

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ЦИСТЕРН С ПОЛОСТЯМИ, ЧАСТИЧНО ИЛИ ПОЛНОСТЬЮ ЗАПОЛНЕННЫМИ ОДНОРОДНОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТЬЮ

к.ф.-м.н. ¹Мартыненко Т.М., к.ф.-м.н. Пранкевич С.А.,
к.ф.-м.н. ²Скляр О.Н., к.ф.-м.н. ²Мартыненко И.М.

¹ Университет гражданской защиты МЧС Республики Беларусь, Минск

² Белорусский национальный технический университет, Минск

Задачи динамики тел с полостями, частично или полностью заполненными жидкостью вот уже более ста лет привлекают внимание исследователей, представляя как теоретический, так и практический интерес. Являясь классическими задачами механики и находясь на стыке таких дисциплин, как теоретическая механика и гидродинамика, задачи движения тел с жидкостью в полостях имеют огромное практическое значение. Практическое приложение данных задач связано с развитием автомобильной промышленности. На вооружении подразделений по чрезвычайным ситуациям находятся разнообразные пожарные аварийно-спасательные автомобили (ПАСА) для перевозки огнетушащих веществ: воды, пенообразователя, порошка. Эти вещества перевозятся в ёмкостях различной формы: на пожарных автоцистернах применяются ёмкости прямоугольного и эллиптического сечения; на автомобилях порошкового пожаротушения – ёмкости цилиндрического сечения. Форма поперечного сечения и размерно-весовые параметры ёмкости во многом зависят от компоновки и назначения ПАСА.

В последнее время много внимания уделяется разработке эффективных демпферов колебаний различных конструкций, которые представляют собой сосуды, частично заполненные жидкостью с частотой первой моды, согласующейся с собственной частотой колебания конструкции.

Особенности работы корпуса резервуара состоят в следующем. При транспортировке жидких материалов ёмкость испытывает динамические нагрузки, обусловленные колебаниями транспортного средства в процессе перевозки, а также в режимах разгона и торможения. Возникающие при этом напряжения суммируются с напряжениями, вызванными нагревом, или охлаждением, избыточным или отрицательным внутренним давлением. Многократные переменные нагрузки приводят к возникновению усталостных трещин и нарушению герметичности что, с учетом специфики перевозимых веществ, наносит серьезный ущерб.

При разработке гасителей колебаний основное внимание уделяется численному исследованию приближенных уравнений динамики волнового движения жидкости. Практическое приложение данных задач связано с повышением устойчивости аварийно-спасательной техники при доставке жидких средств пожаротушения.

Рассмотрим движение твердого тела с полостями, частично или полностью заполненными однородной несжимаемой жидкостью. При этом оказывается, что поступательное движение не оказывает никакого влияния на движение жидкости внутри полостей. Динамика жидкости зависит от вращательного движения, а движение цистерны происходит так, как будто жидкие массы заменены эквивалентными твердыми телами. Введем в рассмотрение две системы координат: неподвижную и подвижную, связанную с твердым телом (цистерны) (рис. 1).

Положение подвижной системы координат, а вместе с ней и твердого тела можно определить радиус-вектором и косинусами углов между неподвижными и подвижными осями.

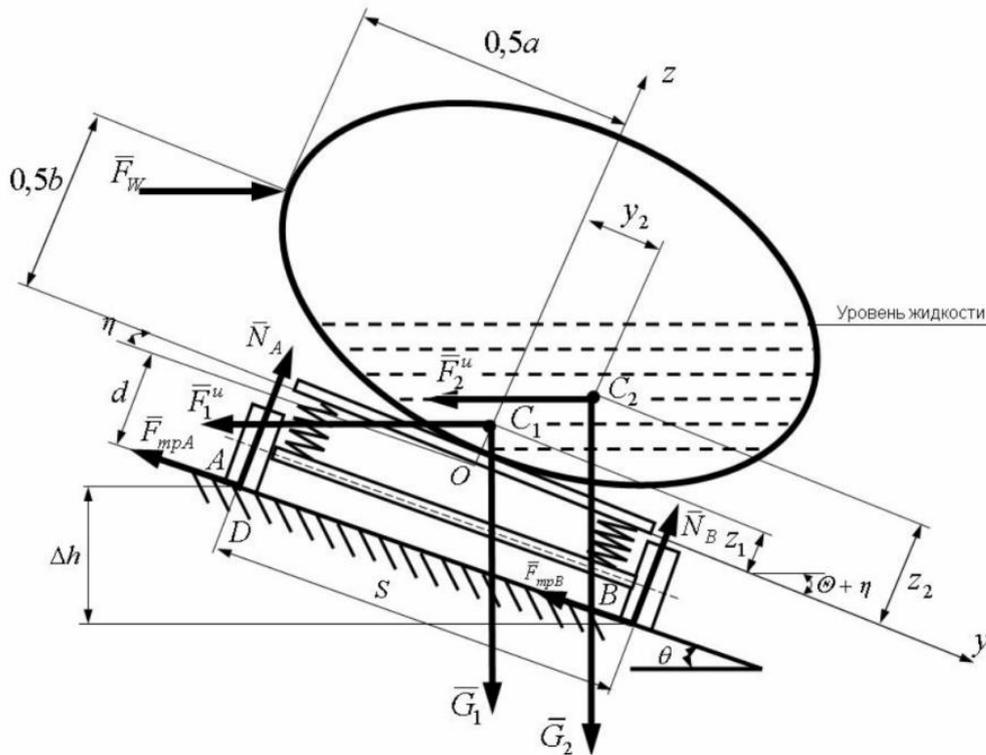


Рис. 1. Силы, действующие на пожарный автомобиль

Динамика твердого тела с жидкостью определим следующей системой уравнений, записанной относительно неподвижных осей координат [3].

$$\frac{d\bar{Q}}{dt} = \bar{K}, \quad (1)$$

$$\frac{d\bar{G}}{dt} = \bar{L}, \quad (2)$$

$$\frac{d\bar{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \bar{v} + \bar{f}, \quad (3)$$

$$\nabla \bar{v} = 0. \quad (4)$$

Здесь, (1) – уравнение импульсов, (2) – уравнение моментов импульса, (3) – векторное уравнение Навье-Стокса, (4) – уравнение неразрывности,

где $\bar{Q} = M_1 \bar{v}_c + \int \bar{r} \bar{v} dV = M \bar{v}_c$ – импульс системы;

$\bar{G} = \Theta_1 \bar{\omega} + \int \bar{r} \times \rho \bar{v} dV$ – момент импульса системы относительно начала координат;

\bar{K} , \bar{L} – главный вектор и главный момент относительно начала координат всех активных сил, приложенных к системе;

\bar{v} – поле скорости жидкости относительно неподвижной системы координат; \bar{v}_c – вектор скорости центра масс системы;

$M = M_1 + M_2$ – масса системы, состоящая из массы твердого тела и массы жидкости;

Θ_1 – тензор инерции твердого тела;

$\bar{\omega}$ – вектор мгновенной угловой скорости системы;

\bar{r} – радиус-вектор точек системы;

ρ – плотность жидкости;

\bar{f} – плотность активных сил, действующих на жидкость.

Интегрирование ведется по области, занятой жидкостью. Перейдем к подвижной системе координат, связанной с твердым телом, по формулам:

$$\bar{r} = \bar{r}_0 + \bar{r}_1, \quad (5)$$

$$\bar{v} = \bar{v}_0 + \bar{\omega} \times \bar{r} + \bar{u}, \quad (6)$$

где \bar{r}_0 – радиус вектор начала координат подвижной системы; \bar{v}_0 – вектор скорости начала координат подвижной системы; \bar{u} – поле относительной скорости жидкости.

Тогда получим уравнения, описывающие движение твердого тела с жидкостью в подвижной неинерциальной системе отсчета:

$$\frac{d\bar{Q}}{dt} + \bar{\omega} \times \bar{Q} = \bar{K}, \quad (7)$$

$$\frac{d\bar{G}}{dt} + \bar{\omega} \times \bar{G} + \bar{v} \times \bar{Q} = \bar{L}, \quad (8)$$

$$\frac{d\bar{u}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \bar{u} + \bar{f} - 2\bar{\omega} \times \bar{u} - \frac{d\bar{\omega}}{dt} \times \bar{r} -$$

$$-\frac{d\bar{v}_0}{dt} - \bar{\omega} \times \bar{v}_0 - \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r}),$$

$$\nabla \bar{u} = 0. \quad (10)$$

где:

$$\bar{Q} = M_1(\bar{v}_0 + \bar{\omega} \times \bar{r}_c) + \int \rho \bar{u} dV = M\bar{v}_c, \quad \bar{G} = \bar{r}_c \times M_1\bar{v}_0 + \Theta_1\bar{\omega} + \int \bar{r} \times \rho \bar{u} dV.$$

Ввиду того, что активные силы, действующие на систему, зависят от косинусов углов между осями неподвижной и подвижной систем координат, то к уравнениям движения системы следует присоединить уравнения Пуассона:

$$\frac{d\bar{\gamma}_i}{dt} + \bar{\omega} \times \bar{\gamma}_i = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (11)$$

где $\bar{\gamma}_i = (\gamma_{i1}, \gamma_{i2}, \gamma_{i3})$ – косинусы углов между i -й неподвижной и подвижными осями.

К данным уравнениям необходимо еще добавить граничные и начальные условия. Граничные условия включают в себя: условие прилипания – $\bar{u} = 0$, условие непротекания – $\bar{u} \cdot \bar{n} = 0$, условие идеального скольжения – $P \cdot \bar{n} \cdot \bar{s} = 0$, кинематическое

граничное условие – $\frac{\partial F}{\partial t} + \bar{u} \cdot \nabla F = 0$, динамические граничные условия на свободной

поверхности жидкости – $P \cdot \bar{n} \cdot \bar{n} = \rho_0$, $P \cdot \bar{n} \cdot \bar{s} = 0$. Здесь: \bar{n} и \bar{s} – нормальный и касательный вектор к свободной поверхности, ρ_0 – постоянное давление, P – тензор напряжений.

Начальные условия включают в себя: начальные значения скорости жидкости и вектора угловой скорости, а также, если на систему действуют внешние силы, зависящие от косинусов углов между подвижной и неподвижной осями, начальные значения этих косинусов:

$$\bar{u}|_{t=0} = \bar{u}_0, \bar{\omega}|_{t=0} = \bar{\omega}_0, \bar{\gamma}_i|_{t=0} = \bar{\gamma}_{i0}. \quad (12)$$

Данная система (7) – (11) с указанными граничными и начальными условиями описывает общее движение твердого тела с полостью, частично или полностью заполненной несжимаемой жидкостью.

Результаты аналитического расчета оптимальной формы и параметров волногасителей

Рассмотрим случаи свободных колебаний тела при заданном начальном отклонении x_0 и случаи вынужденных колебаний при заданной внешней силе

$$F_{BH} = F \sin \omega t.$$

Модель 1

Рассматривается задача гашения колебаний движения жидкости и предлагается использование трех демпферов, с четырьмя закрепленными сторонами.

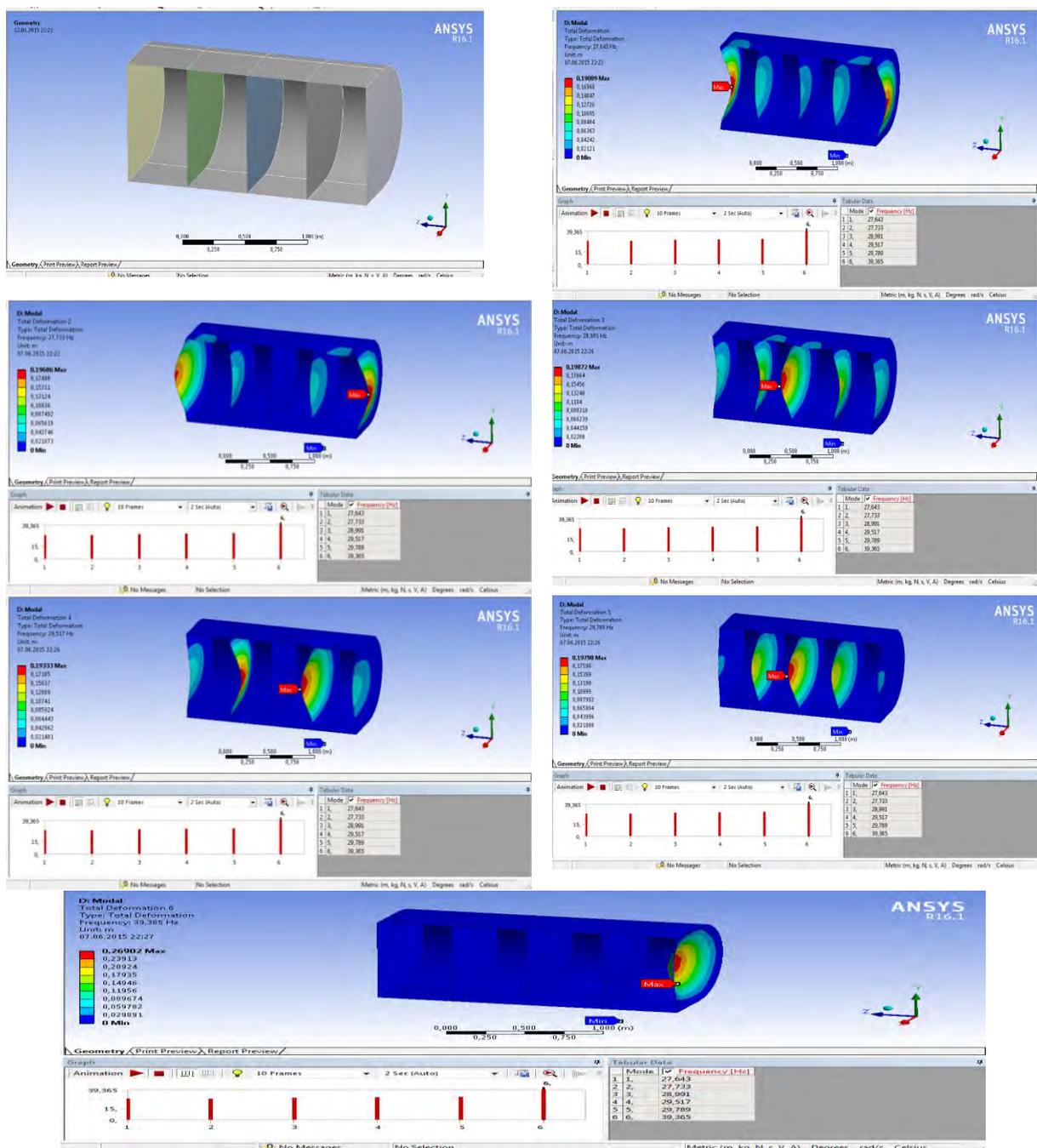


Рис. 2. Изменение формы демпфера, с четырьмя закрепленными сторонами

Модель 2. Рассматривается задача гашения колебаний движения жидкости и предлагается использование трех демпферов с тремя закрепленными сторонами.

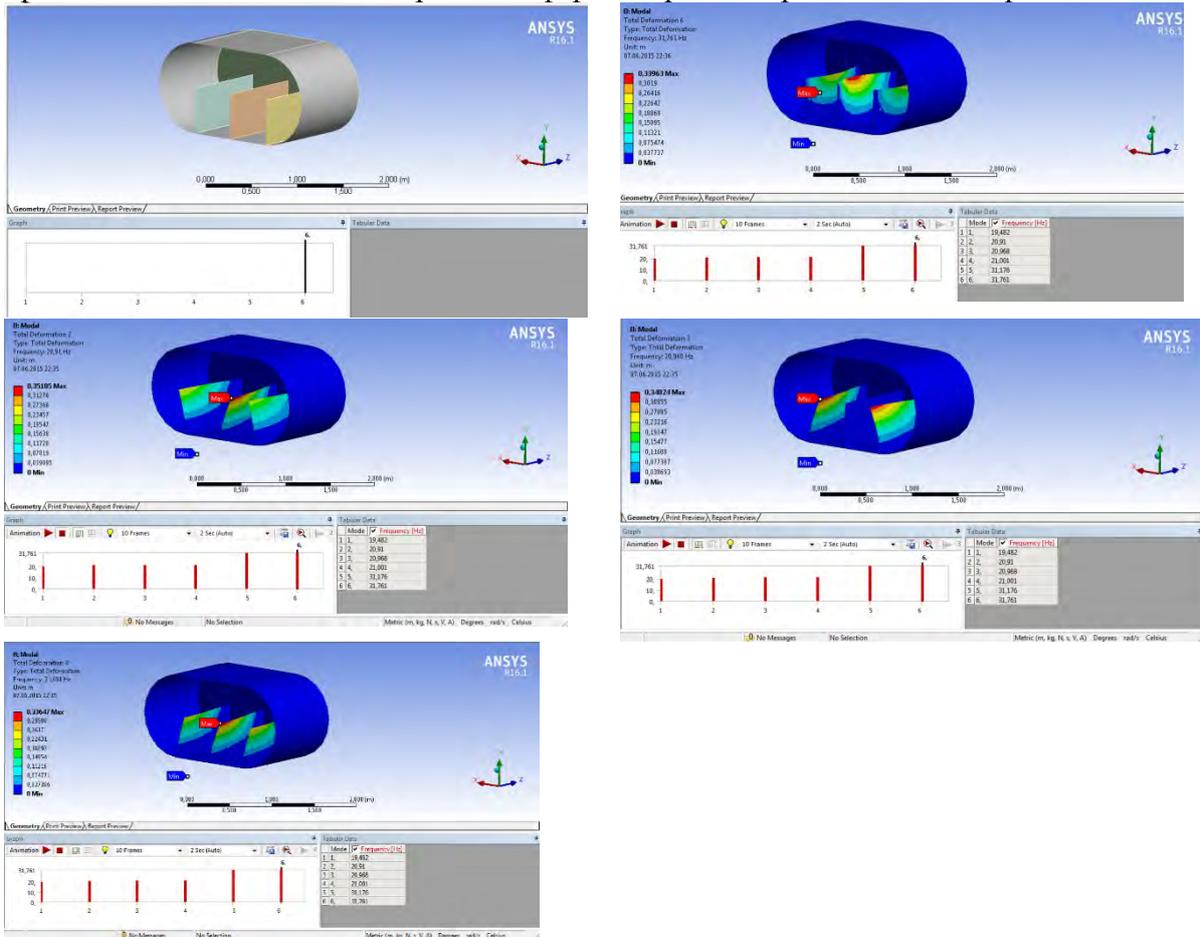


Рис. 3. Изменение формы демпфера, с тремя закрепленными сторонами.

Модель 3. Рассматривается задача гашения колебаний движения жидкости и предлагается использование двух демпферов с тремя закрепленными сторонами.

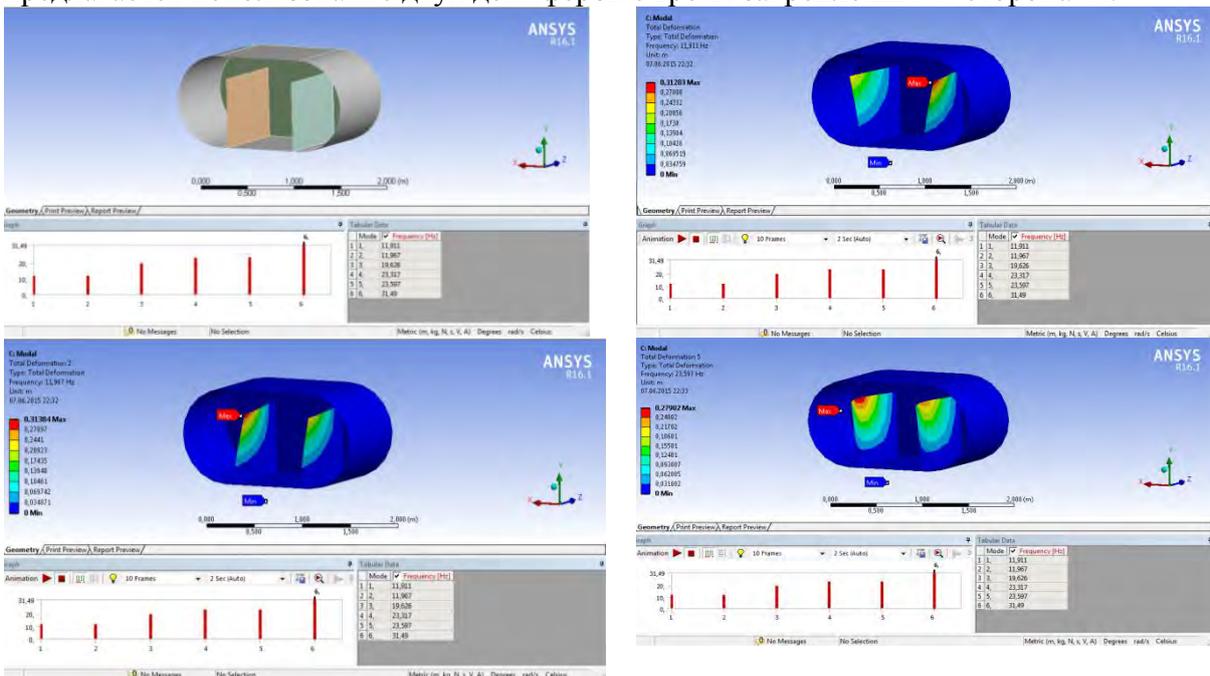


Рис. 4. Изменение формы демпфера, с тремя закрепленными сторонами

Модель 4

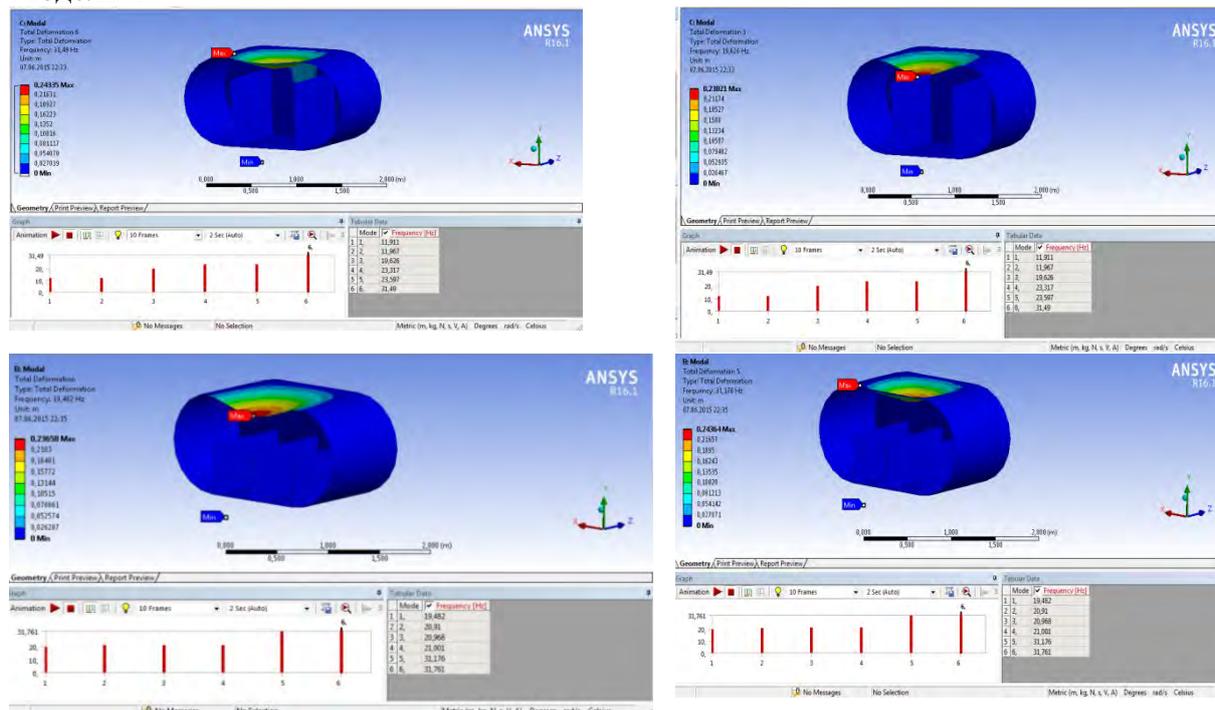


Рис. 5. Собственные колебаний цистерны от движения жидкости

Заключение. Рассмотрены три типа вставок: вертикальные перегородки, горизонтальные перегородки и вертикальные решетки. В результате расчетов сделан вывод о том, что применение решеток увеличивает скорость диссипации энергии колебаний тела по сравнению со сплошными перегородками. Оптимальным является применение двух решеток, т.к. использование большого количества решеток слабо сказывается на скорости диссипации энергии, но приводит к усложнению конструкции и увеличения массы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абовский, Н. П. Вариационные принципы теории упругости и теории оболочек / Н. П. Абовский, Н. П. Андреев, А. П. Деруга. - М. : Наука, 1978. -287 с.
2. Вольмир А. С. Оболочки в потоке жидкости и газа. Задачи аэроупругости / А. С. Вольмир. М. : Наука, 1976. - 416 с.
3. Микишев Г.Н. Динамика тонкостенных конструкций с отсеками, содержащими жидкость / Г.Н. Микишев, Б.И. Рабинович - М. : Наука 1971. -564 с.
4. Кулаковский Б.Л. Эксплуатационные свойства пожарных автоцистерн – МН., Мин-сктиппроект, 2006. – 210 с.

E-mail: elena.taras@mail.ru

Поступила в редакцию 13.10.2016