

## АТТЕСТАЦИЯ ЛИНЕЙНОЙ ВЯЗКОУПРУГОЙ МОДЕЛИ АНТИФРИКЦИОННОГО ПОЛИМЕРНОГО КОМПОЗИТА ПО РЕЗУЛЬТАТАМ УСКОРЕННЫХ ИСПЫТАНИЙ НА РЕЛАКСАЦИЮ

в.н.с. Гавриленко С.Л., к.т.н. Шилько С.В.

*Институт механики металлополимерных систем НАН Беларуси им. В.А. Белого,  
Гомель, Республика Беларусь*

**Введение.** Значительный научный и практический интерес представляет аттестация линейных вязкоупругих моделей антифрикционных полимерных композитов, широко применяемых в узлах трения. Все полимерные материалы и композиты на их основе в той или иной степени демонстрируют вязкоупругие свойства, математическому описанию которых посвящены многочисленные работы отечественных и зарубежных авторов; ограничимся цитированием наиболее известных и доступных монографий [1–8].

Как известно, экспериментальные исследования реологических свойств указанных материалов являются весьма длительными. В этой связи актуальна разработка методов и алгоритмов аттестации на основе ускоренных механических испытаний на ползучесть и релаксацию, а также процедур идентификации вязкоупругих моделей по полученным ограниченными экспериментальными данными. В частности, автоматизация и весьма высокая точность современных испытательных машин представляет возможность проведения опыта на кратковременную релаксацию, который, благодаря высокой степени дискретизации наиболее информативного начального участка кривой деформирования продолжительностью нескольких суток и даже часов), позволяет экстраполировать результаты на гораздо более значительный период времени. Апробации предлагаемого подхода аттестации посвящена настоящая публикация.

**Методы, оборудование, материалы и результаты исследования.** В предположении линейной вязкоупругости справедливы следующие соотношения между девиаторами напряжений и деформаций:

$$2G\dot{\gamma}_{ij}(t) = s_{ij}(t) + \int_0^t \tilde{A}(t-\tau)s_{ij}(\tau)d\tau, \quad K\theta(t) = \sigma(t).$$

Здесь  $\theta = \varepsilon_{kk}$  – относительное изменение объема,  $\sigma = \sigma_{kk}/3$  – среднее (гидростатическое) напряжение,  $G$  – мгновенный модуль сдвига,  $K$  – мгновенный модуль объемной деформации.  $\tilde{A}(t)$  – ядро (функция) ползучести.

Для связи тензора напряжений и деформации можно использовать определяющие соотношения вязкоупругой модели Прони [1–3]:

$$\sigma_{ij}(t) = \int_0^t 2G(t-\tau) \frac{e_{ij}(\tau)}{d\tau} d\tau + \delta_{ij} \int_0^t K(t-\tau) \frac{d\varepsilon(\tau)}{d\tau} d\tau.$$

Здесь

$$G(\xi) = G_\infty + \sum_{i=1}^{n_G} G_i e^{-\frac{\xi}{\lambda_i^G}}, \quad K(\xi) = K_\infty + \sum_{i=1}^{n_K} K_i e^{-\frac{\xi}{\lambda_i^K}},$$

$$G(0) = G_\infty + \sum_{i=1}^{n_G} G_i = \mu, \quad K(0) = K_\infty + \sum_{i=1}^{n_K} K_i = K.$$

Имеем также известные зависимости для модулей упругости [3]:

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu}; \quad K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)}; \quad \nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}; \quad \mu = \frac{E}{2(1 + \nu)}.$$

При постоянстве коэффициента Пуассона материала  $\nu = \text{const}$  записываются следующие соотношения [1–6]:

$$ER_E(t - \tau) = 2(1 + \nu)G'_\tau(t - \tau),$$

$$K'_\tau(t - \tau) = \frac{2(1 + \nu)}{3(1 - 2\nu)}G'_\tau(t - \tau),$$

$$\sigma_{ij}(t) = \frac{E}{1 + \nu} \left[ \frac{\nu}{1 - 2\nu} \varepsilon(t) \delta_{ij} + \varepsilon_{ij}(t) \right] - \frac{E}{1 + \nu} \int_0^t R_E(t - \tau) \left[ \frac{\nu}{1 - 2\nu} \varepsilon(\tau) \delta_{ij} + \varepsilon_{ij}(\tau) \right] d\tau.$$

После математических преобразований получим аналитическую зависимость силы от времени при испытании цилиндрического образца на релаксацию при сжатии:

$$P(t) = E\varepsilon_0 S_0 \left( 1 - \frac{2(1 + \nu)}{E} (G(0) - G(t)) \right).$$

Здесь  $G(t)$  – функция сдвиговой релаксации. Применяя метод наименьших квадратов, получим систему алгебраических уравнений, из которой можно найти параметры функции сдвиговой релаксации. Для вышеприведенной функции сдвиговой релаксации [1,4] выражение для сжимающего усилия примет вид:

$$P(t) = E\varepsilon_0 S_0 \left( 1 - \frac{2(1 + \nu)}{E} \left( \sum_{i=1}^{n_G} G_i \left( 1 - e^{-\frac{t}{\lambda_i^G}} \right) \right) \right).$$

Для апробации методики идентификации были проведены испытания на релаксацию стандартных цилиндрических образцов антифрикционного композита на основе политетрафторэтилена (ПТФЭ-композита) на испытательном стенде Instron 5567 для 7 различных температур: 26, 50, 80, 110, 140, 170, 200 °С. Для достижения равномерного нагрева образцы выдерживались при температуре испытания в течение 30 минут. Результаты испытаний представлены в работе авторов [9].

Исходя из аналитической зависимости усилия в поперечном сечении от параметров модели с использованием аналога метода наименьших квадратов были определены параметры сдвиговой функции в аналитической модели Прони для различных значений температуры. Результаты идентификации модели представлены в таблице.

Таблица 1 – Зависимость параметров сдвиговой функции модели Прони от температуры

$T, ^\circ\text{C}$	26	50	80	110	140	170	200	230
$E, \text{МПа}$	586	403	372	266	207	141	128	99
$G_1, \text{МПа}$	131,3	64,9	38,7	21,6	27,9	0,88	2,09	3,62
$\lambda_1, \text{мин}$	1,86	0,924	0,831	0,599	0,816	17,5	15,2	0,803

Для верификации линейной вязкоупругой модели Прони предлагается использовать результаты испытаний на растяжение (сжатие) образцов из антифрикционных полимерных композитов в условиях одноосного деформирования при постоянной скорости движения опорных плит испытательной машины. Зависимость усилия сжатия от геометрических, кинематических и механических параметров имеет следующий вид:

при  $n_G = 1$

$$P(t) = S_1 \left( \frac{EV_0}{L_0} - \frac{2(1+\nu)G_1V_0}{L_0} \right) t + \frac{S_1 2(1+\nu)G_1V_0\lambda_1}{L_0} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\lambda_1}} \right),$$

при  $n_G = 2$

$$P(t) = S_1 \left\{ \left( \frac{EV_0}{L_0} - \frac{2(1+\nu)(G_1 + G_2)V_0}{L_0} \right) t + \frac{2(1+\nu)G_1V_0\lambda_1}{L_0} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\lambda_1}} \right) + \frac{2(1+\nu)G_2V_0\lambda_2}{L_0} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\lambda_2}} \right) \right\}$$

После вычисления параметров линейной вязкоупругой модели Прони определяется расчетная зависимость усилия от времени. При ее сравнении с экспериментальной кривой можно сделать вывод о пригодности линейной вязкоупругой модели для описания деформирования материала.

**Заключение.** Представлен алгоритм аттестации вязкоупругой модели Прони на основе расчетно-экспериментального метода ускоренного определения вязкоупругих характеристик полимерных материалов и композитов на их основе. Полученные значения параметров вязкоупругой модели исследованного антифрикционного ПТФЭ-композита могут быть использованы в прочностных расчетах узлов трения, эксплуатируемых при длительной эксплуатации и повышенных температурах.

#### Список обозначений

$\dot{Y}_{ij}(t)$ ,  $s_{ij}(t)$  – девиаторы тензоров деформаций и напряжений, соответственно;  $G$  – мгновенный модуль сдвига;  $K$  – мгновенный модуль объемной деформации;  $\tilde{A}(t)$  – ядро ползучести;  $\theta = \varepsilon_{kk}$  – относительное изменение объема (первый инвариант тензора деформаций);  $\sigma = \sigma_{kk} / 3$  – среднее (гидростатическое) напряжение (первый инвариант тензора напряжений);  $R(t)$  – ядро релаксации материала;

$G(\xi) = G_\infty + \sum_{i=1}^{n_G} G_i e^{-\frac{\xi}{\lambda_i^G}}$  – функция сдвиговой релаксации, характеризующая модель

Прони;  $K(\xi) = K_\infty + \sum_{i=1}^{n_K} K_i e^{-\frac{\xi}{\lambda_i^K}}$  – функция объемной релаксации, характеризующая

модель Прони;  $\lambda, \mu, E, \nu$  – параметры Ламе, модуль Юнга и коэффициент Пуассона, соответственно;  $P(t)$  – усилие в поперечном сечении цилиндрического образца;  $\varepsilon_0$  – деформация релаксации при сжатии;  $S_0$  – начальная площадь сечения цилиндрического образца;  $t_0$  – время сдвига;  $T$  – температура испытаний на релаксацию при сжатии.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кравчук А.С. *Механика полимерных и композиционных материалов: учебное пособие* / А.С. Кравчук, В.П. Майборода, Ю.С. Уржумцев – М.: Наука, 1985. – 303 с.
2. Ильюшин, А.А. *Основы математической теории термовязкоупругости* / А.А. Ильюшин, Б.Е. Победря – М.: Наука, 1970. – 280 с.
3. Старовойтов Э.И. *Основы теории упругости, пластичности и вязкоупругости: учебное пособие* / Э.И. Старовойтов – Гомель: Белгут, 2001. – 344 с.
4. Москвитин, В.В. *Сопротивление вязкоупругих материалов* / В.В. Москвитин – М.: Наука, 1972.–327 с.
5. Колтунов М.А. *Ползучесть и релаксация: учебное пособие* / М.А. Колтунов – М.: Высшая школа, 1976. – 277 с.
6. Колтунов М.А. *Прочностные расчеты изделий из полимерных материалов* / М.А. Колтунов, В.П. Майборода, В.Г. Зубчанинов – М.: Машиностроение, 1983. – 239 с.
7. Кристенсен Р. *Введение в теорию вязкоупругости: учебное пособие* / Р. Кристенсен – М.: Мир, 1974. – 340 с.
8. Малмейстер, А.К. *Сопротивление жестких полимерных материалов* / А.К. Малмейстер, В.П. Тамуж, Г.А. Тетерс – Рига: Зинатне, 1972. – 498 с.
9. Гавриленко, С.Л. *Идентификация линейных вязкоупругих моделей антифрикционных полимерных композитов по результатам ускоренных испытаний на релаксацию при сжатии* / С.Л. Гавриленко, С.В. Шилько // *Актуальные вопросы машиноведения: Сб. статей.* – 2016. – Вып. 5. – С. 326–328.

E-mail: [shilko\\_mpri@mail.ru](mailto:shilko_mpri@mail.ru)

Поступила в редакцию 30.10.2016