

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ДЕФОРМИРУЕМОЙ ПЛАСТИНЫ «ТРИПОДА» НА ПЛОСКОСТИ

д.ф.-м.н. **Чигарев В.А.**, маг. **Михнович М.О.**

Белорусский национальный технический университет, Минск

В настоящее время во всех промышленно развитых странах интенсивно ведутся работы по созданию мобильных роботов. Развитие индустрии наносистем, роботов, микро- и наноманипуляторов для различных применений, а также средств и методов обработки в машиностроении требуют совершенствования технологических, измерительных и двигательных систем на основе принципов мехатроники.

Несмотря на широкое распространение колесных, гусеничных, шагающих устройств, они обладают рядом недостатков, в том числе низкой проходимостью и невозможностью перемещения по узким каналам, проемам и трубам. Для повышения эффективности предлагается использовать мобильные конструкции, в которых каждое звено перемещается относительно соседнего, что приводит к периодическому изменению формы корпуса и, как следствие, к движению робота. Такие роботы применяются, когда возникает необходимость передвижения и выполнения технологических и инспекционных операций в недоступных или труднодоступных для человека местах, а также на территориях с агрессивными средами, где нахождение людей не является безопасным.

Использование параллельных роботов, у которых все координаты связаны, и перемещение по любой одной координате требует одновременного согласованного изменения всех других. Наиболее важным достоинством таких роботов является достаточная жесткость, равномерное распределение нагрузки и, как следствие, более высокие динамические показатели несущей системы.

Таким образом, исследование динамики движения, а также точности позиционирования выходного звена при выполнении технологических или двигательных функций параллельного робота является актуальной задачей.

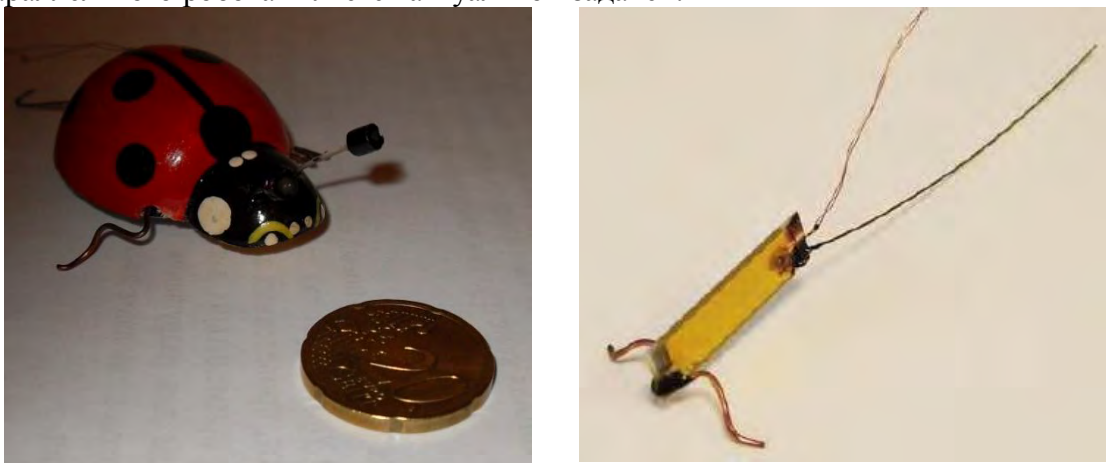


Рис. 1. Модели мобильных миниатюрных роботов-триподов

Рассмотрим прямоугольную пьезоупругую пластину, срединная плоскость которой совпадает с вертикальной координатной плоскостью Oxy рисунок 2.

Размеры пластины $|x| < L$, $|y| < \frac{h}{2}$, $|z| < d$.

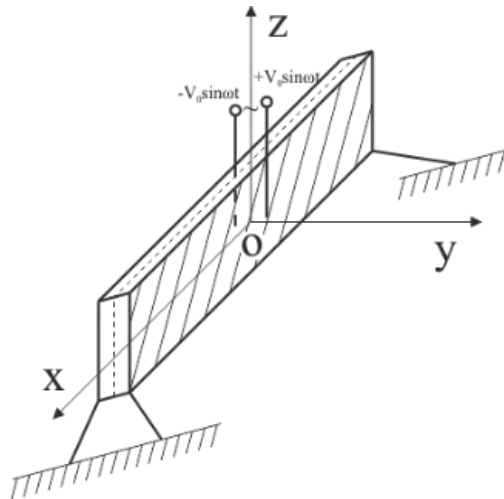


Рис. 2. Прямоугольная деформируемая пьезоупругая пластина – база для робота-трипода

К пластине в точках $x = L$, $y = \pm h$ и $x = -L$, $y = 0$ жёстко прикреплены три упругих стержня длины l , с помощью которых пластина опирается на плоскость (неудерживающие связи). Стержни могут скользить или отрываться от плоскости. Боковые плоскости $y = \pm h$ электродированы и при $t > 0$ на них действуют электрические потенциалы $\varphi_0^\pm = \pm V_0 \sin \omega t$. Торцевые плоскости $x = \pm L$, $|y| < h$ электродированы и на них действуют электрические потенциалы $\varphi_1^\pm = \pm V_1 \sin \omega t$.

Положим, что $h \leq d \ll L$, тогда колебания пластины можно рассматривать как поперечные колебания стержня, причём начнём с рассмотрения достаточно общего случая балки Тимошенко [1, 2].

По сравнению с чисто упругим случаем в данном случае балка колеблется под действием электрических полей. Как известно, модель балки Тимошенко учитывает инерцию вращения поперечного сечения и деформацию сдвига. Сдвиговая деформация искажает плоское поперечное сечение, что сказывается на динамике сечения, с которым скреплены два опорных стержня.

В сечении $x = -L$, где закреплён один стержень в срединной плоскости это влияние отсутствует. Было замечено [1, 2], что с ростом частоты влияние деформации поперечного сдвига возрастает. Это обусловлено ростом числа изгибных волн на единицу длины стержня.

Также требуется корректно поставить граничные условия. Используя пьезоэлектрическую упругую аналогию можно рассматривать уравнение Тимошенко с произвольными коэффициентами. В общем виде уравнение Тимошенко, описывающее свободные колебания балки имеет вид

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + a_1 \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} - a_2 \frac{\partial^4 v}{\partial t^2 \partial x^2} + a_3 \frac{\partial^4 v}{\partial t^4} = 0. \quad (1)$$

Введём замену переменных [1, 2]

$$\eta = x, \quad \tau = t - \omega(x), \quad (2)$$

тогда переход к производным в уравнении (1) $\frac{\partial}{\partial \eta}$ означает дифференцирование в направлении касательном к линии $t = \omega(x)$, $\frac{\partial}{\partial \tau}$ в направлении не касательном к ней. Линии $t = \omega(x)$ при $\tau = 0$ и $t = \omega(x) + const$ при $\tau = const$ являются характеристиками (линиями разрыва) полевых величин.

В новых переменных уравнение (3.1) имеет вид

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^4 v}{\partial \tau^4} (a_1 \omega'^4 - a_2 \omega'^2 + a_3) + \frac{\partial^4 v}{\partial \tau^3 \partial \eta} (-a_1 4\omega'^3 + a_2 2\omega') + \\
& + \frac{\partial^4 v}{\partial \tau^2 \partial \eta^2} (a_1 6\omega'^2 - a_2) + \frac{\partial^4 v}{\partial \tau \partial \eta^3} (-a_1 4\omega') + \\
& + \frac{\partial^4 v}{\partial \eta^4} a_1 + \frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2} = 0.
\end{aligned} \tag{3}$$

На характеристиках выполняются условия

$$\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \left(\frac{\partial^i v}{\partial \eta^i} \right) = 0, \quad \frac{\partial^4 v}{\partial \tau^4} \neq 0, (i + s = 4, s < 4, i = 0, 1, 2, 3, 4); \tag{4}$$

которые выражают гладкость всех низших производных.

Из условий (4) и уравнения (3) следует уравнение для характеристик

$$a_1 \omega'^4 - a_2 \omega'^2 + a_3 = 0. \tag{5}$$

Корни уравнения (5) действительные и два из них, имеющие физический смысл имеют вид

$$C_k = \sqrt{k} C_s, \quad C_B = \sqrt{E/\rho}, \tag{6}$$

где k - корректирующий коэффициент, вычисляемый по формуле

$$k = \frac{1}{J} \int_{S_1} f(y) y dy. \tag{7}$$

Здесь $f(y)$ - функция, характеризующая форму искажения плоскости сечения, которая выбирается так, чтобы распределение касательных напряжений в сечении было таким же, как и по формуле Журавского [2]

$$\tau_{xy} = \frac{QS}{Jb}. \tag{8}$$

тогда имеем

$$\frac{df}{dy} = -\frac{S_1 S(y)}{Jb}, \tag{9}$$

где S_1 - площадь поперечного сечения, J - момент инерции. Для прямоугольного сечения $k = 1, 2$.

Имеют место соотношения

$$\Psi = \frac{\partial v}{\partial x} - k\varphi, \tag{10}$$

где Ψ - угловая деформация изгиба, γ - угловая деформация сдвига, φ - характеризует продольное смещение

$$u(x, y, z, t) = -\frac{\partial v}{\partial x} y + \varphi(x, t) f(y). \tag{11}$$

В (6) C_k - скорость распространения сдвиговой волны, C_B - скорость распространения изгибной волны, что свидетельствует о том, что уравнение Тимошенко принадлежит к гиперболическому типу.

Уравнение модели Релея получится, если в уравнении характеристик (5) положить $a_3 = 0$, заменить a_2 на a_2' , тогда уравнения движения упрощаются, получается уравнение Релея, в котором не учитывается депланация сечения. Уравнения для характеристик (3.5) преобразуются к виду

$$\omega^2 (a_1 \omega^2 - a_2') = 0. \quad (12)$$

Тогда для скоростей получаем выражения

$$= \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad C \quad C_{\text{ж}} \quad \underline{E}_{\infty}, \quad (13)$$

Из (13) следует, что сдвиговая волна распространяется с бесконечной скоростью (параболичность), а изгибная с конечной скоростью (гиперболичность).

Если положить $a_2' = 0$, то получим уравнение приближения Бернулли-Эйлера, которое относится к параболическому типу.

Отметим, что модели Тимошенко, Релея, Бернулли-Эйлера описывают распространение волн с геометрической дисперсией в упругих стержнях. Это означает, что происходит изменение формы фронта волны и зависимость фазовой и групповой скоростей зависит от соотношения между длиной волны и характерными размерами стержня.

Групповая скорость, характеризующая скорость переноса энергии имеет вид

$$C_g = C_\phi - \lambda \frac{dC_\phi}{d\lambda};$$

где λ – длина волны, C_ϕ – фазовая скорость, которая при учёте геометрической дисперсии зависит от λ .

Механическая интерпретация геометрической дисперсии исходит из представления о том, что распространение импульса в линейной среде представляет собой суперпозицию бесконечного числа монохроматических волн, каждая из которых распространяется со своей фазовой скоростью. В случае дисперсии волны группируются в волновые пакеты, которые распространяются со скоростью C_g .

Важное значение учёта дисперсии состоит в том, что она влияет не только на характер зависимости фазовой и групповой скорости от отношения геометрических размеров стержня к длине волны, но и на характер деформации поперечного сечения.

На рисунке 3 изображены зависимости C_g/C_0 от h/λ , расчётные по точным уравнениям теории упругости и приближенным моделям стержней.

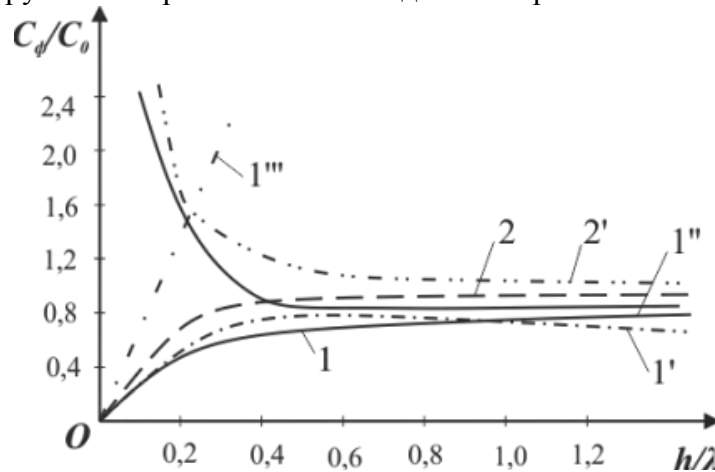


Рис. 3. Зависимость групповой скорости C_g/C_0 от h/λ для кривых 1 и 2 – точные решения, 1' и 2' – теория Тимошенко, 1'' – теория Релея, 1''' – теория Бернулли-Эйлера [2]

Здесь $C_0 = C_B = \sqrt{E/\rho}$, коэффициент Пуассона $\nu = 0,29$.

Соответствующие групповые скорости представлены на рисунке 4.

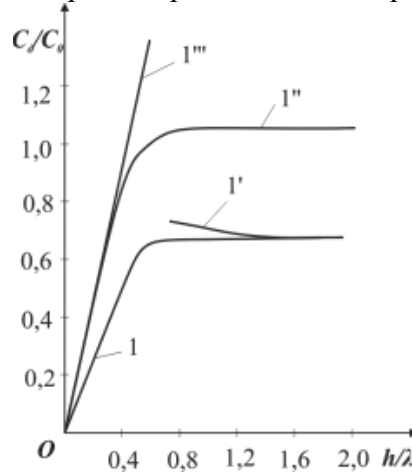


Рис. 4. Зависимость C_0/C_0 от h/λ при тех же условиях

Из сравнения полученных результатов следует, что модель Тимошенко даёт хорошее описание низшей ветви дисперсионных уравнений и низшей групповой скорости в спектре волн.

С уменьшением длины волны растёт депланация сечения [1, 2], что имеет важное значение для рассматриваемой модели миниробота в сечении, где крепятся две конечности (стержня).

Рассмотрим теперь модель стержень-пластина Тимошенко из пьезоупругого материала, на который действует электромагнитное поле. Уравнение (1), описывающее чисто упругую балку Тимошенко дополняется уравнением для электрического потенциала и членами связи между ними таким образом, что получается связанная система уравнений электроупругости [3, 4, 5].

$$\frac{\partial^2 v_1}{\partial t^2} + \tilde{a}_1 \frac{\partial^4 v_1}{\partial x_1^4} - \tilde{a}_2 \frac{\partial^4 v_1}{\partial t_1^2 \partial x_1^2} + \tilde{a}_3 \frac{\partial^4 v_1}{\partial t_1^4} + \frac{\mu \eta \delta^3}{12} \left(\frac{\partial^4 \varphi_1}{\partial x_1^4} - \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x_1^2 \partial t_1^2} \right) + \frac{\delta}{12} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x_1^2} =$$

$$= x_1^3 \left(\frac{\mu \delta}{72} \frac{\partial^4}{\partial t_1^4} - \frac{1}{6\delta} \frac{\partial^2}{\partial t_1^2} \right) V_* - x_1 \left(\frac{1}{6} \frac{\partial}{\partial t_1^2} - \frac{\mu \delta}{72} \frac{\partial^4}{\partial t_1^4} - \frac{(1+\mu)\delta}{12} \frac{\partial^2}{\partial t_1^2} \right) V_*;$$

$$\delta k_{31}^2 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x_1^2} + \delta (k_S^2 \beta_0 - k_{31}^2 \mu_0) \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t_1^2} + \frac{\beta_0}{12} (1 - k_S^2) \delta^2 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x_1^2} - \varphi_1 =$$

$$= x_1^3 (k_S^2 \beta_0 - k_{31}^2 \mu_0) \frac{1}{6} \frac{\partial^2 V_*}{\partial t_1^2} + x_1 \left[(1 + k_{31}^2) - (k_S^2 \beta_0 - k_{31}^2 \mu_0) \frac{1}{6} \frac{\partial^2}{\partial t_1^2} \right] V_*;$$

Уравнения (14), (15) записаны в безразмерном виде с учётом преобразований и обозначений вида

$$x_1 = \frac{x}{L}, \quad t_1 = \frac{t}{a}, \quad a^2 = \rho \frac{L^2}{C_{11}^*}, \quad \delta = \frac{h}{L}, \quad v_1 = \frac{v}{L}, \quad \varphi_1 = \frac{12e_{31}}{C_{11}h^2} \varphi, \quad \mu = \frac{6C_{11}^*}{5C_{44}^E},$$

$$\eta = \frac{e_{15}}{12e_{31}^*}, \quad \beta_0 = \frac{\varepsilon_{11}^*}{\varepsilon_{33}^*}, \quad \mu_0 = \frac{5\mu}{6}, \quad V_* = \frac{12V_1 e_{31}^*}{C_{11}^* h} \sin \omega a t_1,$$

$$\tilde{a}_1 = \frac{\delta^2}{12}, \quad \tilde{a}_2 = (1 + \mu) \frac{\delta^2}{12}, \quad \tilde{a}_3 = \mu \frac{\delta^2}{12}.$$

Уравнения (14), (15) решаются при начальных условиях вида

$$v_1 = \frac{\partial v_1}{\partial t_1} = 0, \quad \delta \left(1 - \frac{k_S^2}{1 + k_{15}^2} \right) \frac{\partial^2 v_1}{\partial t_1^2} - \frac{e_{15} \varepsilon_{33}^*}{e_{31}^* \varepsilon_{11}^*} \varphi_1 = 0, \quad \text{при } t_1 = 0;$$

$$\delta \left(1 - \frac{k_s^2}{1 + k_{15}^2} \right) \frac{\partial^3 v_1}{\partial t_1^3} - \frac{e_{15} \varepsilon_{33}^*}{e_{31}^* \varepsilon_{11}^*} \frac{\partial \varphi_1}{\partial t_1} = 0, \quad \text{при } t_1 = 0; \quad (18)$$

Стержень-пластина, которая опирается на плоскость тремя стержнями находится под действием собственного веса, препятствующего разрыву неудерживающей связи и появлению вертикальной составляющей вектора перемещения направленной вверх, горизонтальная составляющая смещения зависит от величины силы трения. Таким образом, тело является неподвижным, хотя электрический потенциал отличен от нуля. Граничные условия имеют вид

$$v_1 = \frac{\partial^2 v_1}{\partial x_1^2} + \frac{1}{\delta} \varphi_1 - \mu \frac{\partial^2 v_1}{\partial t_1^2} + \delta \mu \eta \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x_1^2} = 0, \quad \text{при } x_1 = \pm 1; \quad (19)$$

$$\varphi_1 = \pm V_*, \quad \text{при } x = \pm 1. \quad (20)$$

Сформулированные начальные и граничные условия в виде (17) - (20) позволяют искать решение уравнений (14), (15) методом разделения переменных, согласно которому представим v_1, φ_1 в виде [3, 5, 6]

$$v_1(x_1, t_1) = \sum_{n=1}^{\infty} v_{1n}(t_1) \sin(\pi n x_1); \quad (21)$$

$$\varphi_1(x_1, t_1) = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_{1n}(t_1) \sin(\pi n x_1).$$

Представление (21) удовлетворяет граничным условиям в виде (19), (20) и уравнениям (14), (15). Для нахождения временной зависимости $\varphi_{1n}(t)$ получаем систему несвязанных уравнений вида

$$b_{4n} \frac{d^4 \varphi_{1n}}{dt_1^4} + b_{2n} \frac{d^2 \varphi_{1n}}{dt_1^2} + b_{0n} \varphi_{1n} = f_{1n}^*(t_1), \quad n = 1, 2, \dots$$

$$b_{4n} = \mu + \frac{12 \mu \eta \delta^2 \lambda_n^2 (k_s^2 \beta_0 - k_{31}^2 \mu_0)}{12 + \beta_0 (1 - k_s^2) \delta^2 \lambda_n^2};$$

$$b_{2n} = (1 + \mu) \lambda_n^2 + \frac{12 \delta}{12 + \beta_0 (1 - k_s^2) \delta^2 \lambda_n^2} \times$$

$$\times \left[(\mu \eta \delta \lambda_n^4 - \lambda_n^2 \delta^{-1}) (k_s^2 \beta_0 - k_{31}^2 \mu_0) - \mu \eta \delta k_{31}^2 \lambda_n^4 \right];$$

$$b_{0n} = \lambda_n^4 - \frac{12 \delta k_{31}^2 \lambda_n^2 (\mu \eta \delta \lambda_n^4 - \lambda_n^2 \delta^{-1})}{12 + \beta_0 (1 - k_s^2) \delta^2 \lambda_n^2}, \quad \lambda_n = n\pi;$$

$$f_{1n}^* = f_{1n} + \frac{12 \mu \eta \delta \lambda_n^4 - \lambda_n^2 \delta^{-1}}{12 + \beta_0 (1 - k_s^2) \delta^2 \lambda_n^2} \left(f_{2n} + \frac{d^2 f_{2n}}{dt_1^2} \right);$$

$$f_{1n} = \int_{-1}^1 f_1(x_1, t_1) \sin(n\pi x_1) dx_1, \quad f_{2n} = \int_{-1}^1 f_2(x_1, t_1) \sin(n\pi x_1) dx_1; \quad \text{где } f_1(x_1, t_1), f_2(x_1, t_1) \text{ яв-}$$

ляются правыми частями уравнений (14), (15), соответственно.

Решение уравнения (22) с учётом начальных условий имеет вид

$$\varphi_{1n} = Jm \left[\sum_{k=1}^4 C_{nk} e^{\alpha_{nk} t_1} \right] + \frac{(-1)^n 24 V_1 e_{31}^* \Omega_\lambda \sin(\omega a t_1)}{\lambda_n C_{11}^* h \left[b_{4n} (\omega a)^4 - b_{2n} (\omega a)^2 + b_{0n} \right]}; \quad (23)$$

где α_{nk} - чисто мнимые корни характеристического уравнения.

$$b_{4n}\alpha^4 + b_{2n}\alpha^2 + b_{0n} = 0,$$

$$\Omega_\lambda = \left[\frac{\mu(\omega a)^4}{\delta\lambda_n^2} - \frac{(\omega a)^2}{\delta} \left(1 + \mu + \frac{12}{\lambda_n^2\delta^2} \right) - \frac{12\lambda_n^2(1-(\omega a)^2(\mu\eta\delta\lambda_n^2 - \delta^{-1}))}{12 + \beta_0(1-k_S^2)\delta^2\lambda_n^2} \right] \times$$

$$\times \left[(k_S^2\beta_0 - k_{31}^2\mu_0) \frac{(\omega a)^2}{\lambda_n^2} + 1 + k_{31}^2 \right]. \quad (24)$$

Четыре константы C_{nk} , входящие в решение (23) удовлетворяют четырем соотношениям

$$Jm \sum_{k=1}^4 C_{nk} = 0, \quad Jm \sum_{k=1}^4 C_{nk} \alpha_{kn}^2 = 0;$$

$$Jm \sum_{k=1}^4 C_{nk} \alpha_{kn} = a_{1n}, \quad Jm \sum_{k=1}^4 C_{nk} \alpha_{kn} \left[\alpha_{kn}^2 \left(\delta \left(1 - \frac{k_S^2}{k_{1S}^2} \right) - a_{0n} \right) - a_{0n} \delta k_{31}^2 \right] = a_{2n}; \quad (25)$$

где коэффициенты a_{0n}, a_{1n}, a_{2n} имеют вид

$$a_{0n} = 12e_{15} \Xi_{33}^* \left[e_{31}^* \Xi_{31}^* (12 + \beta_0(1-k_S^2)\delta^2\lambda_n^2) \right]^{-1};$$

$$a_{1n} = \frac{(-1)^n}{\lambda_n} \frac{12V_1 e_{31}^*}{C_{11}^* h} \left[\frac{\omega a}{\delta\lambda_n^2} - \frac{2\Omega_\lambda \omega a}{b_{4n}(\omega a)^4 - b_{2n}(\omega a)^2 + b_{0n}} \right];$$

$$a_{2n} = \frac{(-1)^n}{\lambda_n} \frac{12V_1 e_{31}^*}{C_{11}^* h} \left[\frac{2\Omega_\lambda \omega a}{b_{4n}(\omega a)^4 - b_{2n}(\omega a)^2 + b_{0n}} \times \right.$$

$$\times \left. \left((\omega a)^2 \left(\delta - \frac{\delta k_S^2}{1 + \delta_{15}^2} - a_{0n} \right) + a_{0n} \delta k_{31}^2 \right) - \frac{(\omega a)^3}{\lambda_n^2} \left(1 - \frac{k_S^2}{1 + k_{1S}^2} \right)^{-2} + \right.$$

$$\left. + 2a_{0n} (k_S^2\beta_0 - k_{31}^2\mu_0) \frac{(\omega a)^2}{\lambda_n} + 2a_{0n} (\omega a) (1 + k_{31}^2) \right].$$

Собственные частоты, определяемые из характеристического уравнения (24) образуют спектр резонансных частот, на которых трипод может разрывать связи и совершать движения.

Введём обозначения [7, 8, 9]

$$\Omega_n^2 = \frac{(\omega a)^2}{N_n^2 \lambda_n^2 (1 + k_{31}^2)}, \quad N_n^2 = \frac{\delta^2 \lambda_n^2}{12};$$

$$b_{02} = \frac{\beta_0(1-k_S^2) - 12\mu\eta k_{31}^2}{1 + k_{31}^2}, \quad b_{22} = 1 + \mu + \beta_0 + k_{31}^2\mu_0 - 2\beta_0 k_S^2; \quad (26)$$

$$b_{24} = \beta_0(1-k_S^2)(1 + \mu) - 12\mu\eta [k_{31}^2(1 + \mu_0) - k_S^0\beta_0];$$

$$b_{42} = \beta_0(1-k_S^2) + 12\eta(k_S^2\beta_0 - k_{31}^2\mu_0).$$

Для частоты Ω_n на основе уравнений (22), (23), (24), (26) получается характеристическое уравнение вида

$$\Omega_n^4 + A_n \Omega_n^2 + B_n = 0;$$

$$A_n = - \frac{1 + N_n^2 b_{22} + N_n^4 b_{24}}{\mu(1 + k_{31}^2)(1 + N_n^2 b_{42}) N_n^4}; \quad (27)$$

$$B_n = \frac{1 + N_n^2 b_{02}}{\mu(1 + k_{31}^2)(1 + N_n^2 b_{n2})N_n^4}.$$

Корни уравнения (26) образуют спектр собственных частот, который в некоторых случаях легче исследовать, особенно в частных случаях, например, в приближении гипотезы прямой нормали, полагая $C_{mn}^E \rightarrow \infty$, получим

$$\Omega_n^2 = \frac{1 + \beta_0 N_n^2 (1 + k_{31}^2)^{-1}}{1 + \beta_0 N_n^2 (1 + N_n^2)}. \quad (28)$$

Если кроме того положить $\beta_0 = 0$, то получим

$$\Omega_n^2 = 1. \quad (29)$$

Приближения (14) позволяют оценить влияние поперечных сдвигов в зависимости от относительной толщины пластины. Для толстых пластин учёт поперечных сдвигов существует уже на низших частотах, а для относительно тонких это необходимо учитывать на более высоких частотах. Для рассматриваемой модели минибота это имеет при его проектировании спектра собственных частот, так как для более толстых пластин робот начинает перемещаться уже на нижних частотах, в то время как тонкий робот достигает необходимого для начала движения возбуждения на более высоких частотах. Деформация сечения в месте крепления двух конечностей как показывают эксперименты [10, 11] уже на низших частотах обеспечивает шагающий режим перемещения минибота.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хог, Э. Анализ чувствительности при проектировании конструкций / Хог Э., Чой К., Комков В.. - М.: Мир, 1988. - с. 428.
2. Механика твёрдых деформируемых тел, т. 5, Неклассические теории колебаний стержней, пластин и оболочек, М. 1973, с. 272.
3. Можен, Ж. Механика электромагнитных сплошных сред / Можен Ж.. - М.: Мир, 1991. - с. 560.
4. Красильников, В.А. Введение в физическую акустику / Красильников В.А., Крылов В.В. . - М.: Наука, 1984. - с. 399.
5. Викторов, И.А. Звуковые поверхностные волны в твёрдых телах / Викторов И.А. . - М.: Наука, 1981. - с. 287.
6. Партон, В.З. Электромагнитоупругость пьезоэлектрических и электропроводных тел / Партон В.З., Кудрявцев Б.А. . - М.: Наука, Физ.-мат. лит., 1988. - с. 471.
7. Желнорович, В.А. Модели материальных сплошных сред, обладающих внутренним электромагнитным и механическим моментами / Желнорович В.А. . - Изд-во Моск. Ун-та, 1980. - с. 174.
8. Кудрявцев, Б.А. Линейные уравнения состояния для электрической поляризованной керамики / Кудрявцев Б.А. // Докл. АИСССР, 1982., Т. 267, № 3. - с. 610-614.
9. Улитко, А.Ф. О некоторых особенностях постановки граничных задач электроупругости / Улитко А.Ф. // Современные проблемы мех. и авиации. - М. : 1982. - с. 290-300.
10. Minchenia, V. The dynamical of a microrobot with three fulorums on the plane surface / Minchenia V., Chigarev V., Zimmerman K., Abazza K. //50. Int. Wissenschaft. Kolloquim, 19-23.09.2005. - p. 101-102.
11. Zinn, M. New Actuation Approach for Human-Frendly Robot Design /Zinn M., Roth B., Khatib O., Salisbury I.K. // Int. J. Robot. Res., vol. 23, No 4-5, April-May 2004.- pp. 379-398.

E-mail: chigarev.vitalik@yandex.ru
mayjka@mail.ru

Поступила в редакцию 21.10.2016