П.А. Скойбеда, А.Т. Скойбеда, О.А. Сонич

ЗАКОНЫ ИЗМЕНЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ТЯГОВО-СКОРОСТНОГО РЕЖИМА МОБИЛЬНЫХ МАШИН ПО КРИТЕРИЮ МИНИМАЛЬНЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ЗАТРАТ

Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь

Представлены результаты исследований тягово-скоростного режима мобильной машины по критерию энергетических затрат

С повышением энергонасыщенности сельскохозяйственных тракторов возрастает их динамическая нагруженность, что снижает производительность МТА и эффективность использования мощности двигателя [2, 9]. В связи с этим все больше исследователей приходит к выводу о необходимости управлять тягово-скоростным режимом МТА [3, 9, 10]. К числу не решенных в данной области задач относится прежде всего поиск оптимальных законов управления касательной силой тяги трактора в установившихся и неустановившихся режимах движения. При этом ставится задача обеспечить регулирование тягово-скоростного режима при условии наименьшего изменения параметров технологического процесса, т. е. регулирование должно осуществляться так, чтобы обеспечивалась стабильность скорости движения, глубины обработки почвы, заделки семян и др. При такой постановке задача может быть решена путем регулирования (управления) параметрами ходовых систем и их тягово-сцепными свойствами.

Установленные в предыдущем параграфе оптимальные значения коэффициента запаса тяговой силы могут быть обеспечены различными средствами повышения тягово-сцепных свойств колесных ходовых систем. Это прежде всего такие средства, как блокирование межколесных дифференциалов, подключение дополнительных ведущих мостов в тяговый режим, регулирование давления воздуха и весовой нагрузки шин и др.

Однако управление нельзя считать оптимальным, если на найден закон изменения его основных координат [9]. Основными координатами управления в нашем случае будут изменяющиеся по определенному закону касательная сила тяги, буксование ведущих колес, скорость движения и угловая скорость вала двигателя.

Задача об оптимальном управлении формулируется следующим образам: найти функции изменения во времени касательной силы тяги, скорости движения, буксования и угловой скорости вала двигателя, обеспечивающие минимальные потери энергии на преодоление сопротивления движению.

Неустановившееся движение МТА описывается уравнением:

$$\frac{d}{dt}(mV_\partial) = P_к - P_c, \qquad (1)$$

а уравнение вращения ведущих колес

$$\frac{d}{dt}(J\omega_к) = M_A - M_c, \qquad (2)$$

где m, J — соответственно приведенные масса и момент инерции агрегата; V_g, ω_k — действительная скорость агрегата и обороты ведущих колес; P_k, P_c — касательная сила колеса и сила сопротивления; M_g, M_c — крутящий момент двигателя и момент сил сопротивления, приведенных к валу двигателя.

Координатами управления будут в первом случае — движущая сила P_k, а во втором — момент двигателя M_g. Необходимо найти функции изменения во времени $P_k(t)$ и $M_g(t)$, при которых будет обеспечиваться минимум потерь энергии на буксование и сопротивление качению.

Потери скорости вследствие буксования

$$V_d = V_т - V_A =$$

$$= \omega_к r_к - V_A \to \min. \quad (3)$$

Видим, что задача в первой ее части сводится — к обеспечению минимума функции цели (3), значения ω_k и V_g которой определяются в результате решения уравнений (1) и (2). В такой постановке это типичная задача синтеза оптимальных характеристик динамических систем, решаемая, например, вариационными методами [10], которые позволяют подобрать закон регулирования и найти параметры системы, обеспечивающие минимум критерия оптимальности.

В данной случае в качестве критерия оптимальности регулирования рассматривается функционал, подинтегральное выражение которого не содержит производных выше первого порядка:

$$I = \int_{t_0}^{t_1} F\begin{pmatrix} x_1 \ldots x_n; \dot{x}_1 \ldots \dot{x}_n; \\ u_1 \ldots u_к; \dot{u}_1 \ldots \dot{u}_к \end{pmatrix} dt, \quad (4)$$

при заданных граничных условиях

$$x_i(t_0) = x_i^0 \text{ и } x_i(t_1) = x_i^1 (i = 1, \ldots, n).$$

Решение задачи в нашем случае обеспечивается уравнениями Эйлера, записанными для всех координат и уравнений, входящих в (4):

$$\dot{F}_{xi} - \frac{d}{dt}\dot{F}_{xi} = 0 \quad (i = 1, \ldots, n);$$

$$\dot{F}_{uj} - \frac{d}{dt}\dot{F}_{uj} = 0 \quad (j = 1, \ldots, k),$$

где F — частные производные от подинтегральной функции (4) по соответствующим переменным.

Для установления факта минимизации функционала (4) необходимо, чтобы функции X_i, U_j принадлежали к классу функций C_{2m} т. е. они должны иметь $2m$ непрерывных производных, где m — порядок производной. Если вислая производная является первой ($m = 1$), то функции X_i, U_j должны иметь две непрерывные производные. Кроме того, должно выполняться условие положительности второй производной в точке минимума функции $y = f(x)$, т. е.

$$\ddot{F}_{\dot{x}_i \dot{x}_i} \geq 0; \ \ddot{F}_{\dot{u}_j \dot{u}_j} \geq 0.$$

При отсутствии ограничений задача оптимизации относится к числу вариационных задач в открытой области. Однако применительно к системам регулирования вообще и регулированию тягово-скоростного режима машин в частности задачи без ограничений смысла не имеют.

Основными видами ограничений являются: ограничения на фазовые координаты и управления; ограничения типа голономных связей; ограничения в виде дифференциальных уравнений (неголономных связей) и ограничения в виде функционалов (изопериметрические ограничения) [9].

Наличие связей в виде ограничений на фазовые координаты и управления значительно усложняет решение и часто делает невозможным использование классических вариационных методов [10]. При введении ограничений в виде голономных и неголономных связей подинтегральный функционал записывается в виде:

$$H = F + \sum_{k=1}^{e} \lambda_k(t) J_k, \qquad (5)$$

где $\lambda_k(t)$ — зависящие от времени t произвольные множители Лагранжа.

Если учитываются связи в виде дифференциальных уравнений, то класс подинтегральных функций определяется по наивысшей производной выражения (5).

В случае одной переменной $X(t)$, когда функционал имеет вид

$$I = \int_{t_0}^{t_1} F\left(x, \dot{x}, \ldots, x^{(n)}; u, \dot{u}\right) dt, \quad (6)$$

уравнения Эйлера будут иметь вид:

$$\dot{F}_x - \frac{d}{dt}\dot{F}_{\dot{x}} + \ldots + (-1)^n \frac{d^n}{dt^n}\dot{F}_{x^{(n)}} = 0;$$

$$\dot{F}_u - \frac{d}{dt}\dot{F}_{\dot{u}} = 0. \qquad (7)$$

При наличии связей в данном случае также должна рассматриваться функция H (5).

Если используются изопериметрические ограничения, то задача оптимизации решается с использованием функции

$$H = F + \sum_{k=1}^{e} \lambda_k J_k, \qquad (8)$$

где λ_k — произвольные постоянные множители Лагранжа, определяемые с учетом следующих условий

$$I_k = \int_{t_0}^{t_1} J_k(t, x_1, \ldots, x_n) dt \leq a_k,$$

$$(k = 1, \ldots, e). \qquad (9)$$

В правой части выражения (9) находятся постоянные числа, которые подлежат ограничению.

Определим законы управления движением машинно-тракторного агрегата, описываемого уравнениями (1) и (2).

В первом случае (уравнение 1) координатой управления будем считать изменяющуюся по определенному закону касательную силу тяги P_k.

Так как сила тяги колес на заданной опорной поверхности конечная, то управляющее воздействие ограничено максимальным значением касательной силы:

$$P_k \le P_{k\max},$$

при этом значения касательной силы тяги колес определятся на основании зависимости [6]

$$P_k = f_{ск} G_к + \frac{k F_в l}{\varepsilon} \delta, \qquad (10)$$

где $f_{ск}$ — коэффициент трения; $G_к$ — нагрузка на колесо; k — коэффициент объемного смятия почвы; $F_в$ — сумма вертикальных проекций упорных поверхностей почвозацепов; l — длина дуги контактной линии; δ — буксование; ε — коэффициент, характеризующий распределение нагрузки между почвозацепами.

Весовая нагрузка ведущих осей трактора зависят от ускорения

$$G_k = G_к^0 + \Delta G_k = G_к^0 + C' \dot{V}_\partial, \qquad (11)$$

где C' — коэффициент, характеризующий изменение весовой нагрузки колес в зависимости от ускорения движения $\dot{V}_\partial$; $G_к^0$ — весовая нагрузка колес неподвижного трактора на горизонтальной опорной поверхности.

С учетом условия (11) касательная сила колес трактора при равномерном распределении нагрузки между почвозацепами ($\varepsilon = 1$) равна:

$$P_k = f_{ск} G_к^0 + f_{ск} C' \dot{V}_\partial + k F_в l \delta. \qquad (12)$$

В общем случае силу P_k можно представить состоящей из постоянной P_k^0 и переменной, зависящей от ускорения и буксования:

$$P_k = P_к^0 + C_1 \dot{V}_\partial + C_2 \delta, \qquad (13)$$

где

$$P_к^0 = f_{ск} G_к^0; \; C_1 = f_{ск} C'; \; C_2 = k F_в l.$$

Сила сопротивления P_C в уравнении (1) может быть представлена состоящей из постоянной P_C^0 и зависящей от скорости:

$$P_C = P_C^0 + C_3 \dot{V}_\partial, \qquad (14)$$

где $C_3 = \left[\frac{\partial P_C}{\partial V_\partial}\right]_0$ — коэффициент пропорциональности, характеризующий изменение сопротивления движению агрегата в зависимости от скорости.

С учетом (13) и (14) уравнение движения машинно-тракторного агрегата будет иметь вид:

$$\dot{V}_\partial + k_1 V_\partial - k_2 \delta + k_3 = 0, \qquad (15)$$

где

$$k_1 = \frac{C_3}{m - C_1};$$

$$k_2 = \frac{C_2}{m - C_1}; \; k_3 = \frac{P_k^0 - P_C^0}{m - C_1}.$$

Уравнение (15) показывает, что определение оптимального закона управления заключается в нахождении функции $\delta = f(V_\partial)$, обеспечивающей минимум суммарных потерь энергии.

На основании уравнений (13) и (14) составим функционал, представляющий собой суммарные потери энергии при увеличении буксования и скорости:

$$I = \int_0^\infty \left(C_1 \dot{V}_\partial V_\partial + C_2 \delta V_\partial + C_3 V_\partial^2 \right) dt. \qquad (16)$$

Функция Лагранжа $H(V_\partial, \delta, \lambda)$ (8) в данном случае равна:

$$H = C_1 \dot{V}_\partial V_\partial + C_2 \delta V_\partial + C_3 V_\partial^2 + \lambda \left(\dot{V}_\partial + k_1 V_\partial - k_2 \delta + k_3 \right)$$

Уравнения Эйлера, согласно (7), будут иметь вид:

$$\frac{\partial H}{\partial V_\partial} - \frac{d}{dt} \frac{\partial H}{\partial \dot{V}_\partial} = 0;$$

$$\frac{\partial H}{\partial \delta} - \frac{d}{dt} \frac{\partial H}{\partial \dot{\delta}} = 0, \qquad (17)$$

где

$$\frac{\partial H}{\partial V_\partial} = C_1 \dot{V}_\partial + C_2 \delta + 2 C_3 V_\partial + k_1 \lambda;$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial H}{\partial \dot{V}_\partial} = \dot{\lambda}; \; \frac{\partial H}{\partial \delta} = C_2 V_\partial + k_2 \lambda;$$

$$\frac{\partial H}{\partial \dot{\delta}} = 0.$$

Подставляя в уравнения (17) соответствующие значение частных производных, получим систему уравнений вариационной задачи

$$\dot{\lambda} = C_1 \dot{V}_\partial + C_2 \delta + 2 C_3 V_\partial + k_1 \lambda;$$

$$0 = C_2 V_\partial + k_2 \lambda. \qquad (18)$$

Решая эту систему относительно переменных λ и V_∂, найдем:

$$\lambda = \frac{C_2}{k_2} V_\partial; \; \dot{\lambda} = \frac{C_2}{k_2} \dot{V}_\partial.$$

Подставив значения λ и $\dot{\lambda}$ в уравнение (18) получим линейное дифференциальное уравнение первого порядка:

$$a_0 \dot{V}_\partial - a_1 V_\partial = -C_2 \delta, \qquad (19)$$

где

$$a_0 = \frac{C_2}{k_2} - C_1; \; a_1 = 2 C_3 + \frac{C_2}{k_2}.$$

Общее решение уравнения (19) без правой части:

$$\lg V_\partial = a_1(t) V_\partial + C;$$

$$V_\partial = C'_1 e^{a_1(t)},$$

где $C'_1 = e^{-C}$. Заменяя постоянную C_1 неизвестной функцией $C_2 \delta$, получаем:

$$V_\partial = C_2 \delta e^{a_1(t)}; \qquad (20)$$

$$\dot{V}_\partial = C_2 \left[\dot{\delta} e^{a_1(t)} + \delta a_1(t) e^{a_1(t)} \right]. \qquad (21)$$

Подставив (20) и (21) в (19), получим:

$$-a_0 C_2 \dot{\delta} e^{a_1(t)} + a_0 C_2 \delta a_1(t) e^{a_1(t)} - -C_2 a_1 \delta e^{a_1(t)} = -C_2 \delta.$$

Откуда

$$\dot{\delta} - \left[a_1(t) + \frac{a_1}{a_0} - a_0 e^{a_1(t)} \right] \delta = 0;$$

$$\delta = C_2' e^{a_2(t)}.$$

Общее решение уравнения (19) будет иметь вид:

$$V_\partial = C_2' e^{a_1(t)} e^{\left[a_1(t) + \frac{a_1}{a_0} - a_0 e^{a_1(t)} \right]}.$$

Уравнение (20) показывает, что с энергетической точки зрения оптимальное управление буксованием является линейным по отношению к скорости. При этом падению скорости соответствует рост буксования.

Подставляя в (20) значения C_2 и a_1, найдем:

$$|\Delta V_\partial| = \delta k l F_в e^{n_1}. \qquad (22)$$

С учетом зависимости $V_\partial = V_т(1 - \delta)$ закон изменения скорости колес трактора в зависимости от буксования и конструктивных параметров МТА будет выражаться формулой:

$$|\Delta V_\partial| = \frac{\delta}{1-\delta} k l F_в e^{n'}. \qquad (23)$$

Принимая для трактора при движении по стерне суглинка:

$K = 13{,}5$ кН/м^3; $l = 0{,}5$ м;]

$F_б = 0{,}045$ м^2; $m = 3160$ кГ;

$f_{ск} = 0{,}72$; $C_з = 1{,}5$ кН/(м/с);

$C_1' = 150$ кГ,

получим по результатам расчета

$$|\Delta V_\partial| = 5{,}96\delta.$$

Т. е. при изменении скорости на 1 м/с буксование при оптимальном управлении движущей силой должно увеличиваться не более чем на 16,7%.

Из уравнения (15) выведем зависимость между скоростью движения и буксованием для ранее принятых значений. При этом будем считать

$$P_к^0 = P_с^0, K_з = 0.$$

Тогда

$$|\Delta V_\partial| = \delta k_2 e^{k_1(t)}. \qquad (24)$$

С учетом значений K_2 и $K_1(t)$ найдем:

$$|\Delta V_\partial| = \delta k l F_в e^{\frac{C_3}{m - f_{ck} C_1'}} \approx 0{,}3\delta \text{ м/с},$$

т.е. максимально возможное изменение скорости составляет 0.3 м/с на единицу буксования движителей ходовой системы. Видим, что буксование реального трактора превышает допустимое с точки зрения минимальных энергетических потерь в 19,5 раз. Снижение буксования при неустановившихся режимах движения может быть достигнуто путем увеличения значений коэффициента C_2, который характеризует главным образом тягово-сцепные качества трактора.

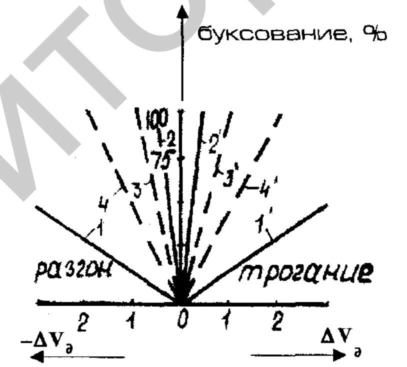

Рис. 1. Законы оптимального управления тягово-скоростным режимом при разгоне и трогании с места трактора "Беларус": 1, 1′ — законы оптимального управления; 2, 2′; 3, 3′ — законы управления трактора с одним (2, 2′) и двумя (3, 3′) ведущими мостами; 4, 4′ — законы управления при блокировании межосевого привода и межколесных дифференциалов

Так, применение полноприводных тракторов, для которых значение коэффициента C_2 увеличивается примерно в 2 раза, буксование при трогании с места и разгоне приближается к оптимальному значению. В данном случае возможно изменение скорости движения на 0,6 – 1 м/с (рис. 1). Дальнейшее улучшение динамических качеств МТА может быть обеспечено путем блокирования межколесных дифференциалов, снижения жесткости привода, установления оптимального закона вращения вала двигателя и ведущих колес при трогании с места и разгоне и других мероприятий.

Литература

1. Иващенко Н.И. Автоматическое регулирование. Теория и элементы систем. — М.: «Машиностроение», 1978.

2. Ксеневич И.П. Аспекты экологического конструирования сельскохозяйственной техники и проблемы энергоресурсосбережения.// Современные методы проектирования машин. 2002. Т. 1. — С. 89 – 96.

3. Ксеневич И.П. Основные направления развития сельскохозяйственной мобильной энергетики. — М.: ВИМ, 1999.

4. Кутьков Г.М. Тяговая динамика гусеничного сельскохозяйственного трактора при переменных (случайных) воздействиях. Докт. диссертация. — М., 1975.

5. Лефаров А.Х. Дифференциалы автомобилей и тягачей. — М.: «Машиностроение», 1972.

6. Львов Е.Д. Теория трактора. — М.: Машгиз, 1960.

7. Петрушов В.А., Шуклин С.А., Московин В.В. Сопротивление качению автомобилей и автопоездов. — М., «Машиностроение», 1975.

8. Скойбеда А.Т. Автоматизация ходовых систем колесных машин. — Мн.: "Наука и техника", 1979.
9. Скойбеда А.Т. и др. Конический дифференциал. Авт. свид. СССР № 364202 (патенты: США №3874251, Англии № 1387515, Франции № 7322537, Канады № 979685, Швейцарии № 7306778, Италии № 997365), 1972.
10. Строков В.Л. Изыскание и исследование средств повышения эффективности применения колесных машин в условиях сельского хозяйства. Автореферат докторской диссертации. Волгоград, 1975.
11. Шкарлет А.Ф. Об оптимальном управлении поступательной скоростью машинно-тракторного агрегата в переменных нагрузочных режимах.// Тракторы и сельхозмашины, 1978, № 12.

Рецензент: доктор технических наук, профессор Ж.А. МРОЧЕК