямой, то на горизонтальную плоскость проекций цилиндрическая поверхность вырождается в окружность, радиус которой 15мм и центр $O_1 \equiv C_1 \equiv D_1$.(рис. 24, б).

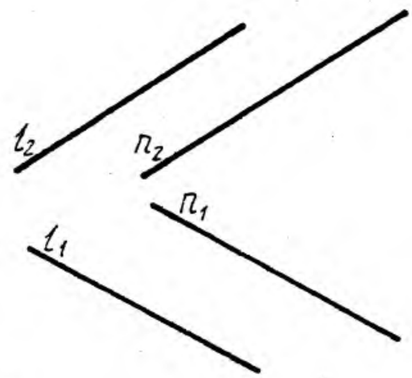
Вначале определены горизонтальные проекции K_1 и M_1 искомых точек пересечения прямой AB с поверхностью цилиндра, затем фронтальные проекции K_2 и M_2.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

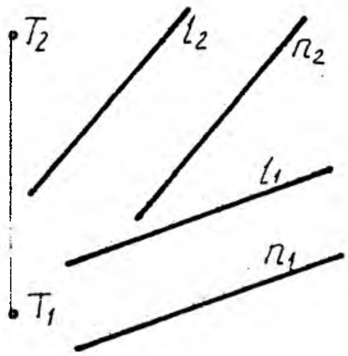
1^*. Определить угол наклона прямой к плоскости $П_1$ (замена плоскостей проекций).



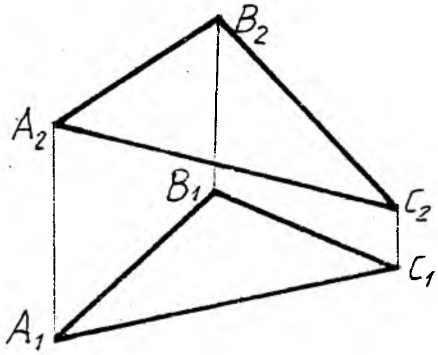
2^*. Определить расстояние между параллельными прямыми (замена плоскостей проекций).



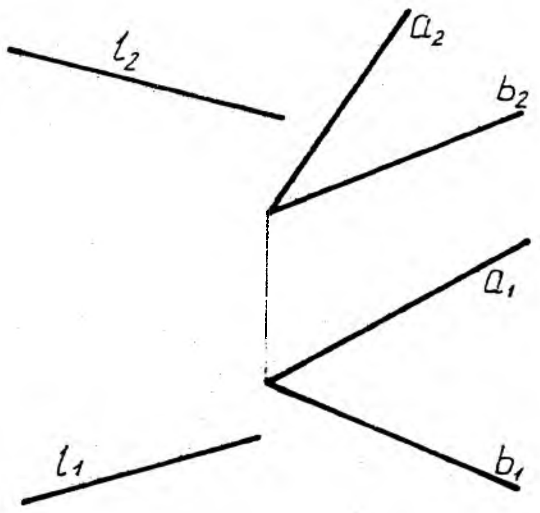
3. Построить точку Т, симметричную точке К относительно заданной плоскости (замена плоскостей проекций).



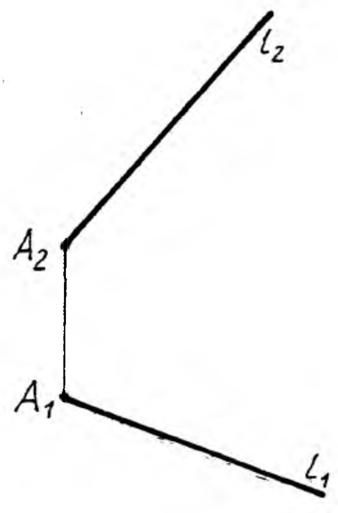
4^*. Построить проекции прямой призмы высотой 25мм с основанием АВС (замена плоскостей проекций).



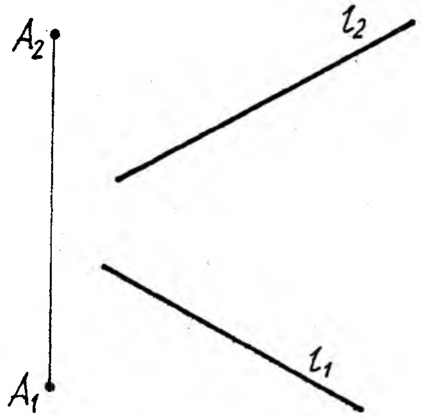
5^*. На прямой l определить точку, удаленную от заданной плоскости на 15мм (замена плоскостей проекций).



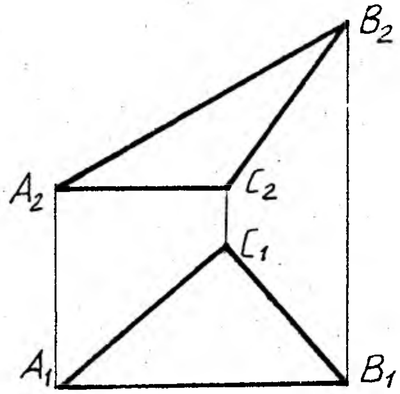
6^*. На прямой l построить точку В, удаленную от точки А на 30мм (вращение вокруг проецирующей оси).



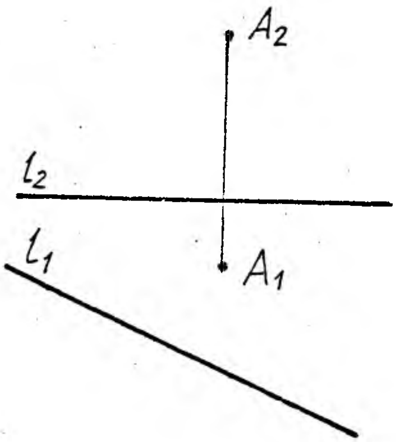
7*. Определить расстояние от точки A до прямой l (плоскопараллельное перемещение).



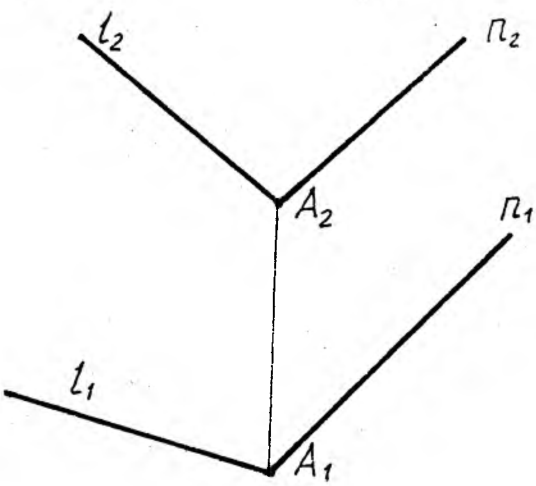
8. Построить проекции пирамиды MABC высотой 35мм, вершина которой проецируется в центр вписанной в ABC окружности (плоскопараллельное перемещение).



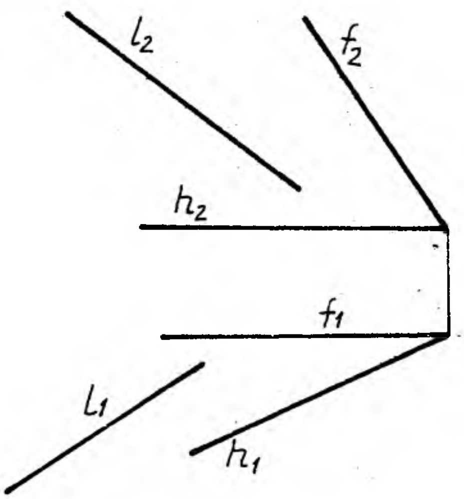
9*. Через точку A построить прямую, наклоненную к заданной прямой под 60° (вращение вокруг линии уровня).



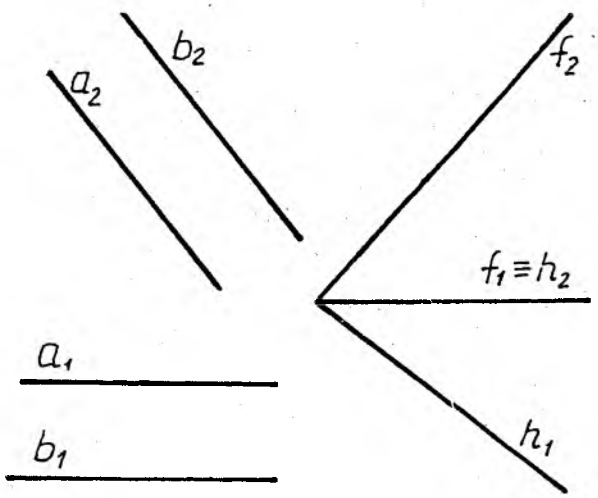
10*. Построить биссектрису заданного угла (вращение вокруг фронтали).



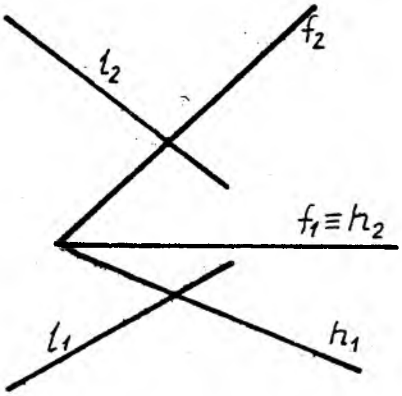
11*. Определить угол наклона прямой l к плоскости $\Gamma(h \cap f)$.



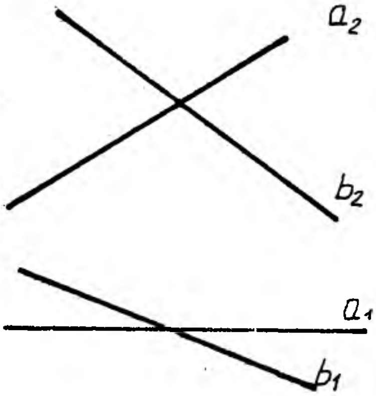
12*. Определить угол между заданными плоскостями.



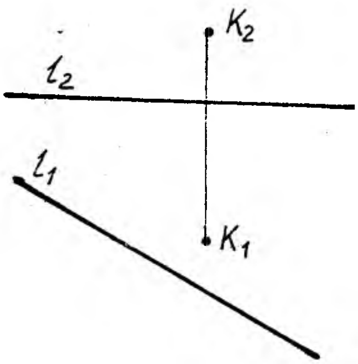
13. Построить плоскость Г, параллельную плоскости Σ ($h \cap f$), зная, что отрезок l, заключенный между плоскостями, равен 30мм.



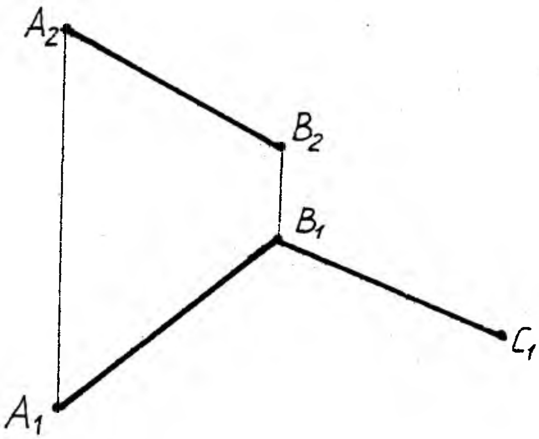
14. На прямой b определить точки, удаленные от прямой a на 30мм.



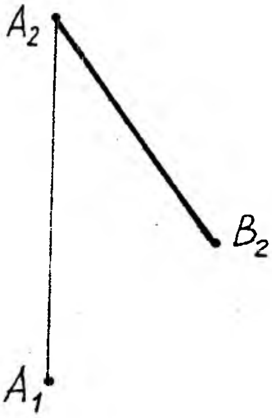
15. На заданной прямой определить точки, удаленные от точки К на 25мм.



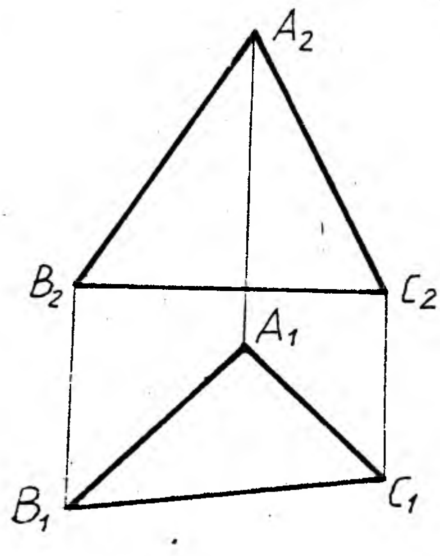
16. Достроить проекции прямоугольника АВСК.



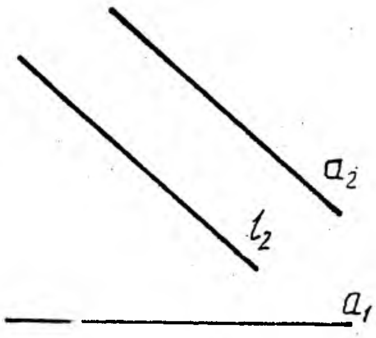
17. Построить горизонтальную проекцию отрезка АВ, наклоненного к плоскости $П_1$ под углом 60°.



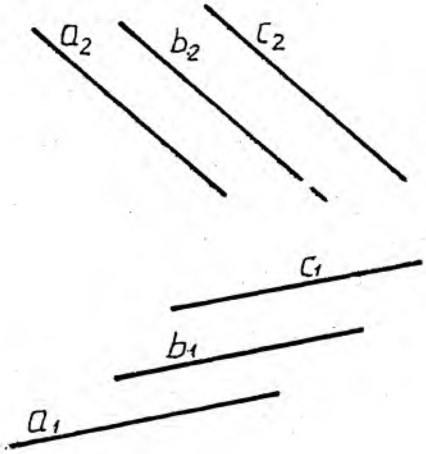
18*. Через вершину А построить в плоскости Г(АВС) прямую , наклоненную к $П_1$ под углом 60°.



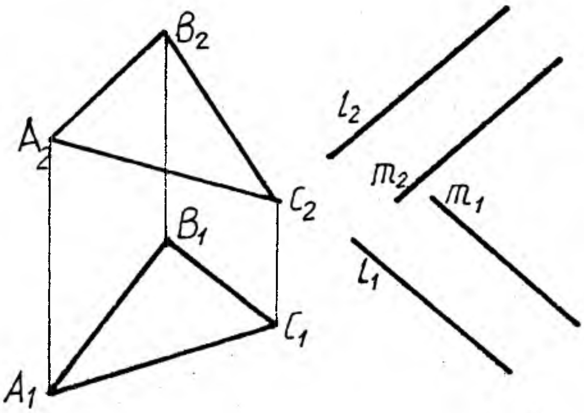
19*. Построить горизонтальную проекцию прямой l, удаленой от прямой a на 20мм.



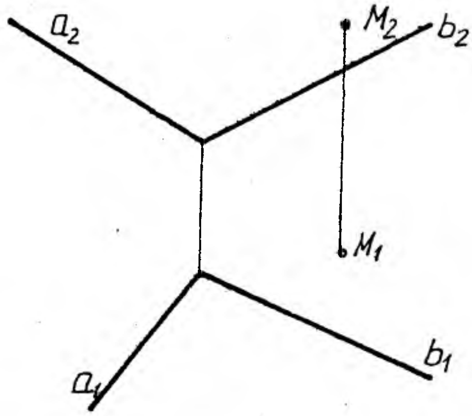
20. Построить проекции прямой d, параллельной заданным прямым и равноотстоящей от них.



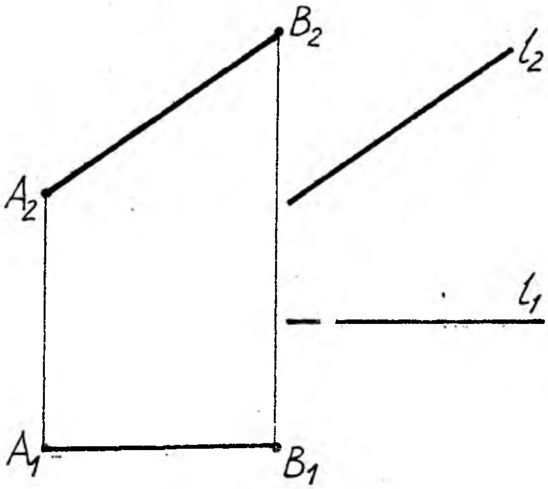
21. В плоскости Г(АВС) построить множество точек, удаленных от плоскости Σ ($l \parallel m$) на 30мм.



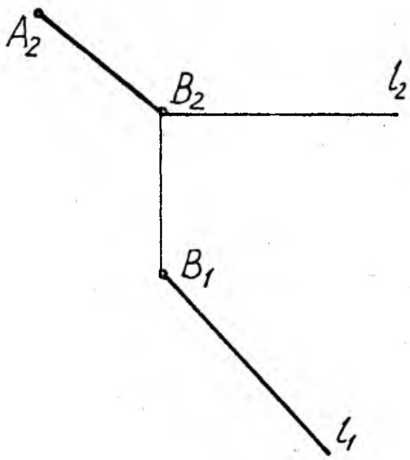
22. Построить плоскость Г, параллельную плоскости Σ ($a \cap b$) и одинаково удаленную от нее и точки М.



23*. Построить равнобедренный треугольник АВС с основанием АВ и вершиной С на прямой l.



24*. Построить проекции квадрата АВСК со стороной ВС на прямой l.



Глава 2. ПЛОСКОСТИ, КАСАТЕЛЬНЫЕ К ПОВЕРХНОСТЯМ

Построение касательных плоскостей имеет практическое инженерное значение, так как наличие их позволяет определить направление нормали к поверхности в точке касания, а также к их помощи обращаются при построении очерков геометрических фигур.

Если на поверхности провести кривую линию, то касательная к этой кривой будет касательной и к поверхности.

Из дифференциальной геометрии известно, что все касательные к поверхности в одной ее точке лежат в плоскости, касательной к данной поверхности. Следовательно, *касательная плоскость – это множество, включающее в себя все касательные прямые, проведенные через одну точку поверхности.*

Так как плоскость вполне определяется двумя пересекающимися прямыми, то для построения касательной плоскости к поверхности в заданной точке достаточно построить две касательные прямые к двум любым линиям поверхности, проходящим через точку. Разумеется, что в качестве кривых линий поверхности, следует выбирать простейшие или легко строящиеся линии.

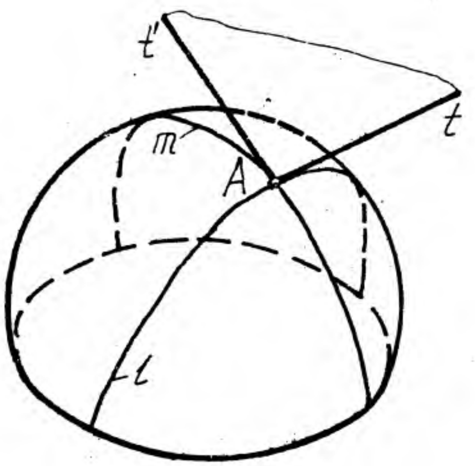


Рис. 25

Итак, алгоритм построения касательной плоскости, проходящей через точку, принадлежащую поверхности, следующий (рис. 25):

1. Через заданную точку необходимо построить две кривые на поверхности – $A \in \Sigma;\ A \in m, l;\ m, l \subset \Sigma$.

2. К каждой кривой необходимо построить касательную – $t \,\underline{\cup}\, m;\ t' \,\underline{\cup}\, l$.

Эти две касательные прямые и определяют касательную плоскость – $\Gamma(t \cap t') \,\underline{\cup}\, \Sigma$.

В зависимости от вида поверхности касательная плоскость может иметь с поверхностью только одну общую точку, например, в случае сферы или бесчисленное множество общих точек, составляющих прямую или кривую линии. Например, касательная плоскость, проведенная к развертываемой линейчатой поверхности, проходит через одну из образующих этой поверхности.

На поверхностях есть особые точки, в которых касательная плоскость или не определена, или не является единственной. К ним относятся, например, вершина конуса или точка пересечения образующих поверхности вращения с осью вращения, если образующие с осью пересекаются не под прямым углом.

При построении касательных плоскостей к поверхностям могут встретиться случаи, когда требуется провести касательную плоскость:

1) через точку, расположеную на заданной поверхности;

2) через точку, расположенную вне поверхности;

3) через заданную прямую;

4) параллельно заданной прямой.

Рассмотрим примеры построения касательной плоскости к различным поверхностям.

Пример 1. Построить плоскость, касательную к поверхности сферы в ее точке А(?, A_2) (рис. 26).

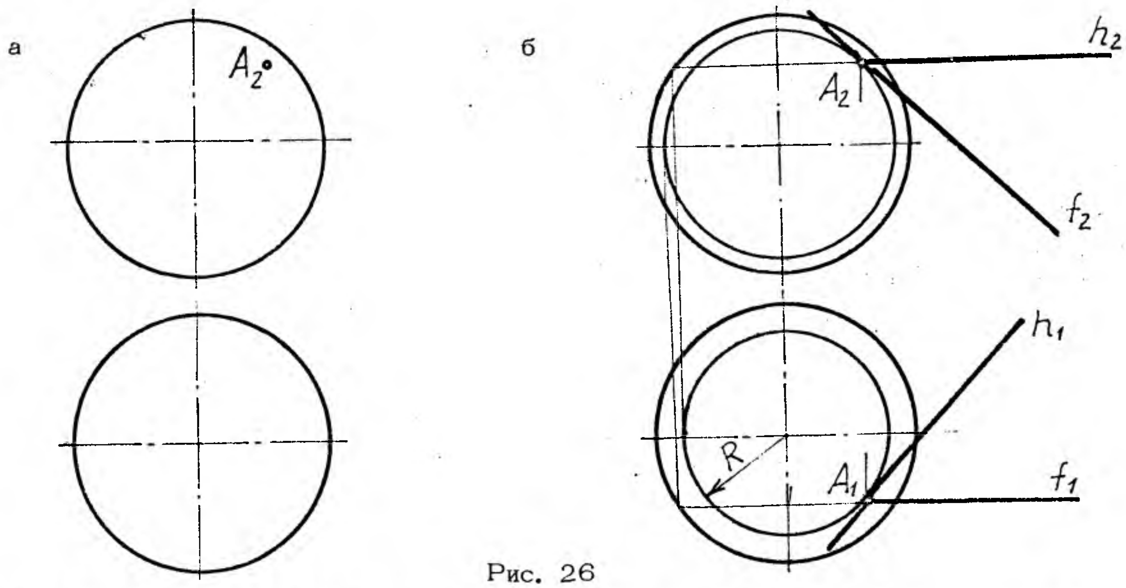


Рис. 26

Решение. 1. Строим горизонтальную проекцию точки А, принадлежащей поверхности сферы, с помощью горизонтальной параллели-окружности поверхности радиуса R.

2. Для построения касательной плоскости необходимо провести на поверхности две кривые линии, проходящие через точку А. Для поверхности сферы целесообразно провести две плоские кривые – горизонтальную и фронтальную окружности. В нашем случае одна из окружностей уже проведена.

3. Строим касательные прямые к проведенным окружностям. Отметим, что примая, касательная к плоской кривой, принадлежит плоскости этой кривой. Одна из построенных касательных является горизонталью h (h_1, h_2), а вторая – фронталью f (f_1, f_2). Эти две пересекающиеся прямые и определяют искомую касательную плоскость (см. рис. 26, б).

Пример 2. Построить плоскость, касательную к конической поверхности в точке К (?, K_2), принадлежащей поверхности (рис. 27,а).

Решение. 1. Строим горизонтальную проекцию точки К при помощи образующей поверхности АВ (рис. 27, б).

2. Любая плоскость, касательная к конической поверхности, проходит через вершину конуса и касается поверхности конуса по одной из его образующих. Поэтому искомая касательная плоскость, проходящая через точку К, проходит через построенную образующую АВ.

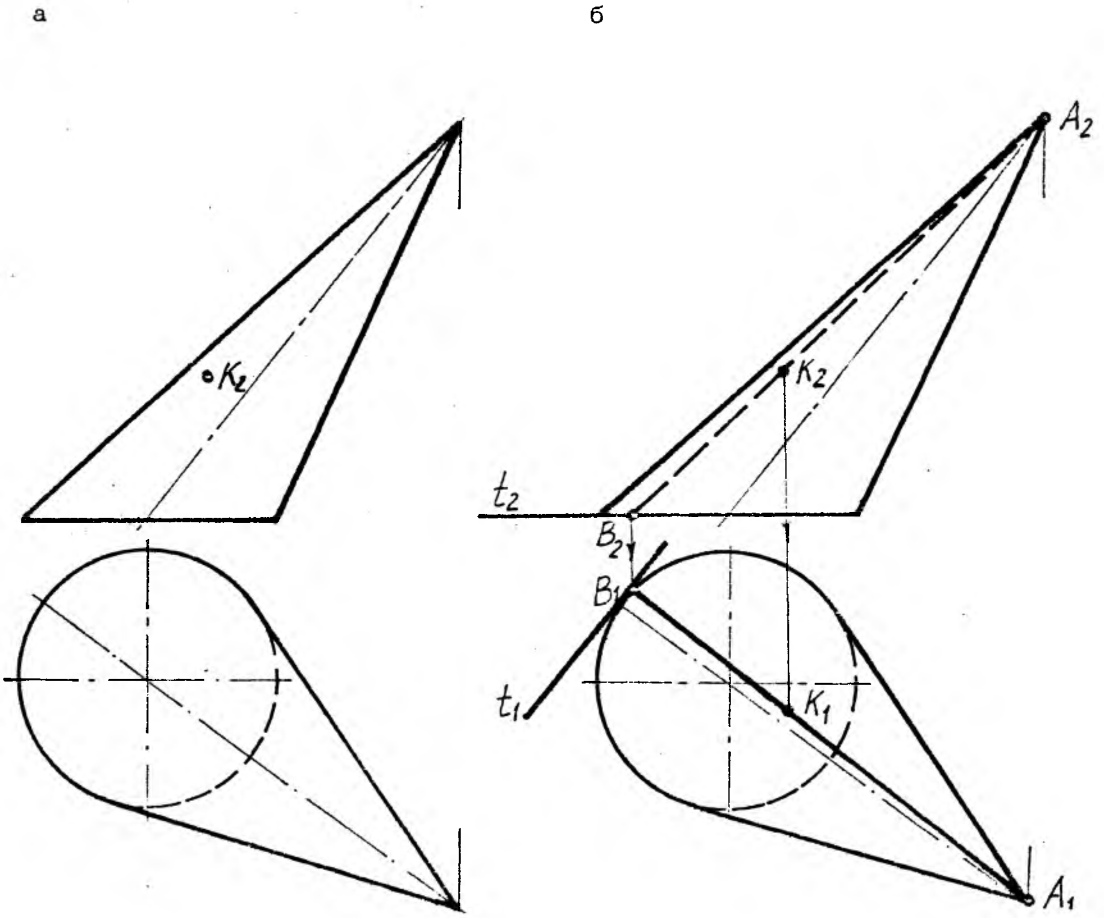


Рис. 27

Второй прямой, определяющей искомую плоскость, является касательная к окружности основания конуса в точке В (B_1, B_2) – прямая t (t_1, t_2).

Для построения плоскости, касательной к поверхности Ψ (рис. 28) и проходящей че-

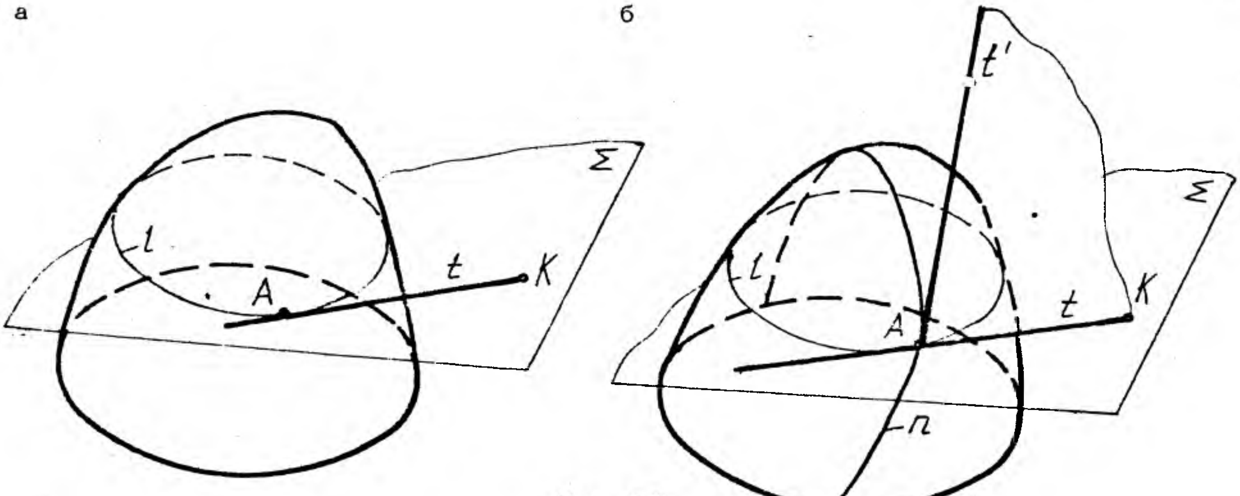


Рис. 28

рез точку K, расположенную вне данной поверхности, необходимо:

1. Через заданную точку провести вспомогательную плоскость Σ (на рис. 28, а через точку K проведена плоскость Σ).

2. Определить линию пересечения этой плоскости с заданной поверхностью (кривую l).

3. Через данную точку K к полученной кривой провести касательную прямую t и выделить точку касания (на рис. 28 точка касания – точка A).

4. В точке касания выделить на поверхности произвольную кривую (на рис. 28, б на поверхности выделена кривая n –).

5. Провести через точку A касательную к выделенной кривой ($t' // n$). Касательные прямые t и t' определяют искомую касательную плоскость.

Заметим, что целесообразно через заданную точку проводить такую вспомогательную плоскость, которая пересекает заданную поверхность по графически простой или легко строящейся линии.

П р и м е р 3 . Построить плоскость, касательную к заданной поверхности и проходящую через точку K, не принадлежащую поверхности (рис. 29, а).

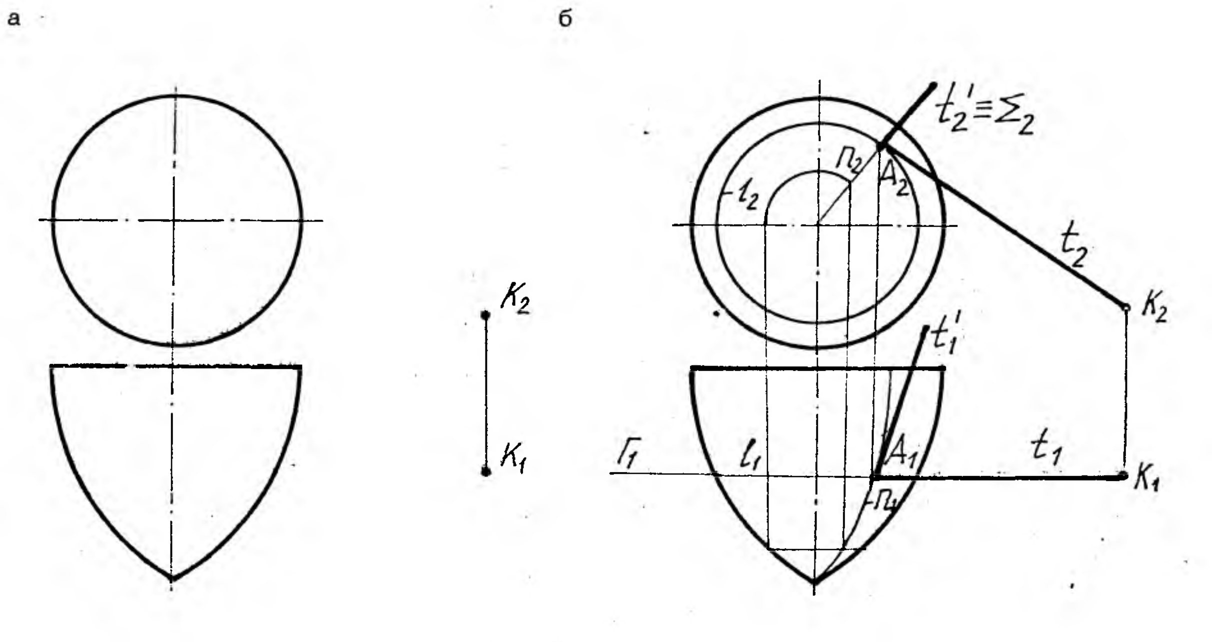


Рис. 29

Р е ш е н и е . 1. Через точку K проводим вспомогательную фронтальную плоскость Г, которая пересекает заданную поверхность по параллели–окружности. (рис. 29, б).

2. Строим проекции линии пересечения плоскости Г с заданной поверхностью – окружность l (l_1, l_2).

3. Через данную точку K проводим касательную к построенной окружности. В данном случае можно провести две касательные. На рис. 29, б построена одна касательная t . Затем определяем точку касания – точку A.

4. В точке касания A на поверхности проводим плоскую кривую n – меридиан поверх-

ности, расположенный в плоскости Σ (Σ_2). Горизонтальную проекцию меридиана строим по точкам с помощью параллелей поверхности.

5. Через точку А проводим касательную к построенному меридиану поверхности – прямую t' (t'_1, t'_2). Две касательные прямые t и t', проходящие через точку А, определяют искомую плоскость.

При построении плоскости, касательной к поверхности и проходящей через прямую, необходимо учесть, что искомая плоскость пройдет через прямую лишь при следующих условиях:

1) поверхность цилиндрическая – если заданная прямая параллельна образующим цилиндра или касается его поверхности;

2) поверхность коническая – если заданная прямая касается поверхности конуса или проходит через его вершину;

3) поверхность сферическая – всегда, если прямая не пересекает поверхность сферы.

Пример 4. Построить плоскость, касательную к поверхности и проходящую через прямую l (рис. 30, а).

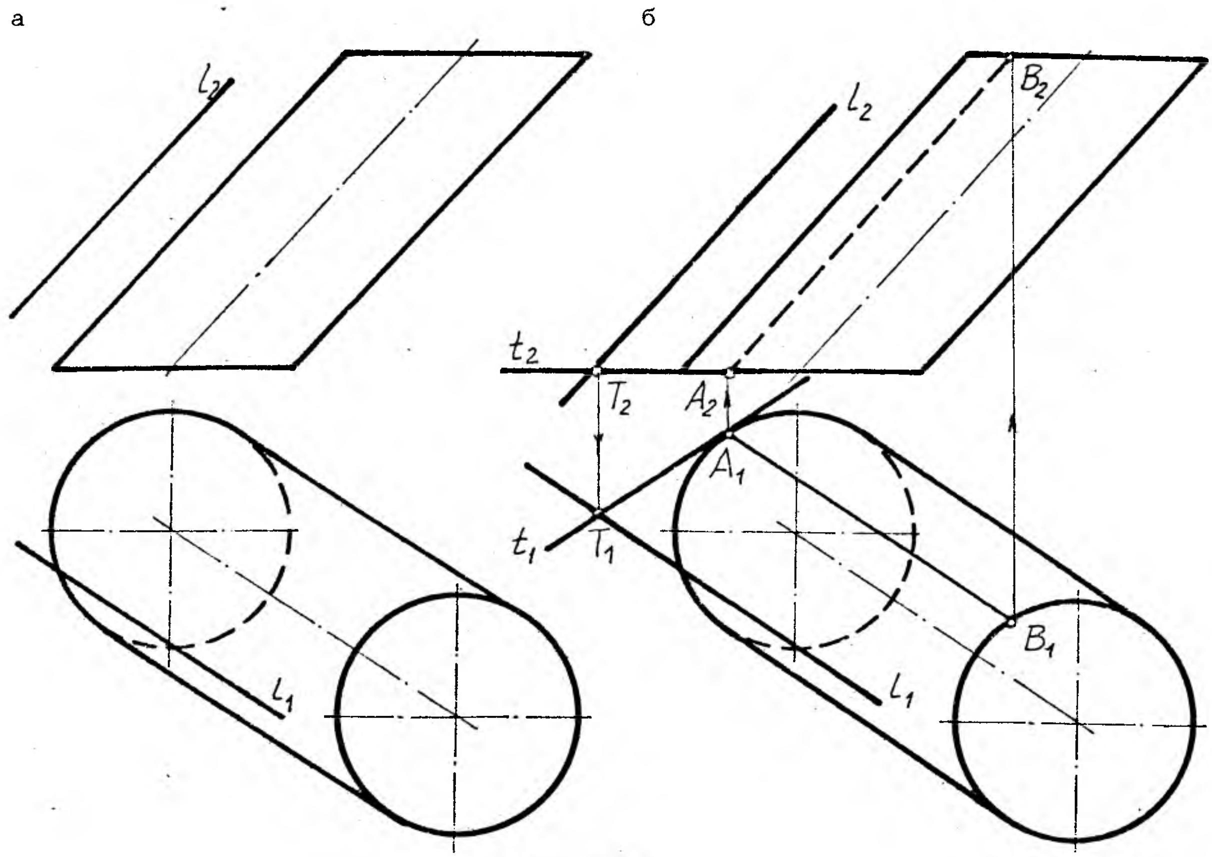


Рис. 30

Решение. Искомая плоскость должна касаться цилиндрической поверхности по образующей. Для построения искомой плоскости необходимо вначале определить точку пересечения заданной прямой l с плоскостью основания цилиндрической поверхности – точку T (см. рис. 30, б).

Через точку T , расположенную в плоскости основания поверхности, можно провести прямую, касательную к кривой основания поверхности. Задача имеет два решения, т.к. через точку T можно провести две касательные прямые к окружности основания. На рис. 30,б дано построение одной касательной – прямой t .

Определив точку касания А, построить проекции образующей АВ, по которой искомая плоскость касается заданной поверхности.

При построении плоскости, касательной к поверхности и параллельной заданной прямой, необходимо учесть, что если:

1) поверхность цилиндрическая – касательная плоскость параллельна вспомогательной плоскости, определяемой двумя пересекающимися прямыми, из которых одна задана, а вторая параллельна образующим поверхности;

2) поверхность коническая – касательная плоскость проходит через вспомогательную прямую, проведенную через вершину поверхности параллельно заданной прямой;

3) поверхность сферическая – точка касания плоскости принадлежит окружности сферы, плоскость которой перпендикулярна данной прямой.

Пример 5. Построить плоскость, касательную к поверхности и параллельную заданной прямой l (рис. 31, а).

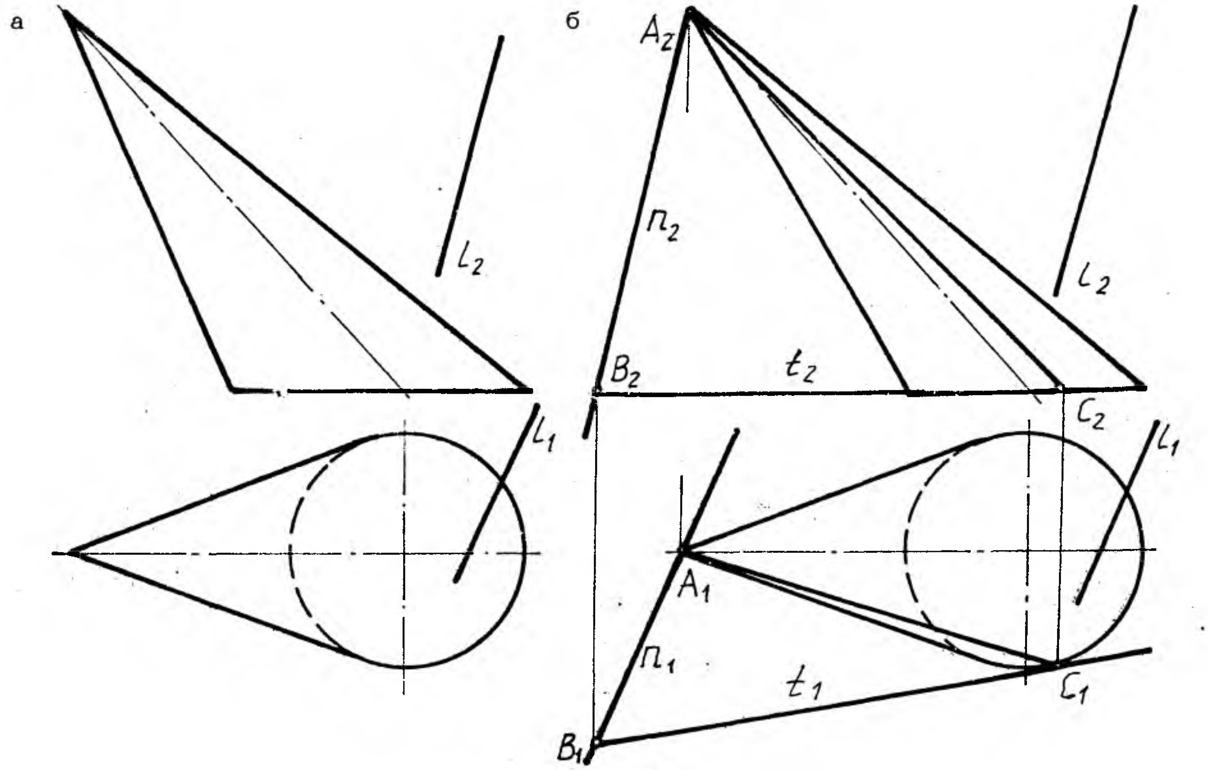


Рис. 31

Решение. 1. Любая плоскость, касательная к конусу, должна проходить через его вершину А. Но на искомую плоскость накладывается дополнительное условие быть параллельной заданной прямой l . Чтобы удовлетворить отмеченным условиям, в искомой плоскости строим прямую n , которая проходит через вершину А и параллельна данной прямой l .

2. Для построения второй прямой, которая вместе с прямой n задаст искомую плоскость, определяем точку пересечения прямой n с плоскостью основания конуса – точку В.

3. Через построенную точку В можно провести две касательные прямые к окружности основания конуса (задача имеет два решения). На рис. 31, б построена одна касательная к окружности основания – прямая t и затем определена точка касания – точка С.

4. Построенные прямые n и t определяют искомую плоскость, которая касается конической поверхности по образующей АС.

Самоконтроль 9. Сколько касательных плоскостей можно провести через заданную на поверхности сферы точку?

9. а. Одну (ответ см. с. 46).

9. б. Множество (ответ см. с. 48).

Самоконтроль 10. Сколько можно провести касательных плоскостей к поверхности вращения через точку, расположенную вне поверхности?

10. а. Две (ответ см. с. 46).

10. б. Множество (ответ см. с. 48).

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

Дайте определение плоскости, касательной к поверхности?

Как построить прямую, касательную к поверхности в данной на ней точке?

Как построить прямую, касательную к поверхности и проходящую через точку, расположенную вне поверхности?

Сформулируйте алгоритм решения задачи на построение плоскости, касательной к поверхности и проходящей через точку, расположенную на поверхности.

Сформулируйте алгоритм решения задачи на построение плоскости, касательной к поверхности и проходящей через точку, расположенную вне поверхности?

Какие точки поверхности называются обыкновенными и какие особыми? Приведите примеры.

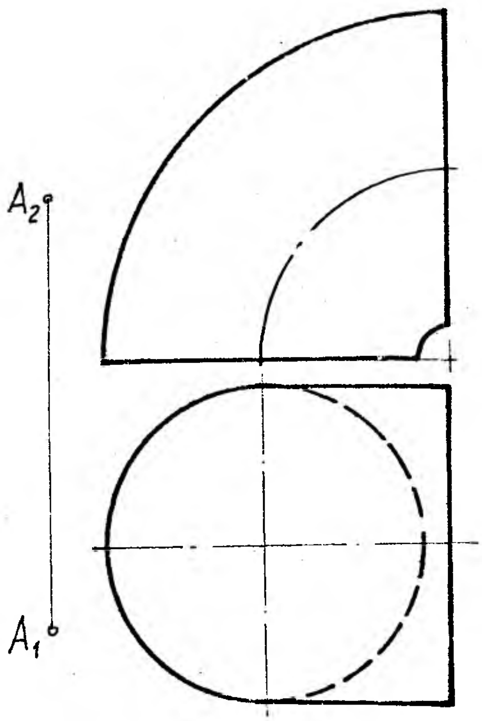
Приведите примеры существования общих геометрических элементов поверхности и касательной плоскости – точки, прямой, кривой.

В чем выражается упрощение при построении касательной плоскости в какой-нибудь точке линейчатой поверхности?

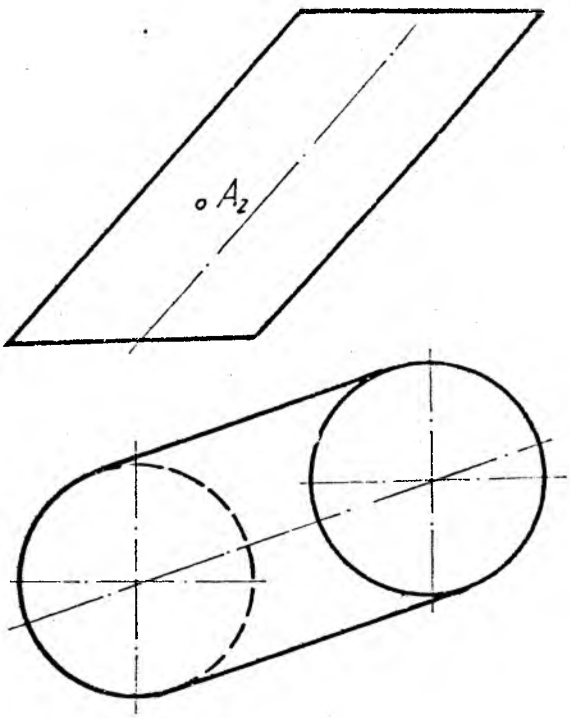
Может ли плоскость, касательная к кривой поверхности в какой-либо точке этой поверхности, пересекать последнюю?

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

25*. Через точку А построить прямую, касательную к поверхности.

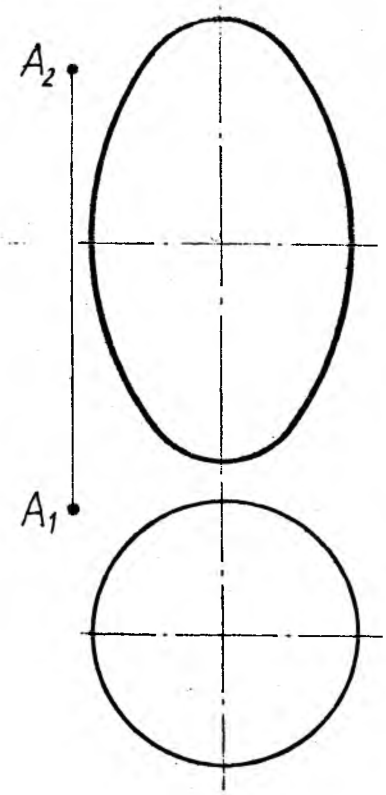


26. Построить плоскость, касающуюся поверхности в точке А.

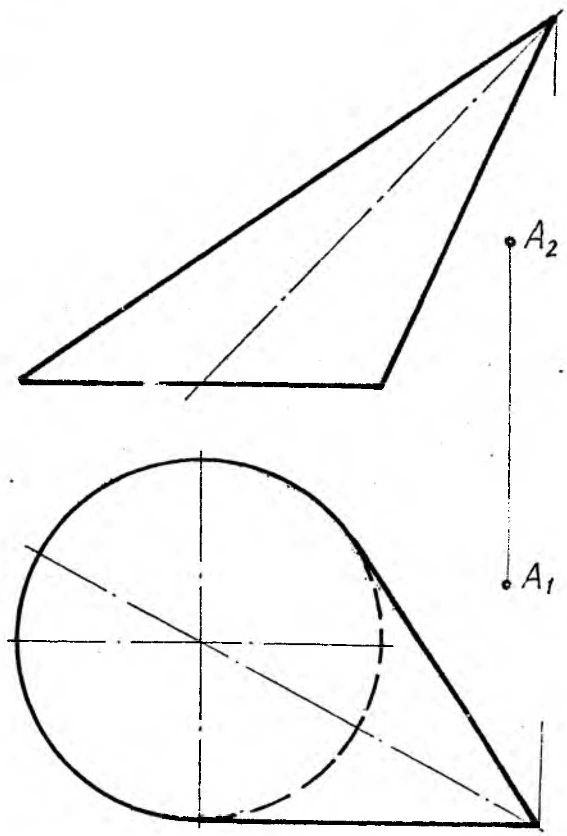


27. Через точку А построить плоскость, касательную к поверхности.

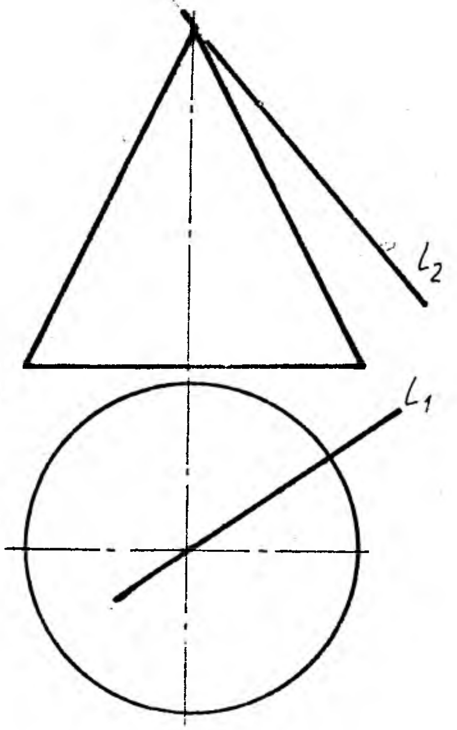
а*



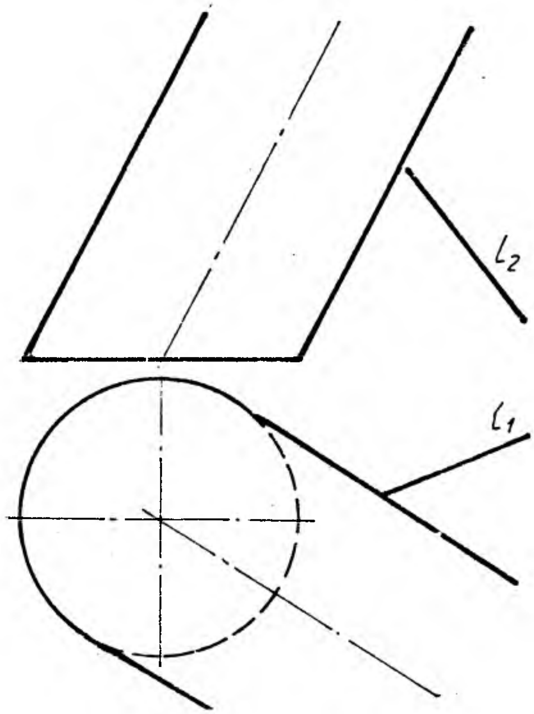
б



28*. Через данную прямую построить l плоскость, касательную к заданной поверхности.



29*. Построить плоскость, касательную к поверхности и параллельную заданной прямой.



Глава 3. РАЗВЕРТКИ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Разверткой поверхности называется плоская фигура, образующаяся при совмещении поверхности с плоскостью. При этом поверхность представляется как гибкая, но нерастяжимая и несжимаемая пленка.

С развертками приходится встречаться при изготовлении различных конструкций и деталей, выполняемых из листового материала, как в строительном, машиностроительном, так и в других производствах. При этом развертка поверхностей является основой для построения выкроек изделия из листового материала. А затем выкройкам путем свертывания и соединения с помощью сварки, пайки, клейки и т.п. придается форма поверхности изделий.

На развертках сохраняются длины отрезков линий, лежащих на поверхности, величины углов между линиями и площади фигур, образованными замкнутыми линиями.

Не все поверхности можно точно развернуть на плоскость. Поэтому поверхности делятся на развертываемые и неразвертываемые.

Поверхность многогранника всегда можно совместить с плоскостью, так как она состоит из плоских отсеков. Развертка поверхности многогранника получается в результате последовательного вычерчивания всех граней в натуральную величину. Таким образом, построение развертки сводится к задаче построения натурального вида плоской фигуры.

К развертывающимся поверхностям относятся линейчатые поверхности, которые образованы взаимно параллельными или пересекающимися образующими. К таким поверхностям относятся торсы и их частные виды - конические и цилиндрические поверхности.

Остальные линейчатые и все нелинейчатые поверхности относятся к неразвертываемым поверхностям.

Для развертываемых линейчатых поверхностей строят п р и б л и ж е н н ы е развертки, так как хотя теоретически можно получить точную развертку, но практически при выполнении чертежа развертки невозможно и нет необходимости оперировать бесконечно большим числом бесконечно малых элементов. Поэтому для построения приближенной развертки таких поверхностей необходимо аппроксимировать (заменять) отдельные элементы поверхности отсеками плоскостей. Это равносильно принятию цилиндра за вписанную в него призму, конуса - за вписанную в него пирамиду, а торса - за вписанную в него многогранную поверхность (гранный торс).

Выполнение приближенных разверток указанных поверхностей сводится к построению:

1) разверток многогранных поверхностей (вписанных или описанных), аппроксимирующих эти поверхности;

2) обводов концевых точек ребер развернутой многогранной поверхности.

Чем меньше размеры отсеков аппроксимирующей многогранной поверхности, тем более высокая степень совпадения приближенной развертки с теоретической.

Для практических нужд строят у с л о в н ы е развертки также и неразвертывающихся поверхностей. При построении условных разверток неразвертываемых поверхностей чаше всего используется замена (аппроксимация) заданной поверхности другой поверхностью - развертываемой с последующей разверткой последней.

Развертка некоторых поверхностей строится очень просто. Так, например, развертка поверхности прямого кругового цилиндра представляет собой прямоугольник, длина которого равна длине окружности, а ширина - высоте цилиндра. Отсюда следует и ее построение.

Развертка поверхности прямого кругового конуса представляет собой круговой сектор, радиус которого равен длине образующей конуса, а длина дуги сектора - длине окружности основания конуса.

Линия поверхности, определяющая кратчайшее расстояние между двумя точками поверхности, называется г е о д е з и ч е с к о й линией. На развертке она представляет собой отрезок прямой.

Для построения разверток поверхностей используются следующие способы:

1. Способ триангуляции (треугольников).

2. Способ нормального сечения.

3. Способ раскатки.

Рассмотрим на примерах идею и характер геометрических построений для каждого из отмеченных способов.

§ 7. РАЗВЕРТКИ ПИРАМИДАЛЬНОЙ И КОНИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Для построения развертки многогранника достаточно построить совокупность многоугольников, равновеликих граням многогранника. Так как у пирамиды боковые грани – треугольники, то для построения развертки достаточно определить натуральные величины этих треугольников, для чего необходимо иметь натуральные длины всех ребер пирамиды.

Таким образом, построение развертки пирамиды проводится по следующей схеме:

1. Определяются длины всех ребер, включая стороны основания пирамиды;

2. Строятся последовательно треугольники (грани пирамиды) таким образом, чтобы они примыкали один к другому и у них была общая вершина.

Пример 1. Построить полную развертку пирамиды SABC (рис. 32).

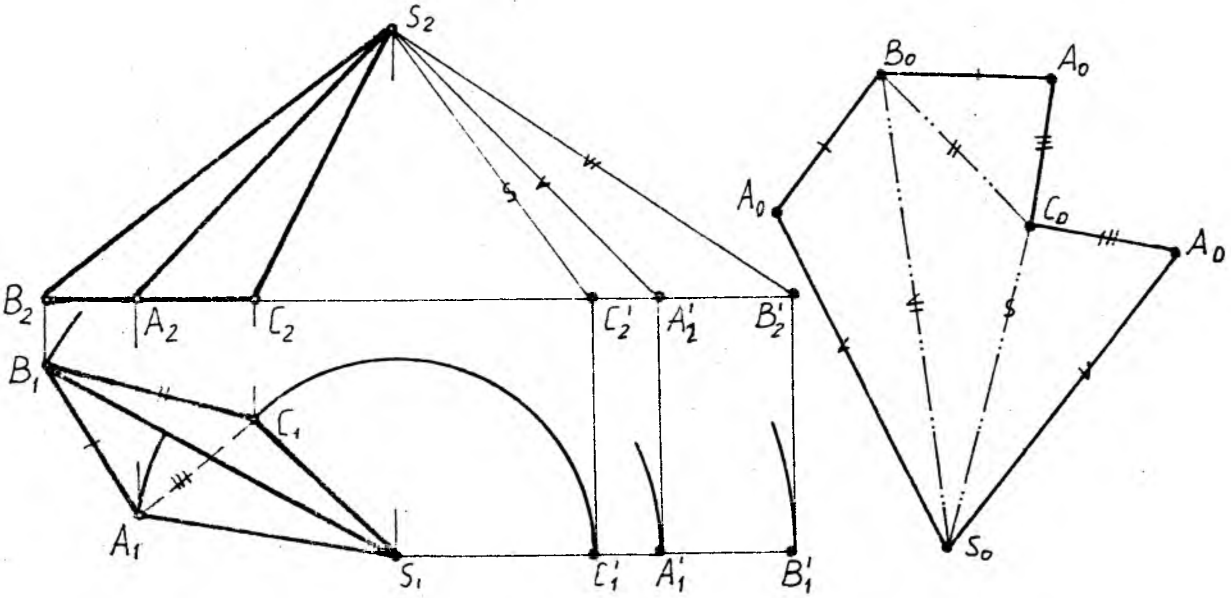


Рис. 32

Решение. Основание ABC расположено в горизонтальной плоскости уровня. Поэтому его стороны на Π_1 проецируются в натуральную величину.

Для определения натуральных размеров боковых ребер используем метод вращения отрезка вокруг проецирующей оси, проходящей через один из концов отрезка (точку S). Натуральной величиной боковых ребер являются отрезки S_2C_2', S_2A_2', S_2B_2'.

На развертке последовательно строим треугольники граней пирамиды каждый по трем сторонам. Выполненные построения ясны из рисунка, на котором равновеликие отрезки отмечены одинаковыми значками.

Так как по условию задачи требуется построение полной развертки пирамиды, к развертке боковой поверхности пирамиды пристраиваем треугольник основания.

Приближенная развертка поверхности наклонного конуса строится по аналогии с разверткой поверхности пирамиды.

П р и м е р 2 . Построить развертку боковой поверхности конуса (рис.33).

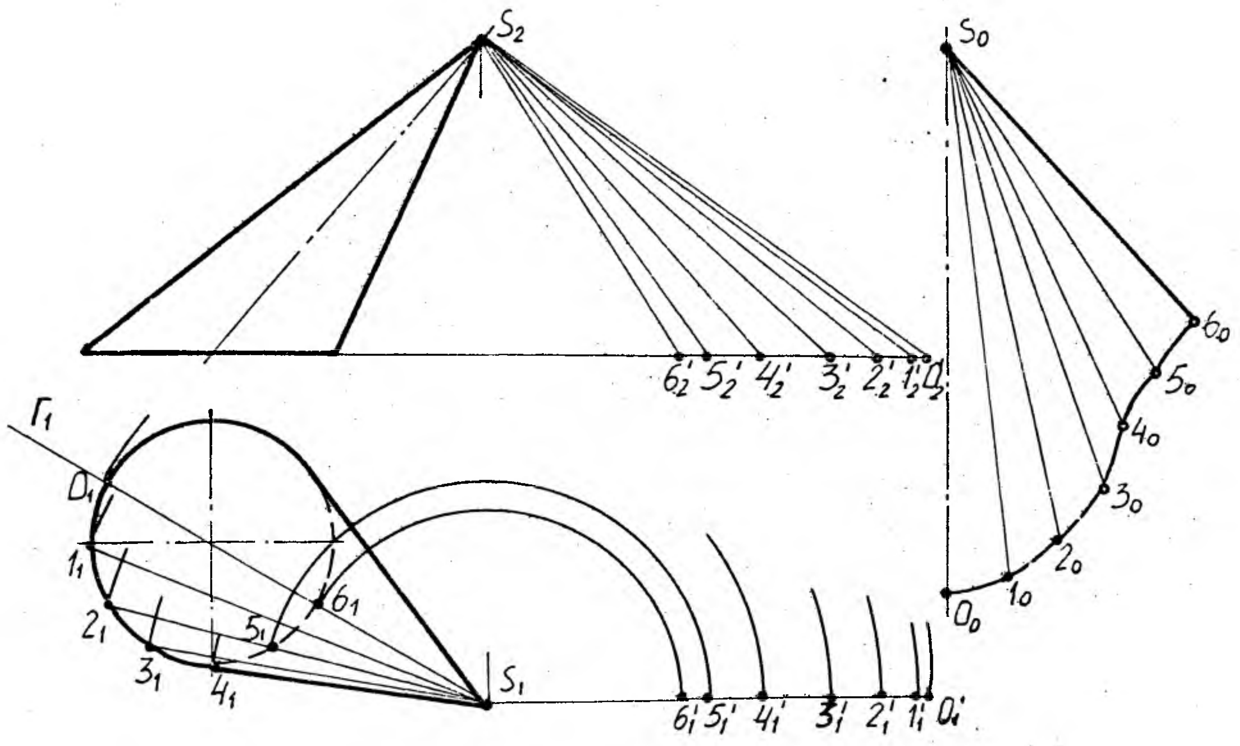


Рис. 33

Р е ш е н и е . Коническую поверхность аппроксимируем (заменяем) поверхностью пирамиды, вписаную в коническую поверхность. Так как коническая поверхность имеет плоскость симметрии Г, то можно построить развертку только одной половины поверхности.

Разделив от точки О половину окружности основания конической поверхности на шесть равных частей и определив с помощью вращения вокруг горизонтально проецирующей оси натуральные величины образующих, проведенных в точки деления, строим шесть примыкающих один к другому треугольников с общей вершиной S . Каждый из этих треугольников строится по трем сторонам; при этом две стороны равны натуральным величинам образующих, а третья - хорде, стягивающей дугу окружности основания между соседними точками деления.

После этого через точки О , 1 , 2 ... разогнутого по способу хорд основания конической поверхности проводим плавную кривую.

§ 8. РАЗВЕРТКА ПРИЗМАТИЧЕСКОЙ И ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Построение развертки призмы можно проводить различными способами.

С п о с о б т р е у г о л ь н и к о в и л и т р и а н г у л я ц и я

Построения проводятся по следующей схеме:

1. Каждая боковая грань призмы, представляющая собой четырехугольник, разбивается диагональю на два треугольника;

2. Определяются длины сторон всех треугольников;

3. По трем сторонам строятся последовательно все треугольники.

П р и м е р 3 . Построить проекцию боковой поверхности заданной призмы (рис. 34).

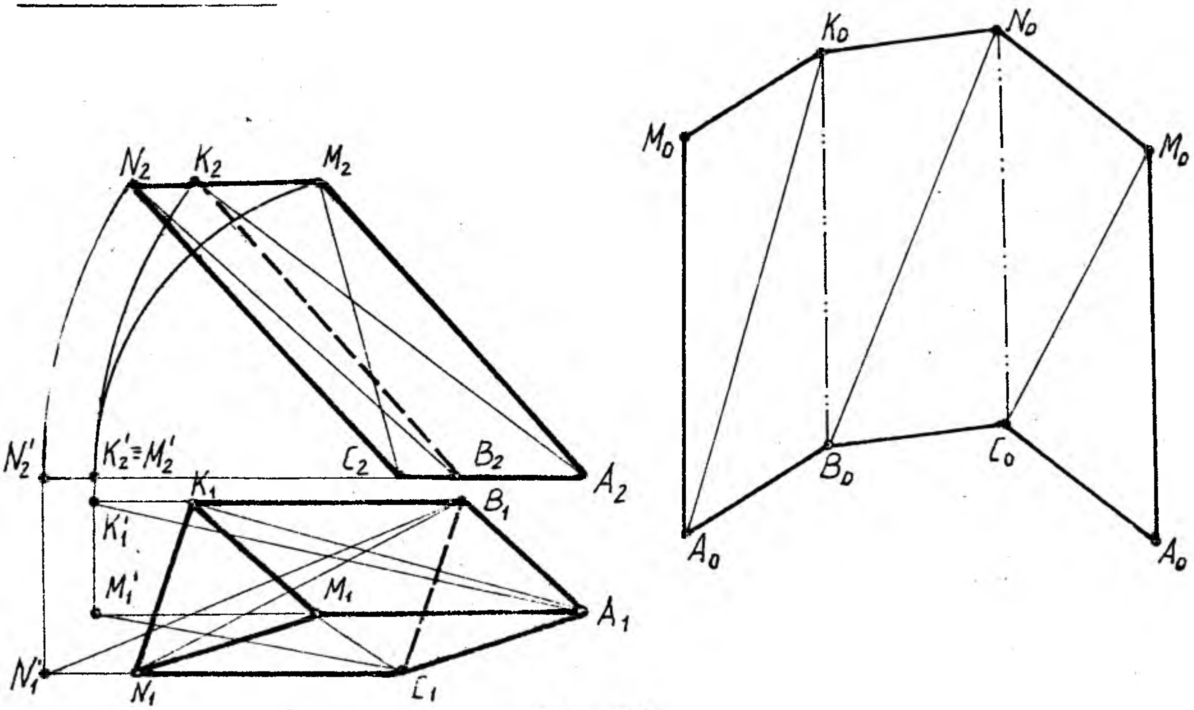


Рис. 34

Р е ш е н и е . Боковые грани призмы диагоналями АК, ВN , СМ разбиваем на треугольники и способом вращения вокруг горизонтально проецирующих осей определяем натуральные величины построенных диагоналей.

Заметим, что боковые ребра призмы проецируются без искажения на фронтальную плоскость проекций, а ребра основания – на горизонтальную плоскость проекций.

Затем по трем сторонам строим треугольники боковой поверхности призмы, соблюдая их последовательность.

С п о с о б н о р м а л ь н о г о с е ч е н и я

Построения проводятся по следующей схеме:

1. Поверхность пересекается плоскостью, перпендикулярной к боковым ребрам;

2. Определяется натуральный вид сечения поверхности призмы этой плоскостью. Каждый отрезок полученной ломаной равен ширине соответствующей грани призмы;

3. Полученная ломаная разворачивается в прямую и через концы отрезков бывшей ломаной проводятся ребра призмы перпендикулярно к построенной прямой;

4. На проведенных перпендикулярах откладываются длины отрезков ребер, заключенных между линией сечения и основаниями. Полученные точки последовательно соединяются между собой.

П р и м е р 4 . Построить полную развертку трехгранной наклонной призмы (рис. 35).

Р е ш е н и е . У данной призмы боковые ребра параллельны фронтальной плоскости

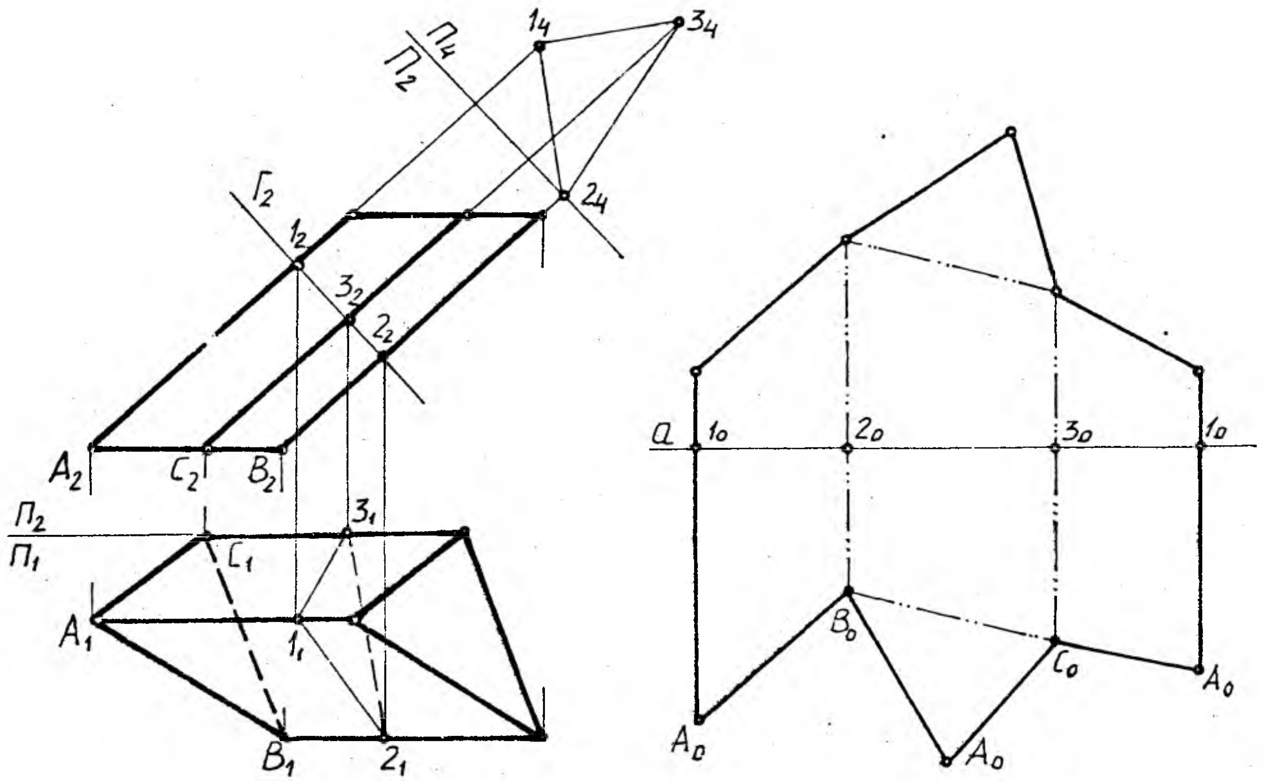


Рис. 35

проекций и проецируются на $П_2$ в натуральную величину.

Рассекаем призму плоскостью, перпендикулярной боковым ребрам. Эта плоскость является фронтально проецирующей плоскостью и пересекает призму по треугольнику. Стороны этого треугольника равны ширине соответствующих граней призмы.

Определяем натуральную величину сечения используя способ замены плоскостей проекций.

На свободном поле чертежа проводим горизонтальную прямую a, на которой откладываем отрезки, равновеликие сторонам треугольника сечения. Получаем точки 1_0, 2_0, 3_0, 1_0. Через полученные точки проводим перпендикуляры к прямой a, на которых от точек 1_0, 2_0, 3_0 откладываем по обе стороны отрезки боковых ребер, взятые с фронтальной проекции. Концы отложенных отрезков ребер последовательно соединяем прямыми. Полученная плоская фигура представляет собой развертку боковой поверхности призмы, к которой пристраиваем треугольники – натуральные величины оснований призмы.

Способ раскатки

Этот способ целесообразно использовать для построения развертки поверхности призмы в том случае, когда основание призмы параллельно какой-либо одной плоскости проекции, а ее ребра параллельны другой плоскости проекции.

Построения проводятся по следующей схеме:

1. Мысленно удаляются основания призмы и боковая поверхность разрезается по одному из ребер;

2. Последовательным вращением вокруг боковых ребер (они являются линиями уровня) все боковые грани совмещаются с плоскостью уровня, проходящей через ребро, по которому разрезается данная призма.

П р и м е р 5. Построить полную развертку треугольной призмы (рис. 36).

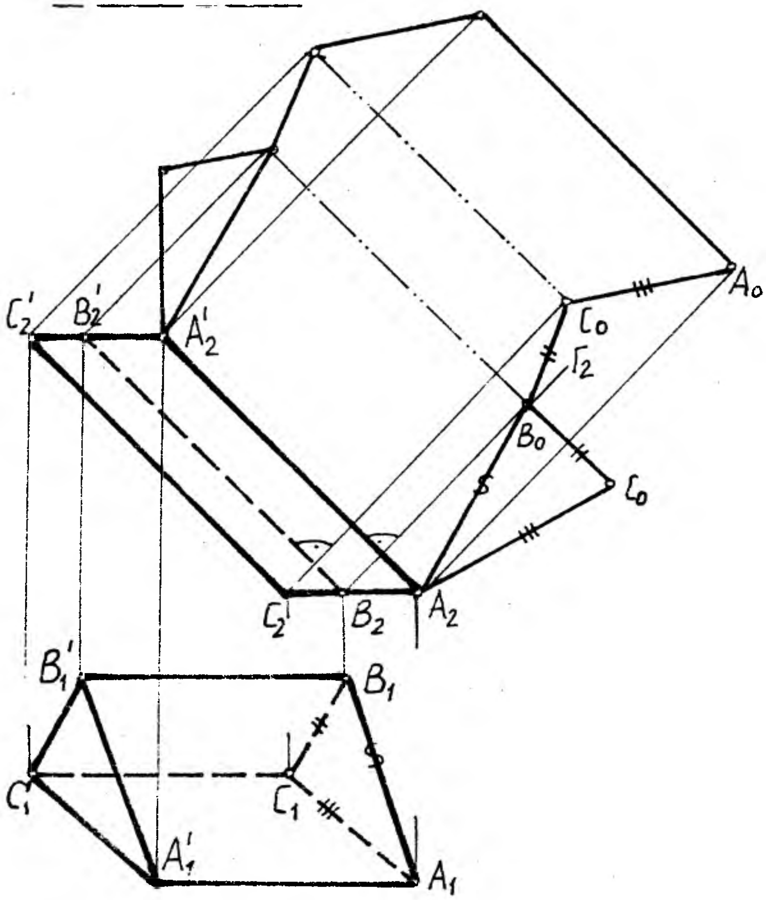


Рис. 36

Р е ш е н и е. Развертка боковой поверхности призмы может быть построена способом раскатки, потому что боковые ребра призмы являются фронталями, а плоскости оснований являются горизонтальными плоскостями уровня и на плоскость Π_1 треугольники оснований проецируются в натуральную величину.

Мысленно разрезаем боковую поверхность призмы по ребру AA' и вращением вокруг него последовательно совмещаем все боковые грани призмы с фронтальной плоскостью, проходящей через это ребро.

При совмещении грани $AA'BB'$ с этой плоскостью ребро AA' не меняет своего положения, а точка B вращается во фронтально проецирующей плоскости Г, перпендикулярной этому ребру. Для построения повернутого положения точки B нужно помнить, что после совмещения точки B с фронтальной плоскостью уровня, проходящей через ребро AA', она будет удалена от точки A на величину отрезка AB. Отметим, что натуральная величина отрезка AB на чертеже задана на горизонтальной проекции. Поэтому для построения точки B_0 на развертке через ее фронтальную проекцию проводим вырожденную проекцию $\Gamma_2 \perp A_2A_2'$, на которой от точки A_2 делаем засечку дугой радиуса $A_2B_0 = A_1B_1$.

Далее аналогичными построениями (вращением вокруг ребра BB') совмещаем с фронтальной плоскостью грань $BCC'B'$ и т.д.

Затем к развертке боковой поверхности пристраиваем нижнее и верхнее основание призмы.

Развертка цилиндрической поверхности строится приближенно, как развертка вписанной в него призмы. Таким образом, способы построения разверток призматических и цилиндрических поверхностей являются общими.

§ 9. ПОСТРОЕНИЕ УСЛОВНЫХ РАЗВЕРТОК НЕРАЗВЕРТЫВАЕМЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Для неразвертывающихся поверхностей строят условные развертки. Построение условной развертки поверхности выполняют в такой последовательности:

1. Исходя из требуемой точности развертки, данную поверхность разрезают на несколько равных или примерно равных частей;

2. Отсеки данной поверхности аппроксимируются отсеками развертывающихся поверхностей;

3. Строится развертка этих отсеков, совокупность которых и представляет собой условную развертку неразвертываемой поверхности.

Если неразвертываемая поверхность линейчатая, целесообразно условную развертку строить способом триангуляции, т.е. путем разбивки поверхности на треугольники, которые затем последовательно совмещаются с плоскостью.

Условные развертки поверхностей вращения обычно строят способом вспомогательных цилиндров и способом вспомогательных конусов.

Способ триангуляции

Пример 6. Построить развертку поверхности коноида, у которого одной направляющей является полуокружность l, другой направляющей – отрезок AB, а плоскость параллелизма – Г (рис. 37).

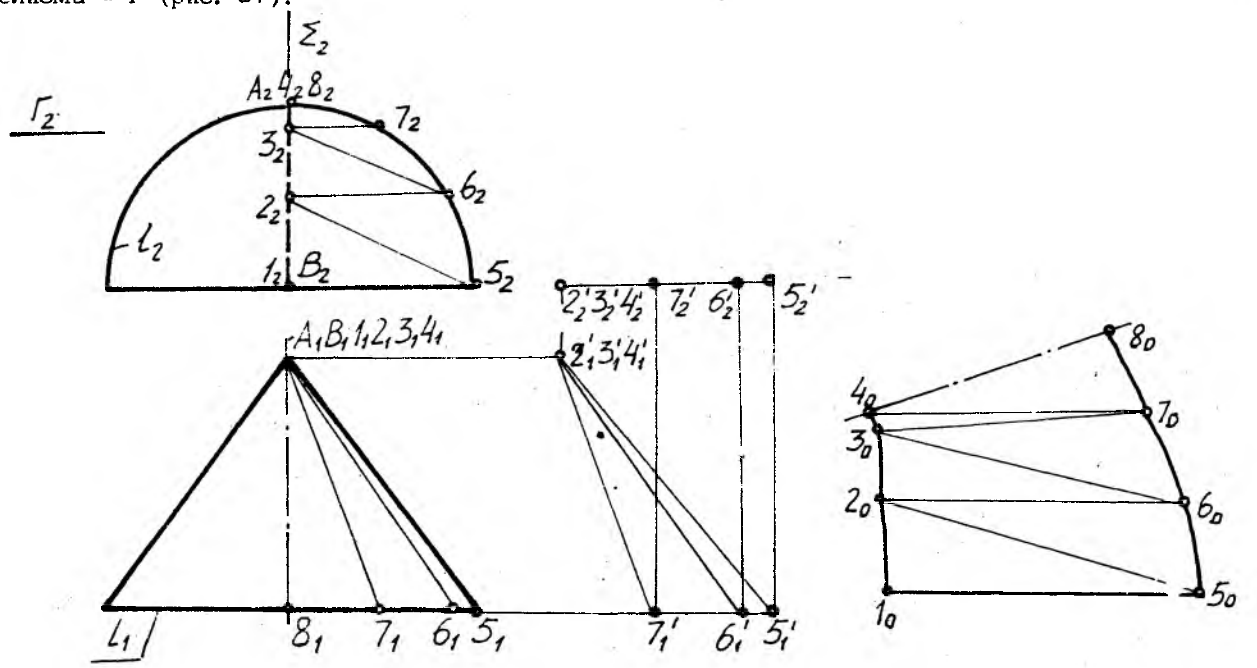


Рис. 37

Решение. Так как поверхность коноида имеет плоскость симметрии Σ, то можно построить развертку только одной половины поверхности.

Развертку строим способом триангуляции, или аппроксимацией поверхности совокупнос–

тью плоских треугольников. Для этого дугу кривой направляющей делим на три части. Через полученные точки деления проводим образующие поверхности, которые на фронтальной проекции горизонтальны (параллельны вырожденной проекции плоскости параллелизма Г), а на горизонтальной проекции пересекаются в одной точке - вырожденной проекции второй направляющей.

Каждую полученную таким образом часть поверхности делим еще и наклонными прямыми, чтобы получить треугольники, натуральную величину которых можно построить, зная величины их сторон.

Поскольку обе направляющие поверхности параллельны фронтальной плоскости проекций, их отрезки проецируются на $П_2$ без искажения. Натуральные величины дополнительных прямых строим с помощью плоскопараллельного перемещения.

Построение развертки начинаем с построения отрезка $1_0 5_0$, равного отрезку $1, 5_1$ на горизонтальной проекции. Затем строим точку 2_0 засечками, радиусы которых $1_0 2_0$ и $5_0 2_0$ равны соответственно $1_2\ 2_2$ и $5'_1\ 2'_2$. Таким же образом построены все треугольники на развертке. Естественно, чем на большее число треугольников разбита поверхность, тем точнее будет развертка.

Способ вспомогательных цилиндров

При построении условной развертки поверхностей вращения способом вспомогательных цилиндров:

1. Поверхность делится меридиональными плоскостями на равное число частей.

2. Каждая часть заменяется отсеком цилиндрической поверхности с направляющим средним меридианом. Образующая отсека направлена по касательным к параллелям в точках их пересечения со средним меридианом.

3. Строится развертка отсеков вспомогательных цилиндрических поверхностей.

Пример 7. Построить развертку поверхности вращения (рис. 38).

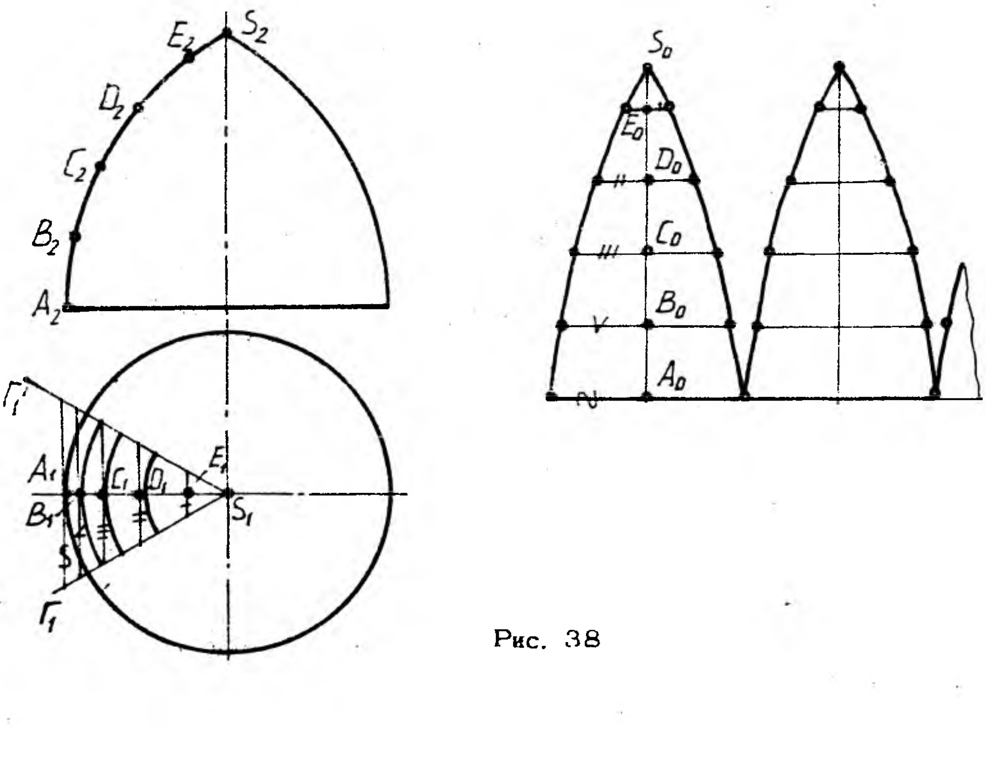


Рис. 38

Р е ш е н и е . Поверхность разрезаем на шесть частей. Одну из частей, средним меридианом которой является главный меридиан поверхности SA, заменяем фронтально проецирующей цилиндрической поверхностью, образующие которой ограничены плоскостями $Г$, $Г'$.

Для приближенного построения развертки поверхности вспомогательного цилиндра ее направляющую AS, являющуюся одновременно нормальным сечением, аппроксимируем ломаной $ABCDE$. Развертку отсека поверхности цилиндра строим по способу нормальных сечений, для чего спрямляем ломаную $ABCDE$ в отрезок прямой $A_0B_0C_0D_0E_0$. Через точки A_0, B_0, ... проводим прямые, перпендикулярные A_0S_0, на которых откладываем отрезки касательных, проведенных к соответствующим параллелям и ограниченных плоскостями $Г$, $Г'$.

С п о с о б в с п о м о г а т е л ь н ы х к о н у с о в

Способ вспомогательных конусов заключается в том, что поверхность вращения разрезается плоскостями, перпендикулярными ее оси, на несколько частей -"поясов", которые аппроксимируются коническими поверхностями. Совокупность разверток конусов и будет представлять условную развертку поверхности вращения.

П р и м е р 8 . Построить развертку поверхности вращения (рис. 39).

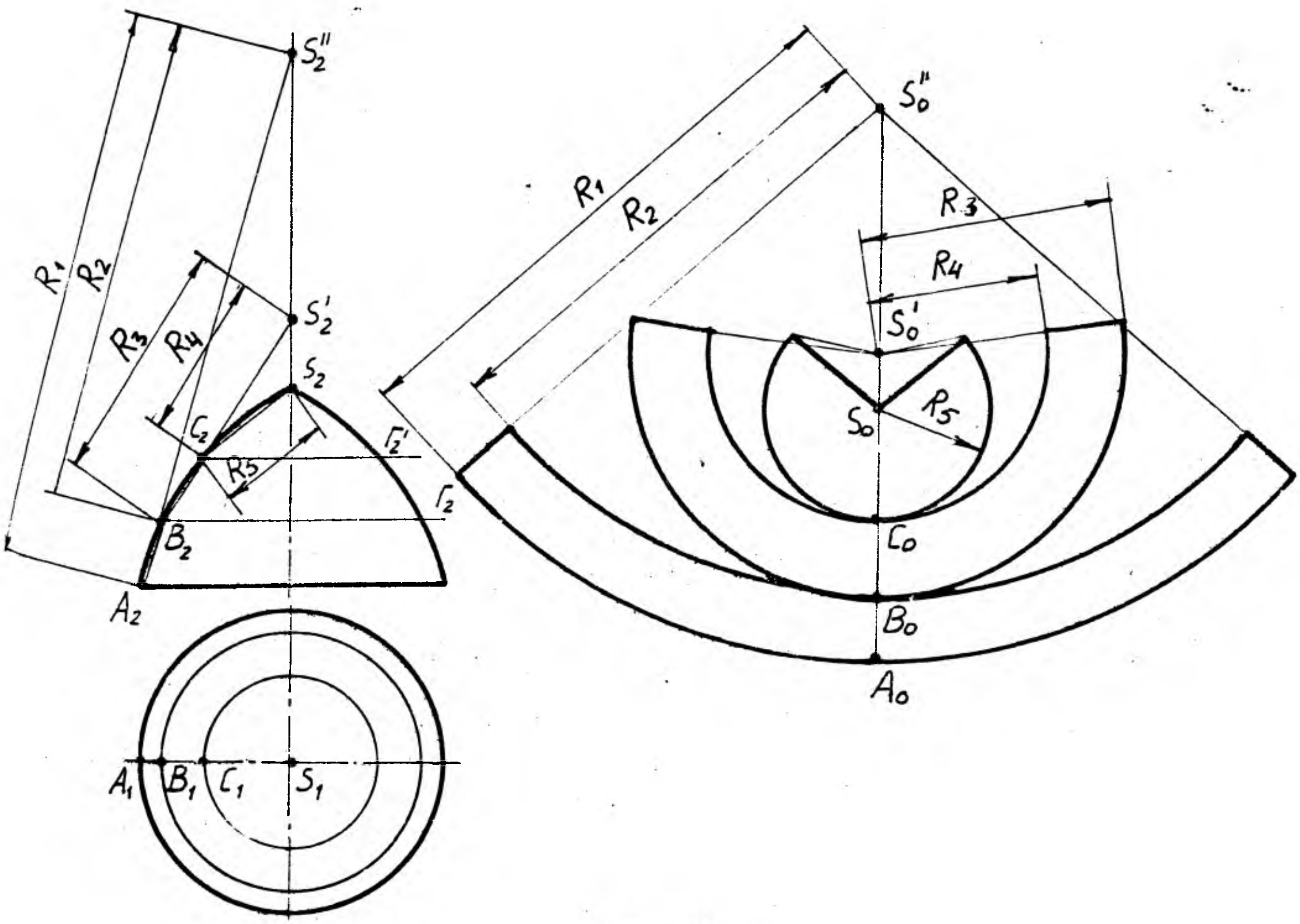


Рис. 39

Р е ш е н и е . Для построения развертки способом конусов поверхность разрезаем плоскостями Г и Г' на три пояса, каждый из которых заменяем вписанными коническими поверхностями с вершинами в точках S, S', S''. Основанием конусов являются параллели поверхности.

Развертка поверхности прямого кругового конуса представляет собой круговой сектор, радиус которого равен длине образующей конуса, а центральный угол $\alpha = \frac{r}{l} 360^{\circ}$, где r – радиус основания конуса, а l – длина его образующей.

Самоконтроль 11. Попробуйте построить развертку сферы способом вспомогательных конусов и подумайте, можно ли при этом использовать хотя бы одну вспомогательную цилиндрическую поверхность.

(См. ответ на с. 47).

Самоконтроль 12. Подумайте, какая заданная на проекции прямая линия, принадлежащая поверхности конуса, изобразится на развертке прямой?

12. а. Параллельная на проекции любой образующей конуса (ответ см. на с. 47).

12. б. Совместившаяся с образующей (си. ответ на с. 48).

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

Что называется разверткой поверхности?

Какая поверхность называется развертываемой и какая неразвертываемой?

Какие поверхности относятся к развертывающимся?

Перечислите основные свойства развертки развертываемой поверхности.

Какие способы применяются для построения развертки развертываемой поверхности?

В чем сущность способов нормального сечения, раскатки и триангуляции? Для развертки каких поверхностей применяется каждый из них?

Что такое аппроксимация поверхности?

В чем состоит общий прием решения задачи на построение условной развертки неразвертываемых поверхностей?

Сформулируйте и дайте подробное объяснение способов построения условной развертки неразвертываемой линейчатой поверхности.

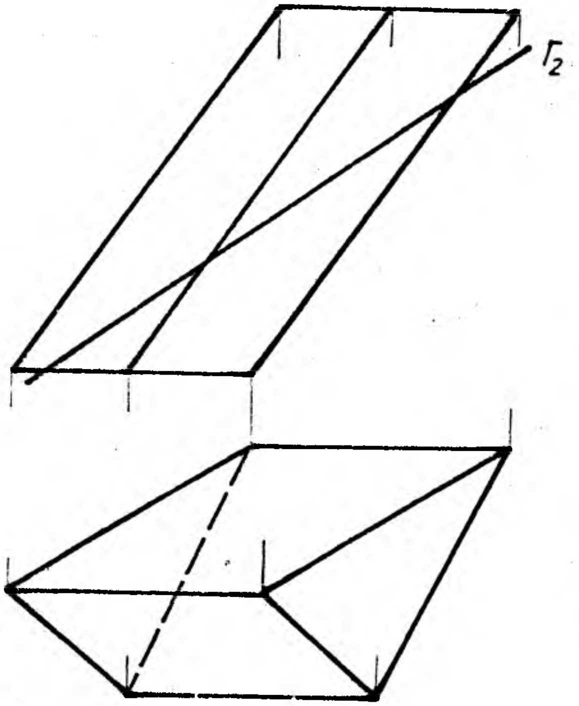
Для развертки каких поверхностей применяется способ вспомогательных цилиндрических и конических поверхностей? В чем заключаются построения по этим способам?

Как определить кратчайшее расстояние между двумя точками, лежащими на развертываемой поверхности?

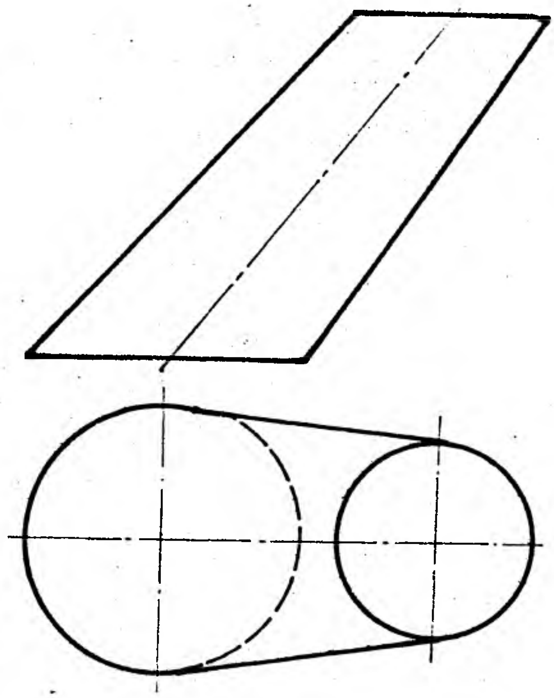
Какая линия на поверхности называется геодезической?

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

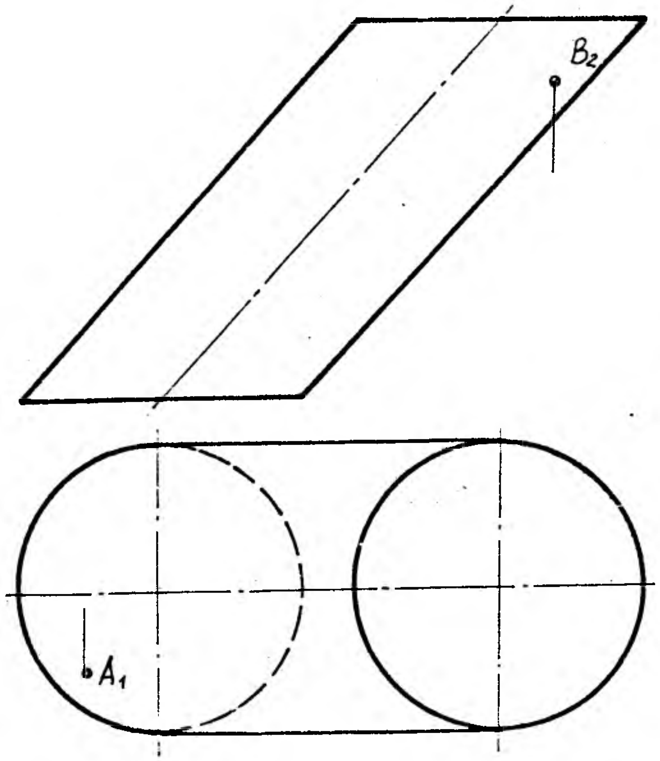
30*. Построить полную развертку поверхности. Указать на ней линию пересечения поверхности плоскостью Г.



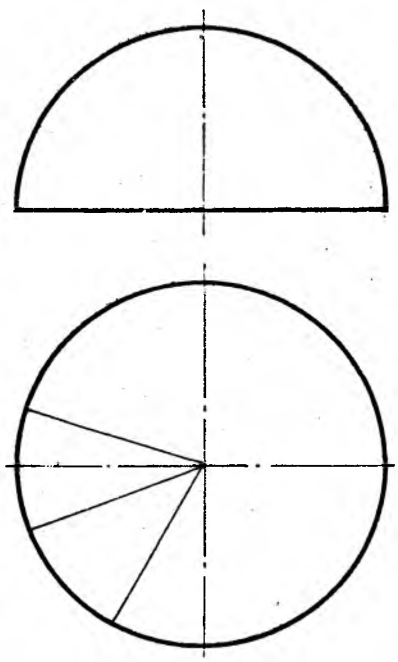
31*. Построить развертку боковой поверхности.



32*. Построить геодезическую линию через т. А и В на поверхности цилиндра.



33*. Построить развертку двух долей полусферы.



Приложение 1

ОТВЕТЫ "а" НА ЗАДАЧИ САМОКОНТРОЛЯ

1. а. Ваш ответ правильный. Если заменить плоскость $П_1$ исходной системы на плоскость $П_4$, проведя новую ось проекций параллельно фронтальной проекции отрезка, то в новой системе плоскостей проекций станет отрезком горизонтальной линии.

Подумайте, имеет ли значение, на каком расстоянии расположить плоскость $П_4$ относительно заданного отрезка?

2. а. Ответ правильный. При указанном положении фронтальной проекции фронтали фронталь является горизонтально проецирующей прямой, что характерно для горизонтально проецирующей плоскости.

3. а . Ответ неправильный.

4. а . Ось вращения пересекает две стороны четырехугольника или их продолжения. Точки пересечения при вращении неподвижны, поэтому для определения положения этих сторон после вращения нужно найти новое положение их точки пересечения. Чтобы найти положение еще двух сторон, необходимо знать положение еще одной точки. Следовательно, Ваш ответ верный.

5. а. Отрезок перпендикуляра, измеряющий кратчайшее расстояние между скрещивающимися прямыми, параллелен плоскости проекций и проецируется в натуральную величину тогда, когда одна из скрещивающихся прямых является проецирующей. Заданные на рис. 15 прямые являются прямыми общего положения. Ваш ответ неправильный.

6. а. Ответ правильный. Подумайте, на какую плоскость проекций расстояние от точки К до заданной плоскости спроецируется в натуральную величину?

7. а. Ответ неправильный.

8. а. Угол наклона плоскости к фронтальной плоскости проекций проецируется в натуральную величину тогда, когда плоскость является горизонтально проецирующей. Отметим, что отрезок АВ является фронталью заданной плоскости. Проведя плоскость $П_4$ перпендикулярно отрезку АВ, заданная плоскость преобразуется в горизонтально проецирующую плоскость. Ваш ответ правильный.

9. а. Ответ правильный.

10. а. Из внешней точки к поверхности вращения можно провести бесконечное множество касательных, совокупность которых представляет обертывающий конус. В каждой точке касания этого конуса к поверхности вращения можно провести касательную плоскость. Ответ неправильный.

11. а. Можно, если одним из участков сферы взять ее часть, размешающуюся между двумя горизонтальными, симметричными относительно экватора плокостями.

12. а. Ваш ответ неверный. Если на одной из проекций линия, принадлежащая поверхности конуса и не проходящая через вершину конуса, изображается прямой, то действительно, это будет кривая второго порядка, и поэтому на развертке она будет кривой.

Приложение 2

ОТВЕТЫ "б" НА ЗАДАЧИ САМОКОНТРОЛЯ

1. б. Неправильный ответ.

2. б. У горизонтально проецирующей плоскости фронталь является горизонтально проецирующей прямой, следовательно, фронтальная проекция фронтали расположена перпендикулярно направлению оси x. Ваш ответ неправильный.

3. б. Ответ верный.

4. б. Ось вращения пересекает две стороны четырехугольника или их продолжение. Точки пересечения при вращении неподвижны, поэтому для определения положения этих сторон после вращения нужно найти новое положение их точки пересечения. Чтобы найти положение еще двух сторон, необходимо знать положение еще одной точки. Следовательно, Ваш ответ неверный.

5. б. Ответ правильный. Постройте проекции отрезка перпендикуляра, определяющего это расстояние.

6. б. Ответ неправильный. Расстояние измеряется величиной отрезка перпендикуляра, опущенного из точки K на заданную плоскость, и проецируется в натуральную величину, если плоскость является проецирующей. Заданная на рис 18 плоскость занимает положение плоскости общего вида.

7. б. Ответ правильный.

8. б. Ответ неправильный.

9. б. Ответ неправильный. Через любую точку сферы можно провести бесчисленное множество касательных прямых, но все они принадлежат одной плоскости.

10. б. Из внешней точки к поверхности вращения можно провести бесчисленное множество касательных плоскостей. Ответ правильный.

12. б. Ответ правильный. Поскольку все образующие поверхности изобразятся прямыми линиями, то прямая, совмещающаяся с образующей, изобразится на развертке прямой линией. Прямая, принадлежащая поверхности и параллельная образующей на одной проекции, будет фактически кривой линией и на поверхности, и на развертке.

ОТВЕТЫ НА ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

3. Точка, симметричная точке К относительно плоскости Г ($\ell \parallel n$), принадлежит перпендикуляру, опущенному из точки К на эту плоскость, и удалена от плоскости на величину расстояния от точки К до плоскости.

План решения задачи:

1. Из точки К опустить перпендикуляр на заданную плоскость Г.

2. Определить точку пересечения построенного перпендикуляра с плоскостью Г.

3. На построенном перпендикуляре определить точку, удаленную от плоскости Г на расстояние, равное расстоянию от точки К до плоскости. Эта точка является искомой.

Решение задачи упрощается, если плоскость Г преобразовать в проецирующую плоскость.

8. Центр вписанной в тругольник АВС окружности можно построить, если предварительно определить натуральную величину этого треугольника, т. е. преобразовать плоскость в плоскость уровня. При этом высота пирамиды становится отрезком проецирующей прямой.

Решение задачи приведено на рис. 40.

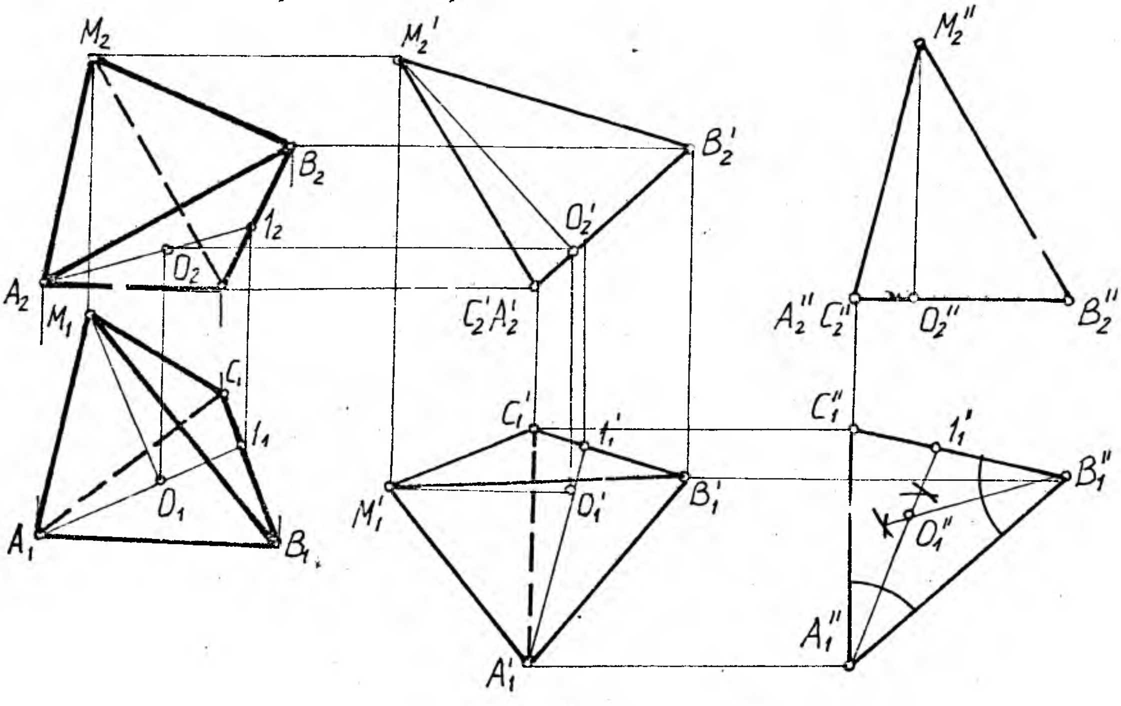


Рис. 40

Последовательность построений:

1. Плоскопараллельным перемещением преобразуем плоскость АВС в плоскость уровня (см. решение задачи 4 на с. 9, рис. 11).

2. Определяем центр вписанной в треугольник АВС окружности в пересечении биссектрис внутренних углов треугольника (вначале проекцию O_1'' , затем остальные).

3. Строим проекции вершины пирамиды M –

$O_2'' M_2'' \perp A_2'' B_2'' C_2''$; $O_2'' M_2'' = 35$ мм; $M_1'' = O_1''$;

$O_2' M_2' \perp A_2' B_2' C_2'$; $O_1' M_1' \parallel x$;

$O_2 M_2 \perp A_2 B_2$; $O_1 M_1 = O_1' M_1'$;

построение проекции M ясно из чертежа.

4. Строим проекции боковых ребер пирамиды и определяем их видимость при помощи конкурирующих точек.

13. Точка, через которую должна проходить искомая плоскость Г, расположена на расстоянии 30мм по направлению прямой l от точки пересечения этой прямой с заданной плоскостью. Решение задачи приведено на рис. 41. Последовательность построений:

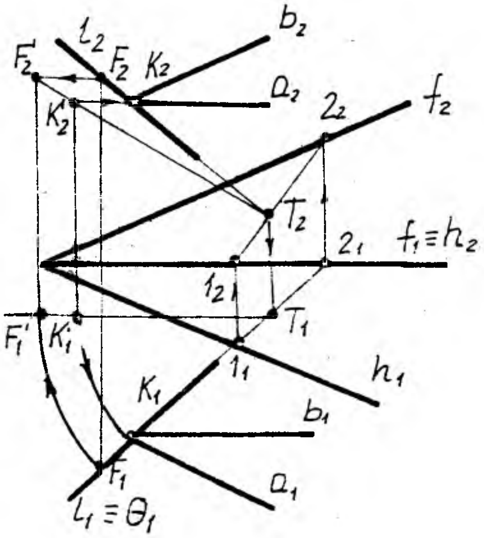


Рис. 41

1. Определяем точку пересечения прямой l с заданной плоскостью – точку Т с помощью вспомогательной горизонтально проецирующей плоскости Θ , проходящей через прямую.

2. На прямой l определяем точку К, отстоящую от точки Т на 30мм. В данном случае прямая l является прямой общего положения. Чтобы отложить на ней от точки Т отрезок 30мм, предварительно определяем натуральную величину произвольного отрезка TF этой прямой. Натуральную величину отрезка TF определяем вращением вокруг горизонтально проецирующей оси, проходящей через точку Т (на рис. 41 ось вращения не показана). На натуральной величине отмеряем 30мм от точки T_2 , получаем проекцию K_2' точки К. Обратным вращением определяем горизонтальную и фронтальную проекции точки К.

3. Через точку К строим плоскость, параллельную заданной плоскости, задавая ее двумя пересекающимися прямыми. Плоскость $\Gamma(a \cap b)$ – искомая плоскость.

14. Множеством точек в пространстве, удаленных на 30мм от прямой a , является цилиндрическая поверхность вращения, ось которой – прямая a и радиус равен 30мм. Искомые точки – точки пересечения прямой b с такой цилиндрической поверхностью.

Для решения задачи рациональнее использовать преобразование чертежа – преобразовать прямую a (ось цилиндрической поверхности) в проецирующую прямую. Дальнейшие построения аналогичны с решениями примера 3, приведенного на с. 21 (рис. 24).

15. Множеством точек пространства, удаленных от точки К на 25мм, является сферическая поверхность с центром в точке К, радиус которой равен 25мм.

Искомые точки – точки пересечения прямой l с поверхностью такой сферы.

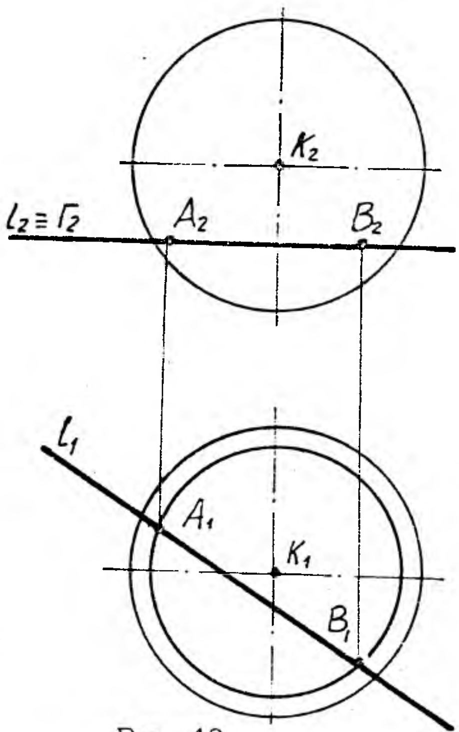


Рис. 42

План решения задачи.

1.Строим проекции сферической поверхности, центр которой – точка K и радиус равен 25мм (рис. 42).

2. Определяем точки пересечения прямой l с поверхностью построенной сферы – точки A и B, Эти точки являются искомыми.

16. Сторона BC, будучи перпендикулярной стороне AB, принадлежит плоскости, перпендикулярной AB и проходящей через точку B.

План решения задачи.

1. Строим плоскость Г, перпендикулярную AB и проходящую через точку B (рис. 43).

2. Определяем недостающую проекцию отрезка BC, учитывая принадлежность его построенной плоскости Г.

3. Достраиваем проекции прямоугольника ABCK, учитывая параллельность противолежащих сторон.

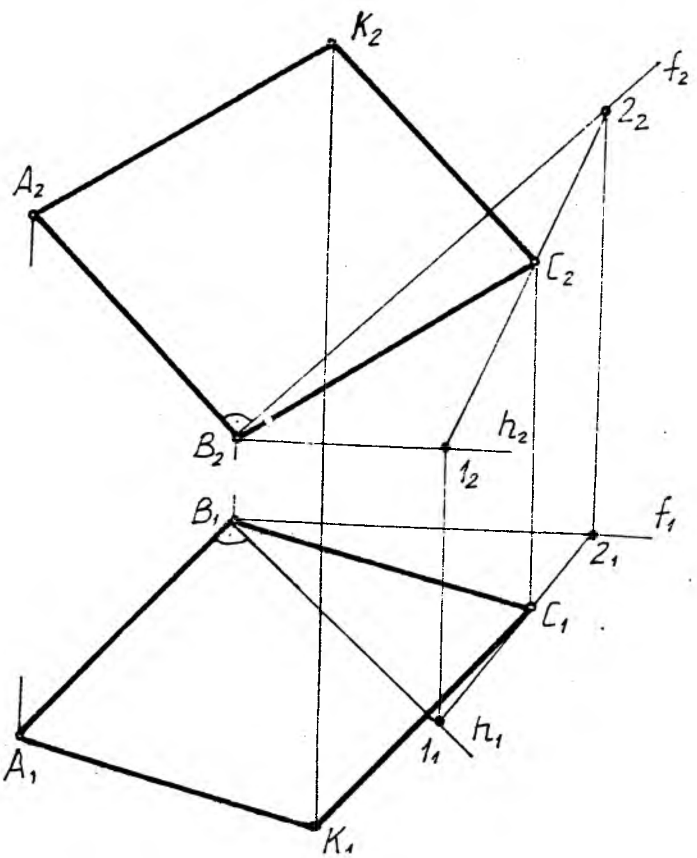


Рис. 43

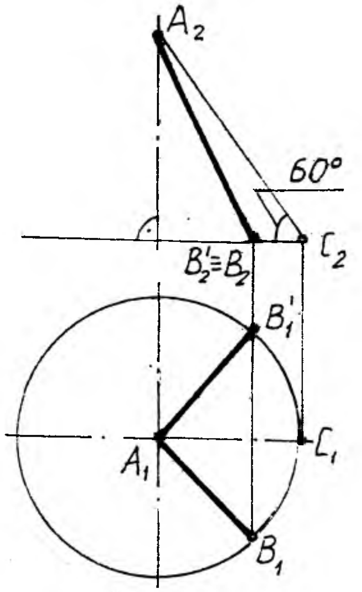


Рис. 44

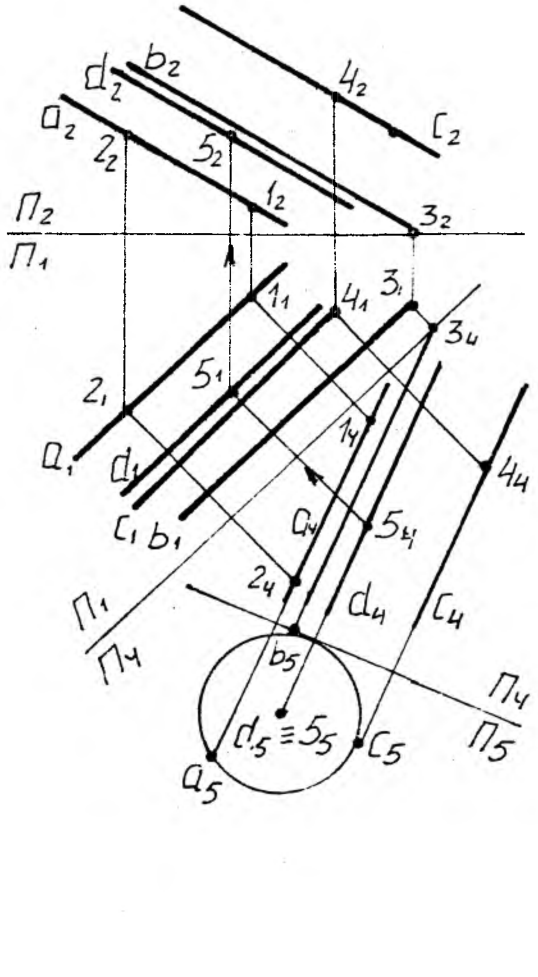


Рис. 45

17. Множеством прямых, проходящих через точку A и составляющих угол 60° с $П_1$, является поверхность прямого кругового конуса, вершина которого находится в точке A, а образующие наклонены к плоскости $П_1$ под углом 60°.

Последовательность построений:

1. Строим поверхность прямого кругового конуса с вершиной в точке A, плоскость основания которого проходит через точку B и образующие наклонены к $П_1$ под углом 60° (рис. 44).

2. Строим горизонтальную проекцию отрезка AB.

Задача имеет два решения.

20. Искомая прямая d – ось цилиндрической поверхности вращения, образующими которой являются заданные прямые a, b, c.

Для решения задачи целесообразно использовать преобразование чертежа, с помощью которого преобразовать прямые a, b, c в проецирующие прямые. При этом центр окружности – вырожденной проекции цилиндрической поверхности, описанной около трех точек (проекций заданных прямых), будет вырожденной проекцией искомой прямой d.

Решение задачи с использованием способа замены плоскостей проекций приведено на рис. 45.

21. Множеством точек, удаленных от плоскости Σ ($l \parallel m$) на 30мм, является плоскость Δ , параллельная данной плоскости и удаленная от нее на заданное расстояние. Искомое множество - линия пересечения такой плоскости с заданной плоскостью Г (АВС).

План решения задачи.

1. Построить плоскость Δ , параллельную плоскости Σ ($l \parallel m$) и отстоящую от нее на 30мм.

2. Построить линию пересечения плоскости Δ с плоскостью Г(АВС).

Для решения задачи рациональнее использовать преобразование чертежа - преобразовать заданную плоскость Σ ($l \parallel m$) в проецирующую плоскость.

На рис. 46 показано решение задачи с использованием способа замены плоскостей проекций. Заданная плоскость Σ преобразована в поецирующую глоскость, для чего новая плоскость $П_4$ введена перпендикулярно горизонтали плоскости h .

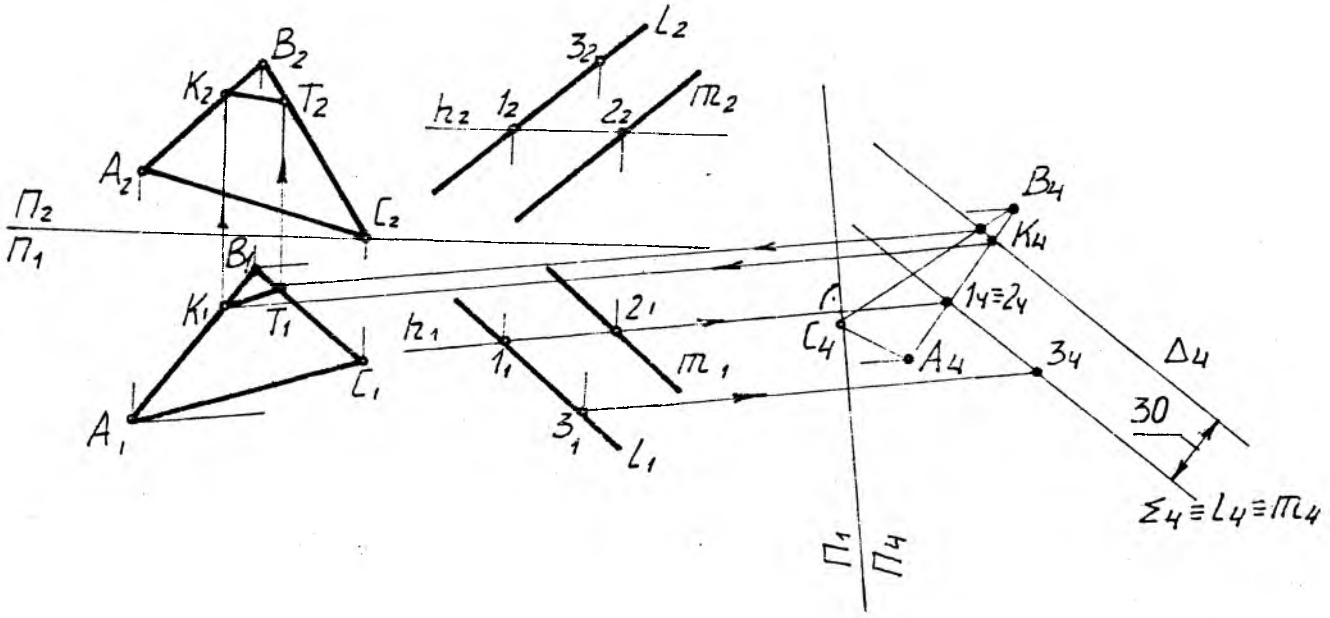


Рис. 46

В новой системе плоскостей проекций проекция $T_4 K_4$ искомой линии получена как линия пересечения новой проекции плоскости Г с вырожденной проекцией Δ_4 плоскости Δ , проведенной параллельно Σ_4 на расстоянии, равном 30мм. Параллельность вырожденных проекций ($\Delta_4 \parallel \Sigma_4$) обеспечивает параллельность плоскостей Δ и Σ . Расстояние 30мм отложено без искажения, так как перпендикуляр к проецирующей плоскости является прямой уровня.

Дальнейшие построения очевидны из чертежа.

22. Искомая плоскость Г проходит через середину перпендикуляра, опущенного из точки М на плоскость Σ $(a \cap b)$, параллельно плоскости Σ .

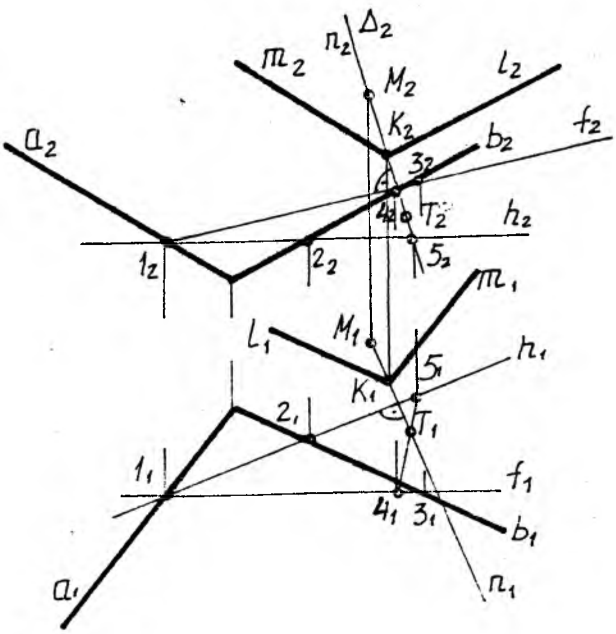


Рис. 47

Решение задачи приведено на рис. 47.

Последовательность построений:

1. Опускаем перпендикуляр из точки М на плоскость Σ $(a \cap b)$, построив предварительно линии уровня плоскости, и определяем точку пересечения перпендикуляра с плоскостью – точку Т.

2. Отмечаем середину отрезка ТМ – точку К.

3. Через точку К строим плоскость Г, параллельную плоскости Σ $(a \cap b)$, задавая ее двумя пересекающимися прямыми.

$\Gamma (l \cap m)$.

26. Решение задачи приведено на рис. 48. Так как любая плоскость касается цилиндрической поверхности по образующей, то одной из прямых, задающих искомую плоскость, является образующая цилиндрической поверхности, проходящая через заданную точку А.

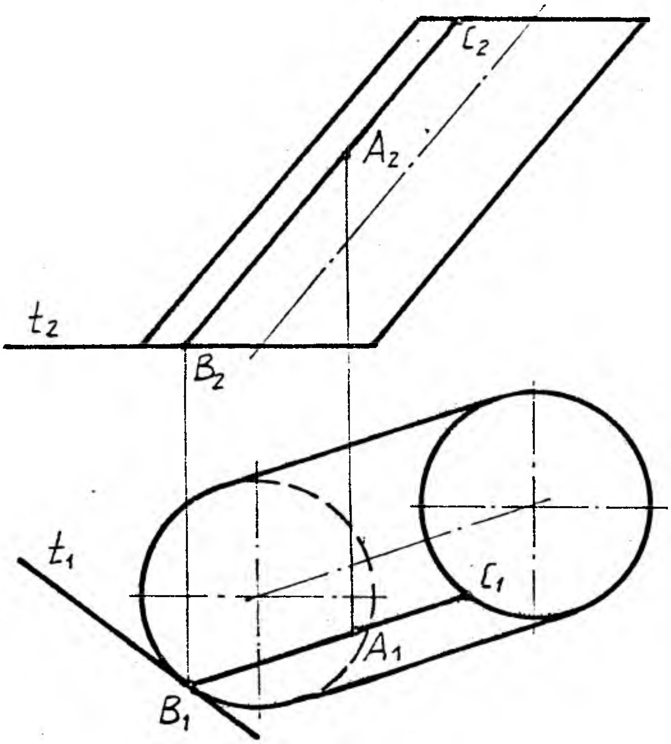


Рис. 48

Строим образующую ВС, проходящую через точку А (с ее помощью определяем горизонтальную проекцию точки А).

В качестве второй прямой, задающей искомую касательную плоскость, взята прямая, касательная к основанию цилиндра и проходящая через точку В, – прямая t .

Таким образом, искомой плоскостью является плоскость Г (ВС $\cap$ t).

27. б. Построение касательной плоскости к поверхности конуса через точку А, не принадлежащую поверхности, показано на рис. 49.

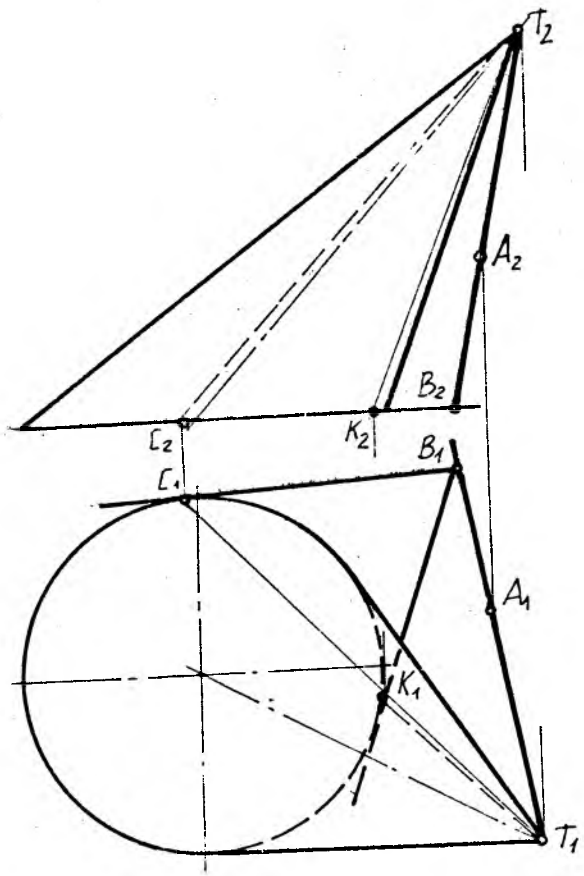


Рис. 49

Любая касательная к конической поверхности плоскость проходит через вершину конуса. Поэтому в качестве одной прямой, задающей касательную плоскость, выбираем прямую, проходящую через заданную точку А и вершину конуса Т. Прямая АТ пересекает плоскость основания конуса в точке В. Так как точка В принадлежит плоскости основания конуса, то через нее можно провести касательную к кривой основания конуса.

Задача имеет два решения, так как через точку В к окружности основания конуса можно провести две касательные – ВС и ВК. Точки касания – С и К. Плоскости, определяемые пересекающимися прямыми АТ $\cap$ ВС и ТА $\cap$ ВК, являются касательными к конической поверхности.

Литература

1. Крылов Н.Н. и др. Начертательная геометрия. -М.:Высш.школа, 1984.-223с.

2. Виницкий И.Г. Начертательная геометрия. -М.:Высш.школа, 1975.- 280с.

3. Сборник задач по начертательной геометрии /Под ред. Н.Л.Рускевича. -Киев: Вища школа, 1978. - 183 с.

4. Засов В.Д., Иконникова Г.С., Крылов Н.Н. Задачник по начертательной геометрии. -М.:Высш.школа, 1984.- 237 с.

5. Александрович З.И. и др. Задания к практическим занятиям по начертательной геометрии. -Мн.:БПИ, 1982.- 48 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Зинаида Ивановна АЛЕКСАНДРОВИЧ
Галина Васильевна НАЛИВАЙКО
Лидия Ивановна ПАВЛОВСКАЯ и др.

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ
С ЭЛЕМЕНТАМИ ПРОГРАММИРОВАННОГО ОБУЧЕНИЯ ПО КУРСУ
"НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ"
ДЛЯ СТУДЕНТОВ СТРОИТЕЛЬНЫХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

Часть 11

МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

Редактор Л.В.Иванова

Подписано в печать 27.01.87.
Формат 60x84 1/16. Бумага т.№2. Офс.печать.
Усл.печ.л. 3,8. Уч.-изд.л. 3,0. Тир. 1000. Зак. 89. Цена 10 коп.

Отпечатано на ротапринте БПИ. 220027, Минск, Ленинский пр., 65.