

УСТОЙЧИВОСТЬ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ В ПЛАНЕ ОБОЛОЧЕК ПРИ КОМБИНИРОВАННОМ НАГРУЖЕНИИ

¹Агаев В.Н., ¹Мартыненко Т.М., ¹Лахвич В.В., ²Мартыненко И.М.

¹ *Университет гражданской защиты МЧС Республики Беларусь, Минск*

² *Белорусский национальный технический университет, Минск*

Деформации, вызванные неравномерным нагревом или охлаждением, имеет большое значение для обеспечения прочности и эффективного функционирования строительных конструкций. Термоструктурные напряжения могут вызывать появления трещин, выпучивания в элементах конструкций, способствуют возникновению и развитию пластических деформаций, которые ведут к разрушению конструкции. При расчете конструкций, работающих в термических условиях, необходимо учитывать приведение в соответствие не только механических, но и термодинамических свойств массы тела, и их пространственное устройство [1]. Оболочки часто находятся под совместным действием ряда нагрузок, и несущая способность элементов конструкций определяется в основном их устойчивостью. Настоящая работа развивает это актуальное направление исследований и посвящена созданию алгоритмов, позволяющих определить критическую нагрузку и исследовать поведение конструкции при учете видов комбинированного нагружения.

Для ликвидации пожаров, сооружаются учебно-тренировочные комплексы, которые позволяют имитировать различные условия, возникающие на пожаре, помогают приобрести навыки работы в дыхательных аппаратах в экстремальных ситуациях и постоянно их совершенствовать. С учетом того, что блоки тренажерного модуля будут подвергаться многократному перепаду температур, воздействию воды и огнетушащих жидкостей при тушении учебного пожара, для их монтажа должны быть использованы материалы, стойкие к непрерывному и многократному быстрому увеличению температуры с последующим быстрым охлаждением, а также устойчивые к напряжениям, возникающим внутри несущих конструкций, газовой и жидкостной коррозии. Наиболее экономически и технически оправданным представляется использование для этих целей объединяющей несущей конструкции типа стандартного морского контейнера 40 футов (High Cube).

Контейнер представляет собой жесткую конструкцию прямоугольную в плане из стали со следующими размерными характеристиками: длина (мм): 12192; ширина (мм): 2438; высота (мм): 2896. Дверной проём: ширина (мм): 2340; высота (мм): 2597. Контейнер имеющий грузоподъемность 26280 кг представлен на рис. 1.

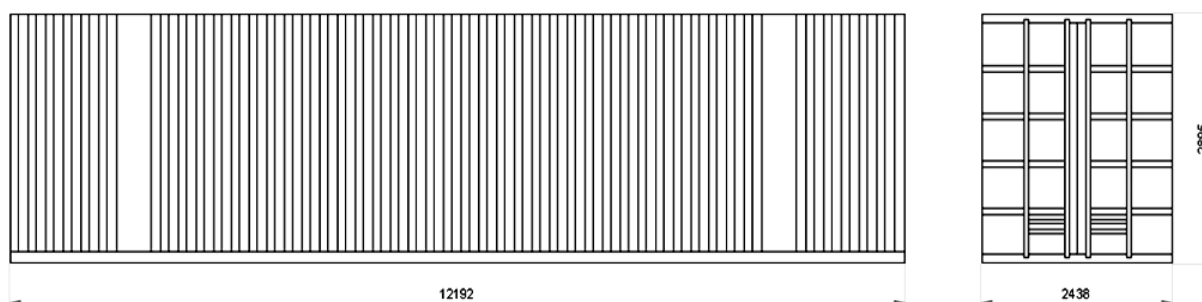


Рис. 1. Морской 40 футовый контейнер

Таким образом, для оптимизации тренировочного процесса необходимо создать тренажерный комплекс, который наиболее полно отвечает современным требованиям, то есть оснащен системами создания огненного воздействия, дымоимитации, дымоудаления, звукового и светового воздействия, систем освещения, слежения, аварийной эвакуации, контроля температурного режима и предельно-допустимой концентрации газа.

Предположим, что такая конструкция может быть представлена в виде оболочки которая, состоит из пластинок, продольных стрингеров и поперечных рам, придающих контуру поперечного сечения оболочки некоторую дополнительную жесткость [2]. Пусть, верхняя поверхность прямоугольной в плане оболочки подвергается действию более высокой температуры, чем нижняя, так что, вследствие неравномерного нагрева, пластинка испытывает стремление изгибаться выпуклостью вверх. В связи с наличием на свободно опертых краях пластинки закрепления, препятствующего им выступать из плоскости опор, неравномерный нагрев пластинки приведет к появлению некоторых опорных реакций по ее краям и некоторых напряжений на известном расстоянии от краев. Предположим, что края пластинки защемлены. В таком случае неравномерный нагрев приведет к возникновению равномерно распределенных по контуру изгибающих моментов, величина которых определится формулой [3]

$$M_n = \frac{\alpha t D (1 + \nu)}{h}, \quad (1)$$

где t - разность температур на верхней и нижней поверхностях пластинки, α - коэффициент температурного линейного расширения, ν - компонент перемещения, D - жесткость при изгибе.

Чтобы получить изгибающие моменты M_x и M_y для свободно опертой пластинки, мы должны на равномерно распределенные моменты, данные уравнением (1), наложить моменты, возникающие в свободно опертой прямоугольной оболочке под действием по краям моментов

$$M'_n = -\frac{\alpha t D (1 + \nu)}{h}. \quad (2)$$

Для получения общих дифференциальных уравнений устойчивости исходим из основных дифференциальных уравнений, относящихся к оболочке произвольного деформируемого профиля [3]

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D}, \quad (3)$$

где w - прогиб элемента оболочки, q - интенсивность непрерывно распределенной нагрузки.

Последнее уравнение можно записать также в символической форме

$$\Delta \Delta w = \frac{q}{D}, \quad (4)$$

где

$$\Delta w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}. \quad (5)$$

Заменим уравнение (3) четвертого порядка двумя уравнениями второго порядка, определяющими собой устойчивость оболочки. Эту замену легко произвести, если уравнение (4) записать в следующем виде

$$\left(\frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = \frac{q}{D}, \quad (6)$$

и заметить, что при сложении M_x и M_y получим

$$M_x + M_y = -D(1+\nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \quad (7)$$

где M_x, M_y - изгибающие моменты, отнесенные к единице длины по сечениям, перпендикулярным к осям x, y .

Введем новое обозначение

$$M = \frac{M_x + M_y}{(1+\nu)} = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right). \quad (8)$$

Представим уравнение (6) и (7) в таком виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} &= -q, \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} &= -\frac{M}{D}. \end{aligned} \quad (9)$$

Так как кривизна в направлении края в случае свободного опирания равна нулю, то мы имеем $M'_t = \nu M'_n$. Поэтому на контуре

$$M = \frac{M_x + M_y}{(1+\nu)} = \frac{M'_n + M'_t}{(1+\nu)} = -\frac{\alpha t D (1+\nu)}{h}. \quad (10)$$

где M'_n - изгибающий момент на единицу длины по сечению оболочки.

Таким образом, первое из уравнений (9) удовлетворяется, если M принять постоянным по всей пластинке и равным его значению (10) на контуре. Тогда второе из уравнений (9) дает [4]

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{\alpha t D (1+\nu)}{h}. \quad (11)$$

Иначе говоря, изогнутая поверхность пластинки, подвергнутой неравномерному нагреву, определится решением уравнения (11), удовлетворяющим тому условию, что прогиб на контуре должен быть равен нулю: то $w = 0$.

Интеграл дифференциального уравнения (3), как и всякого линейного неоднородного дифференциального уравнения, будем искать в виде суммы общего интеграла однородного уравнения и частного решения, соответствующей правой части. Представим изогнутую поверхность пластинки в виде

$$w = w_1 + w_2, \quad (12)$$

где w_1 - прогиб образующей пластинки, равномерно нагруженной и натянутой вдоль оси таким образом, что отношение интенсивности нагрузки к осевой силе равно

$-\frac{\alpha t (1+\nu)}{h}$. При этом образующая будет параболой, которую мы сможем представить

тригонометрическим рядом

$$w_1 = -\frac{\alpha t(1+\nu) x(a-x)}{h} = -\frac{\alpha t(1+\nu) 4a^2}{h \pi^3} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\sin \frac{m\pi x}{a}}{m^3}. \quad (13)$$

Это выражение удовлетворяет уравнению (11). Прогиб w_2 , который должен удовлетворять уравнению

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0, \quad (14)$$

может быть взят в виде

$$w_2 = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} Y_m \sin \frac{m\pi x}{a}, \quad (15)$$

где Y_m - функция одного лишь y . Подставив (15) в уравнение (14), находим

$$Y_m'' - \frac{m^2 \pi^2}{a^2} Y_m = 0.$$

Отсюда

$$Y_m = A_m \operatorname{sh} \frac{m\pi y}{a} + B_m \operatorname{ch} \frac{m\pi y}{a}. \quad (16)$$

Из симметрии изогнутой поверхности относительно оси x можно заключить, что Y_m должна быть четной функцией от y . Поэтому постоянная A_m в выражении (15) должна быть принята равной нулю, и тогда окончательно мы получим

$$w = w_1 + w_2 = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \sin \frac{m\pi x}{a} \left(-\frac{\alpha t(1+\nu) 4a^2}{h \pi^3 m^3} + B_m \operatorname{ch} \frac{m\pi y}{a} \right). \quad (17)$$

Это выражение удовлетворяет граничным условиям $w=0$ на краях $x=0$ и $x=a$. Чтобы это же самое условие удовлетворялось и на краях $y = \pm \frac{b}{2}$, должно быть справедливо соотношение

$$B_m \operatorname{ch} \frac{m\pi y}{a} - \frac{\alpha t(1+\nu) 4a^2}{h \pi^3 m^3} = 0$$

Подставив полученное из этого уравнения значение B_m в уравнение (17), находим, что

$$w = -\frac{\alpha t(1+\nu) 4a^2}{\pi^3 h} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\sin \frac{m\pi x}{a}}{m^3} \left(1 - \frac{\operatorname{ch} \frac{m\pi y}{a}}{\operatorname{ch} \alpha_m} \right). \quad (18)$$

где, $\alpha_m = \frac{m\pi b}{2a}$.

Имея это выражение для прогибов w , мы можем найти и соответствующие значения изгибающих моментов, а складывая их алгебраически с моментами (1), получаем окончательно

$$M_x = \frac{\alpha t D(1+\nu)}{h} - D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = \frac{4\alpha t D(1-\nu^2)}{\pi h} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\sin \frac{m\pi x}{a} \operatorname{ch} \frac{m\pi y}{a}}{m^3 \operatorname{ch} \alpha_m},$$

$$M_y = \frac{\alpha t D(1+\nu)}{h} - D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) =$$

$$= \frac{\alpha t D(1-\nu^2)}{h} - \frac{4\alpha t D(1-\nu^2)}{\pi h} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\sin \frac{m\pi x}{a} \operatorname{ch} \frac{m\pi y}{a}}{m \operatorname{ch} \alpha_m}. \quad (19)$$

Сумма входящего в эти выражения ряда будет легко найдена, если мы напишем ее в следующем виде:

$$\sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\sin \frac{m\pi x}{a} \operatorname{ch} \frac{m\pi y}{a}}{m \operatorname{ch} \alpha_m} = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left(\frac{\sin \frac{m\pi x}{a} \operatorname{ch} \frac{m\pi y}{a}}{m \operatorname{ch} \alpha_m} - \frac{e^{-\frac{m\pi y}{a}} \sin \frac{m\pi x}{a}}{m e^{\alpha m}} \right) +$$

$$+ \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{e^{\frac{m\pi y}{a}} \sin \frac{m\pi x}{a}}{m e^{\alpha m}}.$$

Первый ряд в правой части этого уравнения быстро сходится, поскольку $\operatorname{ch} \frac{m\pi y}{a}$ и $\operatorname{ch} \alpha_m$ с возрастанием m быстро приближаются к $e^{\frac{m\pi y}{a}}$ и соответственно к $e^{\alpha m}$. Второй ряд можно представить таким образом:

$$\sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{e^{-\frac{m\pi y}{a}} \sin \frac{m\pi x}{a}}{m e^{\alpha m}} = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin \frac{\pi x}{a}}{\operatorname{sh} \left(\frac{\pi b}{2a} - \frac{\pi y}{a} \right)} \right). \quad (21)$$

Изгибающие моменты M_x и M_y принимают максимальные значения на краях. Эти значения

$$M_x \Big|_{y=\pm \frac{b}{2}} = M_y \Big|_{x=0, x=a} = E h^2 \frac{\alpha t}{12}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. М.: Наука, 1967. - 984 с.
2. Власов В.З. Общая теория оболочек. - М.-Л.: Физматгиз, 1949. - 784 с.
3. Блейх Ф. Устойчивость металлических конструкций. - М.-Л.: Физматгиз, 1959. - 544 с.
4. Тимошенко С.П., Войковский-Кригер С. Пластинки и оболочки. -М.: Физматгиз, 1963.
5. Белов Н.Н. Расчет железобетонных конструкций на взрывные и ударные нагрузки. / Н.Н. Белов, Д.Г. Компаница, О.Г. Кумпяк, Н.Т. Югов// Томск: STT, 2004. - 465 с.
6. Bangash M.Y.H. Explosion-Resistant Building Structures / Design, Analysis, and Case Studies. // Bangash M.Y.H., Bangash T. Springer, Berlin, 2006. - 450 с.

E-mail: elena.taras@mail.ru

Поступила в редакцию 11.09.2016