

БУТЫЛКА КЛЕЙНА

Студент гр. 11902115 Олешкевич А. А.

Ст. преподаватель Прихач Н. К

Белорусский национальный технический университет

«Бутылка Клейна» (рис. 1) – это определенная неориентируемая поверхность, так же часто называемая «лента Мебиуса в пространстве». Само название, скорее всего, происходит от неверного перевода с немецкого слова «Flasche» – поверхность. По написанию это слово близко к слову «Flasche» – бутылка. Может служить моделью «черной дыры», она не имеет края, ее поверхность нельзя разделить на внутреннюю и наружную, то есть можно попасть внутрь бутылки не переходя через ее край. Впервые была описана в 1882 г. немецким математиком Ф. Клейном.

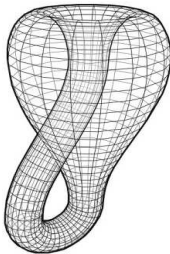


Рис. 1 – Бутылка Клейна

Свойства «бутылки Клейна»:

- 1) В отличие от «ленты Мебиуса», «бутылка Клейна» является замкнутым многообразием, то есть компактным многообразием без края.
- 2) «Бутылка Клейна» не может быть вложена (только погружена) в трехмерное евклидово пространство R^3 , но вкладывается в R^4 .
- 3) Путем склеивания двух «лент Мебиуса» можно получить «бутылку Клейна».
- 4) Хроматическое число ее поверхности равно 6.

Если разрезать «бутылку Клейна» пополам вдоль ее оси симметрии, то результатом будет лента Мебиуса.

Параметризация «бутылки Клейна в виде «восьмерки» имеет вид (рис. 2):

$$x = \left(r + \cos \frac{u}{2} \cdot \sin v - \sin \frac{u}{2} \cdot \sin 2v \right) \cdot \cos u$$

$$y = \left(r + \cos \frac{u}{2} \cdot \sin v - \sin \frac{u}{2} \cdot \sin 2v \right) \cdot \sin u$$

$$z = \sin \frac{u}{2} \cdot \sin v + \cos \frac{u}{2} \cdot \sin 2v$$

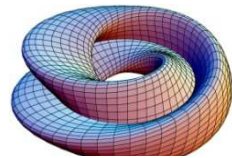


Рис. 2 – Восьмерка

В отличие от обыкновенного стакана, у этого объекта нет «края», где бы поверхность резко заканчивалась. В отличие от воздушного шара, можно пройти путь изнутри наружу, не пересекая поверхность (т. е. на самом деле у этого объекта нет «внутри» и нет «снаружи»). Хотя данное изобретение не нашло особого применения, «бутылка Клейна» содержит в себе множество тайн.