

## ОПИСАНИЕ ДИАГРАММ РАСТЯЖЕНИЯ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ УСЛОВИЯХ НАГРУЖЕНИЯ

к.т.н. Холодарь Б.Г.

*УО «Брестский государственный технический университет», Брест*

Для оценки работоспособности конструкции в конкретном напряженно-деформированном состоянии используются различные критерии, в частности, учитывающие фактор времени. При этом центральным является вопрос о полном и комплексном учете проявления свойств материалов в реализующихся сложных условиях нагружения. В частности, такие свойства как пластичность и хрупкость в определенном смысле конкурируют между собой, взаимосвязанно изменяя свой уровень.

Реологические уравнения типа Максвелла с нелинейной вязкостью позволяют описывать поведение реальных материалов в различных режимах – при ползучести, релаксации, деформировании или нагружении с постоянной скоростью, ударных и переменных нагрузках и др. [1-3]. Уравнения течения могут быть дополнены уравнением развития поврежденности, что позволяет оценивать долговечность материала при заданных воздействиях [4].

Далее рассматривается упруго-пластический материал, деформация которого включает только мгновенно-обратимую и остаточную компоненты.

В соответствии с кинетическими представлениями о процессах течения и развития поврежденности скорости структурных превращений в материале в зависимости от температуры и внешних силовых воздействий, выраженных через макронапряжения в точке тела, в целом подчиняется экспоненциальному закону  $\exp((U_0 - \alpha \cdot \sigma)/k\theta)$ , где  $k$  и  $\theta$  – постоянная Больцмана и абсолютная температура, а  $U_0$  и  $\alpha \cdot \sigma$  трактуются как исходный уровень энергии активации и ее снижение при наличии упругих деформаций решетки. Однако результаты обработки экспериментальных данных показывают, что для адекватного описания особенностей поведения реономных микронеоднородных материалов структурные параметры  $U_0$  и  $\alpha$  следует принимать зависящими от вида напряженного состояния и температуры, что связано со сложным характером процессов перестройки структуры, сопутствующей нагружению [2-4]. Наличие участка упрочнения материала на диаграмме растяжения (ДР) требует введения зависимости энергии активации от достигнутой деформации.

Уравнение течения для случая одноосного растяжения имеет вид

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\sigma}{E dt} + \frac{\sigma}{\eta}, \quad \eta = 3GT \quad (1)$$

где  $\varepsilon$ ,  $\sigma$ ,  $E$ ,  $G$  – деформация, напряжение, модули упругости первого и второго рода,  $\eta$  – вязкость материала,  $T = T_0 \cdot \exp(U/k\theta)$  – время релаксации процессов формоизменения структурных элементов среды,  $U$  – энергия активации,  $T_0$  – временная константа, с использованием которой определяется начальный уровень энергии активации  $U_0$ . Далее аргумент  $U/k\theta$  представлен как  $U_0 - \alpha \cdot \sigma + F(\varepsilon, \sigma)$ , а для функции  $F(\varepsilon, \sigma)$ , служащей для описания формы достигаемого упрочнения при разных скоростях и температурах, использована зависимость

$$F(\varepsilon, \sigma) = \beta \cdot \left(1 - \left(1 - \frac{\varepsilon - \varepsilon_{III}}{\varepsilon_B - \varepsilon_{III}}\right)^m\right) \cdot \frac{\sigma}{\sigma_B}, \quad \varepsilon > \varepsilon_{III} \quad (2)$$

Структурные параметры  $U_0$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ , зависящие от температуры, должны быть определены по данным опытов в интересующем нас интервале ее изменения. Через  $\varepsilon_B$  в (2) обозначена деформация, соответствующая пределу прочности  $\sigma_B$  (максимум напряже-

ний на условной диаграмме растяжения), а  $\varepsilon_{ПТ}$  – деформация конца площадки текучести (при ее отсутствии принимаем значение деформации, соответствующей пределу текучести  $\sigma_T$ ). Константа  $m$  отражает форму ДР на участке упрочнения. Ее, а также входящее в (2) значение  $\sigma_B$ , можно выбрать по форме зависимости  $\sigma(\varepsilon)$  на одной из диаграмм растяжения, которая принимается за базовую кривую (например, диаграмму, полученную при испытаниях в естественных условиях и скорости деформирования из диапазона стандартных).

В качестве примера применения уравнения Максвелла к описанию ДР при различных постоянных температурах использованы известные результаты испытаний стали 20 [5-7]. Ниже в табл.1 для температуры  $-200^{\circ}\text{C} \div 0^{\circ}\text{C}$  протабулированы данные из [5], а для  $0^{\circ}\text{C} - 900^{\circ}\text{C}$  приняты справочные данные по [6-8]. В таблице обозначено:  $T_{И}$  – температура испытаний ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $E$ ,  $\sigma_B$ ,  $\sigma_T$  – соответственно модуль упругости, пределы прочности и текучести (МПа),  $\varepsilon_P$  – деформация на момент разрыва (%).

Таблица 1 – Экспериментальные данные

$T_{И}$	-200	-196	-100	0	20	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200
$E \cdot 10^{-5}$	2.30	2.29	2.25	2.2	2.2	2.1	2.05	1.9	1.8	1.55	1.2	0.85	0.5	0.2	0.1	0.1	0.15
$\sigma_B$	830	820	585	470	450	415	410	415	340	245	180	130	90	75	47	30	20
$\sigma_T$	790	770	440	290	280	240	230	170	150	140	110	90	70	50	20	15	10
$\varepsilon_P$	1.0	1.5	16	32	34	31	28	29	39	40	39	39	51	55	63	59	64

В целом данные являются иллюстративными, поскольку термообработка материала могла быть неодинаковой. Кроме того, конкретные диаграммы растяжения и, что для нас было бы также важным, разброс механических характеристик в [5-8] не приведены, поэтому для расчетного построения ДР приходится делать некоторые дополнительные предположения. В частности, для всех температур испытаний приняты одинаковыми деформация в конце площадки текучести  $\varepsilon_{ПТ} = 1.5\%$ , деформация на уровне предела прочности  $\varepsilon_B = 0.2$ , скорость деформирования  $V_{\varepsilon} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ c}^{-1}$  (из интервала стандартных). Использовано также условие, что на диаграмме растяжения производная  $d\sigma/d\varepsilon = E/2$  при  $\sigma = 0.75\sigma_T$ , что соответствует методике определения предела пропорциональности материала. Константа  $m$  для всех диаграмм выбрана равной  $m=4$ . Для кинетической константы  $T_0$  использовано стандартное значение  $T_0 = 1 \cdot 10^{-13} \text{ сек}$ . Все другие параметры, описывающие деформационные свойства материала, получены расчетным путем по данным табл.1.

Для описания поврежденности материала  $0 \leq \omega \leq 1$  использовано уравнение

$$\frac{d\omega}{dt} = \nu(1-\omega) \frac{\sigma}{\sigma_B} \exp\left(\frac{\gamma\sigma}{1-\omega}\right), \quad (3)$$

где  $\nu$  – частотный параметр, который, как и для процесса течения материала, определяется через константу времени и энергию активации разрушения структурных связей,  $\gamma$  – структурный параметр, характеризующий уменьшение энергии активации разрушения связей при наличии внешнего воздействия. Соответствующие числовые характеристики можно получить, используя данные о зависимости длительной прочности от температуры испытаний. Из литературы известно [2], что эти зависимости соответствуют зависимостям, найденным при описании ползучести материала при постоянных напряжениях. Поэтому далее для описания энергии активации процесса разрушения связей использованы построенные по табл.1 функции  $U_0(\theta)$  и  $\alpha(\theta)$  с той только разницей, что

вместо константы  $T_0$  подобран одинаковый для всех температур временной параметр  $T_{00}$ , существенно отличающийся от  $T_0$ , что применительно к реальным структурно-неоднородным материалам представляется естественным, поскольку период времени разрушения связей на поверхности микроэлемента структуры составляет малую долю времени, необходимого на последующую трансформацию формы этого элемента в процессе взаимодействия с соседними элементами структуры.

Для табличных значений температуры на рис.1 приведены расчетные диаграммы растяжения и поврежденности материала для режима  $V_\varepsilon=3 \cdot 10^{-3} c^{-1}$  и диаграммы растяжения для режима  $V_\sigma=V_\varepsilon \cdot E$ .

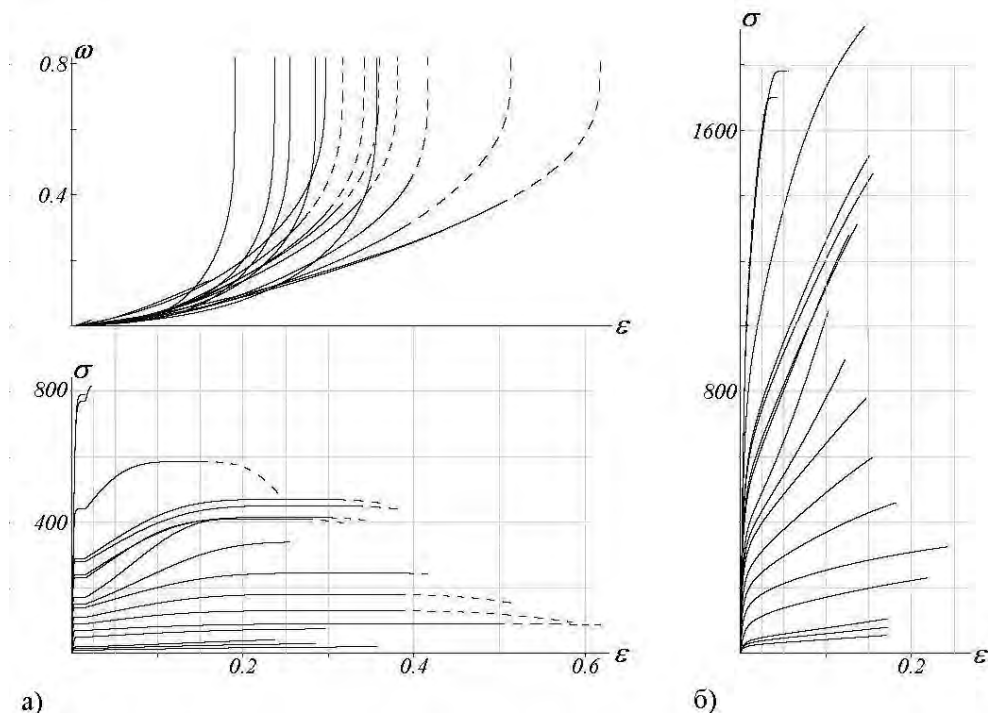


Рис.1. Расчетные диаграммы растяжения  $\sigma(\varepsilon)$  и поврежденности  $\omega(\varepsilon)$  стали 20 в режиме  $V_\varepsilon=const$  (а) и диаграммы растяжения в режиме  $V_\sigma=const$  (б) для заданных температур

Уровни пределов текучести и прочности для режима  $V_\varepsilon=const$  совпадают с указанными в таблице. Пунктиром отмечены части построенных ДР, которые выходят за реализующиеся экспериментально значения деформаций. С учетом принятых при построении ДР допущений и возможного разброса экспериментальных данных, в частности, по уровню предельных деформаций, можно сказать, что описание диаграмм вполне адекватно реальности. Сравнительно с режимами  $V_\varepsilon=const$ , для режимов  $V_\sigma=V_\varepsilon \cdot E$  характерным является наступление разрушения при деформациях более низкого уровня, но с более высокими значениями напряжений, причем на максимальных деформациях поврежденность материала при всех рассмотренных температурах достигает своего предельного значения  $\omega=1.0$ . Особенностью этих диаграмм является также отсутствие на них площадок текучести. В обоих случаях из общей картины выпадают только диаграммы для  $T=-200^\circ C$  и  $T=-196^\circ C$ .

С использованием интерполяции полученных расчетных параметров уравнений (1)-(3) в интервалах между заданными таблично значениями температуры в [9] произведены расчеты поведения фермы при различных условиях нагружения, в том числе при возрастании температуры с постоянной скоростью  $V_T$ . В этом случае работоспособность конструкции, определяемая заданными уровнями деформаций и поврежденности материала стержней, нарушается за промежуток времени, который, как и уровень достигнутых деформаций, уменьшается с ростом скорости нагрева. В противополож-

ном направлении скорость нагрева влияет на поврежденность материала, так что при некоторой  $V_T$  возникает переход от случая нарушения работоспособности системы из-за возникновения недопустимых деформаций к случаю прямого нарушения ее целостности. В этом смысле поведение конструкции при изменении  $V_\sigma$  и  $V_T$  однообразно – рост скоростей  $V_\sigma$  и  $V_T$  способствует “охрупчиванию” материала.

Экспериментальные данные в целом показывают, что деформации разрыва  $\epsilon_R$  на ДР увеличиваются с ростом температуры и падают при ее уменьшении, что принято характеризовать соответственно как увеличение пластичности или хрупкости материала. Аналогично ведет себя материал и при изменении скорости деформирования  $V_\epsilon$  – с ее ростом “хрупкость” возрастает. С точки зрения кинетического подхода оба момента объясняются единообразно – с ростом напряжений (иначе – уровня упругих деформаций материала и, соответственно, уровня относительных смещений узлов кристаллической решетки) скорость развития поврежденности материала, а с ней и сама поврежденность, нарастают. Следует отметить, что не все материалы строго следуют этому правилу. Например, на рис.2 приведены ДР американской стали К20 для скоростей деформаций  $1.66 \cdot 10^{-3}$ ,  $4.28 \cdot 10^{-2}$ ,  $2.47 \cdot 10^1$ ,  $2.13$  и  $39.0 \text{ час}^{-1}$  (кривые 1-5 соответственно) и их обработка с помощью кинетических уравнений [3]. Напряжения даны в фунт/дюйм<sup>2</sup>, через  $S = \sigma(1 + \epsilon)/(1 - \omega)$  обозначены истинные напряжения ( $1 \text{ фунт/дюйм}^2 \approx 6.9 \text{ МПа}$ ).

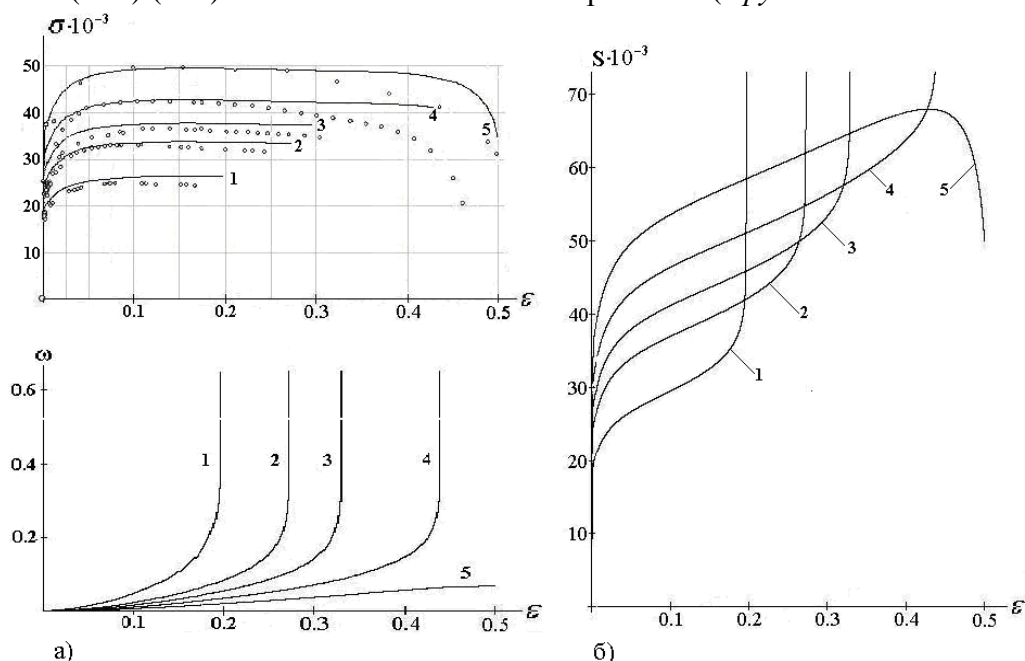


Рис. 2. Зависимости  $\sigma(\epsilon)$ ,  $\omega(\epsilon)$  и  $S(\epsilon)$  для стали К20. Кружочками показаны экспериментальные точки

Аналогичное поведение мы обнаружим и для рассматриваемого материала, что видно из рис.3, где построены ДР для температуры  $T=20^\circ\text{C}$  при различных скоростях деформирования. Для кривой (1)  $V_\epsilon=3 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ , на других кривых  $V_\epsilon$  последовательно уменьшалась в 1.5 раза.

Режимы  $V_\epsilon=\text{const}$  и  $V_\sigma=V_\epsilon \cdot E=\text{const}$  являются двумя крайними по своим проявлениям режимами, в которых может быть снята диаграмма растяжения материала. Несмотря на многие неопределенности, связанные с получением величин деформаций и напряжений в режиме  $V_\epsilon=\text{const}$  по реально фиксируемым перемещениям и усилиям на зажимах образца, эта диаграмма является базовой при описании механических свойств материала.

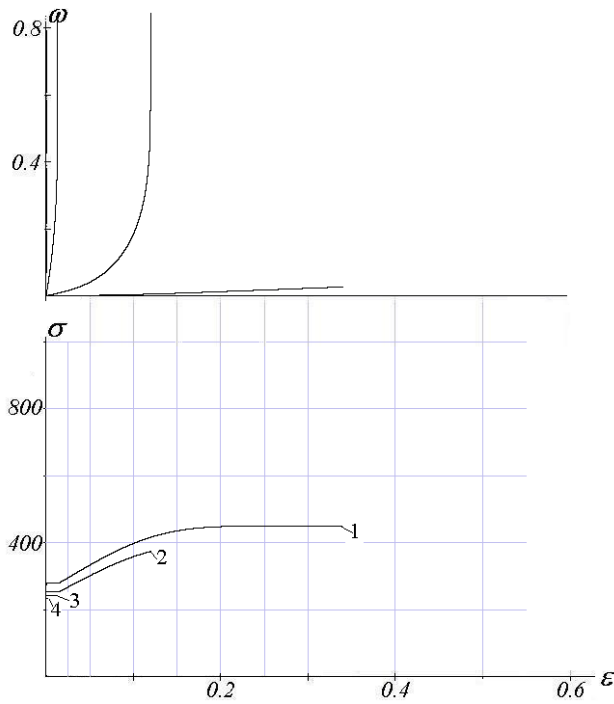


Рис. 3. Зависимости  $\sigma(\varepsilon)$ ,  $\omega(\varepsilon)$  для стали 20

Поэтому представляет интерес рассмотреть поведение материала и вид диаграмм растяжения в режимах, промежуточных между двумя режимами  $V_\varepsilon = const$  и  $V_\sigma = V_\varepsilon \cdot E = const$ . Если условно режим  $V_\varepsilon$  обозначить как  $R_\varepsilon$ , а режим  $V_\sigma$  как  $R_\sigma$ , то гипотетические промежуточные режимы можно образовать по закону

$$R_z = R_\varepsilon \cdot Z + R_\sigma \cdot (1 - Z), \quad (4)$$

где режимная переменная  $Z$  меняется в интервале от нуля до единицы ( $0 \leq Z \leq 1$ ). В соответствии с (1) уравнение ДР принимает вид

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = E \cdot \left( \left(1 - \frac{\sigma}{V_\varepsilon \cdot \eta}\right) \cdot Z + \frac{1}{1 + \frac{\sigma}{V_\varepsilon \cdot \eta}} \cdot (1 - Z) \right) \quad (5)$$

Решение уравнения (5) совместно с уравнением (3) приведено на рис.4.

При построениях частотный параметр  $\nu$  уравнения развития поврежденности выбран таким образом, чтобы в режиме  $V_\varepsilon$  (при  $Z=1$ ) при деформации  $\varepsilon = \varepsilon_B$  (здесь принято значение  $\varepsilon_B = 0.5$ ) разрушение не имело места. Остальные параметры соответствуют использованным выше для стали 20 при  $T = 20^\circ C$ . Кружками отмечены деформации, при которых для  $Z < 1$  достигается поврежденность  $\omega(\varepsilon_p) = 1.0$  (разрыв образца).

Кривая, соединяющая отмеченные концевые точки диаграмм (на рис.4 не показана), отражает нарастание хрупкости материала в рассматриваемом обобщенном режиме нагружения при  $Z \rightarrow 0$ . Не представляет сложности перейти к диаграммам с использованием истинных деформаций и напряжений.

Проведенное рассмотрение диаграмм растяжения в различных режимах нагружения подтверждает, что понятия “хрупкость” и “пластичность” характеризуют не столько сам материал, сколько его состояние – способность к деформированию в зависимости от конкретных условий режима нагружения. Этот же вывод подтверждают и рассмотренные выше построения ДР при различных температурных и деформационных условиях.

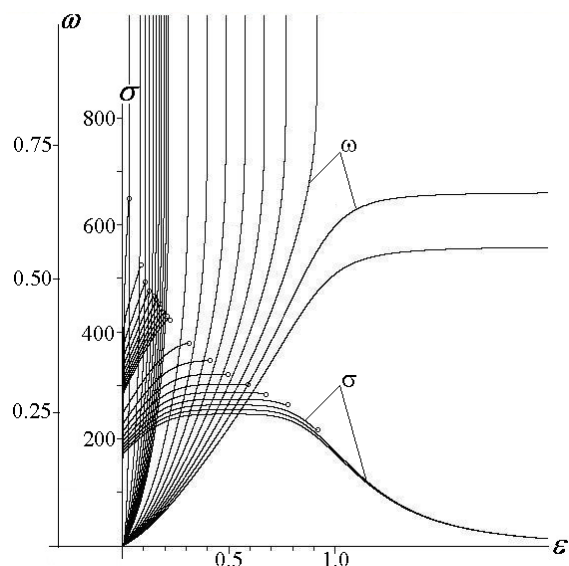


Рис. 4. Расчетные диаграммы растяжения  $\sigma(\varepsilon)$  и поврежденности  $\omega(\varepsilon)$  в режиме  $R_z$  при  $V_\varepsilon = 1 \cdot 10^{-3} \text{ c}^{-1}$

Параметру  $Z$  уравнения (4) можно придать числовую оценку в виде отношения реализовавшейся в конкретных условиях испытаний на ДР предельной деформации к предельной деформации на базовой кривой, построенной в режиме  $V_\varepsilon = \text{const}$  при известных стандартных условиях нагружения, т.е. использовать соотношение  $Z = \varepsilon_p / \varepsilon_{p\text{БАЗ}}$ . В таком случае понятия “пластичность” и “хрупкость” приобретают относительный характер, а параметр  $Z$  приобретает смысл показателя располагаемой пластичности (деформативности) и может быть использован при прогнозах работоспособности материалов и конструкций в качестве числовой характеристики их хрупкого или пластического состояния. Естественно, при этом требуется более строгий подход к определению зависимости напряжений от деформаций по построенной диаграмме растяжения образца и поднимается значимость определения поврежденности материала как одной из величин, используемых при оценке его напряженно-деформированного состояния.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гуревич Г.И. Деформируемость сред и распространение сейсмических волн. М.: Наука, 1974, – 483с
2. Регель В.Р., Слуцкер А.И., Томашевский Э.Е. Кинетическая природа прочности твердых тел. М.: Наука, 1974, – 560с
3. Холодарь Б.Г. Описание поведения реономного упруго-пластического материала при скоростном и ударном нагружении. Стр. 567-595, Глава 24 в книге “Перспективные технологии” / Под редакцией В.В. Клубовича – Витебск: Изд-во УО “ВГТУ”, 2011. – 599с
4. Холодарь Б.Г. Долговечность материала при сложном напряженном состоянии и переменных нагрузках // Теоретическая и прикладная механика. Международный научно-технический журнал. Выпуск 28. Минск. – БНТУ. – 2013. – Стр.167-172
5. Прочность материалов и элементов конструкций в экстремальных условиях. Под ред. Г.С. Писаренко. Т.2. К., “Наукова думка”, 1980, – 771с
6. Сталь и сплавы. Марочник: Справ. изд. Под ред. В.Г. Сорокина, М.А. Гервасьева. М.: “Интермет Инжиниринг”, 2001, – 608с
7. [http://metallischekiy-portal.ru/marki\\_metallov/stk/20](http://metallischekiy-portal.ru/marki_metallov/stk/20)
8. <http://www.ibm.ru/techdocs/alloys/materials/2/info/23/>
9. Холодарь Б.Г. Напряженно-деформированное состояние фермы из реономного упруго-пластического материала // Вестник Брестского гос. техн. университета. Строительство и архитектура. 1’(97) 2016. – Стр.42-46.

Поступила в редакцию 03.10.2016