

УСЛОВИЕ РАВНОВЕСИЯ КЛИНОВИДНОГО ДВОЙНИКА ПРИ ОТСУТСТВИИ ВНЕШНИХ НАПРЯЖЕНИЙ

Докт. физ.-мат. наук, проф. **ВАСИЛЕВИЧ Ю. В.**,
канд. физ.-мат. наук, доц. **ОСТРИКОВ О. М.**

Белорусский национальный технический университет

В настоящее время к числу развитых можно отнести следующие теории двойникования кристаллов: атомную [1, 2], макроскопическую [3], дислокационную [4–6]. Все эти модели в первую очередь отличаются друг от друга масштабным уровнем, на котором рассматривается двойник. Это накладывает определенные ограничения на область применимости данных моделей. Поэтому невозможно отдать предпочтение какой-либо одной модели, так как каждую из них можно рассматривать как дополнение другой.

Дислокационные модели можно разделить на две группы: макро- и мезоскопические. Макроскопические модели рассматривают двойник на таком масштабном уровне, когда распределение двойникующих дислокаций на двойниковой границе можно считать непрерывным [4–6]. В случае мезоскопических дислокационных моделей двойника это распределение дискретное [7–9].

Несмотря на имеющиеся достижения в теории двойникования кристаллов, существует ряд проблем, требующих своего решения. Это, в частности, связано с развитием новых подходов, позволяющих решать задачи, выходящие за рамки ограничений существующих моделей двойникования кристаллов.

Целью данной работы стал вывод условия равновесия клиновидного двойника на основании мезоскопической дислокационной модели.

На рис. 1 схематически представлен клиновидный двойник, направление развития которого совпадает с положительным направлением оси OX . Условие равновесия такого двойника будем искать исходя из необходимости в этом случае равенства нулю сил, действующих на

вершинную дислокацию клиновидного двойника. Пусть вершина двойника находится в точке с координатами: $x = L$; $y = 0$. В этой точке на вершинную двойникующую дислокацию действует сила F со стороны двойникующих дислокаций границ двойника и сила S сопротивления движению вершинной дислокации вдоль положительного направления оси OX (рис. 1). В этом случае справедливо равенство

$$F - S = 0. \quad (1)$$

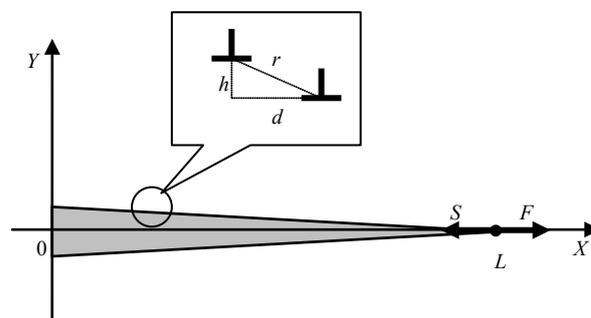


Рис. 1. Схематическое изображение сил, действующих на вершинную дислокацию клиновидного двойника

С учетом результатов [5] данное соотношение может быть представлено в виде

$$b_{кр} \sigma_{xy}(L, 0) + b_{в} \sigma_{yz}(L, 0) - S(L, 0) = 0, \quad (2)$$

где $b_{кр}$ и $b_{в}$ – соответственно краевая и винтовая составляющие вектора Бюргерса двойникующей дислокации; $\sigma_{xy}(L, 0)$, $\sigma_{yz}(L, 0)$ – сдвиговые компоненты тензора напряжений, определяемые по формулам:

$$\sigma_{xy}(L, 0) = \frac{\mu b_{кр}}{2\pi(1-\nu)} \times$$

$$\times \left\{ \sum_{n=1}^N \frac{(L - nd_1)[(L - nd_1)^2 - (nh_1)^2]}{[(L - nd_1)^2 + (nh_1)^2]^2} + \sum_{m=1}^M \frac{(L - md_2)[(L - md_2)^2 - (mh_2)^2]}{[(L - md_2)^2 + (mh_2)^2]^2} \right\}; \quad (3)$$

$$\sigma_{yz}(L, 0) = -\frac{\mu b_b}{2\pi} \left\{ \sum_{n=1}^N \frac{L - nd_1}{(L - nd_1)^2 + (nh_1)^2} + \sum_{m=1}^M \frac{L - md_2}{(L - md_2)^2 + (mh_2)^2} \right\}. \quad (4)$$

Здесь μ – модуль сдвига; ν – коэффициент Пуассона; L – длина клиновидного двойника; d_1, d_2, h_1, h_2 – проекции соответственно на оси OX и OY отрезка r , соединяющего две соседние дислокации границы двойника (рис. 1). Индексы 1 и 2 указывают принадлежность параметра к противоположным границам двойника.

В случае когда число двойникующих дислокаций на каждой двойниковой границе одинаково ($N = M$) и одинаково расстояние между двойникующими дислокациями ($d_1 = d_2 = d; h_1 = h_2 = h$), соотношения (3) и (4) принимают вид:

$$\sigma_{xy}(L, 0) = \frac{\mu b_{кр}}{\pi(1-\nu)} \sum_{n=1}^N \frac{(L - nd)[(L - nd)^2 - (nh)^2]}{[(L - nd)^2 + (nh)^2]^2}; \quad (5)$$

$$\sigma_{yz}(L, 0) = -\frac{\mu b_b}{\pi} \sum_{n=1}^N \frac{L - nd}{(L - nd)^2 + (nh)^2}. \quad (6)$$

При этом в (3) и (4) индекс суммирования m был заменен на индекс n .

Для перехода от мезоскопических параметров d и h к имеющим важное практическое значение макроскопическим параметрам L и H (где H – ширина двойника у устья) воспользуемся следующими соотношениями:

$$d = \frac{L}{N}; \quad (7)$$

$$h = \frac{H}{2N}. \quad (8)$$

Тогда из (2), (5) и (6) получим

$$\frac{\mu b_{кр}^2}{\pi(1-\nu)} \sum_{n=1}^N \frac{NL(N-n) \left[L^2(N-n)^2 - \frac{1}{4}n^2H^2 \right]}{\left[L^2(N-n)^2 + \frac{1}{4}n^2H^2 \right]^2} - \frac{\mu b_b^2}{\pi} \sum_{n=1}^N \frac{NL(N-n)}{L^2(N-n)^2 + \frac{1}{4}n^2H^2} = S. \quad (9)$$

Наличие знака «минус» во втором слагаемом (9) позволяет предположить наличие равновесной длины и ширины двойника при $S = 0$. Это означает, что равновесная форма клиновидного двойника может обеспечиваться только силами междислокационного взаимодействия, а также предполагает наличие отрицательных значений S , что может трактоваться необходимостью действия внешних сил для обеспечения равновесной формы двойника. Этот случай в данной работе рассматривать не будем.

Учитывая, что

$$N = \frac{H}{2a}, \quad (10)$$

где a – межатомное расстояние в плоскости, перпендикулярной плоскости двойникования. Принимая для железа: $a = 0,25$ нм; $\mu = 81$ ГПа; $\nu = 0,29$; $b_b = b_{кр} = 0,124$ нм [10] для H , равного 5; 10; 15 и 20 мкм, получим зависимости, представленные на рис. 2.

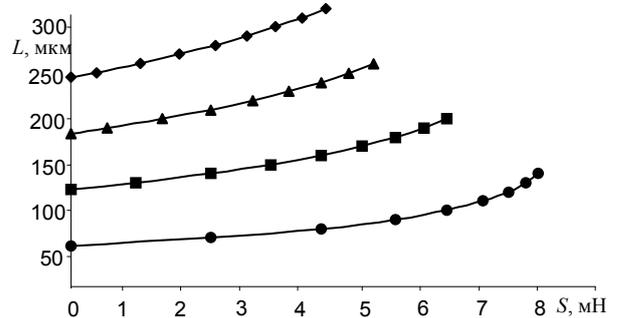


Рис. 2. Зависимость длины клиновидного двойника от силы S в случае равного количества двойникующих дислокаций на двойниковых границах: ● – $H = 5$ мкм; ■ – 10; ▲ – 15; ◆ – 20 мкм

Из рис. 2 видно, что для достижения большей равновесной длины клиновидного двойника необходима более высокая по величине

сила S . При $S = 0$ с ростом ширины двойника устья увеличивается и равновесная длина двойника. С увеличением S растет скорость роста длины двойника при фиксированной его ширине. Это указывает на то, что с увеличением дли-

ны двойника возрастает сила отталкивания между двойникующими дислокациями. Данный вывод согласуется с результатами расчетов энергии взаимодействия двойникующих дислокаций, которая на единицу длины всех двойникующих дислокаций двойника в нашем случае может быть определена из соотношения

$$\frac{W_{ВЗ}}{\sum L_d} = \frac{W_{ВЗ}^{кр(1)}}{\sum L_d} + \frac{W_{ВЗ}^{кр(2)}}{\sum L_d} + \frac{W_{ВЗ}^{В(1)}}{\sum L_d} + \frac{W_{ВЗ}^{В(2)}}{\sum L_d}, \quad (11)$$

где индексы 1 и 2 определяют соответственно энергии взаимодействия двойникующих дислокаций на одной и противоположных границах двойника. В (11) компоненты полной энергии взаимодействия связаны с краевой и винтовой составляющими двойникующих дислокаций и исходя из формулы Набарро [11] определяются по формулам:

$$\frac{W_{ВЗ}^{кр(1)}}{\sum L_d} = -\frac{\mu b_{кр}^2}{\pi(1-\nu)} \left\{ \sum_{i=1}^{N-1} \ln \frac{i\sqrt{d^2+h^2}}{b_{кр}} + \sum_{i=1}^{N-2} \ln \frac{i\sqrt{d^2+h^2}}{b_{кр}} + \dots + \sum_{i=1}^{N-M} \ln \frac{i\sqrt{d^2+h^2}}{b_{кр}} \right\}; \quad (12)$$

$$\frac{W_{ВЗ}^{кр(2)}}{\sum L_d} = -\frac{\mu b_{кр}^2}{2\pi(1-\nu)} \times \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N \ln \frac{2jh + \sqrt{(id)^2 + ((2j+i)h)^2}}{b_{кр}}; \quad (13)$$

$$\frac{W_{ВЗ}^{В(1)}}{\sum L_d} = -\frac{\mu b_B^2}{\pi} \left\{ \sum_{i=1}^{N-1} \ln \frac{i\sqrt{d^2+h^2}}{b_B} + \sum_{i=1}^{N-2} \ln \frac{i\sqrt{d^2+h^2}}{b_B} + \dots + \sum_{i=1}^{N-M} \ln \frac{i\sqrt{d^2+h^2}}{b_B} \right\}; \quad (14)$$

$$\frac{W_{ВЗ}^{В(2)}}{\sum L_d} = -\frac{\mu b_B^2}{2\pi} \times \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N \ln \frac{2jh + \sqrt{(id)^2 + ((2j+i)h)^2}}{b_B}. \quad (15)$$

Очевидно, что в данных выражениях $M = N - 1$, а $R = \sqrt{d^2 + h^2}$.

В результате, переходя к макроскопическим параметрам, (11) можно записать в виде

$$\frac{W_{ВЗ}}{\sum L_d} = -\left[\frac{\mu}{\pi} \left(\frac{b_{кр}^2}{1-\nu} \sum_{i=1}^N (N-i) \ln \frac{i\sqrt{L^2 + \frac{H^2}{4}}}{b_{кр}(N-1)} + b_B^2 \sum_{i=1}^N (N-i) \ln \frac{i\sqrt{L^2 + \frac{H^2}{4}}}{b_B(N-1)} \right) + \frac{\mu}{2\pi} \left(\frac{b_{кр}^2}{1-\nu} \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} \ln \frac{jH + \sqrt{(iL)^2 + \left(\frac{2j+i}{2}H\right)^2}}{b_{кр}(N-1)} + b_B^2 \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} \ln \frac{jH + \sqrt{(iL)^2 + \left(\frac{2j+i}{2}H\right)^2}}{b_B(N-1)} \right) \right]. \quad (16)$$

Результаты расчетов энергии взаимодействия представлены на рис. 3. Из них видно, что

с ростом длины двойника повышается модуль энергии взаимодействия двойникующих дислокаций, а следовательно, увеличивается и сила отталкивания двойникующих дислокаций, что приводит к повышению скорости роста равновесной длины двойника при увеличении S . Это указывает на то, что в сторону действия силы F действует дополнительная сила со стороны сил междислокационного взаимодействия дислокаций двойниковых границ.

В случае неравного количества двойникующих дислокаций на двойниковых границах

двойника ($N \neq M$) имеют место следующие соотношения:

$$L = Nd_1 = Md_2; \quad (17)$$

$$H = Nh_1 + Mh_2. \quad (18)$$

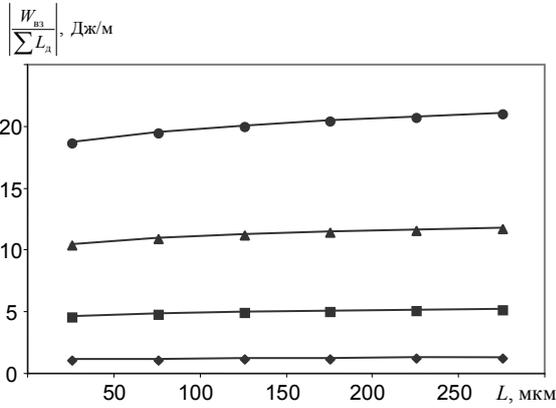


Рис. 3. Зависимость энергии взаимодействия дислокаций клиновидного микродвойника от его длины: \blacklozenge – 5 мкм; \blacksquare – 10; \blacktriangle – 15; \bullet – 20 мкм

При этом (2) примет вид

$$\begin{aligned} & \frac{\mu b_{кр}^2}{2\pi(1-\nu)} \left\{ \sum_{n=1}^N \frac{(L - nd_1)[(L - nd_1)^2 - (nh_1)^2]}{[(L - nd_1)^2 + (nh_1)^2]^2} + \right. \\ & \left. + \sum_{m=1}^M \frac{(L - md_2)[(L - md_2)^2 - (mh_2)^2]}{[(L - md_2)^2 + (mh_2)^2]^2} \right\} - \\ & - \frac{\mu b_B^2}{2\pi} \left\{ \sum_{n=1}^N \frac{L - nd_1}{(L - nd_1)^2 + (nh_1)^2} + \right. \\ & \left. + \sum_{m=1}^M \frac{L - md_2}{(L - md_2)^2 + (mh_2)^2} \right\} = S. \quad (19) \end{aligned}$$

Для перехода в (19) к макроскопическим параметрам введем равенство

$$d_1 = \alpha d_2. \quad (20)$$

Тогда из (17) и (20) получим:

$$M = \alpha N; \quad (21)$$

$$d_1 = \frac{L}{N}; \quad d_2 = \frac{L}{\alpha N}. \quad (22)$$

Так как расстояние между двойникующими дислокациями вдоль оси OY одинаково ($h_1 = h_2 = h$) и равно межатомному расстоянию

в плоскости, перпендикулярной направлению двойникования, из (18) получим

$$h = \frac{H}{(1 + \alpha)N}. \quad (23)$$

Подставляя (22) и (23) в (19), окончательно получим

$$\begin{aligned} & \frac{\mu b_{кр}^2}{2\pi(1-\nu)} \left\{ \sum_{n=1}^N \frac{NL(N-n) \left[L^2(N-n)^2 - \left(\frac{nH}{1+\alpha} \right)^2 \right]}{\left[L^2(N-n)^2 + \left(\frac{nH}{1+\alpha} \right)^2 \right]^2} + \right. \\ & \left. + \sum_{n=1}^{\alpha N} \frac{NL}{\alpha} (\alpha N - n) \frac{\left[L^2(\alpha N - n)^2 - \left(\frac{nH}{1+\alpha} \right)^2 \right]}{\left[\frac{L^2}{\alpha^2} (\alpha N - n)^2 + \left(\frac{nH}{1+\alpha} \right)^2 \right]^2} \right\} - \\ & - \frac{\mu b_B^2}{2\pi} \left\{ \sum_{n=1}^N \frac{NL(N-n)}{L^2(N-n)^2 + \left(\frac{nH}{1+\alpha} \right)^2} + \right. \\ & \left. + \sum_{n=1}^{\alpha N} \frac{NL}{\alpha} (\alpha N - n) \frac{1}{\frac{L^2}{\alpha^2} (\alpha N - n)^2 + \left(\frac{nH}{1+\alpha} \right)^2} \right\} = S. \quad (24) \end{aligned}$$

На рис. 4 представлены результаты расчетов для двойника в железе шириной у устья 10 мкм в соответствии с (24) при α , равном 0,5; 1,5 и 2. Случай $\alpha = 1$ при $H = 10$ мкм показан на рис. 2. Из рис. 4 видно, что при $S = 0$ равновесная длина двойника мало зависит от α и определяется числом двойникующих дислокаций на двойниковых границах, зависящим от ширины двойника у устья.

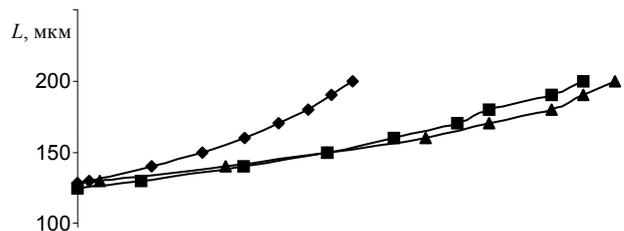




Рис. 4. Зависимость длины клиновидного двойника от силы S в случае разного количества двойнивающих дислокаций на двойниковых границах при $H = 10$ мкм:

◆ $-\alpha = 0,5$; ■ $-1,5$; ▲ $-2,0$

ВЫВОД

На основании дислокационной мезоскопической модели получено условие равновесия клиновидного двойника, находящегося вдали от поверхности кристалла, при отсутствии внешних деформирующих напряжений. Выявлено, что с ростом равновесной длины двойников повышается сила сопротивления движению двойнивающих дислокаций, обеспечивающая стабильность длины двойника.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лифшиц, И. М. Несколько соображений о двойниковании кальцита / И. М. Лифшиц, И. В. Обреимов // Известия АН СССР. Сер. физическая. – 1948. – Т. 12, № 2. – С. 65–80.
2. Остриков, О. М. Колебания атомов двойниковой границы / О. М. Остриков // Журнал технической физики. – 1999. – Т. 69, № 6. – С. 115–118.
3. Лифшиц, И. М. О макроскопическом описании явления двойникования кристаллов / И. М. Лифшиц // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1948. – Т. 18, № 12. – С. 1134–1143.
4. Косевич, А. М. Дислокационная теория упругого двойникования кристаллов / А. М. Косевич, В. С. Бойко // Успехи физических наук. – 1971. – Т. 104, № 2. – С. 101–255.
5. Косевич, А. М. О дислокационной модели двойникования / А. М. Косевич, Л. А. Пастур // Физика твердого тела. – 1961. – Т. 3, № 4. – С. 1291–1297.
6. Остриков, О. М. Дислокационная макроскопическая модель клиновидного двойника / О. М. Остриков // Вестник ГГТУ имени П. О. Сухого. – 2006. – № 2. – С. 10–18.
7. Остриков, О. М. Дислокационная мезоскопическая модель полисинтетического двойника / О. М. Остриков // Вестник ГГТУ имени П. О. Сухого. – 2007. – № 2. – С. 11–21.
8. Остриков, О. М. Напряженное состояние у вершины клиновидного двойника / О. М. Остриков // Механика твердого тела. – 2004. – № 2. – С. 104–113.
9. Остриков, О. М. Напряженное состояние у клиновидного двойника при дисбалансе плотностей двойнивающих дислокаций / О. М. Остриков // Прикладная механика и техническая физика. – 2002. – Т. 43, № 4. – С. 180–182.
10. Новиков, И. И. Кристаллография и дефекты кристаллической решетки / И. И. Новиков, К. М. Розин. – М.: Металлургия, 1990. – 336 с.
11. Хирт, Дж. Теория дислокаций / Дж. Хирт, И. Лоте. – М.: Атомиздат, 1972. – 600 с.

Поступила 08.12.2010

УДК 532.522.2

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ СТРУЙНОГО ДАВЛЕНИЯ РАБОЧЕЙ ЖИДКОСТИ НА ОБРАБАТЫВАЕМУЮ ПЛОСКУЮ ПОВЕРХНОСТЬ

Докт. техн. наук, проф. КАЧАНОВ И. В., ФИЛИПЧИК А. В.

Белорусский национальный технический университет

Актуальной задачей для современного машиностроения является разработка технологий очистки металлических поверхностей от коррозии высокоэффективными методами, превосходящими по производительности зачистные операции, проведенные абразивными инструментами (круг, лента) либо при помощи термической обработки. Одним из возможных

направлений для решения указанной задачи является использование метода гидроабразивной обработки (ГАО), основанного на струйном воздействии рабочей жидкости на обрабатываемую поверхность. Основными преимуществами способа гидроабразивной обработки являются практическое исключение двух главных факторов, сопутствующих процессу очист-