УДК 621.3.01

ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ БЕЗ СОСТАВЛЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Мошкина А.П., Кравцов М.Л.
Научный руководитель – к.т.н., доцент Горошко В.И.

При расчете переходных процессов самой трудоемкой ручной процедурой является составление системы дифференциальных уравнений в нормальной форме (форме Коши). Этой процедуры можно избежать, если применить один из неявных численных методов непосредственно к уравнениям динамики реактивных элементов [1].Для индуктивности это уравнение имеет вид:

$$u_L = \frac{L d i_L}{dt}. \tag{1}$$

Применяя неявный метод Эйлера к уравнению (1), получим

$$i_{n+1} = i_n + \frac{h}{L} u_{n+1} \quad . \tag{2}$$

Уравнению (2) соответствует цепь на рис.1 или эквивалентная цепь на рис. 2.

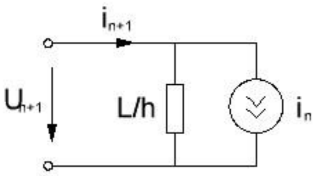

Рисунок 1

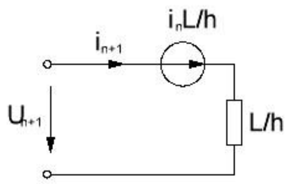

Рисунок 2

Для емкости С уравнение динамики имеет вид:

$$i_C = \frac{C du_C}{dt}. \tag{3}$$

Неявный метод Эйлера приводит к уравнению

$$u_{n+1} = u_n + \frac{h}{C} i_{n+1} \tag{4}$$

Уравнению (4) соответствует цепь на рис.3, которую можно преобразовать к схеме на рис. 4.

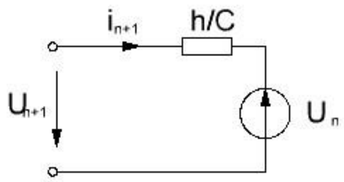

Рисунок 3

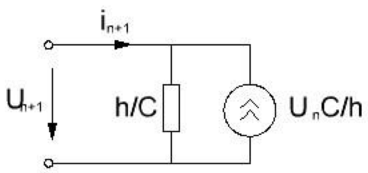

Рисунок 4

В полученных четырех схемах имеются источники напряжения и тока, которые зависят от напряжения или тока на предыдущем шаге. Это позволяет начать расчет при n = 0, т.е. зная независимые начальные условия $U_C(0)$, $i_L(0)$.

Если все индуктивности и емкости заменить их активно-резистивными моделями (рис. 1-рис. 4) получим активно-резистивную цепь. Эту цепь можно рассчитать, используя любой из методов расчета сложных цепей (законы Кирхгофа, метод контурных токов, узловые уравнения и т.д.). Выбрав временной шаг h = const, на каждой итерации будем получать обновленные значения источников, а эквивалентные сопротивления L/h и h/C будут оставаться неизменными.

Рассмотрим применение этого метода для цепи на рис. 5

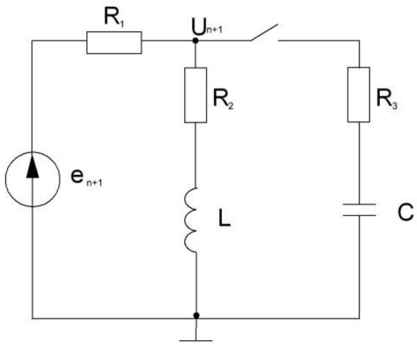

Рисунок 5

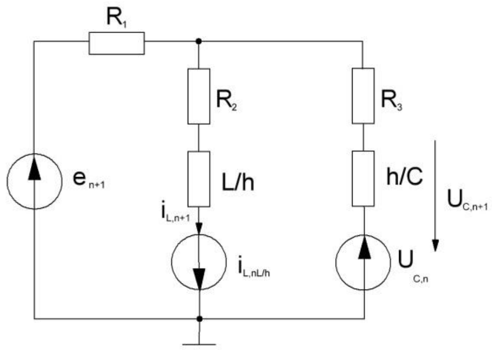

Рисунок 6

Для цепи на рис.5, удобнее брать последовательные схемы замещения. После проведения замены индуктивности и емкости их активно-резистивными моделями получим цепь на рис.6.

Расчет ведем методом узловых напряжений.

$$\begin{cases} u_{n+1}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2+\frac{L}{h}}+\frac{1}{R_3+\frac{h}{C}}\right)=\frac{e_{n+1}}{R_1}-\frac{\frac{L}{h}i_{L,n}}{R_2+\frac{L}{h}}+\frac{u_{c,n}}{R_3+\frac{h}{C}}; \\ i_{L,n+1}=\frac{u_{n+1}+\frac{L}{h}i_{L,n}}{R_2+\frac{L}{h}}; \\ u_{C,n+1}=\frac{(u_{n+1}-u_{c,n})\frac{h}{C}}{R_3+\frac{h}{C}}+u_{c,n}. \end{cases} \quad (5)$$

В данном случае уравнения системы (5) распадаются на три независимых уравнения, т.е. первое уравнение решается независимо и позволяет найти потенциал u_{n+1} для узла А. Подставляя это значение u_{n+1} во второе уравнение системы находим $i_{L,n+1}$, а подставляя затем u_{n+1} в третье уравнение системы получаем $u_{C,n+1}$.

Для элементов цепи и временного шага приняты следующие значения:

I. $R_1 = 20$ Ом; $R_2 = 30$ Ом; $R_3 = 50$ Ом; $L = 0,5$ Гн; $C = 5 * 10^{-7}$ Ф; $h = 0,05 * 10^{-4}$.

Исходная программа:

```
clear;
uc = 0;
u = 0;
t = 0;
iL = 1;
R1 = 20;
R2 = 30;
R3 = 5;
L = 0.05;
```

```
C = 5*10^-5;
E = 50;
h = 0.05*10^-4;
N = 3000;
for n = 1:N
uc=((u-uc)*(h/C))/(R3+(h/C))+uc;
u = ((E/R1)-((iL*L)/(h*((L/h)+R2)))+(uc/((h/C)+R3)))/((1/R1)+(1/((L/h)+R2))+(1/((h/C)+R3)));
iL=(u+iL*(L/h))/((L/h)+R2);
ucn(n) = uc;
un(n) = u;
iLn(n) = iL;
t = t+h; tn(n) = t;
end
plot(tn,iLn), grid on;
plot(tn,ucn), grid on;
```

Полученные графики:

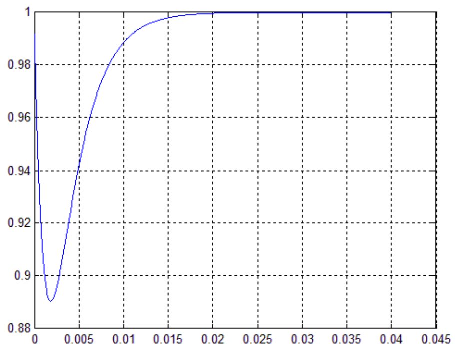

Рисунок 7 График зависимости $i_L(t)$

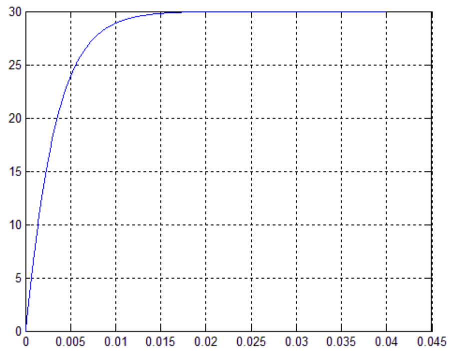

Рисунок 8 График зависимости $u_C(t)$

II. Изменим величину $R_3 = 5$ Ом.
Получим графики на рис. 9 и рис. 10.

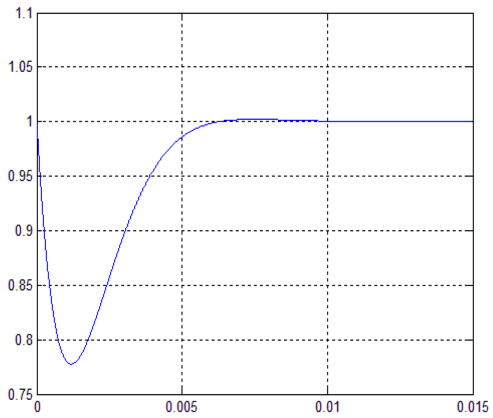

Рисунок 9 График зависимости $i_L(t)$

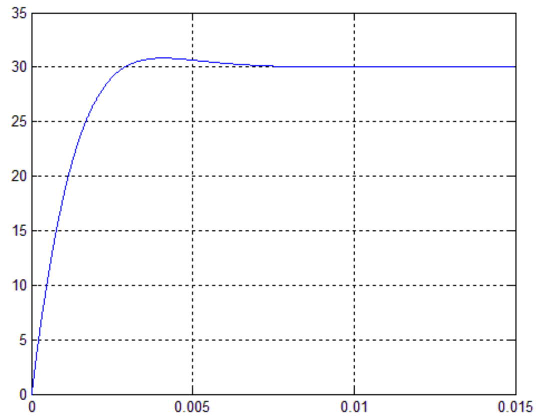

Рисунок 10 График зависимости $u_C(t)$

Изменения тока i_L и напряжения u_C для обоих значений сопротивления R_3 соответствуют ожидаемым значениям.

Выводы. В работе исследуется эффективность замещения реактивных элементов их дискретными активно-резистивными моделями. Схема при этом становится активно-резистивной и ее расчет сводится к решению системы алгебраических уравнений. Таким образом, исключается необходимость составления и решения системы дифференциальных уравнений цепи.

Литература

1. Чуа Л. О., Лин Пен-Мин Машинный анализ электронных схем. М.: Энергия, 1980.