УДК 532.517

ОПИСАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В КРУГЛЫХ ТРУБАХ УРАВНЕНИЯМИ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

студент группы 10105112 Мишенский М.А.
студент группы 10105112 Липай Е.В.
Научный руководитель – канд. техн. наук, доцент Веренич И.А.

Рассматриваем установившееся ламинарное течение в горизонтальной трубе, происходящее под действием постоянного перепада давления (рисунок 1).

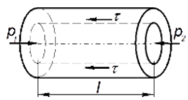

Рисунок 1

Касательные напряжения изменяются вдоль радиуса по линейному закону $\tau = \frac{\Delta pr}{2l}$. С другой стороны, по Ньютону касательные напряжения $\tau = -\frac{du}{dr}$ и после интегрирования: $u = -\frac{\Delta p}{2\mu l}\frac{r^2}{2} + C.$

Максимальная скорость движения частиц будет на оси трубы, т.е. при $r = 0$, а ее величина $u_{max} = \frac{\Delta p R^2}{4\mu l}$ $= u_{max}(1 - \frac{r^2}{R^2})$, из чего следует, что эпюра скорости представляет собой параболоид вращения. Определим расход, протекающий через трубопровод. При введении понятия о средней скорости было показано, что

$$Q = \frac{\pi u_{max} R^2}{2} = \frac{1}{2} u_{max} A = \nu A.$$

Из чего следует, что $u_{max} = 2\nu$, следовательно: $\Delta p = \frac{32\mu l \nu}{d^2}$.

Полученное соотношение носит название формулы Хагена-Пуазейля. Для потерь напора с учетом того, что $\Delta p = pg\Delta h$, формула принимает вид $\Delta h = \frac{32\mu l \nu}{pgd^2}$.