

ЗАДАЧИ ОБ УПРАВЛЕНИИ ПРОЦЕССОМ ОСЕДАНИЯ НЕФТЯНОГО ПЛАСТА И ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

к.ф.-м.н. Алтынбеков Ш.

*Южно-Казахстанский государственный педагогический институт,
г. Шымкент, Казахстан*

Введение. Интенсивное использование подземных вод, откачки нефти и газа из пластов приводят к большому оседанию земной поверхности, вследствие чего происходит повышение уровня грунтовых вод, потопление и заболачивание местности, обводнение зданий и промышленных сооружений, затопление прибрежных территорий, при неравномерном оседании - разрушение зданий, дорог и подземных коммуникаций, деформации мостов, портов, набережных и других сооружений [1-6]. Один из широко известных примеров оседания поверхности земли в г. Лос-Анджелесе (Калифорния). Через 32 года после начала откачки нефти из одного крупнейшего нефтяного месторождения в США, воронка оседания поверхности земли постиралась на площадь 50 млн м², причем в центре воронки ее глубина достигала 8,8 м. Этой проблеме и предложению способов ее решения уже не один десяток лет. При добыче нефти, как правило, обязательно пробуриваются нагнетательные скважины, обеспечивающие баланс напряжений в пласте. Однако, это способ борьбы с негативным явлением, как показывает практика, приводит к снижению оседаний земной поверхности только лишь на 20-30% от реального. Поэтому возникает необходимость развития и усовершенствования методов борьбы. Чтобы предотвратить этот негативный процесс, по нашему мнению, необходимо решить одну из задач геомеханики - задачу об управлении процессом оседаний земной поверхности с применением теории фильтрационной консолидации земной среды.

В настоящее время имеется немало работ по математической теории оптимального управления [7-9]. Теория оптимизации для систем с распределенными параметрами, описываемыми уравнениями с частными производными стала разрабатываться уже после того, как были получены основные результаты в теории оптимизации для обыкновенных дифференциальных уравнений. Теория, изложенная в работах Л.С.Понтрягина, В.Г.Болтянского, В.В.Гамкрелидзе, Е.Ф.Мищенко [7] и М.Р.Хестенса [8], посвящена изучению следующих вопросов: получить необходимые условия экстремума; изучить структуру и свойства уравнений, выражающих эти условия для случая, когда Λ , называемой «моделью» системы, представляет собой обыкновенный дифференциальный оператор. В многочисленных приложениях из-за сложности управляемых систем пришлось отказаться от только что указанной математической модели и рассматривать в качестве Λ оператор с частными производными [9]. Именно этот случай мы изучаем в настоящей работе.

1. Задачи об управлении процессом оседания нефтяного пласта

Задачи об управлении процессом осадки нефтеносного пласта и оседания земной поверхности при откачке нефти тесно связаны с задачами об управлении давлением поровой жидкости.

Существуют многочисленные типы управления. В данной работе рассмотрим только два типа управления: управление на границе и управление внутри области. Последовательно рассмотрим эти типы управления.

1.1 Управление давлением на границе

Управление осуществляется так, чтобы давление $p(x,t)$ на границе Γ области Ω не

понижалось с течением времени (например, подача жидкости через стенку). Функция $p(x, t)$ (давление) удовлетворяет внутри области $\Omega \times]0, T[$ уравнению уплотнения

$$\frac{\partial p}{\partial t} - C_v(z) \Delta p = f, \quad z \in \Omega, \quad t \in]0, T[, \quad (1)$$

или, в общем случае, уравнению

$$\frac{\partial p}{\partial t} + Ap = f, \quad (2)$$

где

$$A\varphi = -(a_{ij}(z)\varphi_{1j}), \quad (3)$$

а функции $a_{ij}(x)$ удовлетворяют условиям:

$$\begin{aligned} a_{ij}(z) &\in L^\infty(\Omega), \quad a_{ij}(z) = a_{ji}(z) \quad \forall_{i,j}; \\ a_{ij}(z)\xi_i\xi_j &\geq \alpha\xi_i\xi_j, \quad \alpha > 0, \quad \forall \xi_i \in R. \end{aligned} \quad (4)$$

Пусть, кроме того, при $q_1 = q_2$ задано начальное давление [10]

$$p(z, r, t_1) = p_0(z, r, \tau_1) = q_1 + \sum_{i=1}^{\infty} D_i(\tau_1) V_0 \left(\frac{\mu_i}{\sqrt{K_r}} r \right) \cdot ch \left(\frac{\mu_i}{\sqrt{K_z}} z \right). \quad (5)$$

Наличие и тип управления сказываются на форме граничных условий. В подтверждение этому приводим результаты исследования автором данной работы [11,12].

Деформация неоднородных земляных масс, обусловленных их консолидацией, сильно зависит от типа краевых условий. Так, например, при граничных условиях, когда на границах массива земляной среды происходит свободный водообмен с окружающей средой, так как растекание напора в однородной среде двухстороннего характера и незначительно, чем в неоднородном, осадок неоднородных грунтовых оснований в начальные моменты времени больше, чем у однородного, а со временем он становится гораздо меньше (1,1-5 раза), в зависимости от их физико-механических свойств

В случае граничных условий, когда грунтовая вода свободно удаляется с боковых поверхностей массива земляной среды, а на нижних и верхних границах его происходит свободный водообмен с окружающей средой, так как давление в верхних слоях неоднородной грунтовой массы ниже атмосферного, а в нижних слоях достаточно больше, в начальные моменты времени происходит обратный процесс уплотнения – набухание грунта, а со временем оно затухает и может возникнуть осадок незначительного характера.

При граничных условиях с водоупором на глубине и водонепроницаемыми стенками, так как давление в нижних слоях неоднородной грунтовой массы ниже атмосферного, то за счет растекания давления осадок основания в начальные моменты времени больше осадка, соответствующего пределу времени, что вызывает после некоторого времени явление набухания.

Исходя из вышеизложенного, можно прийти к выводу: искусственно создавая граничные условия можно управлять процессом оседания нефтеносного пласта.

1.2 Управление давлением внутри области

Управление осуществляется так, чтобы давление $p(z, r, t)$ в области Ω не понижалась с течением времени (например, введением в Ω потока жидкости q_6). Количество жидкости q_6 , поступающей к нефтяной залежи из законтурной области пласта по условию управления должно быть приблизительно равным количеству отбираемой нефти q_1 из месторождения, т.е. $q_6 \approx q_1$. Тогда задача об управлении процессом осадки нефтеносного пласта, согласно работе [10], может быть сведена к следующему виду

$$\frac{\partial p}{\partial t} = C_v(z) \left(K_z \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + K_r \left(\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} \right) \right) + \Phi(z, r, t), \quad (6)$$

$$p(z, r, t) = p_0(z, r) \quad \text{при} \quad t = \tau_1, \quad (7)$$

$$p(z, r, t) = \alpha^{(t)} p_0(z, r) \quad \text{при} \quad \tau_1 < t < \infty, \quad (8)$$

$$p(z, r_0, t) = q_1, \quad p(z, R, t) = q_1, \quad (9)$$

$$\left. \frac{\partial p}{\partial z} \right|_{z=h} = 0, \quad \left. \frac{\partial p}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \quad (10)$$

где $C_v(z)$ и $\Phi(z, r, t)$ – известные функции [10].

В этой задаче определению подлежит функция (давления) $p(z, r, t)$ и функция $\alpha^{(t)}$. Функция $\alpha^{(t)}$ в рассматриваемом интервале времени $]\tau_1, \infty[$ непрерывна, положительна и ограничена снизу и сверху. Нас интересует те значения этой функции, которые лежат внутри полусегмента $]0, 1]$, т.е. $0 < \alpha^{(t)} \leq 1$.

Для решения поставленной задачи (6)–(10) вначале определим функцию давления $P(z, r, t)$, удовлетворив уравнению (6), начальному условию (7) и граничным условиям (9) и (10) [10]

$$P(z, r, t) = q_1 + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} T_{ij}(t) V_0 \left(\frac{\mu_i}{\sqrt{K_r}} r \right) \cdot V_{v_i} \left(\frac{2\lambda_{ij}}{\alpha_7 \sqrt{K_z}} e^{-\frac{\alpha_7}{2} z} \right), \quad (11)$$

$$T_{ij}(t) = \left(\int \Phi_{1ij}(t) e^{C_{v0} \lambda_{ij}^2 t} dt + D_{ij} \right) \cdot e^{-C_{v0} \lambda_{ij}^2 t}.$$

Затем удовлетворив условию (8), т.е. (5) и (11) подставив в (8) находим функцию $\alpha^{(t)}$:

$$\alpha^{(t)} = \frac{q_1 D_{1ij} + D_{2ij} e^{-\alpha_q t} + D_{3ij} e^{-C_{v0} \lambda_{ij}^2 t} + \frac{q_\epsilon}{C_{v0}} D_{4ij}}{q_1 D_{1ij} + \frac{q_0}{R} (A_q - B_q e^{-\alpha_q t}) D_{5ij} + D_{6ij}} \quad (12)$$

Здесь $D_{1ij}, D_{2ij}, D_{3ij}, D_{4ij}, D_{5ij}$ и D_{6ij} – известные коэффициенты, определяемые в ходе решения задачи, а λ_{ij} – положительные корни уравнения составленного из комбинации функции Бесселя первого и второго рода.

Нетрудно заметить, функция вида (12) в рассматриваемой задаче является функцией управления. Действительно, управление давлением внутри области Ω , управление процессом оседания нефтеносного пласта и земной поверхности на территории нефтедобывающих комплексов, в конечном счете, можно осуществить только с помощью функции $\alpha^{(t)}$, введением в Ω поток жидкости q_ϵ , регулируемой посредством полупроницаемой перегородки или некоторым сервомеханизмом, согласно правилу (h – поле заданных давлений):

$$\begin{aligned} p > h &\Rightarrow q_\epsilon = 0, \\ p = h &\Rightarrow q_\epsilon \geq 0, \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} p > h &\Rightarrow q_\epsilon = 0, \\ p \leq h &\Rightarrow q_\epsilon = k(h - p). \end{aligned}$$

где k (положительный скаляр) – мера проводимости стенки.
 При $t \rightarrow \infty$ из (12) имеем

$$q_\infty = \frac{q_1 D_{1ij} + \frac{q_0}{R} A_q D_{5ij} + D_{6ij}}{RD_{4ij}}$$

и откуда $\alpha_\infty = 1$ при

Механический смысл этого числа означает: конечное давление в поровой жидкости равно начальному давлению; осадок нефтеносного пласта и оседания земной поверхности практически равны нулю.

1.3 Управление процессом оседания нефтяного пласта

Управление процессом оседания нефтеносного пласта, вызванной весом земляного массива, расположенного над нефтеносным пластом $q(t, r)$ [13]

$$q(t, r) = \frac{q_0}{R} (R - \beta_q r) (A_q - B_q e^{-\alpha_q t})$$

$$0 < \beta_q \leq 1, \quad \beta_q r \leq R, \quad 0 < A_q \leq 1, \quad B_q \leq A_q, \quad \alpha_q > 0, \quad r_0 \leq r \leq R$$

можно осуществлять с помощью функции управления $\alpha(t)$ по формуле

$$s(r, t) = \frac{3a_0(\alpha_1 + \alpha_2)}{(1 + \varepsilon_0)(1 + 2\xi_0)} (1 - \alpha(t)) \times$$

$$\times \int_0^h e^{\alpha_5 z} \left\{ q_1 + \frac{q_0(A_q - B_q e^{-\alpha_q t})}{R} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} B_{li} V_0 \left(\frac{\mu_i}{\sqrt{K_r}} r \right) \cdot \operatorname{ch} \left(\frac{\mu_i}{\sqrt{K_z}} z \right) \right\} dz \quad (13)$$

Отсюда при $t \rightarrow \infty$

$$s_\infty(r) = \frac{3a_0(\alpha_1 + \alpha_2)}{(1 + \varepsilon_0)(1 + 2\xi_0)} (1 - \alpha_\infty) \int_0^h e^{\alpha_5 z} \left\{ q_1 + \frac{q_0 A_q}{R} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} B_{li} V_0 \left(\frac{\mu_i}{\sqrt{K_r}} r \right) \cdot \operatorname{ch} \left(\frac{\mu_i}{\sqrt{K_z}} z \right) \right\} dz \quad (14)$$

$$q_\infty = \frac{(q_0 A_q D_{5ij} + RD_{6ij}) C_{v0}}{RD_{4ij}}$$

и при оседания нефтеносного пласта равен нулю, т.е. $s_\infty(r) = 0$, так как в этом случае $\alpha_\infty = 1$.

Нетрудно заметить, из (13) и (14) при $\alpha(t) > 1$ происходит негативное явление – набухание нефтеносного пласта, что нежелательно в практике. А при $\alpha(t) \rightarrow \infty$ (т.е. при $q_\infty \rightarrow \infty$) можно ожидать катастрофическое явление. Сила набухания нефтеносного пласта такова, что даже она может разрушить земную поверхность на территории нефтесодобывающих комплексов.

2. Управление процессом оседания земной поверхности

В основу данного управления положены функция управления $\alpha(t)$ и два уравнения:

$$\frac{1}{2(1 - \mu_0^2)r_0} \frac{d^2}{dr^2} \left[EJ(r) \frac{d^2 y}{dr^2} \right] = q(r) - p(r) \quad (15)$$

$$s(r) = C \int_{r_0}^{R_0} p(\eta) e^{-m|r-\eta|} d\eta \quad (16)$$

и закон распределения реактивного давления $p(r)$, удовлетворяющего двум основным условиям:

- прогибы полосы всюду по ее подошве должны совпадать с просадкой поверхности нефтеносного пласта полосой (рис. 1), т.е.

$$y(r) = s(r); \quad (17)$$

- реактивные давления и внешняя нагрузка на полосу должны удовлетворять условиям равновесия статики:

$$\sum Y = \int_{r_0}^{R_0} p(\eta) d\eta = Y_0; \quad (18)$$

$$M = \int_{r_0}^{R_0} \eta p(\eta) d\eta = M_0, \quad (19)$$

где $s(r)$ в (16) и (17) определены одной из формул (13), (14); Y_0 и M_0 – сумма вертикальных сил и сумма моментов всех внешних нагрузок относительно начального сечения полосы. (рис.1)

Далее, присоединяя к приведенным (15)-(19) систему алгебраических линейных уравнений [10]

$$a_0 f_{0k} + a_1 f_{1k} + \dots + a_{n-2} f_{n-2,0} = \bar{y}_{0k} + \Phi_k \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n-2)$$

и решая ее, определены необходимые параметры управления процессом оседания земной поверхности.

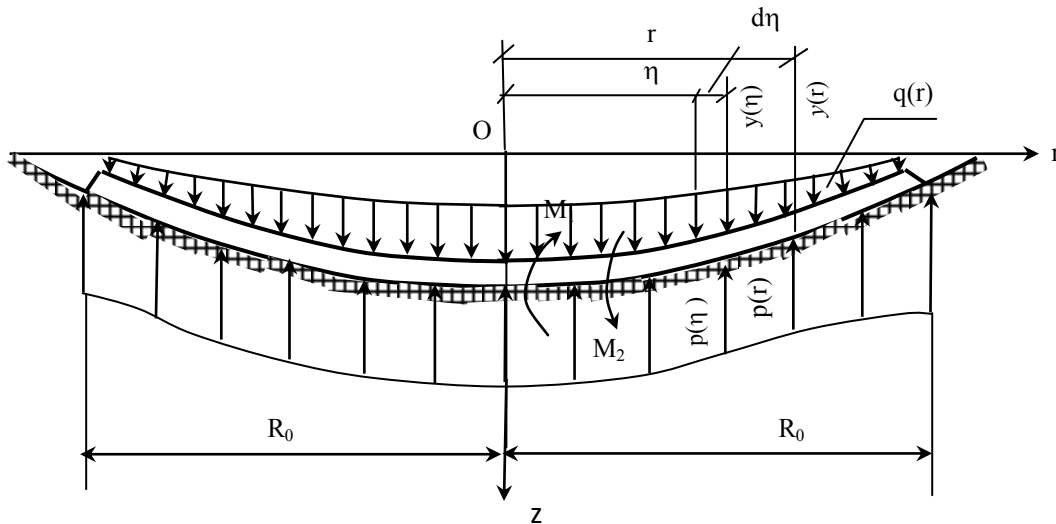
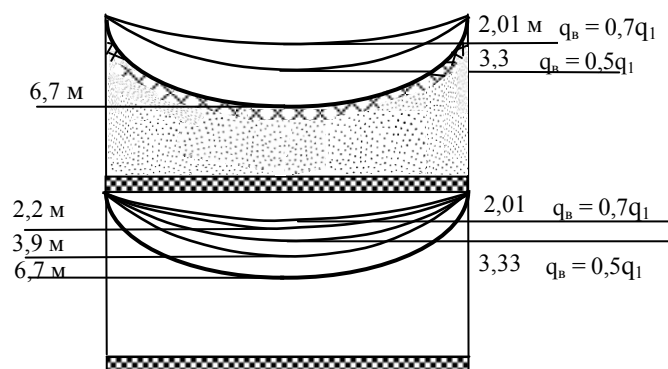


Рис. 1. Расчетная схема метода убывающей функции

3. Результаты предварительных расчетов

Согласно функции управления $\alpha(t)$ и по полученным результатам составлена программа для прогноза оседания нефтеносного пласта и земной поверхности на территории нефтедобывающего комплекса. Проведены предварительные расчеты на ПЭВМ. При расчете использованы те же исходные данные, что и в работе [10].

Результаты расчетов показали, что снижение оседания нефтеносного пласта и земной поверхности по сравнению с приведенным в [10] на 50-70%, в зависимости от введенного в Ω потока жидкости q_e . (рис. 2)



1. $A_q = 0.227$; $\beta_q = 0.525$; 2. $A_q = 0.339$; $\beta_q = 0.307$; 3. $A_q = 0.417$; $\beta_q = 0.209$

Рис. 2. Оседание нефтеносного пласта и земной поверхности в зависимости от A_q, β_q и q

Этот показатель можно улучшить, решив специальные задачи для принятия экономически эффективных и конструктивных решений, согласующих с задаваемой функцией стоимости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фи Х.Т., Строчкова Л.А., Нгуен Н.М. Оценка и прогноз оседания земной поверхности в результате извлечения подземных вод в городе Ханой (Вьетнам) //Инженерная геология7-2012, №2.- С.52-59.
2. Фи Х.Т., Строчкова Л.А. Прогноз оседания земной поверхности в результате извлечения подземных вод в городе Ханой (Вьетнам) //Известия Томского политехнического университета.- 2013, №1.- Т.323.- С.161-167.
3. Фи ХонгТхинь, Строчкова Л.А. Оценка и прогноз оседания земной поверхности в результате извлечения подземных вод в городе Ханой (Вьетнам) //Геозкология. Инженерная геология. Гидрогеология. Геокриология.- 2014, №3.- С.169-178.
4. Phi Hong Thinh, Stroková L.A. Prediction of land subsidence caused by groundwater exploitation in Hanoi, Vietnam, Using multifactorial correlation analysis //Sciences in Cold and Arid Regions. 2013. №5. Vol. 5. P.644-653.
5. Цытович Н.А., Тер-Мартirosян З.Г. Основы прикладной геомеханики в строительстве.–М.: Высшая школа, 1981.-320 с.
6. Разумов Г.А.,Хасин М.Ф. Тонуние города.–М.: Стройиздат,1991.-256с.
7. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов.–М. Наука, 1969.
8. M.R.Hestenes. Calculus of variations and optimal control theory.– Wiley, 1966.
9. Лионс Ж.-Л. Оптимальное управление системами описываемыми уравнениями с частными производными.– М.: Мир, 1972.
- 10.Алтынбеков Ш. К прогнозу осадки нефтеносного пласта и оседаний земной поверхности при откачке нефти из залежей /Тр. Всерос. конф., посв. 80-летию академика Е.И. Шелякина «Геодинамика и напряженное состояние недр Земли».–Новосибирск, 2010.
- 11.Алтынбеков Ш., Дасибекоев А.Д. О консолидации неоднородных грунтов// Проблемы механики.–Ташкент, 1995.– №3-4.
- 12.Алтынбеков Ш. Прогнозирование деформации территории нефтедобывающих комплексов //Вестник международного казахско-турецкого университета им. Х.А.Ясави.-Туркестан, 1998.-№2.

E-mail: sh.altynbekov@mail.ru

Поступила в редакцию 11.10.2016