УДК 621.3

ЭФФЕКТИВНЫЕ СПОСОБЫ СОСТАВЛЕНИЯ УРАВНЕНИЙ СОСТОЯНИЯ МЕТОДОМ НАЛОЖЕНИЯ

Паноцкая Е.И., Мазуров Е.М.
Научный руководитель – к.т.н., доцент Горошко В.И.

Стандартно уравнения состояния получают из системы уравнений по законам Кирхгофа. Гораздо эффективнее получить уравнения состояния можно заменяя каждый реактивный элемент согласно теоремам замещения: индуктивности – источником тока, а емкости – источником напряжения. Затем применяя метод наложения, получаем уравнения для каждой цепи с одним источником.

Для емкости уравнение нужно записать в следующем виде:

$$i_c = f_1(u_c, i_L, e, J) \qquad (1)$$

Для индуктивности в уравнение следует получить уравнение:

$$u_L = f_2(u_c, i_L, e, J) \qquad (2)$$

Таким образом, в правой части должны быть только переменные состояния u_c, i_Lи задающие параметры источников *e, J.*

Поскольку $i_c = C \times u_c'$, $u_L = L \times i_L'$, то деля уравнение (1) на *C,* а уравнение (2) на *L* получаем уравнения состояния:

$$u_c' = \frac{1}{C} f_2(u, i_L, e, J) \qquad (3)$$

$$i_L' = \frac{1}{L} f_2(u_c, i_L, e, J) \qquad (4)$$

Эти уравнения содержат коэффициенты матриц *A, B.*

Проиллюстрируем эту методику получения уравнений состояния для цепи на рис. 1

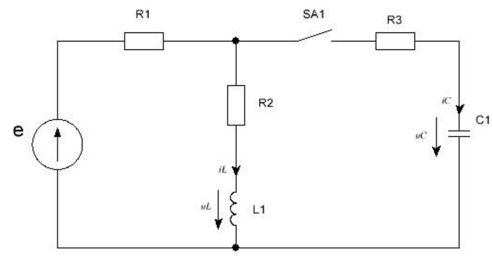

Рисунок 1

$$u_c' = A_{11} \cdot u_c + A_{12} \cdot i_L + B_1 \cdot E$$
$$i_c' = A_{21} \cdot u_c + A_{22} \cdot i_L + B_2 \cdot E$$

Задача №1

Дано: *L*=0,005 Гн; *C*=$5 \cdot 10^{-5}$ Ф; R_1=20 Ом; R_2=30 Ом; R_3=5 Ом.

Решение: заменяем каждый реактивный элемент согласно теоремам замещения: индуктивности – источником тока, а емкости – источником напряжения. Получаем схему на рис. 2.

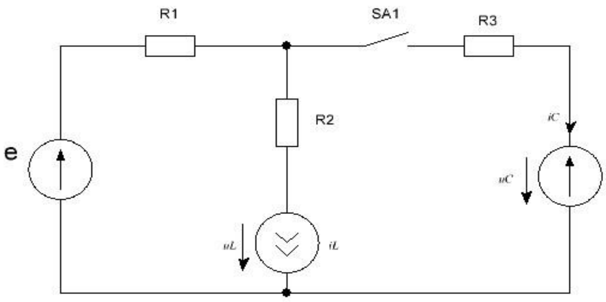

Рисунок 2

Используя программу MathCAD решим данную задачу:

$$a11 := \frac{-1}{(R2+R3)\cdot C} = -250 \qquad a12 := \frac{R2}{(R2+R3)\cdot C} = 7.5\times 10^{3} \qquad b1 := 0$$

$$a21 := \frac{1}{(R2+R3)\cdot L} = 0.25 \qquad a22 := \frac{-R2-(R1+R2)\cdot(R2+R3)}{(R2+R3)\cdot L} = -1.008\times 10^{3} \qquad b2 := \frac{1}{L}$$

$$end := 500\cdot 10^{-3} \qquad t := 0, 10^{-4} .. end \qquad h := 0.1$$

$$\frac{d}{dt}uc(t) = uc(t)\cdot a11 + il(t)\cdot a12 + E\cdot b1$$

$$\frac{d}{dt}il(t) = uc(t)\cdot a21 + il(t)\cdot a22 + E\cdot b2$$

$$uc(0) = -3(\qquad il(0) = 1$$

$$X := \begin{pmatrix} -30 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad D(t,x) := \begin{pmatrix} x_0\cdot a11 + x_1\cdot a12 + E\cdot b1 \\ x_0\cdot a21 + x_1\cdot a22 + E\cdot b2 \end{pmatrix}$$

$$F := rkfixed(X, 0, 0.5, 1000, D)$$

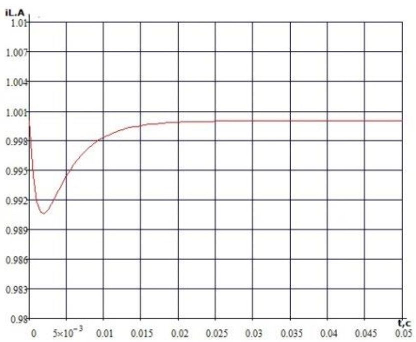

Рисунок 3

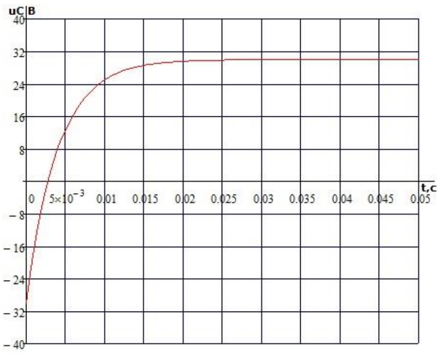

Рисунок 4

На рис. 3 представлен график зависимости i_L от времени t, на рис. 4 – u_c от t.

Задача 2.

В условии к задаче №2 изменяем только $R_3 = 5$Ом.

Используя решение задачи №1 получаем следующие графики – рис. 5 - i_L от времени t, рис. 6 - u_c от t.

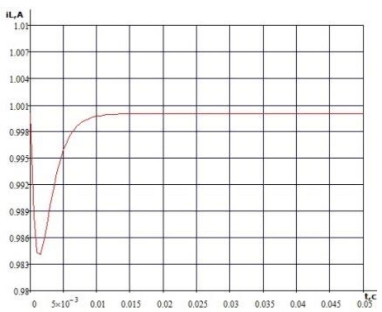

Рисунок 5

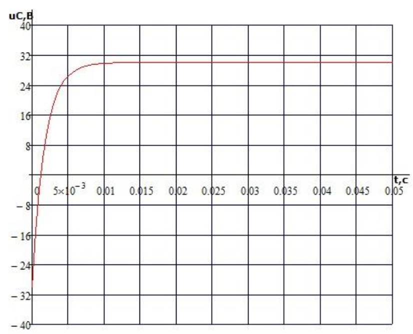

Рисунок 6

Для цепей достаточно высокого порядка к рассмотренной методике целесообразно добавить метод наложения.

$X = col(u_{C1}, u_{C2}, u_{C3}, i_{L1}, i_{L2})$

Описанная методика эффективна и для анализа сложных цепей, например на рис.7.

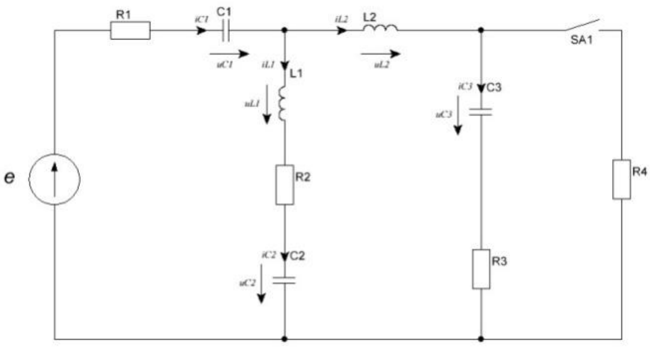

Рисунок 7

В результате получим такую систему уравнений:

-	-	U_{C1}	U_{C2}	U_{C3}	i_{L1}	i_{L2}	e
U'_{C1}	$\frac{I_{C1}}{C_1}$	0	0	0	$\frac{1}{C_1}$	$\frac{1}{C_1}$	0
U'_{C2}	$\frac{I_{C2}}{C_2}$	0	0	0	$\frac{1}{C_2}$	0	0
U'_{C3}	$\frac{I_{C3}}{C_3}$	0	0	$\frac{-1}{(R_3+R_4)\cdot C_3}$	0	$\frac{-R_4}{(R_3+R_4)\cdot C_3}$	0
I'_{L1}	$\frac{U_{L1}}{L_1}$	$\frac{-1}{L_1}$	$\frac{-1}{L_1}$	0	$\frac{-(R_1+R_2)}{L_1}$	$\frac{-R_1}{L_1}$	$\frac{1}{L_1}$
I'_{L2}	$\frac{U_{L2}}{L_2}$	$\frac{-1}{L_2}$	0	$\frac{-R_4}{(R_3+R_4)\cdot L_2}$	$\frac{-R_1}{L_2}$	$\frac{(R_1+R_4\cdot R_3)}{(R_3+R_4)\cdot L_2}$	$\frac{1}{L_2}$

Для которой матрицы *A* и *B* имеют вид:

$$A=\left|\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{(R_3+R_4)} & 0 & \frac{R_4}{(R_3+R_4)} \\ -1 & -1 & 0 & -(R_1+R_2) & -R_1 \\ -1 & 0 & \frac{R_4}{(R_3+R_4)} & -R_1 & \frac{-(R_1+R_4\cdot R_3)}{(R_3+R_4)} \end{matrix}\right|$$

$$B = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

Выводы:

В докладе показана эффективность получения уравнений состояния с помощью метода наложения. Все реактивные элементы предварительно заменяются соответствующими источниками. Для цепей низкого порядка эта методика не дает существенного выигрыша в объеме преобразований. Однако для цепей более высокого порядка (начиная с третьего) эффективность метода высока и растет с повышением порядка цепи.

Литература:

1. Основы теории линейных цепей. Под ред. П.А. Ионкина. Учебник. М., «Высш. школа», 1976