

УДК 621.311

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА НЬЮТОНА ДЛЯ РАСЧЕТА РЕЖИМА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Морозов А.Г.

Научный руководитель – м.т.н., старший преподаватель Волков А.А.

Основным методом решения системы нелинейных узловых уравнений, применяемых для расчета установившихся режимов электрической сети, является метод Ньютона. Этот метод быстро сходится и допускает различные модификации.

Основная идея метода Ньютона заключается в следующем: задается начальное приближение вблизи предположительного корня, после чего строится касательная к графику исследуемой функции в точке приближения, для которой находится пересечение с осью абсцисс. Эта точка берется в качестве следующего приближения. И так далее, пока не будет достигнута заданная точность.

Произведем расчет режима электрической сети переменного тока методом Ньютона. Пусть известны следующие исходные данные:

- 1) топология схемы представлена в виде первой матрицы соединений  $M$ ;
- 2) нагрузка в узлах задана в виде вектора мощностей (активной и реактивной мощности), МВ·А. При этом нагрузку задаем со знаком “минус”, а генерацию со знаком “плюс”;

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad S = \begin{pmatrix} -25.5 - 15.797i \\ 0 \\ -21.25 - 13.164i \\ 50.15 + 31.068i \\ -45.05 - 27.908i \end{pmatrix}$$

- 3) напряжение в балансирующем узле принимаем  $U_{By} = 116$  кВ;

- 4) матрица-столбец сопротивлений ветвей, Ом и матрица узловых проводимостей, См.

$$Z_v = \begin{pmatrix} 5.4 + 11.34i \\ 9.6 + 20.16i \\ 11.6 + 24.36i \\ 9 + 18.9i \\ 9.8 + 20.58i \\ 10.6 + 22.26i \\ 7 + 14.7i \\ 7.6 + 15.96i \end{pmatrix} \quad Y_y := M \cdot dZ_v^{-1} \cdot M^T = \begin{pmatrix} 0.052 - 0.109i & 0 & -0.017 + 0.037i & 0 & 0 \\ 0 & 0.059 - 0.123i & 0 & -0.021 + 0.043i & -0.019 + 0.04i \\ -0.017 + 0.037i & 0 & 0.06 - 0.126i & -0.026 + 0.055i & 0 \\ 0 & -0.021 + 0.043i & -0.026 + 0.055i & 0.071 - 0.15i & -0.024 + 0.051i \\ 0 & -0.019 + 0.04i & 0 & -0.024 + 0.051i & 0.043 - 0.091i \end{pmatrix}$$

Уравнение узловых напряжений при задании нагрузок в мощностях записывается следующим образом:

$$U_{\Delta} = U - U_{By} = Y_y^{-1} \cdot \frac{\bar{S}}{\bar{U}},$$

где  $U_{\Delta}$  - матрица-столбец падений напряжения в узлах относительно балансирующего, кВ;

$U$  - матрица-столбец напряжения в узлах, кВ;

$\bar{S}$  и  $\bar{U}$  – сопряженные значения матриц узловых мощностей и напряжений.

В случае подстановки в это уравнение точных значений узловых напряжений получаем равенство:

$$U_{By} - U + Y_y^{-1} \cdot \frac{\bar{S}}{\bar{U}} = 0.$$

При подстановке произвольных значений (например, начальных приближений) узловых напряжений равенство нарушается. Задаем начальные приближения напряжений:

```

i := 1..rows(S)
U0i,1 := 110
U0T = (110 110 110 110 110)
    
```

Составляем функцию для определения левой части равенства f(X1, X2,X3,X4,X5,Y<sub>y</sub>,S)

$$f(X1, X2, X3, X4, X5, Y_y, S) := \begin{pmatrix}
 Ubu - X1 + \frac{(Y_y^{-1})_{1,1} \cdot \overline{s_{1,1}}}{X1} + \frac{(Y_y^{-1})_{1,2} \cdot \overline{s_{2,1}}}{X2} + \frac{(Y_y^{-1})_{1,3} \cdot \overline{s_{3,1}}}{X3} + \frac{(Y_y^{-1})_{1,4} \cdot \overline{s_{4,1}}}{X4} + \frac{(Y_y^{-1})_{1,5} \cdot \overline{s_{5,1}}}{X5} \\
 Ubu - X2 + \frac{(Y_y^{-1})_{2,1} \cdot \overline{s_{1,1}}}{X1} + \frac{(Y_y^{-1})_{2,2} \cdot \overline{s_{2,1}}}{X2} + \frac{(Y_y^{-1})_{2,3} \cdot \overline{s_{3,1}}}{X3} + \frac{(Y_y^{-1})_{2,4} \cdot \overline{s_{4,1}}}{X4} + \frac{(Y_y^{-1})_{2,5} \cdot \overline{s_{5,1}}}{X5} \\
 Ubu - X3 + \frac{(Y_y^{-1})_{3,1} \cdot \overline{s_{1,1}}}{X1} + \frac{(Y_y^{-1})_{3,2} \cdot \overline{s_{2,1}}}{X2} + \frac{(Y_y^{-1})_{3,3} \cdot \overline{s_{3,1}}}{X3} + \frac{(Y_y^{-1})_{3,4} \cdot \overline{s_{4,1}}}{X4} + \frac{(Y_y^{-1})_{3,5} \cdot \overline{s_{5,1}}}{X5} \\
 Ubu - X4 + \frac{(Y_y^{-1})_{4,1} \cdot \overline{s_{1,1}}}{X1} + \frac{(Y_y^{-1})_{4,2} \cdot \overline{s_{2,1}}}{X2} + \frac{(Y_y^{-1})_{4,3} \cdot \overline{s_{3,1}}}{X3} + \frac{(Y_y^{-1})_{4,4} \cdot \overline{s_{4,1}}}{X4} + \frac{(Y_y^{-1})_{4,5} \cdot \overline{s_{5,1}}}{X5} \\
 Ubu - X5 + \frac{(Y_y^{-1})_{5,1} \cdot \overline{s_{1,1}}}{X1} + \frac{(Y_y^{-1})_{5,2} \cdot \overline{s_{2,1}}}{X2} + \frac{(Y_y^{-1})_{5,3} \cdot \overline{s_{3,1}}}{X3} + \frac{(Y_y^{-1})_{5,4} \cdot \overline{s_{4,1}}}{X4} + \frac{(Y_y^{-1})_{5,5} \cdot \overline{s_{5,1}}}{X5}
 \end{pmatrix}$$

При обращении к данной функции указываются: X1, X2, X3, X4, X5 - напряжения в узлах; матрицы узловых проводимостей и задающих мощностей.

Составляем функцию для реализации метода Ньютона:

```

nton(X1,X2,X3,X4,X5,e) :=
for i in 1..100
fU ← 
$$\begin{pmatrix} \frac{d}{dx1}(f(X1,X2,X3,X4,X5,Y_y,P_1)) & \frac{d}{dx2}(f(X1,X2,X3,X4,X5,Y_y,P_1)) & \frac{d}{dx3}(f(X1,X2,X3,X4,X5,Y_y,P_1)) & \frac{d}{dx4}(f(X1,X2,X3,X4,X5,Y_y,P_1)) & \frac{d}{dx5}(f(X1,X2,X3,X4,X5,Y_y,P_1)) \\ \frac{d}{dx1}(f(X1,X2,X3,X4,X5,Y_y,P_2)) & \frac{d}{dx2}(f(X1,X2,X3,X4,X5,Y_y,P_2)) & \frac{d}{dx3}(f(X1,X2,X3,X4,X5,Y_y,P_2)) & \frac{d}{dx4}(f(X1,X2,X3,X4,X5,Y_y,P_2)) & \frac{d}{dx5}(f(X1,X2,X3,X4,X5,Y_y,P_2)) \\ \frac{d}{dx1}(f(X1,X2,X3,X4,X5,Y_y,P_3)) & \frac{d}{dx2}(f(X1,X2,X3,X4,X5,Y_y,P_3)) & \frac{d}{dx3}(f(X1,X2,X3,X4,X5,Y_y,P_3)) & \frac{d}{dx4}(f(X1,X2,X3,X4,X5,Y_y,P_3)) & \frac{d}{dx5}(f(X1,X2,X3,X4,X5,Y_y,P_3)) \\ \frac{d}{dx1}(f(X1,X2,X3,X4,X5,Y_y,P_4)) & \frac{d}{dx2}(f(X1,X2,X3,X4,X5,Y_y,P_4)) & \frac{d}{dx3}(f(X1,X2,X3,X4,X5,Y_y,P_4)) & \frac{d}{dx4}(f(X1,X2,X3,X4,X5,Y_y,P_4)) & \frac{d}{dx5}(f(X1,X2,X3,X4,X5,Y_y,P_4)) \\ \frac{d}{dx1}(f(X1,X2,X3,X4,X5,Y_y,P_5)) & \frac{d}{dx2}(f(X1,X2,X3,X4,X5,Y_y,P_5)) & \frac{d}{dx3}(f(X1,X2,X3,X4,X5,Y_y,P_5)) & \frac{d}{dx4}(f(X1,X2,X3,X4,X5,Y_y,P_5)) & \frac{d}{dx5}(f(X1,X2,X3,X4,X5,Y_y,P_5)) \end{pmatrix}^{-1} f(X1,X2,X3,X4,X5,Y_y,S)$$

Z ← 
$$\begin{pmatrix} X1 \\ X2 \\ X3 \\ X4 \\ X5 \end{pmatrix} - fU$$

b ← max(|fU|)
X1 ← Z1
X2 ← Z2
X3 ← Z3
X4 ← Z4
X5 ← Z5
Mfi,1 ← i
Mfi,2 ← |X1|
Mfi,3 ← |X1|
Mfi,3 ← |X2|
Mfi,4 ← |X3|
Mfi,5 ← |X4|
Mfi,6 ← |X5|
Mfi,7 ← b
break if b < e
Mf
    
```

При обращении к данной функции указываются напряжения и e – необходимая точность расчета узловых напряжений.

В результате расчета тестовой схемы итерационный процесс сошелся на 5 итерации при заданной точности расчета e=0,01 кВ. Ниже представлены результаты расчета модулей напряжений на каждом шаге итерационного процесса, а в последнем столбце – значение наибольшего изменения напряжения, которое сравнивается с точностью расчета.

$$\text{nton}(U_{0_1}, U_{0_2}, U_{0_3}, U_{0_4}, U_{0_5}, 0.01) = \begin{pmatrix} 1 & 113.419 & 114.27 & 113.743 & 115.556 & 111.139 & 5.582 \\ 2 & 113.32 & 114.053 & 113.581 & 115.326 & 110.705 & 0.769 \\ 3 & 113.328 & 114.075 & 113.594 & 115.342 & 110.756 & 0.097 \\ 4 & 113.327 & 114.071 & 113.592 & 115.339 & 110.748 & 0.015 \\ 5 & 113.327 & 114.072 & 113.592 & 115.339 & 110.749 & 0.002 \end{pmatrix}$$

Кроме модулей можно вывести углы напряжений.

$$\text{nton}(U_{0_1}, U_{0_2}, U_{0_3}, U_{0_4}, U_{0_5}, 0.01) = \begin{pmatrix} -0.895 & -0.676 & -0.822 & -0.27 & -1.855 \\ -0.822 & -0.504 & -0.695 & -0.079 & -1.527 \\ -0.828 & -0.523 & -0.707 & -0.094 & -1.57 \\ -0.827 & -0.52 & -0.705 & -0.091 & -1.563 \\ -0.828 & -0.521 & -0.705 & -0.091 & -1.564 \end{pmatrix}$$

Для проверки полученного результата, рассчитаем напряжения в узлах с помощью встроенной функции Given-Find, а также при помощи программы RastrWin (таблица 1).

Given

$$U1 \cdot \left[ \overline{Y_{y_{1,1}}} \cdot \overline{U1} + \overline{Y_{y_{1,2}}} \cdot \overline{U2} + \overline{Y_{y_{1,3}}} \cdot \overline{U3} + \overline{Y_{y_{1,4}}} \cdot \overline{U4} + \overline{Y_{y_{1,5}}} \cdot \overline{U5} + \overline{Y_{y_{1,6}}} \cdot (U_{by}) \right] = S_1$$

$$U2 \cdot \left[ \overline{Y_{y_{2,1}}} \cdot \overline{U1} + \overline{Y_{y_{2,2}}} \cdot \overline{U2} + \overline{Y_{y_{2,3}}} \cdot \overline{U3} + \overline{Y_{y_{2,4}}} \cdot \overline{U4} + \overline{Y_{y_{2,5}}} \cdot \overline{U5} + \overline{Y_{y_{2,6}}} \cdot (U_{by}) \right] = S_2$$

$$U3 \cdot \left[ \overline{Y_{y_{3,1}}} \cdot \overline{U1} + \overline{Y_{y_{3,2}}} \cdot \overline{U2} + \overline{Y_{y_{3,3}}} \cdot \overline{U3} + \overline{Y_{y_{3,4}}} \cdot \overline{U4} + \overline{Y_{y_{3,5}}} \cdot \overline{U5} + \overline{Y_{y_{3,6}}} \cdot (U_{by}) \right] = S_3$$

$$U4 \cdot \left[ \overline{Y_{y_{4,1}}} \cdot \overline{U1} + \overline{Y_{y_{4,2}}} \cdot \overline{U2} + \overline{Y_{y_{4,3}}} \cdot \overline{U3} + \overline{Y_{y_{4,4}}} \cdot \overline{U4} + \overline{Y_{y_{4,5}}} \cdot \overline{U5} + \overline{Y_{y_{4,6}}} \cdot (U_{by}) \right] = S_4$$

$$U5 \cdot \left[ \overline{Y_{y_{5,1}}} \cdot \overline{U1} + \overline{Y_{y_{5,2}}} \cdot \overline{U2} + \overline{Y_{y_{5,3}}} \cdot \overline{U3} + \overline{Y_{y_{5,4}}} \cdot \overline{U4} + \overline{Y_{y_{5,5}}} \cdot \overline{U5} + \overline{Y_{y_{5,6}}} \cdot (U_{by}) \right] = S_5$$

$$\text{Find}(|U1|, |U2|, |U3|, |U4|, |U5|) = \begin{pmatrix} 113.327 \\ 114.072 \\ 113.592 \\ 115.339 \\ 110.749 \end{pmatrix}$$

Таблица 1 – Результаты расчета по методу Ньютона

Узел	Модуль напряжения U, кВ			Угол δ, град		
	Rastr	Given-Find	метод Ньютона	Rastr	Given-Find	метод Ньютона
1	113,32	113,327	113,327	-0,83	-0,828	-0,828
2	114,06	114,072	114,072	-0,52	-0,521	-0,521
3	113,58	113,592	113,592	-0,7	-0,705	-0,705
4	115,33	115,339	115,339	-0,09	-0,091	-0,091
5	110,74	110,749	110,749	-1,56	-1,564	-1,564

Как видно из полученных расчетов значения совпали. Составленная в ходе выполнения работы функция в отличие от встроенной функции Given-Find позволяет вносить изменения в алгоритм расчета, использовать модификации метода Ньютона, выполнять расчет с требуемой точностью, анализировать ход итерационного процесса.

**Литература**

1. Численные методы. В.Ф. Формалев, Д.Л. Ревизников. - М.:Физматгиз, 2004. - 400 с.
2. Численные методы на базе MathCAD. С.В. Поршневу, И.В. Беленкова. - СПб.: БХВ-Петербург, 2005. - 464 с.