МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Белорусский национальный
технический университет

Кафедра «Экономика строительства»

И. В. Шанюкевич

ФИНАНСОВЫЙ МЕНЕДЖМЕНТ

Учебно-методическое пособие

Минск
БНТУ
2017

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Белорусский национальный технический университет

Кафедра «Экономика строительства»

И. В. Шанюкевич

ФИНАНСОВЫЙ МЕНЕДЖМЕНТ

Учебно-методическое пособие
для студентов дневной и заочной формы обучения
специальности 1-70 02 02 «Экспертиза и управление недвижимостью» и направления специальности 1-27 01 01-17
«Экономика и организация производства (строительство)»

Рекомендовано учебно-методическим объединением по образованию в области строительства и архитектуры

Минск
БНТУ
2017

УДК 005.915 (075.4)
ББК 65.2/.4-93я7
Ш22

Рецензенты:
кафедра «Управление недвижимостью» Государственного института управления социальных технологий Белорусского государственного университета (зав. каф., канд. техн. наук, доцент *Т. В. Борздова*);
доцент, канд. экон. наук, доцент кафедры налогов и налогообложения Белорусского государственного экономического университета *С. О. Наумчик*

Шанюкевич, И. В.
Ш22 Финансовый менеджмент : учебно-методическое пособие для студентов дневной и заочной формы обучения специальности 1-70 02 02 «Экспертиза и управление недвижимостью» и направления специальности 1-27 01 01-17 «Экономика и организация производства (строительство)» / И. В. Шанюкевич. – Минск : БНТУ, 2017 – 89 с.
ISBN 978-985-550-904-3.

В учебно-методическом пособии представлены основные методы финансовых вычислений с применяемым в данной области математическим аппаратом и формализованы типовые гипотетические ситуации с последующим решением.

Пособие разработано для обеспечения эффективного проведения занятий по дисциплине «Финансовый менеджмент», а также при самостоятельной подготовке студентов.

УДК 005.915 (075.4)
ББК 65.2/.4-93я7

ISBN 978-985-550-904-3

© Шанюкевич И. В., 2017
© Белорусский национальный технический университет, 2017

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

С возникновением денег появились и финансовые вычисления, которые затрагивают любого человека, участвующего в проведении тех или иных финансовых операций, в том числе и со своими личными сбережениями. С развитием денежного обращения и математического аппарата, используемого в расчетах, совершенствовались и финансовые вычисления. Вместе с современными методами анализа и моделирования финансовых ситуаций финансовые вычисления переросли в новое направление организации и управления предпринимательской деятельности – финансовый менеджмент, базой которого остается финансовая математика – вполне определенный круг финансовых вычислений. Методы математики финансового менеджмента используются в расчетах параметров, характеристик и свойств инвестиционных операций и стратегий, параметров государственных и негосударственных займов, ссуд, кредитов, в расчетах страховых взносов и премий, начислений и выплат, при составлении планов погашения долга, оценке прибыльности финансовых сделок. Владение методами финансовых вычислений необходимо не только работникам, специализирующимися в области управлении финансами, но и другим специалистам, в круг задач которых входит расчет и оценка различных параметров для определения эффективности финансовых и инвестиционных решений.

В современной Беларуси осознана потребность в овладении методикой финансовых расчетов. В связи с этим во многих экономических вузах Республики Беларусь в рамках различных дисциплин изучаются отдельные темы и проблемы, которые можно отнести к финансовым вычислениям. Приемы финансовых вычислений достаточно просты, они не требуют углубленных математических познаний, но владение ими может обеспечить поддержку принятия финансовых решений.

Любая финансовая, кредитная или коммерческая операция предполагает совокупность условий, согласованных ее участниками. К таким условиям относятся: сумма кредита, займа или инвестиций, цена товара, сроки, способы начисления процентов и погашения долга и т. д. Совместное влияние многих факторов на финансовую операцию делает ее конечный результат неочевидным и при этом игнорирование какого-либо из них может привести к нежелательным финансовым последствиям для одной и участвующих сторон. Для его оценивания необходим специальный количественный анализ. В предлагаемом учебно-методическом пособии рассматриваются основы финансовых расчетов: простые и сложные проценты при использовании процентных и учетных ставок; процессы наращения и дисконтирования; методики погашения кредитов; финансовые ренты (аннуитет); основные показатели для оценки эффективности инвестиционных проектов. Теоретический материал рассматривается на конкретных примерах, что позволяет раскрыть не только математическую форму, но и экономическую сущность принимаемых финансовых решений. Результаты расчетов позволят выбрать оптимальный вариант вложения денег и взятия кредита, а также принять обоснованные решения по эффективному управлению финансами предприятия.

Так как недвижимость как товар отличается высокой капиталоемкостью, то сделки с объектами недвижимости – это не обычное перемещение и конечное потребление товара, а движение капитала, приносящего доход. Осуществление сделок с недвижимостью всегда связано с аккумулированием финансовых ресурсов, а также привлечением заемного капитала, поэтому необходимо выполнение финансовых расчетов, дающих основание для принятия решения о целесообразности и эффективности их проведения. Сделки с объектами строительства содержат все элементы инвестиционного процесса и требуют определения срока, размера и формы вложения, а также уровня риска. Поэтому базовые знания финансовых вычислений необходимы будущим специалистам специальности 1-70 02 02 «Экспертиза и управление недвижимостью» и направления специальности 1-27 01 01-17 «Экономика и организация производства (строительство)», для которых предназначено данное пособие. Оно включает теоретический и практический материал.

Автор в настоящем пособии стремился кратко изложить основные, с его точки зрения, положения теории и практики финансовых вычислений. Следует отметить, что формализованные методы, рассмотренные в пособии и другой аналогичной литературе, не являются панацеей от возможных негативных последствий принятых с их помощью решений финансового характера. Однако овладение ими нередко позволяет избежать многих ошибок и недоразумений при заключении финансовых сделок и проведении финансовых операций.

Материал систематизирован и объединен в отдельные крупные темы, которые разбиты на параграфы. Пособие включает в себя пять основных разделов, соответствующих пяти основным темам:

1. Сущность финансовых вычислений и процентных платежей.
2. Наращение по простой и сложной процентной ставке.
3. Дисконтирование по простой и сложной процентной ставке.
4. Погашение кредита.
5. Оценка эффективности финансовых и инвестиционных решений.

Параграфы имеют идентичную структуру: краткое изложение необходимого теоретического материала и приведение основных формул, решение типовых задач, что позволяет использовать его не только для проведения практических занятий, но и для организации самостоятельной учебной работы студентов. Успешное усвоение дисциплины дает возможность студенту приобрести определенные навыки в области финансовых расчетов.

Финансовая практика многообразна и непрерывно меняется с учетом различных ограничений, особых обстоятельств, конкретных и исключительных правил осуществления различных платежей, условий начисления процентов. Целью настоящего пособия является не охватывание всех возможных случаев, а ознакомление с основными общепринятыми направлениями финансово-математического анализа, применяемыми в данной области математическим аппаратом.

1. СУЩНОСТЬ ФИНАНСОВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ И ПРОЦЕНТНЫХ ПЛАТЕЖЕЙ

В практических финансовых операциях суммы денег обязательно связываются с некоторыми конкретными моментами или интервалами времени. Для этого в контрактах фиксируются соответствующие сроки, даты, периодичность поступлений денежных средств или их выплат. Необходимость учета фактора времени определяется *принципом неравноценности денег*, относящихся к разным моментам времени, или, по-другому, принципом изменения ценности денег во времени. Даже в условиях отсутствия инфляции и риска определенная сумма денежных средств сегодня не равноценна аналогичной сумме через какое-то время. Неравноценность определяется тем, что теоретически любая сумма денег может быть инвестирована и принести доход. Поступившие доходы в свою очередь могут быть реинвестированы и т. д. Поэтому принимать управленческие решения, эффективные во временном аспекте, следует исходя из того, что сегодняшние деньги ценнее будущих, а будущие поступления менее ценны, чем текущие. Следствием принципа «неравноценности» является неправомерность суммирования денежных величин, относящихся к разным моментам времени. Подобного рода суммирование допустимо лишь там, где фактор времени не имеет значения.

Основные причины отличия денег в разные периоды времени:

1. Инфляция, что означает обесценивание денег и соответственно рост цен. Инфляция присуща практически любой экономике. Постоянное обесценивание денег, происходящее в условиях инфляции, вызывает, с одной стороны, естественное желание их куда-либо вложить, то есть в известной мере стимулирует инвестиционный процесс, а с другой стороны отчасти объясняет, почему различаются деньги, имеющиеся в наличии и ожидаемые к получению.

2. Риск неполучения ожидаемой суммы. Любой договор, согласно которому в будущем ожидается поступление денежных средств, имеет вероятность быть неисполненным или исполненным частично.

3. Оборачиваемость. Денежные средства, как любой актив, должны с течением времени генерировать доход, приемлемый для владельца денежных средств. Это правило базируется на том, что денежные средства, которыми можно распоряжаться сегодня, должны быть направлены на конкретное дело, развитие производства, покупку

ценных бумаг, депозиты в банках. Тем самым они способны заработать новые деньги, принести дополнительные доходы. Отсрочка «деятельности денег» означает временное их бездействие, что приносит потери от нереализованных возможностей.

Теория процентных ставок основывается на оценке простейших финансовых операций. В общем случае простейшая *финансовая операция* представляет собой однократное предоставление в долг некоторой суммы P с последующим возращением одним платежом большей суммы S через некоторое время T. С помощью данных параметров существует возможность графической интерпретации простейшей финансовой операции (рис. 1.1). В различных источниках можно встретить обозначение P как PV (англ. *Present Value* – текущая стоимость), а S как FV (англ. *Future Value* – будущая стоимость).

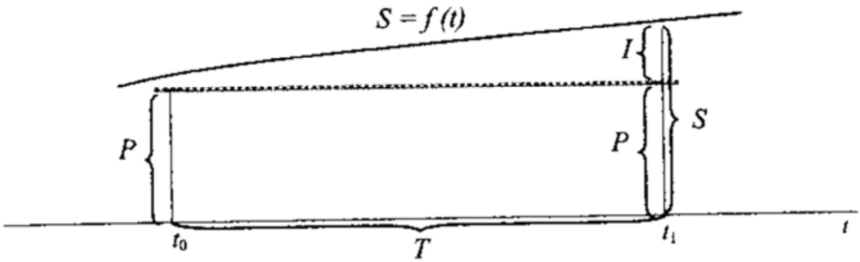

Рис. 1.1. Графическая интерпретация простейшей финансовой операции

Простейшая финансовая операция подразумевает участие в ней двух лиц:

– кредитора – лица, предоставляющего в долг финансовые средства (денежные средства или другие активы);

– дебитора (заемщика, должника) – лица, получающего финансовые средства в свое распоряжение для временного использования на условиях возвратности, платности и срочности.

Возвратность предполагает, что переданные в долг ценности в оговоренной заранее форме (кредитном соглашении), чаще всего денежной, будут возвращены кредитору. Принцип платности означает, что заемщик должен внести определенную единовременную плату за пользование кредитом или оплатить в течение оговоренного срока. Срочность – форма обеспечения возвратности кредита, означает, что ссуда должна быть не просто возвращена, а возвращена в строго оговоренный в кредитном соглашении срок, в котором разрабатывается график погашения кредита и уплаты процентов.

Цель кредитора состоит в максимизации прибыли от финансовой операции, в то время как *цель дебитора* – в минимизации расходов по обслуживанию заемных ресурсов. В связи с этим существует необходимость разработки математического аппарата для количественной оценки кредитной операции.

Владелец капитала, предоставляя его на определенное время в долг, рассчитывает на получение дохода от этой сделки. Результативность подобной сделки может быть охарактеризована либо с помощью абсолютного показателя прироста $\Delta = S - P$, либо путем расчета некоторого относительно показателя. Абсолютные показатели чаще всего не подходят для подобной оценки ввиду их несопоставимости в пространственно-временном аспекте, поэтому пользуются специальным коэффициентом – ставкой.

Процентная ставка характеризует доходность финансовой сделки. Она показывает, какая доля от суммы выданного кредита будет возвращена владельцу капитала в виде дохода. Она измеряется в виде дроби или в процентах. С помощью процентной ставки учитывается фактор времени в финансовой сфере. Процентную ставку также часто используют в качестве уровня (нормы) доходности производимых операций, исчисляемого как отношение полученной прибыли к величине вложенных средств. В большинстве случаев начисление процентов производится с помощью *дискретных* процентов, то есть в качестве периодов начисления процентов берутся год, полугодие, квартал, месяц, определенное количество дней. В некоторых случаях используется *ежедневное* начисление.

Если проценты начисляются в конце расчетного периода, при этом за базу принимается первоначальная сумма, то такой метод начисления процентов называется *декурсивным* (последующим). В данном случае применяются традиционные процентные ставки. Если проценты начисляются в начале расчетного периода, а за базу принимается сумма погашения долга, то такой метод начисления процентов называется *антисипативным* (предварительным). В этом случае применяются учетные ставки. Соответственно процентная ставка рассчитывается отношением приращения исходной суммы к базовой величине, в качестве которой можно взять либо P, либо S. Таким образом, ставка рассчитывается по одной из формул:

$$i = \frac{S - P}{Pn}; \quad (1.1)$$

$$d = \frac{S - P}{Sn}. \quad (1.2)$$

В финансовых вычислениях разность $S - P$ называется процентом I. Это величина дохода от предоставления в долг денежной суммы P. Показатель i называется процентной ставкой, показатель d – учетной. Ставки взаимосвязаны.

Еще одно отличие в методах начисления процентов – это установление процентной ставки в качестве фиксированной или переменной величины. Так, например, в контракте может быть определена процентная ставка на первый год в одном размере, а на последующие годы предусматривается ее рост или снижение на определенную величину. Кроме того, могут использоваться «плавающие» ставки, величина которых привязывается к темпам инфляции или изменяющимся ставкам рефинансирования или ее изменение оговаривается какими-то другими условиями.

Процесс, в котором заданы исходная сумма и ставка, в финансовых вычислениях называется *процессом наращения*, искомая величина – наращенной суммой или наращенной стоимостью, а используемая в операции ставка – ставкой наращения. В этом случае речь идет о движении стоимости от настоящего к будущему. *Наращение стоимости* – процесс приведения настоящей стоимости денег к их будущей стоимости в определенном периоде путем присоединения к их первоначальной сумме начисленной сумме процентов или $S = P + I$. Иллюстрация процесса наращения представлена на рис. 1.2.

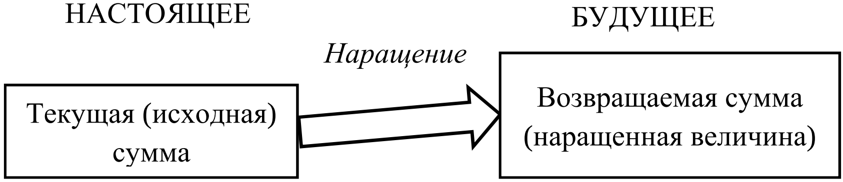

Рис. 1.2. Процесс наращения

Процесс, в котором заданы сумма и ставка, ожидаемые в будущем к получению, называется *процессом дисконтирования*, искомая величина – приведенной (дисконтированной) суммой, а используемая в операции ставка – ставкой дисконтирования. В этом случае идет движение стоимости от будущего к настоящему. *Дисконтирование стоимости* – процесс приведения будущей стоимости денег к их настоящей стоимости путем изъятия из их будущей суммы соответствующей суммы процентов (называемой «дисконтом») или $P = S – D$. Иллюстрация процесса наращения представлена на рис. 1.3.

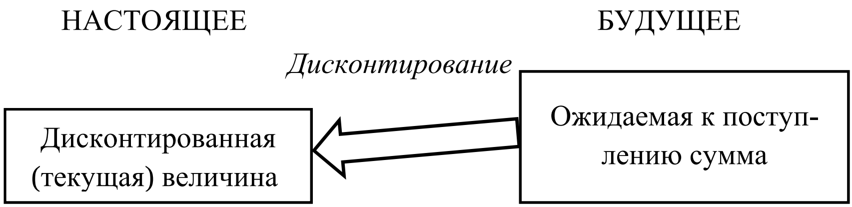

Рис. 1.3. Процесс дисконтирования

Процентные и учетные ставки решают одни и те же задачи: определяют степень доходности при наращении денежных величин или размеры дисконтированных сумм.

В финансовой практике часто возникают ситуации, когда необходимо заменить одно обязательство другим, например, с более отдаленным сроком платежа, досрочно погасить задолженность, объединить несколько платежей в один, изменить схему начисления процентов и т. п. Изменение условий контракта основывается на *принципе финансовой эквивалентности обязательств*, который позволяет сохранить баланс интересов сторон контракта. Этот принцип предполагает неизменность финансовых отношений до и после изменения условий контракта. В связи с этим возможен выбор таких процентных и учетных ставок, при использовании которых финансовые последствия окажутся равноценными. Ставки, обеспечивающие равноценность финансовых последствий, называются *эквивалентными*. То есть при замене одной процентной ставки на другую отношения сторон не изменяются в рамках одной финансовой операции.

2. НАРАЩЕНИЕ ПО ПРОСТОЙ И СЛОЖНОЙ ПРОЦЕНТНОЙ СТАВКЕ

По условиям кредитного контракта процентные деньги (доход) могут выплачиваться кредитору или по мере их начисления в каждом периоде, или с основной суммой долга по истечении срока контракта. Соответственно различие сводится к определению исходной суммы (базы), на которую начисляются проценты, то есть эта сумма может оставаться постоянной в течение всего периода или меняться. В зависимости от этого различают следующие способы начисления процентов: по простым и сложным процентным ставкам.

2.1. Простая процентная ставка

Проценты называются *простыми*, если базой для их начисления служит первоначальная сумма на протяжении всего срока кредита.

Величина процентного дохода

$$I = Pni, \tag{2.1}$$

где P – сумма капитала, предоставляемого в кредит;

n – срок кредита, г.;

i – процентная ставка, выраженная десятичной дробью.

Формула определения наращенной суммы и использования простых процентов (*формула простых процентов*)

$$S = P + I = P + Pni = P\left(1 + ni\right), \tag{2.2}$$

где S – наращенная сумма.

Пример 1. Банк выдал кредит в размере 6000 руб. со сроком на 1,5 года по ставке простых процентов, равной 12 % годовых. Определить сумму накопленного долга (наращенную сумму) и величину процентного платежа (дохода).

Решение. По условию P = 6000 руб.; i = 0,12; n = 1,5 года. Определим величину процентного платежа по формуле (2.1):

$$I = 6000 \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}12 = 1080 \text{ руб.}$$

Тогда наращенная сумма составит

$$S = 6000 + 1080 = 7080 \text{ руб.}$$

Для расчета суммы долга можно воспользоваться формулой (2.2):

$$S = 6000(1 + 1{,}5 \cdot 0{,}12) = 7080 \text{ руб.}$$

Вывод. Сумма накопленного долга составит 7080 руб., процентный платеж за пользование кредитом – 1080 руб.

Если увеличить ставку в два раза (i = 0,24), сумма процентов удвоится (I = 2160 руб.), а наращенная сумма S увеличится лишь в 1,15 раз.

При использовании простых процентов, когда срок финансовой сделки равен не целому числу лет, а количеству дней, то и длительность года также измеряется в днях. В этом случае периоды начисления процентов выражают дробным числом, то есть как отношение числа дней функционирования сделки к числу дней в году:

$$n = \frac{t}{K}, \tag{2.3}$$

где t – число дней функционирования сделки (число дней, на которое предоставляется кредит);

K – временная база (число дней в году).

В этом случае формула простых процентов примет вид

$$S = P\left(1 + \frac{t}{K}i\right). \tag{2.4}$$

Величину K называют временной базой для расчета процентов. Она может быть равной фактической продолжительности года – 365 или 366 дням (точные проценты) или приближенной, равной 360 дням (обыкновенные проценты), когда принимается 12 месяцев по 30 дней. Значение числа дней ссуды может также определяться точно или приближенно, когда продолжительность любого месяца принимается за 30 дней. Во всех случаях дата выдачи ссуды и дата ее погашения считается за один день (вариациями данного правила являются следующие: день выдачи кредита учитывается, день погашения не считается, и наоборот).

В зависимости от выбранного периода начисления различают три способа процентных расчетов:

1. Точные проценты с точным числом дней функционирования сделки (английская практика (365/365)). При этом методе определяется фактическое число дней (t) между двумя датами (датой получения и погашения кредита), K = 365 (366) дней.

2. Обыкновенные проценты с точным числом дней функционирования сделки (французская практика (365/360)): величина t рассчитывается, как и в предыдущем случае, а K = 360 дней.

3. Обыкновенные проценты с приближенным числом дней функционирования сделки (немецкая практика (360/360)): величина t определяется исходя из продолжительности месяцев по 30 дней в каждом, K = 360 дней. Применяется, когда не требуется большой точности.

Коммерческие банки могут самостоятельно выбирать методику расчета продолжительности финансовой операции. Причем в одном и том же банке для различных типов операций применяются разные практики. При этом в кредитных операциях обычно используется немецкая практика, в депозитных – английская.

Пример 2. Банк выдал кредит 20 января в размере 1000 руб. Срок возврата кредита 7 марта. Процентная ставка установлена 16 % годовых (проценты простые). Год невисокосный. Рассчитать наращенную сумму, подлежащую возврату, тремя способами: 1) точные проценты с точным числом дней функционирования сделки; 2) обыкновенные проценты с точным числом дней функционирования сделки; 3) обыкновенные проценты с приближенным числом дней функционирования сделки.

Решение. По условию: P = 1000 руб.; i = 0,16 %. Наращенную сумму долга определим тремя способами с использованием формулы (2.4):

1. Точные проценты с точным числом дней функционирования сделки (английская практика):

t = (31 − 19) + 28 + 7 – 1 = 46 дней; K = 365 дней;

$$S = 1000\left(1 + \frac{46}{365} \cdot 0{,}16\right) = 1020{,}16 \text{ руб.}$$

2. Обыкновенные проценты с точным числом дней функционирования сделки (французская практика):

t = (31 − 19) + 28 + 7 – 1 = 46 дней; K = 360 дней;

$$S = 1000\left(1 + \frac{46}{360} \cdot 0{,}16\right) = 1020{,}44 \text{ руб.}$$

3. Обыкновенные проценты с приближенным числом дней функционирования сделки (немецкая практика):

t = (30 − 19) + 30 + 7 – 1 = 47 дней; K = 360 дней;

$$S = 1000\left(1 + \frac{47}{360} \cdot 0{,}16\right) = 1020{,}89 \text{ руб.}$$

Вывод. Наращенная сумма долга по точным процентам с точным числом дней составит 1020,16 руб.; обыкновенным процентам с точным числом дней – 1020,44 руб.; обыкновенным процентам с приближенным числом дней – 1020,89 руб.

Как видно, результат финансовой операции во многом зависит от выбора способа начисления простых процентов. Поскольку точное число дней в большинстве случаев больше приближенного числа дней, то и проценты с точным числом дней ссуды обычно получаются выше процентов с приближенным числом дней ссуды.

В любой простейшей финансовой операции всегда присутствуют четыре величины: первоначальная сумма P, наращенная сумма S, процентная ставка i и время n. Как правило, в финансовых контрактах обязательно фиксируются сроки, даты, периоды начисления процентов. Однако бывают ситуации, когда срок финансовой операции прямо в условиях финансовой сделки не оговорен или неизвестна процентная ставка. В таких случаях неизвестный параметр находится из соответствующего соотношения. Исходя из формулы (1.1) или (2.2)

$$i = \frac{S - P}{Pn}; \tag{2.5}$$

$$n = \frac{S - P}{Pi}. \tag{2.6}$$

При условии неравности срока финансовой сделки целому числу лет, исходя из формулы (2.3)

$$i = \frac{S - P}{Pt} K; \tag{2.7}$$

$$t = \frac{S - P}{Pi} K. \tag{2.8}$$

Пример 3. В контракте предусмотрено погашение обязательства на сумму 2200 руб. через 100 дней. Определить доходность ссудной операции для кредитора (простую ставку ссудного процента), если выдан кредит в 2000 руб. (K = 365 дней).

Решение. По условию S = 2200 руб.; P = 2000 руб.; n = 100 дней; K = 360 дней. По формуле (2.7) находим:

$$i = \frac{2200 - 2000}{2000 \cdot 100} \cdot 360 = 0{,}36 \text{ или } 36~\%.$$

Вывод. Доходность сделки составляет 36 %.

Пример 4. Определить период начисления, за который первоначальный капитал в 3000 руб. вырастет до 4000 руб., если используется простая ставка ссудного процента 50 % годовых (K = 360 дней).

Решение. По условию P = 3000 руб.; S = 4000 руб.; i = 0,5; K = 360 дней. По формуле (2.8) находим

$$t = \frac{4000 - 3000}{3000 \cdot 0,5} \cdot 360 = 240 \text{ дней}.$$

Вывод. Первоначальный капитал увеличится через 240 дней.

В условиях финансовой операции иногда предусматриваются дискретно изменяющиеся во времени процентные ставки. Процентная ставка называется *переменной*, если она изменяет свое значение в течение срока финансовой операции. Пусть в течение периода n_1 процентная ставка равна i_1, в течение периода n_2–i_2 и т. д., то есть в течение периода n_k–i_k. Тогда наращенная сумма за период $n = n_1 + n_2 + \ldots + n_k$ в схеме простых процентов

$$S = P\left(1 + n_1 i_1 + n_2 i_2 + \ldots + n_t i_t\right) = P\left(1 + \sum_{k=1}^{t} n_k i_k\right), \qquad (2.9)$$

где t – число периодов начисления процентов;

n_k – продолжительность начисления ставки i_k;

i_k – процентная ставка в периоде k.

Пример 5. Банк предлагает вкладчикам следующие условия по срочному годовому депозиту: первое полугодие процентная ставка составляет 15 % годовых, каждый следующий квартал ставка возрастает на 0,5 %. Проценты начисляются только на первоначально внесенную сумму вклада. Определить наращенную за год сумму, если вкладчик поместил в банк на этих условиях 800 руб.

Решение. По условию P = 800 руб.; i_1 = 0,15; i_2 = 0,155; i_3 = 0,16; n_1 = 0,5 года; n_2 = n_3 = 0,25 года. Определим наращенную за год сумму с учетом условий начисления процентов для каждого из трех периодов по формуле (2.9):

$$S = 800(1 + 0,5 \cdot 0,15 + 0,25 \cdot 0,155 + 0,25 \cdot 0,16) = 923 \text{ руб.}$$

Вывод. Итоговая наращенная за год сумма составит 923 руб.

2.2. Учетная ставка простых процентов

Как указывалось ранее, существует и другой способ начисления процентов, когда проценты начисляются в начале расчетного периода и при этом за базу принимается сумма погашения долга, то есть наращенная сумма, полученная в конце периода, считается величиной получаемого кредита (ссуды), которую заемщик обязан вернуть. Получает он сумму, меньшую на величину процентного дохода кредитора. Таким образом, процентный доход (дисконт) начисляется и выплачивается в момент предоставления кредита, то есть остается у кредитора. В этом случае применяется не процентная, а *учетная ставка* (d), то есть используется антисипативный (предварительный) метод.

Если срок кредита состоит из n лет, то общая сумма процентных денег (дисконт)

$$D = Snd. \qquad (2.10)$$

Следовательно, сумма выдаваемого кредита (с учетом выплаты процентных денег)

$$P = S - D = S - Snd = S\left(1 - nd\right). \qquad (2.11)$$

Соответственно расчет наращенной суммы (сумма получаемого кредита) производится:

$$S = \frac{P}{1 - nd}. \qquad (2.12)$$

Если срок финансовой сделки не равен целому числу лет, то периоды начисления процентов выражают дробным числом. Формула расчета наращенной суммы приобретает вид

$$S = \frac{P}{1 - \frac{t}{K}d}. \qquad (2.13)$$

Пример 6. Клиент обратился в банк за кредитом в сумме 4000 руб. на срок 270 дней (K = 360 дней). Банк согласен предоставить кредит на следующих условиях: проценты в размере 14 % годовых должны быть выплачены из суммы предоставляемого кредита в момент его выдачи. Определить сумму, которую получит клиент.

Решение. Условия, предложенные банком, указывают на использование антисипативного метода начисления процентов: S = 4000 руб.; d = 0,14; t = 270 дней; K = 360 дней. Рассчитаем величину дисконта:

$$D = 4000 \cdot \frac{270}{360} \cdot 0{,}14 = 420 \text{ руб.}$$

Следовательно, сумма полученного кредита

$$P = 4000 – 420 = 3580 \text{ руб.}$$

На основании формулы (2.13) определим сумму долга, подлежащую погашению (проверка):

$$S = \frac{3580}{1 - \frac{270}{360} \cdot 0{,}14} = 4000 \text{ руб.}$$

Если бы по исходным данным проценты начислялись по простой процентной ставке, то наращенная сумма оказалась бы ниже:

$$S = 3580\left(1 + \frac{270}{360} \cdot 0{,}14\right) = 3955{,}9 \text{ руб.}$$

Вывод. Сумма полученного клиентом банка кредита составит 3580 руб.

Простая учетная ставка дает более быстрый рост наращенной суммы, чем аналогичная по величине ставка простых процентов.

Учетные ставки обычно применяются при определении процентных денег при покупке (учете) банком денежных обязательств (например, векселей[1] до срока их погашения), а также финансовых инструментов долгового характера. Банк до наступления платежа по векселю покупает его у предъявителя по цене, меньшей номинальной[2]. Доходом банка от такой операции (дисконт) является разность между суммой по векселю и ценой его покупки. Фактически, учетная ставка в данном случае – это цена, взымаемая за приобретение обязательства до наступления срока уплаты.

Если необходимо определить срок ссуды или размер процентной ставки при всех прочих равных условиях, то

$$n = \frac{S - P}{Sd}. \tag{2.14}$$

$$d = \frac{S - P}{Sn}. \tag{2.15}$$

При условии неравности целому числу лет сроке финансовой сделки

$$d = \frac{S - P}{St} K; \tag{2.16}$$

$$t = \frac{S - P}{Sd} K. \tag{2.17}$$

Пример 7. Рассчитать учетную ставку, которая обеспечит получение 1700 руб., если сумма в 2000 руб. выдается на полгода.

Решение. По условию S = 2000 руб.; P = 1700 руб.; n = 0,5. По формуле (2.15) находим

$$d = \frac{2000 - 1700}{2000 \cdot 0,5} = 0,3 \text{ или } 30\ \%.$$

Вывод. Доходность сделки составляет 30 %.

---

[1] *Вексель* – письменное денежное обязательство, дающее владельцу векселя право на получение от должника определенной в ней суммы.

[2] *Номинальная стоимость* – цена, определяемая эмитентом при выпуске облигации, векселя либо банкноты или монеты.

Пример 8. Ссуду в 4500 руб. выдают по учетной ставке в 19 % годовых. Заемщику выдается 3800 руб. Определить срок ссуды в днях при K = 360 дней.

Решение. По условию S = 4500 руб.; P = 3800 руб.; d = 0,19; K = 360 дней. По формуле (2.17) находим

$$t = \frac{4500 - 3800}{4500 \cdot 0{,}19} \cdot 360 = 295 \text{ дней.}$$

Вывод. Срок ссуды составляет 295 дней.

2.3. Эквивалентность простой ставки процентов и простой учетной ставки при начислении процентов один раз в год

Для нахождения значений эквивалентных процентных ставок следует составить уравнение эквивалентности. В выражениях для расчета наращенных сумм при использовании простых процентных и простых учетных ставок $S' = P'(1 + ni)$ и $S'' = P'' \frac{1}{1 - nd}$ при равенстве $S' = S''$ и $P' = P''$ очевидно будут равны и множители наращения, то есть $(1 + ni) = \frac{1}{1 - nd}$.

Решив это уравнение относительно i или d, получим выражение, отражающее эквивалентность ставок. Этот принцип используется при расчете всех эквивалентных ставок:

$$i = \frac{d}{1 - nd}; \tag{2.18}$$

$$d = \frac{i}{1 + ni}. \tag{2.19}$$

Пример 9. Определить значение учетной ставки, эквивалентной ставке простых процентов 12 % годовых, при сроке ссуды один год.

Решение. По условию i = 0,12; n = 1 год. По формуле (2.19) находим

$$d = \frac{0{,}12}{1 + 1{,}0 \cdot 0{,}12} = 0{,}1071 \text{ или } 10{,}71 \text{ \%.}$$

Проверим. Предположим, что P = 1000 руб.; i = 0,12; d = 10,71; n = 1 год. Тогда наращенная сумма составит

$$S = 1000(1 + 1{,}0 \cdot 0{,}12) = 1120 \text{ руб.};$$

$$S = \frac{1000}{1 - 1{,}0 \cdot 0{,}1071} \approx 1120 \text{ руб.}$$

Вывод. Учетная ставка составляет 10,71 % при ставке простых процентов в 12 %.

2.4. Сложная процентная ставка

Начисления по *сложным процентам* заключается в том, что в первом периоде начисление производится на первоначальную сумму кредита, затем она суммируется с начисленными процентами, и в каждом последующем периоде проценты начисляются на уже наращенную сумму, то есть она включает в себя как исходную сумму сделки, так и сумму уже накопленных к этому времени процентов. Таким образом, база для начисления процентов постоянно меняется. Иногда этот метод называют «процент на процент». Процесс наращения капитала в этом случае происходит с ускорением. Он описывается геометрической прогрессией. При начислении процентов на уже наращенные в предыдущем периоде суммы происходит многоразовое наращение, называемое *реинвестированием*, или *капитализацией процентного дохода*. Различают годовую капитализацию (процентный платеж начисляется и присоединяется к ранее наращенной сумме в конце года), полугодовую, квартальную, месячную и ежедневную.

Наращенная сумма за весь период может быть получена как сумма членов геометрической прогрессии, первый член которой равен P, а знаменатель – $(1 + i)$. Наращенная за n лет сумма при начислении сложных процентов определяется (*формула сложных процентов*):

$$S = P\left(1+i\right)^n, \quad n = 1, 2, 3\ldots \tag{2.20}$$

Механизм многоразового наращения начали использовать американские банки в период законодательного ограничения верхнего предела депозитной ставки, для того чтобы обеспечить своим клиентам более привлекательные условия. Так формализованное выражение данного процесса получило название *капитализации,* а математическая база – *сложных процентов.*

Пример 10. Вкладчик внес в банк 1000 руб. под 15 % годовых. Определить наращенную сумму через три года. Расчет произвести по сложной и простой ставке процентов.

Решение. По условию P = 1000 руб., i = 0,15; n = 3. По формуле (2.22) определим сумму наращения по сложной ставке процентов:

$$S = 1000(1 + 0{,}15)^3 = 1521 \text{ руб.}$$

Для определения суммы наращения по простой ставке используем формулу (2.2):

$$S = 1000(1 + 3 \cdot 0{,}15) = 1450 \text{ руб.}$$

Вывод. Наращенная за три года сумма на условиях годовой капитализации составит 1521 руб., без капитализации – 1450 руб.

Примечание. В MS Excel наращенная сумма по схеме сложных процентов вычисляется с помощью функции БС (ставка; кпер; плт; пс; тип).

Если в кредитных сделках, изменяющихся во времени, но заранее фиксированных для каждого периода, используются ставки сложных процентов, наращенная сумма вычисляется

$$S = P\left(1+i_1\right)^{n_1}\left(1+i_2\right)^{n_2}\cdot\ldots\cdot\left(1+i_k\right)^{n_k}, \qquad (2.21)$$

где i_k – процентная ставка в периоде k;
n_k – продолжительность начисления ставки i_k.

Пример 11. Заемщик получил кредит в банке на сумму 8000 руб. сроком на четыре года, процентная ставка по кредиту определена в 11 % для первого года, для второго предусмотрена надбавка к процентной ставке в размере 1 %, для третьего – 0,5 % и такая же процентная ставка для четвертого года (проценты сложные). Определить сумму долга, подлежащую погашению по истечении всего срока займа.

Решение. По условию P = 8000 руб.; i_1 = 0,11; i_2 = 0,12; i_3 = 0,125; $n_1 = n_2$ = 1 год; n_3 = 2 года. С учетом изменяющихся процентных ставок по формуле (2.21) определим наращенную за весь срок сумму долга:

$$S = 8000(1 + 0{,}11)^1 (1 + 0{,}12)^1 (1 + 0{,}125)^2 = 12587{,}4 \text{ руб.}$$

Вывод. Сумма долга, подлежащая погашению по истечении всего срока кредита, составит 12587,4 руб.

Нередко срок финансовой сделки выражен дробным числом и в подобных случаях начисление сложных процентов может выполняться двумя методами:

– по формуле сложных процентов:

$$S = P\left(1+i\right)^{a+b}; \tag{2.22}$$

– смешанным методом, где используется схема сложных процентов для целого числа лет и схема простых процентов для дробной части года:

$$S = P\left(1+i\right)^{a}\left(1+bi\right), \tag{2.23}$$

где a – целое число лет;

b – дробная часть года;

$n = a + b$ – период сделки.

Так как $b < 1$, то при сравнении множителей наращения простых и сложных процентов $(1 + bi) > (1 + i)^b$ можно сделать вывод о том, что наращенная сумма по смешанному методу будет больше.

Пример 12. Клиент внес в банк 3000 руб. под 11 % годовых. Через 2 года и 270 дней он изъял вклад. Определить полученную им сумму при использовании банком сложных процентов и смешанного метода (K = 360 дней).

Решение. По условию P = 3000 руб.; i = 0,11; a = 2 года; $b = \frac{270}{360} = \frac{3}{4}$ года. На основании формул (2.22) и (2.23) определим наращенную сумму вклада:

– по формуле сложных процентов:

$$S = 3000\left(1 + 0{,}11\right)^{2+\frac{3}{4}} = 3997{,}23 \text{ руб.};$$

– смешанным методом:

$$S = 300\left(1 + 0{,}11\right)^{2}\left(1 + \frac{3}{4}\cdot 0{,}11\right) = 4001{,}25 \text{ руб.}$$

Вывод. Наращенная сумма вклада при использовании банком сложных процентов составит 3997,23 руб., смешанный метод начисления процентов в условиях капитализации процентного дохода приведет к наращению в сумме 4001,25 руб. При этом проценты по смешанному методу будут больше.

2.5. Номинальная и эффективная годовая процентная ставка

Различные виды финансовых контрактов могут предусматривать различные схемы начисления процентов – полугодовую, квартальную, ежемесячную или другой период времени, то есть проценты начисляются несколько раз в году. Однако эти ставки не могут быть использованы для сопоставлений различных контрактов. На практике в контрактах обычно фиксируется не «реальная» ставка начисления процентов за период, а указывается годовая процентная ставка, которая называется номинальной, с указанием начисления процентов. Например, 20 % годовых с поквартальным начислением процентов. Это значит, что 20 % и есть номинальная ставка, где «реальная» ставка составляет 5 %. Расчет номинальной ставки основывается на определении темпа прироста первоначальной суммы на каждом отдельном интервале. При увеличении числа периодов начисления процентов возрастает темп процесса наращения.

Таким образом, *номинальная ставка* – это годовая ставка, исходя из которой определяется «реальная» ставка начисления процентов за соответствующий период. Пусть годовая ставка равна j, срок финансовой операции n лет, а число периодов начисления процентов в году равно m. Тогда в каждом периоде длиной $1/m$ часть года проценты начисляются по ставке j/m, количество начислений при этом составит $N = mn$. Для начисления процентов m раз в году используется формула

$$S_n = P\left(1+\frac{j}{m}\right)^{mn}, \quad m \geq 1. \tag{2.24}$$

Пример 13. Депозит в размере 8000 руб. внесен в банк на два года под 12 % годовых (сложные проценты). Определить наращенную сумму при условии, что начисление процентов производится: 1) один раз в год; 2) по полугодиям; 3) ежеквартально; 4) ежемесячно.

Решение. По условию P = 8000 руб.; j = 0,12; n = 2 года; m = 2, 4, 12 раз в год. На основании формул (2.20) и (2.24) определим наращенную сумму вклада:

1) при начислении процентов один раз в год:

$$S = 8000(1 + 0{,}12)^2 = 10035{,}2 \text{ руб.};$$

2) начислении процентов два раза в год (по полугодиям):

$$S = 8000\left(1+\frac{0{,}12}{2}\right)^{2\cdot 2} = 10099{,}82 \text{ руб.};$$

3) начислении процентов четыре раза в год (по кварталам):

$$S = 8000\left(1+\frac{0{,}12}{4}\right)^{4\cdot 2} = 10134{,}16 \text{ руб.};$$

4) начислении процентов 12 раз в год (по месяцам):

$$S = 8000\left(1+\frac{0{,}12}{12}\right)^{12\cdot 2} = 10157{,}88 \text{ руб.}$$

Вывод. Наращенная за два года сумма при начислении сложных процентов один раз в год составит 10035,2 руб.; начислении два раза в год – 10099,82 руб.; ежеквартальном – 10134,16 руб.; ежемесячном – 10157,88 руб.

Можно заметить, что чем больше раз в году начисляются проценты, тем больше наращенная сумма и, как следствие, процентные деньги.

Для того чтобы обеспечить сравнительный анализ эффективности различных видов контрактов, необходимо выбрать некий показатель, который был бы универсальным для любой схемы начисления. Таким показателем является эффективная годовая процентная ставка $i_{эф.}$, обеспечивающая переход от P к S при заданных значения этих показателей и однократном начислении процентов и измеряющая тот «реальный» относительный доход, который получен в целом за год с учетом внутригодовой капитализации. Эффективная ставка показывает, какая годовая ставка сложных процентов дает тот же финансовый результат, что и m-разовое наращение в году по ставке j/m. Равенство наращенных сумм будет обеспечено в том случае, если равны первоначальные суммы P, периоды наращения n и множители наращения, то есть

$$\left(1+i_{эф}\right)^{n}=\left(1+\frac{j}{m}\right)^{mn}.$$

Отсюда

$$i_{эф}=\left(1+\frac{j}{m}\right)^{m}-1; \tag{2.25}$$

$$j=m\left[\left(1+i_{эф}\right)^{\frac{1}{m}}-1\right], \tag{2.26}$$

Эффективная ставка является критерием эффективности финансовой сделки и может быть использована для пространственно-временных сопоставлений. Ее значение позволяет сравнивать между собой финансовые операции, имеющие различные условия. Чем выше эффективная ставка финансовой операции, тем она выгоднее для кредитора (при прочих равных условиях).

Пример 14. Клиент решил положить 2000 руб. в банк. Один банк предлагает начислять сложные проценты по номинальной ставке в 20 % годовых по полугодиям, второй – в 19 % годовых ежеквартально. В какой из банков целесообразнее клиенту положить свой вклад.

Решение. По условию P = 2000 руб., $m_1 = 2$; $m_2 = 4$; j_1 = 20 %; j_2 = 19 %. В соответствии с (2.25) для первого банка имеем

$$i_{\text{эф.1}} = \left(1 + \frac{0,20}{2}\right)^2 - 1 = 0,21 \text{ или 21 \% годовых.}$$

Для второго банка

$$i_{\text{эф.2}} = \left(1 + \frac{0,19}{4}\right)^4 - 1 = 0,204 \text{ или 20,4 \% годовых.}$$

Вывод. Таким образом, годовая ставка, эквивалентная номинальной ставке 20 % годовых при начислении процентов по полугодиям, составит 21 % против 20,4 % с ежеквартальным начислением процентов. Соответственно клиенту целесообразнее положить вклад в первый банк.

Пример 15. Определить номинальную ставку процентов при ежемесячном начислении процентов, которая даст эффективность финансовой операции в 10 %.

Решение. По условию $i_{\text{эф.}}$ = 10 %. Номинальная ставка равна (формула (2.26)):

$$j = 12\left[(1 + 0,1)^{\frac{1}{12}} - 1\right] = 0,0957 \text{ или 9,57 \%.}$$

Вывод. Номинальная ставка 9,57 % обеспечивает годовую доходность 10 %.

Примечание. В MS Excel сложная процентная ставка определяется с помощью функции СТАВКА (кпер; плт; пс; бс; тип), номинальная ставка вычисляется с помощью функции НОМИНАЛ (эффективная_ставка; кол_пер), а эффективная ставка – с помощью функции ЭФФЕКТ (номинальная_ ставка; кол_пер).

Возможны финансовые контракты, в которых начисление процентов осуществляется по внутригодовым периодам, а продолжительность общего периода действия контракта не равна целому числу лет. В этом случае также возможно использование двух методов:

– по формуле сложных процентов:

$$S = P\left(1+\frac{j}{m}\right)^{a+b}; \qquad (2.27)$$

– смешанным методом:

$$S = P\left(1+\frac{j}{m}\right)^{a}\left(1+b\frac{j}{m}\right). \qquad (2.28)$$

Пример 16. Используя исходные данные примера 12, рассчитаем сумму, полученную клиентом при использовании сложных процентов и смешанного метода при ежеквартальном начислении процентов.

Решение. По условию P = 3000 руб.; i = 0,11; m = 4; a = 2 года; $b=\frac{270}{360}=\frac{3}{4}$ года. На основании (2.27) и (2.28) определим наращенную сумму вклада:

– по формуле сложных процентов:

$$S = 3000\left(1+\frac{0{,}11}{4}\right)^{2+\frac{3}{4}} = 3232{,}37 \text{ руб.}$$

– смешанным методом:

$$S = 3000\left(1+\frac{0{,}11}{4}\right)^{2}\left(1+\frac{3}{4}\cdot\frac{0{,}11}{4}\right) = 3232{,}59 \text{ руб.}$$

Вывод. Наращенная сумма вклада при использовании банком сложных процентов составит 3232,37 руб., смешанный метод начисления процентов в условиях капитализации процентного дохода приведет к наращению в сумме 3232,59 руб.

2.6. Учетная ставка сложных процентов

В общем виде формула наращенной суммы на основе сложных антисипативных процентов может быть записана в виде

$$S = \frac{P}{(1-d)^n}. \tag{2.29}$$

При наращении сложных процентов по учетной ставке несколько раз в году наращенная сумма определяется

$$S = \frac{P}{\left(1-\frac{f}{m}\right)^{mn}}, \tag{2.30}$$

где f – номинальная учетная ставка.

Эффективная учетная ставка во всех случаях, когда $m > 1$, меньше номинальной.

Пример 17. Кредит в размере 2500 руб. выдан на два года. По условиям договора проценты начисляются по сложной учетной ставке в 14 % годовых. Определить наращенную сумму при условии, что наращение производится: 1) один раз в год; 2) два раза в год.

Решение. По условию P = 2500 руб.; d = 0,14; j = 0,14; n = 2 года; m = 2 раза в год. На основании (2.29) и (2.30) определим наращенную сумму долга с использованием учетной ставки сложных процентов:

1) при начислении процентов один раз в год:

$$S = \frac{2500}{(1-0{,}14)^2} = 3380{,}21 \text{ руб.};$$

2) два раза в год:

$$S = \frac{2500}{\left(1 - \frac{0,14}{2}\right)^{2 \cdot 2}} = 3342 \text{ руб.}$$

Вывод. Наращенная за два года сумма при начислении сложных антисипативных процентов один раз в год составит 3380,21 руб., два раза в год – 3342 руб.

2.7. Эквивалентность простых и сложных процентных ставок при начислении один раз в год

Для определения эквивалентных значений простых и сложных процентных ставок составим уравнение эквивалентности, исходя из того, что $S_{пр} = S_{сл}$ и $P_{пр} = P_{сл}$:

$$\left(1 + ni_{пр}\right) = \left(1 + i_{сл}\right)^n .$$

Отсюда

$$i_{пр} = \frac{\left(1 + i_{сл}\right)^n - 1}{n}; \tag{2.31}$$

$$i_{сл} = \sqrt[n]{\left(1 + ni_{пр}\right)} - 1. \tag{2.32}$$

Пример 18. Ссуда выдана на 1,5 года под 12 % годовых (проценты простые). Необходимо определить эквивалентную ей ставку сложных процентов.

Решение. По условию $i_{пр}$ = 12 %; n = 1,5 лет. По формуле (2.32) находим

$$i_{сл} = \left(1 + 1,5 \cdot 0,12\right)^{\frac{1}{1,5}} - 1 = 0,1167 \text{ или } 11,67 \text{ \%}.$$

Проверим результат:

$$i_{\text{пр}} = \frac{(1+0{,}1167)^{1{,}5} - 1}{1{,}5} = 0{,}12 \text{ или } 12\ \%.$$

Вывод. Ставка простых процентов в размере 12 % годовых эквивалента ставке сложных процентов в 11,67 %.

2.8. Расчет наращенных сумм в условиях инфляции

Инфляция – это социально-экономическое явление, которое проявляется в переполнении сферы обращения деньгами сверх потребностей товарооборота, что вызывает обесценивание денежной единицы и повышение общего уровня цен в стране. Инфляционные процессы, характерные для экономики многих стран, требуют, чтобы они учитывались в финансовых расчетах.

Внешним признаком инфляции является, прежде всего, рост цен и, как следствие, снижение покупательной способности денег. Если индекс цен обозначить $I_{\text{ц}}$, а покупательную способность денег через $I_{\text{пс}}$, то $I_{\text{пс}} = \frac{1}{I_{\text{ц}}}$.

Так как темп прироста цен (α) в основном соответствует темпу прироста инфляции, то годовой индекс цен составляет величину $1 + \alpha$. За n лет при сохранении предполагаемого среднегодового роста инфляции индекс цен будет равен $(1 + \alpha)^n$. Поэтому наращенная сумма за срок n лет с учетом ее обесценивания в результате инфляции составит

$$S_{\text{инфл}} = P\left(\frac{1+i}{1+\alpha}\right)^n. \qquad (2.33)$$

Если же темп прироста инфляции равен ставке начисляемых процентов ($\alpha = i$), то покупательная способность наращенной суммы будет равна покупательной способности первоначальной суммы, то есть $S_{\text{инфл}} = P$. В этом случае вкладчик в некоторой степени нейтрализует инфляционный фактор. Если же $\alpha > i$, то полученная наращенная сумма не компенсирует потерю покупательной способности капитала в результате инфляции $S_{инфл} < P$. В этом случае банковскую ставку называют отрицательной. Только в случае, когда $\alpha < i$, может наблюдаться реальный рост покупательной способности вложенного капитала. Такую процентную ставку называют положительной.

Пример 19. Первоначальная сумма 2000 руб. была помещена в банк на условиях капитализации процентного дохода под 16 % годовых на два года. Ежегодно цены растут в среднем на 12 %. Определить номинальную величину наращенной суммы и ее покупательную способность с учетом роста цен.

Решение. По условию P = 2000 руб.; i = 0,16; α = 0,12; n = 2 года. По истечении всего срока вклада номинальная наращенная сумма составит (2.20):

$$S = 2000(1 + 0{,}16)^2 = 2691{,}2 \text{ руб.}$$

Наращенная сумма с учетом ее обесценивания в результате инфляции определяется по (2.33):

$$S_{инфл} = 2000\left(\frac{1+0{,}16}{1+0{,}12}\right)^2 = 2145{,}41 \text{ руб.}$$

Вывод. Размер наращенной за два года суммы составит 2691,2 руб., однако покупательная способность наращенной суммы с учетом роста цен составит скорректированную величину 2145,41 руб.

Присутствие инфляционных ожиданий в составе номинальной процентной ставки обусловлено необходимостью сохранения покупательской способности денежной суммы, передаваемой во временное пользование, в условиях инфляции. Компенсация инфляционного обесценения не является реальным доходом кредитора и, следовательно, не имеет отношения к «плате за пользование кредитом». Вместе с тем присутствие этого элемента в составе номинальной процентной ставки существенно влияет на «реальную» процентную ставку, обеспечивая ее вероятностный характер.

2.9. Области применения простого и сложного процента

Использование в финансовых вычислениях простых и сложных процентов дает неодинаковые результаты, различия между ними обусловлены сроками сделок. Так, при равной величине простых и сложных процентных ставок ($i_{пр} = i_{сл}$), сроке сделки менее одного года ($n < 1$) наращенная сумма, вычисленная по простым процентам, будет больше наращенной суммы, вычисленной по сложным процентам, поскольку $(1 + ni_{пр}) > (1 + i_{сл})$. При сроке сделки больше года ($n > 1$) наращение по сложным процентам опережает наращение по простым процентам, так как $(1 + ni_{пр}) < (1 + i_{сл})^n$.

Таким образом, в случае ежегодного начисления процентов для лица, предоставляющего ссуду:

– более выгодной является схема простых процентов, если срок ссуды менее одного года (проценты начисляются однократно в конце периода);

– более выгодной является схема сложных процентов, если срок ссуды превышает один год (проценты начисляются ежегодно);

– обе схемы дают одинаковые результаты при продолжительности периода один год и однократном начислении процентов.

Графически взаимосвязь S_n и S_c представлена на рис. 2.1.

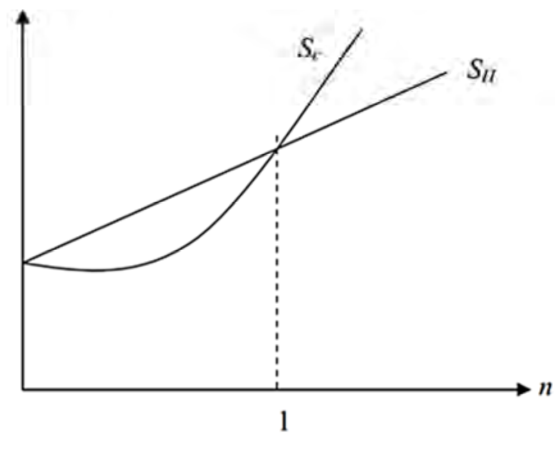

Рис. 2.1. Процесс наращения в зависимости от способа начисления процента

В случае простого процента график увеличения капитала получается линейным, поскольку снимается прибыль, она не работает и не приносит новую прибыль. В случае сложного процента график получается экспоненциальным, с течением времени кривая увеличения капитала становится все круче, все больше стремится вверх. Это происходит оттого, что из года в год прибыль накапливается и создает новую прибыль.

Области возможного использования математического аппарата начисления простых и сложных процентов представлены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Области возможного использования начисления простых и сложных процентов

Простые проценты	Сложные проценты
– при оценке доходности депозитных вкладов с ежемесячной выплатой процентов; – оценке платы за пользование ресурсами при выдаче краткосрочных кредитов; – оценке доходности дисконтных ценных бумаг; – в кредитных договорах с периодическим погашением основной суммы долга и выплатой процентов; – при учете векселей; – расчете штрафных санкций и платы за пользование чужими финансовыми ресурсами; – в других аналогичных случаях	– при депозитных договорах с капитализацией вкладов; – изучении эффективности финансовых инструментов; – оценке доходности процентных ценных бумаг; – в инвестиционных расчетах при сопоставлении финансовых потоков, относящихся к различным временным периодам; – в других аналогичных случаях

Тема 3. ДИСКОНТИРОВАНИЕ ПО ПРОСТОЙ И СЛОЖНОЙ ПРОЦЕНТНОЙ СТАВКЕ

Дисконтирование и удержание процентов в определенном смысле является обратным по отношению к начислению процентов. Термин «дисконтирование» употребляется в финансовом менеджменте весьма широко. Под ним может пониматься способ нахождения величины P на некоторый момент времени при условии, что в будущем при начислении на нее процентов по установленной ставке она могла бы составить наращенную сумму S. Величину P, найденную дисконтированием наращенной величины S, называют *современной* или *приведенной*, или *текущей*, или дисконтированной величиной. Различают математическое (применяется процентная ставка) и банковское дисконтирование (применяется учетная ставка).

3.1. Дисконтирование по простой процентной ставке

Математическое дисконтирование, или дисконтирование с использованием процентной ставки, позволяет узнать, какую исходную сумму P нужно вложить, чтобы получить по истечении n лет сумму S при начислении процентов по ставке i, которая теперь означает ставку дисконтирования. Для решения этой задачи используем формулу простых процентов:

$$P = \frac{S}{1+ni}. \tag{3.1}$$

При условии неравности целому числу лет срока финансовой сделки

$$P = \frac{S}{1+\frac{t}{K}i}. \tag{3.2}$$

Пример 20. Через 180 дней после подписания договора должник уплатит 1000 руб. Кредит выдан под 16 % годовых. Определить первоначальную сумму долга при условии, что K = 365 дней.

Решение. По условию S = 1000 руб.; i = 0,16; K = 365 дней. По (3.2) определим дисконтированную величину

$$P = \frac{1000}{1 + \frac{180}{365} \cdot 0{,}16} = 926{,}87 \text{ руб.}$$

Вывод. Первоначальная сумма долга составляет 926,87 руб.

Поскольку в основе дисконтирования лежат расчетные процедуры, которые связаны с определением и оценкой процентных ставок, формируемых на рынке капитала, то их выбор представляет собой весьма сложную задачу. Правильный выбор ставки дисконтирования позволяет принимать адекватные управленческие решения: неверная ставка дисконтирования может привести к снижению показателей эффективности и, соответственно, в лучшем случае – к недополученной прибыли, а в худшем – к банкротству.

Величина процентной ставки, по которой производится дисконтирование, и дисконтированная величина находятся в обратной зависимости, то есть чем выше процентная ставка, тем меньше дисконтированная величина при прочих равных условиях. В такой же обратной зависимости находятся дисконтированная величина и срок платежа, то есть с увеличением срока платежа дисконтированная величина будет становиться все меньше. Величина P может быть определена (приведена) на любой момент времени, вплоть до момента выплаты суммы S.

С помощью математической базы дисконтирования могут успешно решаться следующие задачи: обоснование эффективности инвестиционного проекта, принятие решения о выборе объекта инвестирования, минимизации расходов по привлечению финансовых ресурсов и выборе валюты финансирования; выбор эффективного инструмента финансирования и др.

3.2. Дисконтирование по простой учетной ставке

Банковское дисконтирование основано на использовании учетной ставки, то есть проценты за пользование кредитом начисляются на сумму, подлежащую уплате в конце срока кредита. В этом случае дисконтированная величина определяется

$$P = S(1 - nd). \qquad (3.3)$$

Если срок ссуды задан в днях, то формула (3.3) будет иметь вид

$$P = S\left(1 - \frac{t}{k}d\right). \qquad (3.4)$$

Дисконтирование с помощью математического и банковского метода приводит к различным финансовым результатам: при использовании учетной ставки фактор времени учитывается более строго.

Пример 21. Ссуда выдается на полгода по простой учетной ставке, равной 10 % годовых. Заемщик должен возвратить 2000 руб. Определить сумму, выдаваемую заемщику.

Решение. По условию S = 2000 руб.; d = 0,10; n = 0,5. По формуле (3.3) определим дисконтированную величину

$$P = 2000(1 - 0,5 \cdot 0,1) = 1900 \text{ руб.}$$

Вывод. Заемщик получит сумму в размере 1900 руб.

Пример 22. Ссуда выдана 23 сентября по простой учетной ставке, равной 18 %. Заемщик должен возвратить 1500 руб. 17 ноября. Определить сумму, получаемую заемщиком, и величину дисконта по обыкновенным процентам с точным числом дней ссуды (365/360).

Решение. По условию S = 1500 руб.; d = 0,18; K = 360 дней. По формуле (3.4) находим сумму, получаемую заемщиком

$$P = 1500\left(1 - \frac{55}{360} \cdot 0,18\right) = 1458,75 \text{ руб.}$$

где t = (30 – 22) + 31 + 17 – 1 = 55 дней.

Величина дисконта составит

$$D = 1500 - 1458,75 = 41,25 \text{ руб.}$$

Вывод. Заемщик получит сумму в размере 1458,75 руб., величина дисконта составит 41,25 руб.

3.3. Дисконтирование по сложной процентной ставке

Математический метод дисконтирования может применяться с использованием не только простой, но и сложной процентной ставки. Для этого из формулы наращения сложных процентов найдем *P*:

$$P = \frac{S}{(1+i)^n}. \tag{3.5}$$

При начислении процентов несколько раз в году получим:

$$P = \frac{S}{\left(1+\frac{j}{m}\right)^{mn}}. \tag{3.6}$$

Пример 23. Определить дисконтированную величину 3000 руб., которые должны быть выплачены через три года. В течение этого периода на первоначальную сумму начислялись сложные проценты по ставке 10 % годовых: 1) один раз в год; 2) два раза в год.

Решение. По условию S = 3000 руб.; i = 0,1; n = 3 года, m = 2 раза в год. Дисконтированную величину определим по (3.5) и (3.6):

$$1)\ P = \frac{3000}{(1+0{,}1)^3} = 2253{,}94 \text{ руб.};$$

$$2)\ P = \frac{30}{\left(1+\frac{0{,}1}{2}\right)^{2\cdot 3}} = 2238{,}65 \text{ руб.}$$

Вывод. Первоначальная сумма равна 2253,94 руб. при начислении процентов один раз в год и 2238,65 руб. – по полугодиям.

Примечание. В MS Excel текущая величина определяется с помощью функции ПС (ставка, клер, плт, [бс], [тип]).

3.4. Дисконтирование по сложной учетной ставке

Для расчета операции дисконтирования по сложной учетной ставке используется формула

$$P = S(1-d)^n. \tag{3.7}$$

При использовании сложной учетной ставки процесс дисконтирования происходит с прогрессирующим замедлением, так как учетная ставка каждый раз применяется к сумме, уменьшенной за предыдущий период на величину дисконта.

При дисконтировании m раз в год используется номинальная учетная ставка f и в каждом периоде, равном $\frac{1}{m}$ части года, дисконтирование осуществляется по сложной учетной ставке $\frac{f}{m}$. Расчет дисконтированной величины производится

$$P = S\left(1-\frac{f}{m}\right)^{mn}. \tag{3.8}$$

Пример 24. Владелец долгового обязательства, равного 4000 руб., со сроком погашения через три года сразу же после заключения контракта учел его в банке по сложной учетной ставке 11 %. Определить сумму, полученную владельцем обязательства, и дисконт, полученный банком, при начислении сложных антисипативных процентов: 1) один раз в год; 2) четыре раза в год.

Решение. По условию S = 4000 руб.; d = f = 0,11; n = 3 года; m = 4 раза в год. Дисконтированные величины с учетом особенностей начисления процентов определим по формулам (3.7) и (3.8):

$$1)\ P = 4000(1-0{,}11)^3 = 2819{,}88 \text{ руб.};$$

$$D = 4000 - 2819{,}88 = 1180{,}12 \text{ руб.}$$

$$2)\ P = 4000\left(1-\frac{0{,}11}{4}\right)^{4\cdot 3} = 2862{,}43 \text{ руб.};$$

$$D = 4000 - 2862{,}43 = 1137{,}57 \text{ руб.}$$

Вывод. При начислении процентов по сложной учетной ставке один раз в год в результате учета долгового обязательства владелец получит сумму 2819,88 руб., дисконт банка составит 1180,12 руб.; при начислении четыре раза в год дисконтированная величина составит 2862,43 руб., дисконт – 1137,57 руб.

Наращение и дисконтирование применяются для решения сходных задач. Однако для ставки наращения прямой задачей является определение наращенной суммы, обратной – дисконтирование. Для учетной ставки, наоборот, прямая задача заключается в дисконтировании, обратная – в наращении. Если сравнивать различные ставки для наращения и дисконтирования, можно заметить, что даже в одинаковых исходных условиях применение этих ставок приводит к различным результатам.

3.5. Номинальная и эффективная годовая учетная ставка

Эффективная учетная ставка $d_{эф}$ – это годовая учетная ставка сложных процентов, удерживаемых один раз в начале года, обеспечивающая тот же финансовый результат, что и m-разовое дисконтирование в году по ставке f/m. Если срок долга n лет, то из эквивалентности процентных ставок следует

$$d_{эф} = 1-\left(1-\frac{f}{m}\right)^{m}. \qquad (3.9)$$

Годовая эффективная учетная ставка $d_{эф}$ измеряет реальный относительный доход, получаемый за год при m-разовом дисконтировании в году.

Пример 25. Определить, какой годовой эффективной учетной ставкой можно заменить в контракте годовую номинальную учетную ставку 5 % при поквартальном учете суммы погашаемого долга.

Решение. По условию $m = 4$, $f = 0{,}05$. Тогда имеем

$$d_{эф} = 1 - \left(1 - \frac{0{,}05}{4}\right)^4 = 0{,}049 \text{ или } 4{,}9\ \%.$$

Вывод. Годовая ставка может быть заменена на 4,9 %. Для участников сделки безразлично, производить дисконтирование четыре раза в году в начале каждого квартала по ставке 5 % / 4 = 1,25 % или один раз в начале года по ставке 4,9 %. Финансовые обязательства сторон сохраняются.

Если требуется определить годовую номинальную учетную ставку f при заданных $d_{эф}$ и m, то получаем

$$f = m\left[1 - \left(1 - d_{эф}\right)^{\frac{1}{m}}\right]. \tag{3.10}$$

Пример 26. Определить, какой должна быть годовая номинальная учетная ставка, соответствующая эффективной учетной ставке 5 % при: 1) поквартальном; 2) ежемесячном учете суммы погашаемого долга.

Решение. По условию $d_{эф} = 0{,}05$; $m = 4$, 12 раз.

1) при $m = 4$ имеем

$$f = 4\left[1 - \left(1 - 0{,}05\right)^{\frac{1}{4}}\right] = 0{,}051 \text{ или } 5{,}1\ \%;$$

2) $m = 12$ имеем

$$f = 12\left[1 - \left(1 - 0{,}05\right)^{\frac{1}{12}}\right] = 0{,}0512 \text{ или } 5{,}12\ \%.$$

Вывод. При поквартальном начислении годовая номинальная учетная ставка равна 5,1 %, а при ежемесячном – 5,12 %.

Видно, что увеличение периодов дисконтирования в году увеличивает номинальную учетную ставку. Финансовые обязательства сторон сохраняются.

Тема 4. ПОГАШЕНИЕ КРЕДИТА

Существуют различные формы кредита, отличающиеся друг от друга методами и сроками его погашения. Платежи по заемному финансированию в целом и кредитные платежи в частности в общем случае состоят из двух частей: возмещения суммы предоставленных финансовых ресурсов (например, суммы выданного кредита) и уплаты процентов за пользование заемными ресурсами.

В простейшей кредитной операции погашение основной суммы долга и уплата процентов осуществляются одним платежом в конце срока кредитного договора. В этом случае оценка кредита производится с использованием математической базы простых и сложных процентов. Если срок пользования заемными ресурсами более продолжителен, то такая схема погашения представляется достаточно рискованной для кредитора.

На практике среднесрочные и долгосрочные кредитные договоры предполагают периодические кредитные платежи. В зависимости от характера кредитных платежей выделяют следующие базовые методики погашения кредитов:

– погашение кредита разовым платежом;

– погашение основной суммы долга равными частями;

– погашение кредита равными срочными платежами (при использовании сложных процентов эту методику называют «погашение аннуитетными платежами»).

Рассмотрим особенности методик погашения кредитной задолженности при использовании простых процентов.

4.1. Погашение кредита равными выплатами

В этом случае наращенная сумма долга определяется по уже известной формуле $S = P(1 + ni)$, а сумма разового погасительного платежа будет зависеть от количества погасительных платежей в году (m). Тогда сумма разового погасительного платежа

$$q = \frac{S}{nm}. \tag{4.1}$$

Так как при использовании данной схемы погашения кредита проценты начисляются на всю сумму первоначального долга в течение всего срока погашения, то, несмотря на уменьшение величины долга с каждым платежом, фактическая процентная ставка оказывается значительно выше ставки, предусмотренной при заключении сделки.

Пример 27. Потребительский кредит в сумме 600 руб. предоставлен на два года под 15 % годовых (проценты простые). Погасительные платежи вносятся через каждые полгода. Определить размер разового погасительного платежа.

Решение. По условию P = 600 руб.; i = 0,15; n = 2 года; m = 2 раза в год. Рассчитаем сумму, подлежащую погашению за весь срок кредита

$$S = 600(1 + 2 \cdot 0{,}15) = 780 \text{ руб.}$$

Тогда разовый полугодовой погасительный платеж

$$q = \frac{780}{2 \cdot 2} = 195 \text{ руб.}$$

Вывод. Сумма разового погасительного платежа составит 195 руб.

4.2. Погашение кредита равными выплатами основного долга

В этом случае возникает задача определения суммы, идущей на погашение основного долга, и суммы процентных платежей. Процентный платеж за пользование кредитом начисляется предварительно: для первого периода процентный платеж рассчитывается на всю величину долга, а в каждый следующий период – на оставшуюся часть долга, то есть на величину долга, уменьшенную на уже выплаченную часть, а сам долг выплачивается равными взносами.

Исходя из предположения, что кредит P должен выплачиваться равными месячными платежами m раз с начислением простых процентов по установленной годовой ставке i, процентные платежи определяются:

– в первом месяце:

$$I_1 = \frac{Pi}{12};$$

– во втором месяце:

$$I_2 = \left(P - \frac{P}{m}\right)\frac{i}{12} = \frac{Pi}{12}\left(1 - \frac{1}{m)}\right);$$

– в третьем месяце:

$$I_3 = \left(P - 2\frac{P}{m}\right)\frac{i}{12} = \frac{Pi}{12}\left(1 - \frac{2}{m)}\right);$$

– в месяце I_m:

$$I_m = \frac{Pi}{12}\left(1 - \frac{(m-1)}{m}\right) = \frac{Pi}{12m}.$$

Суммируем месячные значения процентных выплат, их общая величина выражается

$$I = \frac{Pi}{12}\left[1 + \left(1 - \frac{1}{m}\right) + \left(1 - \frac{2}{m}\right) + \left(1 - \frac{3}{m}\right) + \ldots + \frac{1}{m}\right].$$

Отсюда

$$I = \frac{Pi}{24}(m+1). \tag{4.2}$$

При ежемесячной выплате кредита равными долями средняя величина ежемесячных взносов будет равна

$$q = \frac{P + I}{m}. \tag{4.3}$$

Пример 28. Потребительский кредит в сумме 1800 руб. предоставлен на шесть месяцев под 12 % годовых (проценты простые) с ежемесячным погашением. Определить среднюю величину ежемесячных взносов и составить план погашения кредита при условии погашения равными выплатами основного долга.

Решение. По условию P = 1800 руб.; i = 0,12; m = 6 раз. Рассчитаем ежемесячную выплату основного долга:

$$\frac{P}{m} = \frac{1800}{6} = 300\,\text{руб.}$$

Процентный платеж

$$I = \frac{1800 \cdot 0{,}12}{24} \cdot (6 + 1) = 63\,\text{руб.}$$

Средняя величина ежемесячных взносов:

$$q = \frac{1800 + 63}{6} = 310{,}5\,\text{руб.}$$

Распишем расчет значения ежемесячных процентных платежей за каждый месяц погашения:

$$I_1 = \frac{1800 \cdot 0{,}12}{12} = 18\,\text{руб.};$$

$$I_2 = \frac{1800 \cdot 0{,}12}{12} \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right) = 15\,\text{руб.};$$

$$I_3 = \frac{1800 \cdot 0{,}12}{12} \cdot \left(1 - \frac{2}{6}\right) = 12\,\text{руб.};$$

$$I_4 = \frac{1800 \cdot 0{,}12}{12} \cdot \left(1 - \frac{3}{6}\right) = 9 \text{ руб.};$$

$$I_5 = \frac{1800 \cdot 0{,}12}{12} \cdot \left(1 - \frac{4}{6}\right) = 6 \text{ руб.};$$

$$I_6 = \frac{1800 \cdot 0{,}12}{12} \cdot \left(1 - \frac{5}{6}\right) = 3 \text{ руб.}$$

Представим план погашения кредита равными выплатами основного долга с использованием простой процентной ставки в табличной форме за каждый месяц (табл. 4.1).

Таблица 4.1

План погашения кредита равными выплатами основного долга с использованием простой процентной ставки

Месяц	Непогашенная сумма основного долга, руб.	Процентный платеж I, руб.	Месячная выплата основного долга $\frac{P}{m}$, руб.	Сумма месячного взноса для погашения, руб.
1	1800	18	300	318
2	1500	15	300	315
3	1200	12	300	312
4	900	9	300	309
5	600	6	300	306
6	300	3	300	303
Итого		63	1800	1863

Соответственно, сумма процентных платежей за пользование кредитом составит I = 18 + 15 + 12 + 9 + 6 + 3 = 63 руб.

Преимуществом данной схемы является уменьшение с течением времени суммы ежемесячных платежей, однако первоначальные суммы к погашению бывают значительными и уменьшение начнется не ранее, чем через половину срока кредита.

4.3. Финансовая рента (аннуитет)

Погашение среднесрочной и долгосрочной задолженности, коммерческого кредита, инвестирование средств в различные программы, создание денежных фондов целевого назначения в большинстве случаев предусматривают выплаты, производимые через определенные промежутки времени. При этом возникает ряд распределенных во времени последовательных платежей, которые обычно именуют *потоком платежей.*

При этом, как правило, любая финансово-коммерческая операция предполагает наличие двух потоков платежей: входящего – поступления (доходы), имеющие положительную величину, и исходящего – выплаты (расходы, вложения), имеющие отрицательную величину. Соответственно выделяют положительный и отрицательный денежный поток. *Положительный поток* – это поток платежей, увеличивающий совокупное денежное богатство рассматриваемого субъекта и/или включающий поступления, связанные с его инвестиционной или иной деятельностью. *Отрицательный поток* – поток платежей, уменьшающий совокупное денежное богатство рассматриваемого субъекта и/или включающий расходы, связанные с его деятельностью.

Эти два потока, с учетом процентных начислений, формируют соответствующий денежный фонд, внутри которого и происходит движение денежных средств. В соответствии с принятой знаковой формализацией двусторонний поток удобно представлять в виде графической схемы с изображением на ней распределения доходов и расходов во времени. Для этого на горизонтальной оси диаграммы откладывается время, а на вертикальной – денежные средства («плюс» – доходы, «минус» – расходы). Например, на рис. 4.1 приведена диаграмма потока платежей, состоящего из поступлений: 1000 руб. в момент $n = 0$; 2500 руб. в момент $n = 1$; в момент $n = 2$ происходят выплаты в 2000 руб.; $n = 3$ – поступления в 3000 руб.; $n = 4$ – выплаты в 1000 тыс. руб.

В финансовых расчетах для обозначения денежных потоков используют термин *рента*. Наиболее часто используемым в реальной жизни и наиболее разработанным случаем ренты является аннуитет.

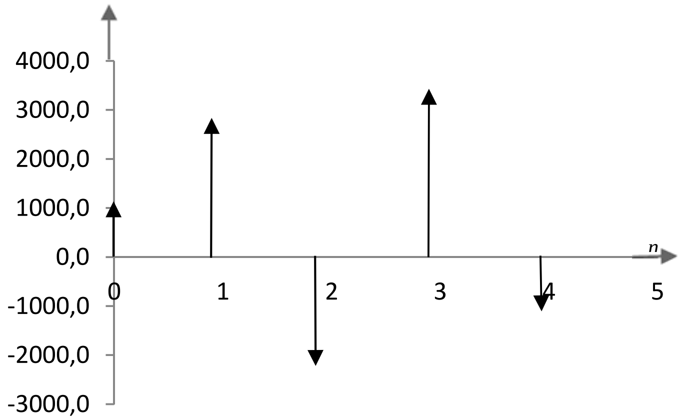

Рис. 4.1. Распределение доходов и расходов во времени

Аннуитетом, или *финансовой рентой*, называется ряд последовательных фиксированных платежей, производимых через равные промежутки времени. Изначально под «аннуитетом» (от лат. *anno* – год) подразумевалось, что платежи происходят с интервалом в один год, в дальнейшем в качестве периода стал выступать любой промежуток времени при сохранении прежнего названия. Финансовую ренту (аннуитет) следует считать частным случаем потока платежей, для которого определены два существенных условия, выполняемых одновременно:

– однонаправленность платежей в потоке (наличие только положительных или только отрицательных платежей);

– равномерность совершения платежей в потоке (равные временные интервалы между двумя платежами).

Финансовая рента может быть охарактеризована рядом параметров:

– член ренты – величина каждого отдельного платежа;

– период ренты – временной интервал между двумя платежами;

– срок ренты – время от начала реализации ренты до момента начисления последнего платежа;

– процентная ставка – ставка сложных процентов, используемая для расчета наращения или дисконтирования платежей, составляющих ренту;

– количество платежей в течение года;

– частота начисления процентов, то есть количество периодов в году, когда начисляются проценты;

– момент осуществления платежей (в начале, середине или в конце года) и др.

Поскольку условия финансовых сделок весьма разнообразны, то различны и виды потоков платежей. В основе классификации положены различные качественные признаки и используются различные виды финансовых рент:

– по сроку действия: *срочные* – срок денежного потока ограничен; *бессрочные* – срок денежного потока неограничен (платежи осуществляются неограниченно долго);

– по периоду ренты различают *дискретные* (например, *годовые* ренты, по которым платежи производятся один раз в год, *p-срочные* ренты при производстве платежей несколько раз в год, ренты, у которых период между платежами может превышать год); *непрерывные* – платежи производятся так часто, что их можно рассматривать как непрерывные;

– в зависимости от частоты начисления процентов различают ренты *с начислением процентов один раз в год, несколько раз в году (m* раз) и с *непрерывным начислением*;

– по наличию условий выплаты различают *верные* ренты, выплата которых не ограничена какими-либо условиями, *условные* ренты – их выплата обусловлена наступлением какого-либо события (число членов заранее предусмотреть невозможно, например, страховые взносы, вносимые до наступления страхового случая);

– по количеству членов различают *ограниченные* ренты, имеющие конечное число членов, *вечные* ренты с бесконечным числом членов ренты (например, облигационные займы без ограничения срока погашения);

– по моменту, с которого начинается реализация рентных платежей, ренты делятся на *немедленные*, когда платежи производятся сразу же после заключения контракта, и *отложенные* (отсроченные), срок реализации которых откладывается на указанное в контракте время;

– по моменту выплат членов ренты делятся на *обычные* (*постнумерандо*), в которых платежи производятся в конце соответствующих периодов (год, полугодие и т. д.), и *авансовые* (*пренумерандо*) в начале этих периодов; встречаются ренты, в которых платежи поступают в середине периода.

Обобщающими показателями ренты являются наращенная сумма и дисконтированная (приведенная) величина.

4.4. Наращенная сумма ренты (денежных потоков)

Наращенная сумма ренты – это сумма всех членов потока платежей с начисленными на них процентами на конец срока, то есть на дату последней выплаты. Она показывает, какую величину будет представлять капитал, вносимый через равные промежутки времени в течение всего срока ренты вместе с начисленными процентами.

Пусть один раз в конце года на банковский счет вносится сумма R в течение n лет. На каждый платеж один раз в конце года начисляются сложные проценты по ставке i. Для определения наращенной суммы составим табл. 4.2.

Таблица 4.2

Схема расчета наращенной суммы финансовой ренты

Период взноса, год	Порядковый номер взноса				
	1	2	3	4	5
1	R	–	–	–	–
2	$R(1+i)$	R	–	–	–
3	$R(1+i)^2$	$R(1+i)$	R	–	–
...	…	...	…	...	–
n	$R(1+i)^{n-1}$	$R(1+i)^{n-2}$	$R(1+i)^{n-3}$	$R(1+i)$	R

Наращенная сумма S равна сумме элементов n-й строки и представляет собой сумму геометрической прогрессии с первым членом R, знаменателем $1 + i$ и последним членом $R(1 + i)^{n-1}$:

$$S = R(1+i)^{n-1} + R(1+i)^{n-2} + R(1+i)^{n-3} + ... + R(1+i) + R =$$

$$= R\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1}.$$

Отсюда наращенную сумму ренты (сумму членов ряда) можно определить по формуле

$$S = R\frac{(1+i)^n - 1}{i}, \tag{4.4}$$

где R – величина ежегодного взноса;

i – процентная ставка;

n – срок ренты.

Схематичное изображение процесса наращения финансовой ренты представлено на рис. 4.2.

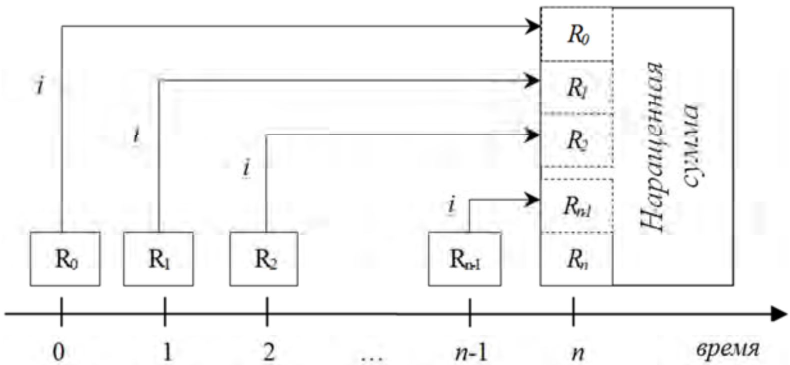

Рис. 4.2. Схема процесса наращения финансовой ренты

Пример 29. Владелец малого предприятия принял решение создать страховой фонд. С этой целью в течение пяти лет в конце каждого года в банк вносится 2000 руб. под 10 % годовых с последующей их капитализацией, то есть прибавлением к уже накопленной сумме. Необходимо определить наращенную сумму к концу срока ренты.

Решение. По условию R = 2000 руб.; i = 0,1; n = 5 лет. Рассчитаем наращенную сумму ренты:

$$S = 2000\frac{(1+0{,}1)^5 - 1}{0{,}1} = 12210{,}2 \text{ руб.}$$

Представим эту финансовую операцию в виде табл. 4.3.

Таблица 4.3

Схема расчета для примера 29

Период взноса, год	Порядковый номер взноса				
	1	2	3	4	5
1	2000	–			
2	$2000 \cdot 1{,}1$	2000			
3	$2000 \cdot 1{,}1^2$	$2000 \cdot 1{,}1$	2000		
4	$2000 \cdot 1{,}1^3$	$2000 \cdot 1{,}1^2$	$2000 \cdot 1{,}1$	2000	
5	$2000 \cdot 1{,}1^4$	$2000 \cdot 1{,}1^3$	$2000 \cdot 1{,}1^2$	$2000 \cdot 1{,}1$	2000
Итого	$R(1 + i)^4 = 2000(1 + 0{,}1)^4 = 2000 \times 1{,}1^4 = 2928{,}2$	$R(1 + i)^3 = 2000 \times 1{,}1^3 = 2662$	$R(1 + i)^2 = 2000 \times 1{,}1^2 = 2420$	$R(1 + i) = 2000 \times 1{,}1 = 2200$	$R = 2000$

Вывод. Наращенная сумма через пять лет составит 12210,2 руб.

Когда рентные платежи вносятся один раз в году, а проценты на них начисляются несколько раз в году, начисление процентов каждый раз будет производиться по ставке – j/m, где j – номинальная годовая ставка сложных процентов. Величина наращенной суммы определяется по формуле

$$S = R\frac{\left(1+\dfrac{j}{m}\right)^{mn} - 1}{\left(1+\dfrac{j}{m}\right)^{m} - 1}. \qquad (4.5)$$

Пример 30. Страховая компания заключила договор с производственным предприятием на два года. Поступающие ежегодные страховые взносы в размере 600 руб. помещаются в банк под 12 % годовых с поквартальным начислением сложных процентов. Определить сумму, полученную страховой компанией по этому контракту.

Решение. По условию R = 600 руб.; i = 0,12; n = 2 года; m = 4 раза в год. Определим наращенную сумму:

$$S = 600\frac{\left(1+\frac{0{,}12}{4}\right)^{4\cdot 2}-1}{\left(1+\frac{0{,}12}{4}\right)^{4}-1} = 1275{,}39 \text{ руб.}$$

Вывод. Сумма, полученная страховой компанией, составит 1275,39 руб.

Если рентные платежи вносятся несколько раз в год равными суммами (p-срочная рента), а начисление процентов производится один раз в конце года, наращенная сумма составит

$$S = \frac{R\left[(1+i)^n-1\right]}{p\left[(1+i)^{\frac{1}{p}}-1\right]}, \tag{4.6}$$

где p – число поступлений рентных платежей в течение года.

Пример 31. Страховая компания принимает установленный годовой страховой взнос дважды в год по полугодиям в размере 250 руб. каждый в течение трех лет. Банк, обслуживающий страховую компанию, начисляет ей проценты из расчета 15 % годовых (сложные проценты) один раз в год. Определить сумму, полученную страховой компанией по истечении срока договора.

Решение. По условию R = 500 руб.; i = 0,15; n = 3 года; p = 2 раза в год; m = 1 раз в год. Определим наращенную сумму

$$S = \frac{500\left[(1+0{,}15)^3-1\right]}{2\left[(1+0{,}15)^{\frac{1}{2}}-1\right]} = 1799{,}07 \text{ руб.}$$

Вывод. Сумма, полученная страховой компанией, составит 1799,07 руб.

Если схема финансовой ренты предусматривает поступление платежей p раз в год, при этом на поступившие платежи начисляются сложные проценты m раз, то наращенная сумма будет определяться по формуле

$$S = \frac{R\left[\left(1+\frac{j}{m}\right)^{mn} - 1\right]}{p\left[\left(1+\frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1\right]}. \qquad (4.7)$$

Пример 32. Пусть в условии предыдущего примера начисление процентов осуществляется ежеквартально. Определить наращенную сумму.

Решение. По условию R = 500 руб.; i = 0,15; n = 3 года; p = 2 раза в год; m = 4 раза в год. Определим наращенную сумму:

$$S = \frac{500\left[\left(1+\frac{0{,}15}{4}\right)^{4\cdot 3} - 1\right]}{2\left[\left(1+\frac{0{,}15}{4}\right)^{\frac{4}{2}} - 1\right]} = 1817{,}5\,\text{руб.}$$

Вывод. Сумма, полученная страховой компанией, составит 1817,5 руб.

Примечание. В MS Excel наращенная сумма S вычисляется с помощью функции БС (ставка; кпер; плт; пс; тип) только для случая $m = p$.

4.5. Дисконтированная величина финансовой ренты (денежных потоков)

Понимание сущности данного показателя и методов его исчисления дает возможность решения многих финансовых задач: оценки и сравнения эффективности инвестиций, расчета доходности различных финансовых сделок и др. Значимость этой характеристики объясняется тем, что дисконтированная стоимость представляет собой одно число, которое обобщает любую последовательность денежного потока и позволяет сравнивать потоки с различными сроками и объемами.

Дисконтированная величина потока платежей – сумма всех его членов, уменьшенная (дисконтированная) на величину процентной ставки на определенный момент времени, совпадающий с началом потока платежей или предшествующий ему. Она показывает, какую сумму следовало бы иметь первоначально, чтобы, разбив ее на равные взносы, на которые бы начислялись установленные проценты в течение срока ренты, можно было обеспечить получение наращенной суммы.

Кроме понятия дисконтированной стоимости потока платежей (финансовой ренты) в литературе в отношении данного показателя встречаются термины приведенной, современной и текущей стоимости (величины) потока платежей (финансовой ренты).

Расчетные формулы дисконтированной стоимости, как и наращенной суммы, определяются в зависимости от параметров денежного потока. Рассмотрим некоторые такие финансовые потоки. Пусть в течение n лет один раз в конце года на банковский счет вносится сумма R. Каждый платеж дисконтируется на начало финансовой операции по сложной ставке i. Расчеты для определения дисконтированной величины представим в табл. 4.4.

Таблица 4.4

Схема расчета дисконтированной величины финансовой ренты

Период взноса, год	Порядковый номер взноса				
	1	2	3	4	5
1	$R/(1+i)$	–	–	–	–
2	$R/(1+i)^2$	$R/(1+i)$	–	–	–
3	$R/(1+i)^3$	$R/(1+i)^2$	$R/(1+i)$	–	–
...	…	...	…	...	–
n	$R/(1+i)^n$	$R/(1+i)^{n-1}$	$R/(1+i)^{n-2}$	…	$R/(1+i)$

Дисконтированная величина есть сумма элементов n-й строки:

$$S = \frac{R}{(1+i)^n} + \frac{R}{(1+i)^{n-1}} + \frac{R}{(1+i)^{n-2}} + \ldots + \frac{R}{(1+i)} = R\frac{(1+i)^{-n} - 1}{(1+i)^{-1} - 1}.$$

Дисконтированная величина оценивается на момент начала реализации ренты (рента немедленная). Для расчета дисконтированной величины годовой обычной ренты используют формулу

$$A = R\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}. \qquad (4.8)$$

Схематичное изображение процесса дисконтирования финансовой ренты представлено на рис. 4.3.

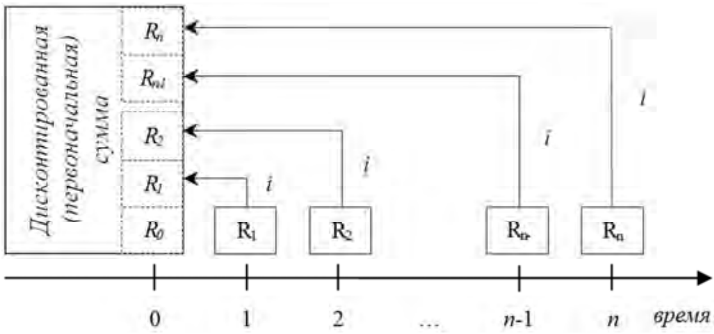

Рис. 4.3. Схема процесса дисконтирования финансовой ренты

Пример 33. Предположим, что у вас просят в долг 10 000 руб. и обещают возрастить в течение трех лет по 4000 руб. ежегодно. Определить, будет ли выгодна эта сделка при годовой ставке 10 %.

Решение. По условию R = 4000 руб.; i = 0,1; n = 3 года. Для ответа на поставленный вопрос рассчитаем текущую величину ренты по формуле (4.8):

$$A = 4000\frac{1-(1+0{,}1)^{-3}}{0{,}1} = 9947{,}41 \text{ руб.}$$

Если указанную сумму поместить в банк на три года под 10 % годовых на условиях капитализации процентного дохода, то наращенная сумма составит

$$S = 10000(1 + 0{,}1)^3 = 13\ 310 \text{ руб.}$$

Вывод. Вам вернут дисконтированную стоимость долга в размере 9947,41 руб., в то же время, если положить указанную сумму в банк, наращенная сумма составит 13 310 руб. Следовательно, сделка для вас невыгодна.

Пример 34. Кредит в сумме 10 000 руб. необходимо погасить последовательными равными платежами в течение пяти лет. Определить размер годового платежа, если на него начисляются проценты по ставке в 10 % годовых, и составить план погашения кредита.

Решение. По условию A = 10 000 руб.; i = 0,1; n = 5 лет.

Определим размер ежегодных выплат, используя формулу (4.8):

$$R = A\frac{i}{1-(1+i)^{-n}} = 10\,000\frac{0{,}1}{1-(1+0{,}1)^{-5}} = 2638 \text{ руб.}$$

Тогда план погашения долга может быть представлен в виде табл. 4.5.

Таблица 4.5

План погашения долга

Год	Остаток долга на начало года	Суммарный годовой платеж	Годовой процентный платеж	Погашение основного долга
1	10 000	2638	1000	1638
2	8362	2638	836	1802
3	6560	2638	656	1982
4	4578	2638	458	2180
5	2398	2638	240	2398
Итого		13 190	3190	

Годовой процентный платеж определяем, исходя из выражения:

$$I = S - P = P(1+1)^n - P = P\left[(1+i)^n - 1\right].$$

Вывод. Размер годового платежа составляет 2638 руб.

При начислении процентов несколько раз в году (m раз) дисконтированная величина определяется по формуле

$$A = R\frac{1-\left(1+\frac{j}{m}\right)^{-mn}}{\left(1+\frac{j}{m}\right)^{m}-1}. \qquad (4.9)$$

Пример 35. Определить дисконтированную стоимость финансовой ренты с ежегодной выплатой ренты в 3000 руб. в течение трех лет. При этом проценты начисляются поквартально по сложной ставке 10 % годовых.

Решение. По условию R = 3000 руб.; j = 0,1; n = 3 года; m = 4 раза в год. Для ответа на поставленный вопрос рассчитаем современную величину ренты по формуле (4.9):

$$A = 3000\frac{1-\left(1+\frac{0,1}{4}\right)^{-4\cdot 3}}{\left(1+\frac{0,1}{4}\right)^{4}-1} = 7410,76 \text{ руб.}$$

Вывод. Современная стоимость ренты составляет 7410,76 руб.

При внесении рентных платежей несколько раз в год (p-срочная рента) и начислении процентов один раз в год для вычисления дисконтированной величины используют формулу

$$A = \frac{R\left[1-(1+i)^{-n}\right]}{p\left[(1+i)^{\frac{1}{p}}-1\right]}. \qquad (4.10)$$

Пример 36. Годовой платеж в 5000 руб. вносится в сберегательный фонд два раза в год равными частями по 2500 руб. в течение трех лет, проценты начисляются раз в год под 20 %. Определить дисконтированную величину ренты.

Решение. По условию R = 5000 руб.; i = 0,2; n = 3 года; p = 2 раза в год. Для ответа на поставленный вопрос рассчитаем дисконтированную величину ренты по формуле (4.10):

$$A = \frac{5000\left[1-(1+0,2)^{-3}\right]}{2\left[(1+0,2)^{\frac{1}{2}}-1\right]} = 11035,04 \text{ руб.}$$

Вывод. Дисконтированная стоимость ренты составляет 11035,04 руб.

Если схема финансовой ренты предусматривает поступление платежей p раз в год, при этом на поступившие платежи начисляются сложные проценты m раз, то дисконтированная стоимость будет определяться по формуле

$$A = \frac{R\left[1-\left(1+\frac{j}{m}\right)^{-mn}\right]}{p\left[\left(1+\frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}}-1\right]}. \qquad (4.11)$$

Пример 37. Пусть в условии предыдущего примера начисление процентов осуществляется ежеквартально. Определить дисконтированную величину ренты.

Решение. По условию R = 5000 руб.; j = 0,2; n = 3 года; p = 2 раза в год, m = 4 раза в год. Для ответа на поставленный вопрос рассчитаем современную величину ренты, используя формулу (4.11):

$$A=\frac{5000\left[1-\left(1+\frac{0,2}{4}\right)^{-3\cdot 4}\right]}{2\left[\left(1+\frac{0,2}{4}\right)^{\frac{4}{2}}-1\right]}=10808,84\ \text{руб.}$$

Вывод. Дисконтированная стоимость ренты при ежеквартальном начислении составит 10808,84 руб.

Примечание. В MS Excel дисконтированная величина аннуитета вычисляется с помощью функции ПС (ставка; кпер; плт;бс; тип) только для случая $m = p$. Размер платежа финансовой ренты вычисляется с помощью функции ПЛТ (ставка; кпер; плт; [бс]; [тип]) только для случая $m = p$. Срок финансовой ренты определяется с помощью функции КПЕР (ставка, плт, пс, [сс], [тип]) только для случая $m = p$.

4.6. Расчетные формулы, связывающие наращенную сумму и дисконтированную стоимость финансовой ренты

Рассмотрим теперь зависимость между наращенной суммой и дисконтированной стоимостью финансовой ренты. Данную зависимость исследуем на примере годовой финансовой ренты постнумерандо. Дисконтированная стоимость определяется в соответствии с формулой (4.8). Исходя из нее величина ежегодного взноса

$$R=\frac{Ai}{1-\left(1+i\right)^{-n}}=\frac{Ai\left(1+i\right)^{n}}{\left(1+i\right)^{n}-1}. \qquad (4.12)$$

Подставляя данное значение R в выражение (4.4), получим расчетную формулу наращенной суммы финансовой ренты:

$$S=A\left(1+i\right)^{n}. \qquad (4.13)$$

Теперь можно дать другое толкование смысла понятия «дисконтированная стоимость ренты»: если в момент времени $t = 0$ положить в банк дисконтированную стоимость (величину) ренты под i % годовых, то к концу n-го года она вырастет до наращенной суммы S. Из формулы (4.13) можем определить дисконтированную стоимость ренты:

$$A = S\left(1+i\right)^{-n}. \tag{4.14}$$

Если проценты будут начисляться m раз в году, то формулы (4.13) и (4.14) примут вид:

$$S = A\left(1+\frac{j}{m}\right)^{mn}; \tag{4.15}$$

$$A = S\left(1+\frac{j}{m}\right)^{-mn}. \tag{4.16}$$

Таким образом, между наращенной суммой и дисконтированной стоимостью постоянной финансовой ренты существует зависимость, аналогичная зависимостям между суммой ссуды и наращенной суммой при начислении сложных процентов.

Пример 38. Определить наращенную сумму дисконтированной стоимости финансовой ренты, если платежи поступают в сберегательный фонд в конце каждого года в размере 5000 руб. в течение трех лет при дисконтировании по сложной ставке в 8 % годовых. Результат сопоставить с расчетной формулой (4.4).

Решение. По условию R = 5000 руб.; i = 0,08; n = 3 года. Для ответа на поставленный вопрос рассчитаем дисконтированную величину ренты (формула (4.8)):

$$A = 5000\frac{1-\left(1+0,08\right)^{-3}}{0,08} = 12885,5 \text{ руб.}$$

Таким образом, все платежи по 5000 руб. за год в течение трех лет оцениваются в настоящий момент суммой 12885,5 руб. Иначе говоря, 12885,5 руб., размещенных под 8 % годовых, обеспечивают ежегодную выплату по 5000 руб. в течение трех лет.

Из формулы (4.13) находим наращенную сумму ренты

$$S = 12885{,}5(1 + 0{,}08)^3 = 16232 \text{ руб.}$$

Если расчет произвести по формуле (4.4):

$$S = 5000 \frac{(1 + 0{,}08)^3 - 1}{0{,}08} = 16232 \text{ руб.}$$

Вывод. Наращенная стоимость дисконтированной стоимости финансовой ренты составляет 16 232 руб.

В некоторых ситуациях при проведении финансово-коммерческих операций возникает задача определения размера очередного платежа при заданном сроке ренты и дисконтированной стоимости или наращенной сумме ренты. Например, необходимо в течение определенного срока посредством регулярных взносов создать денежный фонд заданной величины S или погасить долг A равными выплатами. Величину регулярного ежегодного взноса при создании фонда S в течение n лет посредством финансовой ренты можно определить из формулы (4.4):

$$R = \frac{Si}{(1 + i)^n - 1}. \qquad (4.17)$$

Аналогично величину ежегодной выплаты при погашении долга A сроком на n лет можно определить из формулы (4.8):

$$R = \frac{Ai}{1 - (1 + i)^{-n}}. \qquad (4.18)$$

Пример 39. Определить размер ежегодных взносов, уплачиваемых в конце года, при сложной ставке в 10 % годовых в следующих случаях: 1) при создании фонда в течение трех лет в размере 50 000 руб.; 2) при погашении долга в объеме 50 000 руб. в течение трех лет.

Решение. По условию: $S = A = 50\,000$ руб.; $n = 3$; $i = 0{,}1$.

1) по формуле (4.17) находим:

$$R = \frac{50\,000 \cdot 0{,}1}{(1+0{,}1)^3 - 1} = 15105{,}74 \text{ руб.};$$

2) по формуле (4.18) находим:

$$R = \frac{50\,000 \cdot 0{,}1}{1-(1+0{,}1)^{-3}} = 20105{,}76 \text{ руб.}$$

Вывод. Размер ежегодных взносов при создании фонда в размере 50 000 руб. составит 15105,74 руб.; при погашении долга аналогичной суммой – 20105,76 руб.

4.7. Конверсия и консолидация финансовых рент

Расчеты по коммерческим сделкам могут осуществляться как единовременным платежом, так и рядом выплат, распределенным во времени (в рассрочку). Иногда эти выплаты приобретают характер рентных платежей. На практике может возникнуть ситуация, когда один из участников сделки предлагает изменить условия оплаты: разовый платеж заменить рентными платежами или, наоборот, рентные платежи заменить разовым платежом, то есть произвести *конверсию финансовой ренты*. Изменение хотя бы одного условия ренты по существу означает замену одной ренты другой, которая базируется на принципе финансовой эквивалентности, что означает равенство дисконтированных стоимостей обеих рент. При этом процентная ставка может быть сохранена или изменена.

Простейшими случаями конверсии ренты могут быть выкуп ренты или замена разового платежа рентными. В первом случае вместо рентных платежей может быть выплачена дисконтированная величина ренты, а во втором – вместо единовременного платежа можно производить выплаты в рассрочку. Изменение условий выплаты (частичное или полное изменение первоначальных параметров ренты) приводит к образованию новой ренты, что вызывает изменение финансовых последствий. Вместе с тем при желании сторон можно сохранить финансовую эквивалентность, изменив ряд параметров и сохранив равенство дисконтированных величин первоначальной и вновь созданной ренты при сохранении равенства процентных ставок.

Рассрочкой платежа называется замена долга (единовременного платежа) рентой. При этом задаются все параметры ренты, кроме одного, а этот неизвестный параметр определяется из условия равенства долга дисконтированной величины вводимой ренты:

$$A = R\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = P. \tag{4.19}$$

Выкупом ренты называется замена ренты единовременным платежом. Принцип финансовой эквивалентности здесь сводится к тому, что единовременный платеж P должен равняться дисконтированной величине выкупаемой ренты A. По формуле (4.19) определяется величина единовременного платежа при известных параметрах выкупаемой ренты: размере отдельного платежа R, сроке ренты n и процентной ставке i.

Пример 40. Предприятие предлагает покупателю свою продукцию на сумму 2000 руб. с условием ее оплаты в рассрочку в течение двух лет под 15 % годовых (проценты сложные). Платежи должны вноситься ежеквартально, проценты начисляются в конце года. Определить условия конверсии данного предложения.

Решение. По условию A = 2000 руб.; i = 0,15; n = 2 года; p = 4 раза в году. Из формулы (4.19) определим величину годового платежа:

$$2000 = R\frac{1-(1+0{,}15)^{-2}}{4\left[(1+0{,}15)^{\frac{1}{4}}-1\right]} = 1{,}7145R;$$

$$R = \frac{2000}{1{,}7145} = 1166{,}52 \text{ руб.}$$

Тогда квартальный платеж составит

$$\frac{R}{4} = \frac{1166,52}{4} = 291,63 \text{ руб.}$$

Сумма, которую получит предприятие после окончательного расчета с покупателем (наращенная сумма), определяется по формуле (4.6):

$$S = 1166,52 \frac{(1+0,15)^2 - 1}{4\left[(1+0,15)^{\frac{1}{4}} - 1\right]} = 2645 \text{ руб.}$$

Вывод. Покупатель имеет возможность выбрать один из двух вариантов: заплатить сразу 2000 руб. или в рассрочку 2645 руб.

Консолидация рент – объединение нескольких рент в одну, основанное на принципе финансовой эквивалентности. Дисконтированная величина вновь образованной консолидированной ренты должна быть равна сумме дисконтированных величин заменяемых (объединяемых) рент:

$$A = \sum_{q}^{k} A_q, \tag{4.20}$$

где A – дисконтированная величина консолидированной ренты;
$q = 1, 2, \ldots, k$;
A_q – дисконтированная величина каждой заменяемой ренты.

Правила объединения рент:
– находятся и суммируются дисконтированные величины рент;
– полученная сумма приравнивается к дисконтированной стоимости заменяющей ренты;
– задав все параметры заменяющей ренты, кроме одного, из уравнения эквивалентности определяется недостающий параметр.

Пример 41. Определите годовой платеж новой шестилетней ренты, заменяющей две: одна длительностью пять лет с годовым платежом 1000 $, другая – восемь лет с годовым платежом 800 $. Годовая ставка процента равна 8 %.

Решение. По условию R_1 = 1000 $, R_2 = 800 $, n_1 = 5 лет, n_2 = 8 лет, n = 6 лет.

Дисконтированные величины рент равны (формула (4.19))

$$A_1 = 1000\frac{1-(1+0,08)^{-5}}{0,08} = 3992,7\ \$;$$

$$A_2 = 800\frac{1-(1+0,08)^{-8}}{0,08} = 3992,7\ \$.$$

Определим дисконтированную величину замещающей ренты:

$$A = A_1 + A_2 = 3992,7 + 4597,3 = 8590\ \$.$$

Годовой платеж R заменяющей шестилетней ренты найдем из уравнения эквивалентности:

$$R\frac{1-(1+0,08)^{-6}}{0,08} = 8590.$$

Отсюда R = 1858 $.

Вывод. Новый годовой платеж составит 1858 $.

Тема 5. ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ФИНАНСОВЫХ И ИНВЕСТИЦИОННЫХ РЕШЕНИЙ

Рассмотрение любого инвестиционного проекта требует всестороннего анализа и оценки. Если исходить из определения, что *инвестирование* – это долгосрочные вложения экономических ресурсов в объекты инвестиционной деятельности с целью получения выгоды в будущем, то основной аспект этих вложений заключается в преобразовании собственных и заемных средств инвесторов в активы, которые при их использовании создадут новую ликвидность.

Инвестиционный проект прежде всего оценивается с точки зрения его технической выполнимости, экологической безопасности, экономической эффективности, под которой понимается результат сопоставления получаемой прибыли и затрат, то есть норму прибыли. Предпочтение отдается проекту, сулящему большую эффективность. Очевидно, что при наличии нескольких проектов можно получить равный размер прибыли, но эффективность этих проектов может быть различна, так как на их реализацию потребуются неодинаковые затраты.

Для упрощения исследования эффективности инвестиций предполагается, что необходимая норма прибыли задана и одинакова для всех инвестиционных проектов и, кроме того, для любого из рассматриваемых проектов степень риска одинакова.

В основе процесса принятия управленческих решений инвестиционного характера лежит оценка и сопоставление объема предполагаемых инвестиционных вложений с ожидаемым чистым доходом (будущие денежные поступления) от реализации проекта за принятый период расчета, так как только поступающие денежные потоки могут обеспечить окупаемость инвестиционного проекта. При этом осуществляется приведение инвестиционных расходов и доходов от инвестиционных вложений к единому моменту времени, то есть определение современных эквивалентов будущих денежных сумм. Для каждого отдельного инвестиционного проекта необходима информация об ожидаемых потоках наличности с учетом налоговых платежей.

Показатели эффективности проекта рассчитываются в составе бизнес-плана инвестиционного проекта. Правила по разработке бизнес-планов инвестиционных проектов утверждены Постановлением Министерства экономики Республики Беларусь 31.08.2005 № 158.

На основании чистого потока наличности рассчитываются основные показатели оценки эффективности инвестиций:

– чистый дисконтированный доход (ЧДД), или *NPV – Net Present Value*;

– индекс рентабельности (доходности) (ИР), или *PI – Profitability Index*;

– коэффициент эффективности инвестиций (индекс прибыльности), или *ARR – Accounting Rate of Return*;

– динамический срок окупаемости, или *PBP – Payback Period*;

– внутренняя норма доходности (ВНД), или *IRR – Internal Rate of Return*.

Для расчета этих показателей применяется коэффициент дисконтирования $K = \frac{1}{(1+i)^n}$, который используется для приведения будущих потоков денежных средств за каждый расчетный период (год) реализации проекта к начальному периоду времени. При этом дисконтирование денежных потоков осуществляется с момента первоначального вложения инвестиций.

Как правило, коэффициент дисконтирования рассчитывается исходя из средневзвешенной нормы дисконта с учетом структуры капитала. Выбор средневзвешенной нормы дисконта ($Д_{ср}$) для собственного и заемного капитала может определяться по формуле

$$Д_{ср} = \frac{P_{ск}СК + P_{зк}ЗК}{100}, \tag{5.1}$$

где $P_{ск}$ – процентная ставка на собственные средства;

СК – доля собственных средств в общем объеме инвестиционных затрат;

$P_{зк}$ – процентная ставка на заемные средства;

ЗК – доля заемных средств в общем объеме инвестиционных затрат.

Процентная ставка для собственных средств принимается на уровне не ниже средней стоимости финансовых ресурсов на рынке капитала. Допускается принятие ставки дисконтирования на уровне фактической ставки процента по долгосрочным валютным кредитам банка при проведении расчетов в свободноконвертируемой валюте.

В необходимых случаях может учитываться надбавка за риск, которая добавляется к ставке дисконтирования для безрисковых вложений.

Пример 42. Структура инвестиций представляет собой 70 % заемных средств и 30 % собственного капитала. Инвестор должен выплатить проценты за пользование кредитом из расчета 16 % годовых, а на собственный капитал намеревается получать не ниже банковского процента – 12 % годовых. Определить норму дисконта.

Решение. По условию $P_{ск}$ = 12 %; СК = 30 %; $P_{зк}$ = 16 %; ЗК = 70 %. Ставка дисконта в этом случае, взвешенная по доле кредитных и собственных средств, составит, используя формулу (5.1):

$$\text{Д}_{\text{ср}} = \frac{12 \cdot 30 + 16 \cdot 70}{100} = 14{,}8\ \%.$$

Вывод. Средневзвешенная норма дисконта составляет 14,8 %. Это значит, что в качестве коэффициента дисконтирования для оценки эффективности вложения инвестиций в расчетах можно использовать это значение.

5.1. Расчет чистого дисконтированного дохода

При экономической оценке инвестиционных проектов используется ряд методов. Основной из них сводится к расчету чистой текущей стоимости NPV (Net Present Value) или чистому дисконтированному (приведенному) доходу (ЧДД), который можно определить следующим образом: текущая стоимость денежных притоков (доходов, поступлений) за вычетом текущей стоимости денежных оттоков (вложений, расходов), то есть данный метод предусматривает дисконтирование денежных потоков с целью определения эффективности инвестиций.

Поскольку приток денежных средств распределен во времени, его дисконтирование производится по процентной ставке i. Важным моментом является выбор уровня процентной ставки. В экономической литературе иногда ее называют *ставкой сравнения*, так как эффективность часто оценивается именно при сравнении вариантов капиталовложений.

Ставка дисконтирования выбирается самостоятельно. При этом следует учитывать прогнозируемый темп инфляции за период, неопределенность и риск при планировании отдаленных по времени денежных поступлений и др. Обоснование выбора ставки дисконтирования в каждом случае индивидуально и зависит от условий и целей анализа.

При разовой инвестиции математически расчет чистого дисконтированного дохода можно представить:

$$NPV = \sum_{k=1}^{n} \frac{P_k}{(1+i)^k} - IC, \tag{5.2}$$

где P_k – годовые денежные поступления в течение k лет;

i – ставка для дисконтирования;

IC – стартовые инвестиции.

Свойства и экономическое содержание $NPV(i)$:

– если $NPV(i) > 0$, то доходы от проекта окупают вложенные инвестиции и проект следует принять. При $NPV(i) < 0$ доходы не окупают инвестиции и проект следует отвергнуть. При $NPV(i) = 0$ проект ни прибыльный, ни убыточный и инвестор предпочтет тот способ вложения денег (в проект или на банковский счет), который является более надежным;

– $NPV(i)$ характеризует возможный прирост (убытки) капитала инвестора в результате реализации проекта по сравнению с альтернативными вложениями под ставку i;

– если $NPV(i) > 0$, то $NPV(i)$ – это максимальная величина, на которую можно увеличить инвестиции в проект при данных доходах и ставке дисконтирования i так, чтобы проект не стал убыточным.

При прогнозировании доходов по годам необходимо учитывать все виды поступлений как производственного, так и непроизводственного характера, которые могут быть ассоциированы с данным проектом. Если по окончании периода реализации проекта планируется поступление средств в виде ликвидационной стоимости оборудования или высвобождения части оборотных средств, то они должны быть учтены как доходы соответствующих периодов.

Пример 43. Предприятие рассматривает целесообразность приобретения энергоэффективного оборудования по цене 18 000 руб. По прогнозам сразу же после пуска линии ежегодные поступления после вычета налогов составят 5700 руб. Работа линии рассчитана на пять лет. Ликвидационная стоимость линии равна затратам на ее демонтаж. Ставка дисконтирования составляет 12 %. Определить чистую текущую стоимость проекта.

Решение. По условию IC = 18 000 руб.; i = 12 %; P_k = 5700 руб.; k = 5 лет. Чистая текущая стоимость проекта определяется по формуле (5.2):

$$NPV = 5700(1 + 0{,}12)^{-1} + 5700 \cdot 1{,}12^{-2} + 5700 \cdot 1{,}12^{-3} + 5700 \cdot 1{,}12^{-4} + \\ + 5700 \cdot 1{,}12^{-5} - 18\,000 = 2547 \text{ руб.}$$

Вывод. Так как величина текущей стоимости больше нуля, то проект может быть принят.

Если проект предполагает не разовую инвестицию, а последовательное инвестирование финансовых ресурсов в течение нескольких m лет, то формула для расчета NPV модифицируется в вид

$$NPV = \sum_{k=1}^{n} \frac{P_k}{(1+i)^k} - \sum_{j=0}^{m} \frac{IC_j}{(1+i)^j}. \tag{5.3}$$

Если первоначальные инвестиции осуществляется разово и в тот момент, к которому приводятся все денежные потоки, то за j принимается 0, соответственно коэффициент дисконтирования равен $K = \dfrac{1}{(1+i)^0} = 1$ и используется в расчетах формула (5.2). Если же первоначальные инвестиции разбиваются на несколько лет, то дисконтирование происходит с первого года.

Пример 44. Имеется два инвестиционных проекта, в которых потоки платежей на конец года характеризуются данными, представленными в табл. 5.1. Ставка сравнения принята в размере 15 %. Выбрать рациональный объект инвестирования.

Таблица 5.1

Схема расчета для примера 44

Проект	Годы				
	0	1	2	3	4
A	–40 000	15 000	15 000	15 000	15 000
B	–20 000	–20 000	20 000	20 000	20 000

Решение. По условию i = 15 %. Чистая текущая стоимость проекта определяется по формуле (5.3). Определим показатели *NPV* по каждому проекту:

$$NPV_A = (-40\,000)(1 + 0{,}15)^0 + 15\,000 \cdot 1{,}15^{-1} + 15\,000 \cdot 1{,}15^{-2} + \\ + 15\,000 \cdot 1{,}15^{-3} + 15\,000 \cdot 1{,}15^{-4} = -40\,000 + 13\,044 + 11\,342 + \\ + 9863 + 8576 = 2825 \text{ руб.}$$

$$NPV_B = (-20\,000)(1 + 0{,}15)^0 + (-20\,000)1{,}15^{-1} + 20\,000 \cdot 1{,}15^{-2} + \\ + 20\,000 \cdot 1{,}15^{-3} + 20\,000 \cdot 1{,}15^{-4} = -20\,000 - 17\,391 + 15\,123 + \\ + 13\,150 + 11\,435 = 2317 \text{ руб.}$$

Вывод. Проект *A* более предпочтителен, так как имеет большее значение *NPV*.

Примечание. В MS Excel чистая текущая стоимость проекта *NPV*(i) вычисляется с помощью функции ЧПС (ставка; значения).

Необходимо отметить, что данный показатель характеризует прогнозируемую величину прироста капитала предприятия в случае реализации рассматриваемого проекта, однако *NPV* в явном виде не показывает, какими инвестиционными усилиями достигнут результат. Величину *NPV* трудно, а в ряде случаев невозможно, нормировать. Например, *NPV* некоторого проекта равно 10 000 руб., но много это или мало? Ответить на этот вопрос сложно, особенно, если рассматривается безальтернативный проект. Однако, этот показатель аддитивен во временном аспекте, то есть *NPV* различных проектов можно суммировать. Это очень важное свойство, выделяющее этот критерий из всех остальных и позволяющее использовать его в качестве основного при анализе оптимальности инвестиционного портфеля.

Инвестиционные вложения и отдача от них могут следовать различным закономерностям. Так, вложения по условиям финансирования могут носить периодический характер, в то же время отдача может быть непрерывной благодаря отлаженному производству. Другой случай, когда поток платежей в различные периоды имеет неоднозначный характер, то есть в период освоения будет иметь одну величину, а в период выхода оборудования на полную мощность – другую и т. д.

5.2. Расчет индекса доходности (рентабельности)

Для оценки эффективности проектного решения инвестиционного характера также применяется индекс рентабельности ИР или *индекс доходности – PI (Profitability Index).*

Экономический смысл индекса доходности инвестиций заключается в том, что он характеризует долю чистого дисконтированного дохода, приходящуюся на единицу дисконтированных к началу проекта инвестиционных вложений, и состоит в том, что необходимо определить инвестиционный проект с максимальным уровнем рентабельности среди всех проектов, для которых этот уровень больше либо равен единице. Если инвестиции осуществлены разовым платежом, то расчет производится по формуле

$$PI = \frac{\sum_{k=1}^{n} \frac{P_k}{(1+i)^k}}{IC}. \tag{5.4}$$

Если инвестиции представляют собой некоторый поток, то

$$PI = \frac{\sum_{k=1}^{n} \frac{P_k}{(1+i)^k}}{\sum_{j=0}^{m} \frac{IC_j}{(1+i)^j}}. \tag{5.5}$$

Пример 45. Возьмем исходные данные из предыдущего примера и рассчитаем индекс доходности (рентабельности).

Решение. При этих условиях индекс доходности будет равен

$$PI_A = \frac{15\,000 \cdot 1{,}15^{-1} + 15\,000 \cdot 1{,}15^{-2} + 15\,000 \cdot 1{,}15^{-3} + 15\,000 \cdot 1{,}15^{-4}}{40\,000 \cdot 1{,}15^{0}} =$$

$$= \frac{13\,044 + 11\,342 + 9863 + 8576}{40\,000} = 1{,}071;$$

$$PI_B = \frac{20\,000 \cdot 1{,}15^{-2} + 20\,000 \cdot 1{,}15^{-3} + 20\,000 \cdot 1{,}15^{-4}}{20\,000 \cdot 1{,}15^{0} + 20\,000 \cdot 1{,}15^{-1}} =$$

$$= \frac{15\,123 + 1315 + 11\,435}{20\,000 + 17\,391} = 1{,}062.$$

Вывод. Доходность инвестиций по рассматриваемым проектам выше норматива рентабельности, что свидетельствует об эффективности проектов. При этом наибольшую величину *PI* имеет проект *A*. Это означает, что приведенная сумма членов денежного потока на 7,1 % превышает величину стартового капитала, а во втором проекте – на 6,2 %.

Свойства и экономическое содержание *PI*:

– показатель *PI* характеризует уровень доходов на единицу затрат: $PI > 1$ – доходы окупают вложенные инвестиции; $PI < 1$ – инвестиции в проект не окупаются; $PI = 1$ – проект ни прибыльный, ни убыточный, доходность инвестиций точно соответствует нормативу рентабельности (ставке сравнения);

– чем больше показатель *PI* превосходит единицу, тем больше резерв безопасности проекта. Если, допустим, $PI = 2$, то рассматриваемый проект перестанет быть привлекательным для инвестора лишь в том случае, если его выгода (будущие денежные поступления) окажутся меньшими более чем в два раза (это и будет «запас прочности» проекта).

5.3. Расчет коэффициента эффективности инвестиций (индекс прибыльности)

Коэффициент эффективности инвестиций – ARR (Accounting Rate of Return), или *индекс прибыльности*, основывающийся в большей степени на показателе чистой прибыли, а не денежного потока, характеризует отношение *NPV* к суммарной величине дисконтированных инвестиций, то есть

$$ARR = \frac{NPV}{\sum_{j=0}^{m} \frac{IC_j}{(1+i)^j}}. \tag{5.6}$$

Индекс прибыльности – это показатель отдачи инвестиционного проекта, который показывает чистую прибыль, ожидаемую от инвестиций, по отношению к инвестированному капиталу. Если преобразовать формулу, то получаем

$$ARR = \frac{NPV}{\sum_{j=1}^{m} \frac{IC_j}{(1+i)^j}} = \frac{\sum_{k=1}^{n} \frac{P_k}{(1+i)^k} - \sum_{j=0}^{m} \frac{IC_j}{(1+i)^j}}{\sum_{j=0}^{m} \frac{IC_j}{(1+i)^j}} = PI - 1.$$

Индекс доходности больше индекса прибыльности на единицу, то есть

$$PI = ARR + 1. \tag{5.7}$$

Пример 46. Возьмем исходные данные из предыдущего примера и определим индекс прибыльности.

Решение. С учетом уже рассчитанного значения *NPV* индекс прибыльности будет равен

$$ARR_A = \frac{2825}{40\,000 \cdot 1{,}15^0} = 0{,}071;$$

$$ARR_B = \frac{2317}{20\,000 \cdot 1{,}15^0 + 20\,000 \cdot 1{,}15^{-1}} = 0{,}062.$$

Если рассчитать с учетом значений *PI* из примера 45, используя формулу (5.7), то получим те же значения:

$$ARR_A = 1{,}071 - 1 = 0{,}071;$$
$$ARR_B = 1{,}062 - 1 = 0{,}062.$$

Вывод. Наибольшую отдачу принесет проект *A*, так как принесет большую чистую прибыль по отношению к инвестициям.

5.4. Период окупаемости инвестиций

Период окупаемости *PBP (Payback Period)* – один из наиболее часто применяемых показателей для анализа инвестиционных проектов. *Период окупаемости* – это период времени, по окончании которого чистый объем поступлений (доходов) перекрывает объем инвестиций (расходов) в проект, то есть число лет, необходимое для возмещения стартовых инвестиционных расходов. Срок окупаемости является критерием, который в определенной степени оценивает риск инвестора. Неуверенность в достоверности прогнозов растет с удалением во времени от настоящего момента, что увеличивает предпринимательский риск. Очевидно, что существует верхняя граница срока окупаемости, при переходе которой риск вложения возрастает до такой степени, что считается уже невыгодным вложение инвестиций. Если рассчитанный период окупаемости меньше максимально приемлемого, то проект принимается, если нет – отвергается. В любом случае, чем меньше срок окупаемости проекта, тем он предпочтительнее.

Расчет периода окупаемости инвестиционного проекта может производиться как с учетом, так и без учета фактора времени. При расчете без учета фактора времени равные суммы дохода, получаемые в разное время, и равные суммы инвестиционных расходов, распределенные во времени, рассматриваются как равноценные. В этом случае показатель срока окупаемости можно определить:

$$n_{\text{у}} = \frac{IC}{P_k}, \tag{5.8}$$

где $n_{\text{у}}$ – упрощенный показатель срока окупаемости.

Под *динамическим сроком окупаемости* $n_д$ с учетом фактора времени понимают продолжительность периода, в течение которого сумма чистых доходов, дисконтированных на момент завершения инвестиций, равна сумме дисконтированных инвестиционных вложений:

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{P_k}{(1+i)^k} = \sum_{j=0}^{m} \frac{IC_j}{(1+i)^j}. \qquad (5.9)$$

Динамический срок окупаемости в отличие от простого учитывает стоимость капитала и показывает реальный период окупаемости.

Пример 47. Рассмотрим два уже известных инвестиционных проекта, данные которых представлены в табл. 5.2. Ставка процентов для дисконтирования принята 15 %. Определить период окупаемости.

Таблица 5.2

Схема расчета для примера 47

Проект	Годы				
	0	1	2	3	4
A	–40 000	15 000	15 000	15 000	15 000
B	–20 000	–20 000	20 000	20 000	20 000

Решение. Для определения упрощенного срока окупаемости суммируем годовые доходы и решаем уравнение:

Проект *A*: 40 000 = 15 000 + 15 000 + 15 000x, отсюда x = 0,67.

Из условия видно, что окупаемость наступит в период между вторым и третьим годом. Величина x = 0,67 характеризует часть года, в котором будет достигнута окупаемость. Следовательно, $n_у$ = 2,67 года (2 года 245 дней).

Проект *B*: 20 000 + 20 000 = 20 000 + 20 000. То есть проект окупится через три года от даты расчета или два года после внесения всех инвестиций.

Для расчета динамического срока окупаемости $n_д$ найдем сумму инвестиционных вложений с учетом ставки 15 % и представим для проекта *A* в табл. 5.3.

Таблица 5.3

Схема расчета для примера 47

Период	0	1	2	3	4
Денежный поток	–40 000	15 000	15 000	15 000	15 000
Дисконтированный денежный поток	–40 000	15 000 × × 1,15^{-1} = = 13 044	15 000 × × 1,15^{-2} = = 11 342	15 000 × × 1,15^{-3} = = 9863	15 000 × × 1,15^{-4} = = 8576
Накопленный дисконтированный денежный поток	–40 000	–26 956	–15 614	–5751	2825

Из табл. 5.3 видно, что $n_д$ проекта A наступает между третьим и четвертым годами. Отсюда срок окупаемости (при условии, что доход может выплачиваться и за часть года) составит

$$n_д^A = 3 + \frac{5751}{8576} = 3,67 \text{ года.}$$

Такой же расчет проведем для проекта B (табл. 5.4).

Таблица 5.4

Схема расчета для примера 47

Период	0	1	2	3	4
Денежный поток	–20 000	–20000	20 000	20 000	20 000
Дисконтированный денежный поток	– 20 000	–17 391	15 123	13 150	11 435
Накопленный дисконтированный денежный поток	–20 000	–37 391	–22 268	–9118	2317

Соответственно $n_д$ равно:

$$n_д^B = 3 + \frac{9118}{11435} = 3,8 \text{ года.}$$

Вывод. Если отталкиваться от даты начала инвестиций, то проект A окупится быстрее, чем проект B. Если же от даты окончания инвестиций – то проект B.

Основной недостаток показателя срока окупаемости заключается в том, что он не учитывает весь период функционирования инвестиций и на него не влияет вся та отдача, которая лежит за пределами расчетного периода. В связи с этим показатель срока окупаемости не должен служить критерием выбора, а может использоваться только в виде ограничения при принятии финансового решения.

5.5. Определение внутренней нормы доходности инвестиционных проектов

Одним из самых важных и наиболее распространенных показателей для оценки эффективности инвестиционного проекта является показатель внутренней нормы доходности – *IRR* (*Internal Rate of Return*) или ВНД. Данный показатель наиболее полно отражает абсолютную оценку доходности конкретного инвестиционного проекта.

Смысл расчета данного коэффициента заключается в следующем: *IRR* показывает максимально допустимый относительный уровень расходов, которые могут быть связаны с данным проектом. Например, если проект полностью финансируется за счет ссуды коммерческого банка, то значение *IRR* показывает верхнюю границу допустимого уровня банковской процентной ставки, превышение которого делает проект убыточным. Таким образом, смысл этого показателя заключается в том, что инвестор должен сравнить полученное для инвестиционного проекта значение *IRR* с ценой привлеченных финансовых ресурсов.

Внутренняя норма доходности ВНД или *IRR* – интегральный показатель, рассчитываемый нахождением ставки дисконтирования, при которой стоимость будущих поступлений равна стоимости инвестиций, то есть при котором *NPV* будет равно нулю. Практическое применение данного метода сводится к нахождению дисконтирующего множителя, обеспечивающего равенство $NPV = 0$. При нахождении *IRR* выбираются два значения ставок для дисконтирования $i_1 < i_2$ таким образом, чтобы в интервале (i_1, i_2) функция $NPV = f(i)$ меняла свое значение с «+» на «–» и наоборот. Далее используют формулу

$$IRR = i_1 + \frac{NPV(i_1)}{NPV(i_1) - NPV(i_2)}(i_2 - i_1).$$

Точность вычислений обратна длине интервала, поэтому наилучшая аппроксимация достигается в случае, когда длина интервала принимается минимальной (1 %).

Пример 48. Требуется определить внутреннюю ставку доходности для проекта *A*, рассчитанного на четыре года, требующего инвестиции в размере 40 000 руб. и имеющего предполагаемые денежные поступления в размере 15 000 руб.

Решение. Возьмем два произвольных значения процентной ставки для коэффициента дисконтирования: $i_1 = 0{,}15$ и $i_2 = 0{,}2$. Расчеты приведены в табл. 5.5.

Таблица 5.5

Схема расчета для примера 48

Год, t	Поток, руб.	Расчет для $i_1 = 0{,}15$		Расчет для $i_2 = 0{,}2$	
		$K = \dfrac{1}{(1+0{,}15)^n}$	Дисконтированный денежный поток	$K = \dfrac{1}{(1+0{,}2)^n}$	Дисконтированный денежный поток
0	–40 000	1,0	–40 000	1,0	–40 000
1	15 000	0,8696	13043,5	0,8333	12 500
2	15 000	0,7561	11342,2	0,6944	10416,7
3	15 000	0,6575	9862,7	0,5787	8680,6
4	15 000	0,5718	8576,3	0,4823	7233,8
NPV			2824,7		–1169

Вычислим значение *IRR*:

$$IRR = 0{,}15 + \frac{2824{,}7}{2824{,}7-(-1169)}(0{,}20-0{,}15) = 0{,}1857.$$

Первый расчет показал значение внутренней ставки доходности рассматриваемого проекта 18,57 %. Уточним величину ставки, для чего примем значение процентных ставок, равные 18 и 19 % соответственно, так как наилучшее приближение получим при минимальной длине интервала. Произведем новый расчет, рассчитав коэффициенты дисконтирования для ставок 18 и 19 % (табл. 5.6).

Таблица 5.6

Схема расчета для примера 48

Год, t	Поток, руб.	Расчет для i_1 = 0,18		Расчет для i_2 = 0,19	
		$K=\dfrac{1}{(1+0{,}18)^n}$	Дисконтированный денежный поток	$K=\dfrac{1}{(1+0{,}19)^n}$	Дисконтированный денежный поток
0	–40 000	1,0	–40 000	1,0	–40 000
1	15 000	0,8475	12711,9	0,8403	12 605
2	15 000	0,7182	10772,8	0,7062	10592,5
3	15 000	0,6086	9129,5	0,5934	8901,2
4	15 000	0,5158	7736,8	0,4987	7480
NPV			350,9		–421,2

Вычислим значение *IRR*:

$$IRR = 18 + \frac{350{,}9}{350{,}9-(-421{,}2)}(19-18) = 18{,}45\ \%.$$

Вывод. *IRR* = 18,45 % является верхним пределом процентной ставки, по которой предприятие может окупить кредит для финансирования инвестиционного проекта. Для получения прибыли предприятие должно брать кредит по ставке менее 18,45 %.

Примечание. В MS Excel внутренняя норма доходности *IRR* вычисляются с помощью функций ВСД (значения; предположение).

Свойства и экономическое содержание *IRR*:

– При i = *IRR* инвестиционные вложения в точности окупаются доходами, но не приносят прибыль (*PI* = 1); если ставка дисконтирования $i < IRR$, то проект является прибыльным; если $i > IRR$, то проект является убыточным.

– Чем больше разность $IRR - i$, тем больше резерв безопасности проекта. Разность $IRR - i$ определяет предельную возможность увеличения инвестиций в проект, позволяющую избежать убытков при данных доходах и ставке дисконтирования i.

5.6. Анализ альтернативных проектов

Значительные материальные и финансовые средства, направляемые на инвестирование, долгосрочное связывание капитала инвестора, комплексный характер воздействия последствий инвестиционных решений на разные стороны деятельности предприятия и необходимость обеспечения конкурентных преимуществ и выполнения обязательств будущих периодов существенно повышают требования к обоснованию инвестиционных решений. Процесс принятия таких решений должен отражать как их последствия, так и возможности инвестора.

Оценка эффективности капиталовложений может быть представлена в двух аспектах:

– целесообразность реализации конкретного проекта. Примерами таких решений могут быть: модернизация производственного оборудования, организация производства нового товара или нового направления деятельности, вложения средств в приобретение предприятия, покупка комплектующих или оборудования;

– выбор из нескольких перспективных и выгодных инвестиционных проектов одного или нескольких при ограниченности финансовых ресурсов (обычно в таком случае предполагается ранжирование нескольких жизнеспособных проектов).

Лимитирование финансовых средств для инвестиций в рамках бюджета является фиксированным пределом годового объема капитальных вложений, который может позволить себе предприятие исходя из своего финансового положения. При наличии финансовых ограничений инвестор может реализовать только часть инвестиционных проектов в комбинации, обеспечивающей максимальный эффект.

Критерии, используемые в количественной оценке эффективности инвестиций, можно подразделить на две группы в зависимости от того, учитывается ли стоимость денег во времени или нет: статичная и динамическая системы.

В работах, посвященных методам экономической оценки инвестиций, отдается предпочтение показателю *NPV*. Данный показатель достаточно широко распространен на предприятиях среднего бизнеса, в ограниченных случаях – крупного и мелкого бизнеса, так как там главное внимание уделяется другим показателям. В частности, на крупных предприятиях предпочтение отдается показателю внутренней нормы доходности, а на малых – показателям срока окупаемости инвестиций (срока окупаемости эксплуатируемого объекта).

В отличие от *NPV* индекс рентабельности представляет собой относительный показатель: он характеризует уровень доходов на единицу затрат, то есть эффективность вложений – чем больше значение этого показателя, тем выше отдача каждого рубля, инвестированного в данный проект. Благодаря этому критерий *PI* очень удобен при выборе одного проекта из ряда альтернативных, имеющих близкие значения *NPV*. В частности, если два проекта имеют одинаковые значения *NPV*, но разные объемы требуемых инвестиций, то очевидно, что выгоднее тот из них, который обеспечивает большую эффективность вложений.

При анализе альтернативных проектов использование показателя *IRR* в силу ряда присущих ему недостатков должно носить ограниченный характер: поскольку *IRR* является относительным показателем, исходя из его величины нельзя сделать вывод о размере увеличения капитала предприятия. Из определения сущности показателя *IRR* следует, что он показывает максимальный относительный уровень затрат, связанных с реализацией инвестиционного проекта. Следовательно, если данный показатель одинаков для двух инвестиционных проектов и превышает цену инвестиций, то для выбора проектов необходимо использовать другие критерии. Показатель *IRR* непригоден для анализа проектов, в которых денежный поток чередуется с притоком и оттоком капитала.

Также для инвестора, использующего кредитные ресурсы (и, естественно, не только для него), важно знать период возврата вложенных средств. Если период расчета проекта превышает динамический срок окупаемости на три и более года, то для целей оценки эффективности проекта расчет *NPV*, *PI* и *IRR* осуществляется за период, равный динамическому сроку окупаемости проекта плюс один год.

Инфляция искажает результаты анализа эффективности долгосрочных инвестиций. При учете уровня инфляции наиболее приемлемой является корректировка всех факторов, влияющих на денежные потоки инвестиционных проектов.

При расчете основных показателей оценки эффективности инвестиций все примеры строились на сравнении между собой двух проектов. Проведем анализ этих проектов, сопоставив все рассчитанные показатели, для принятия управленческого решения, какой проект наиболее приемлемый для вложения средств инвестором.

Пример 49. Предприятие рассматривает два инвестиционных проекта (уже рассмотренных ранее), требующих равную величину стартовых капиталовложений (40 000 руб.). Финансирование осуществляется за счет банковского кредита в размере 15 % годовых. Необходимо произвести экономическую оценку каждого проекта и выбрать оптимальный. Рассчитанные показатели эффективности инвестиционных проектов приведены в табл. 5.7.

Таблица 5.7

Рассчитанные показатели эффективности инвестиционных проектов

Проект	Показатели эффективности				
	NPV, руб.	*PI*	*ARR*	*IRR*, %	*PBP*, лет
A	2825	1,071	0,071	18,45	3,67
B	2317	1,062	0,062	17,87	3,8

Решение. Анализ данных позволяет сделать следующие выводы:

1. Наилучший показатель *NPV* = 2825 руб. принадлежит проекту *A*, следовательно, принятие этого проекта обещает наибольший прирост капитала.

2. Из рассматриваемых проектов наибольшее значение индекса рентабельности *PI* = 1,071 имеет проект *A*, то есть приведенная сумма членов денежного потока на 7,1 % превышает величину стартового капитала.

3. Наибольшую отдачу принесет проект *A*, так как принесет большую чистую прибыль по отношению к инвестициям (показатель *ARR* имеет большее значение).

4. Наибольшую величину *IRR* = 18,45 % имеет проект *A*. Однако учитывая, что банк предоставил кредит под 15 % годовых, это преимущество не имеет существенного значения.

5. Наименьший срок окупаемости *PBP* = 3,67 года у проекта *A*, но, учитывая, что разница в сроках окупаемости составляет ориентировочно полтора месяца, этим преимуществом можно пренебречь.

Вывод. Таким образом, рассмотрев два инвестиционных проекта по пяти показателям, можно отдать предпочтение проекту *A*.

Анализируя эффективность инвестиционных проектов, часто приходится сталкиваться с тем, что потоки денежных средств (расходы и доходы), рассматриваемые при их оценке, относятся к будущим периодам и носят прогнозный характер. Неопределенность будущих результатов обусловлена влиянием как множества экономических факторов (колебаний рыночной конъюнктуры, цен, валютных курсов, уровня инфляции и т. п.), не зависящих от усилий инвесторов, так и достаточного числа неэкономических факторов (климатических и природных условий, политических отношений и др.), которые не всегда поддаются точной оценке. Неопределенность прогнозируемых результатов приводит к возникновению риска того, что цели, поставленные в проекте, могут быть не достигнуты полностью или частично.

По определению риск инвестиционного проекта выражается в отклонении потока денежных средств для данного проекта от ожидаемого. Чем больше отклонение, тем проект считается более рискованным. При рассмотрении каждого проекта можно оценить потоки денежных средств, руководствуясь экспертными оценками вероятностей поступления этих потоков или значением отклонений величин потока от ожидаемых.

В вопросе об оценке риска инвестиционного проекта нет методологической однозначности, но обычно выделяют два основных подхода: качественный и количественный. Главная задача качественного подхода состоит в выявлении и идентификации возможных видов рисков рассматриваемого инвестиционного проекта, а также в определении и описании источников и факторов, влияющих на данный вид риска. Кроме того, качественный анализ предполагает описание возможного ущерба, его стоимостной оценки и мер по снижению или предотвращению риска. Основная задача количественного подхода заключается в численном измерении влияния факторов риска на поведение критериев эффективности инвестиционного проекта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРНЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Финансовая математика : учебное пособие / П. Н. Брусов [и др.]. – 2-е изд., стер. – М. : КНОРУС, 2013. – 224 с.

2. Бусыгин, Д. Ю. Практикум по арифметике финансового рынка : учебное пособие / Д. Ю. Бусыгин, Ю. Н. Бусыгин, Н. А. Антипенко. – Минск : БГАТУ, 2014. – 96 с.

3. Финансовый менеджмент. Учет фактора времени при управлении финансами : методические указания для студентов специальности 1-26 02 02 «Менеджмент» всех форм обучения / сост. В. А. Дерябина, кол. авт. Белорусского национального технического университета. – БНТУ, 2005. – 32 с.

4. Криничанский, К. В. Математика финансового менеджмента : учебное пособие / К. В. Криничанский. – М. : Дело и Сервис, 2006. – 256 с.

5. Лапченко, Д. А. Основы коммерческих и финансовых расчетов : учебно-методическое пособие / Д. А. Лапченко. – Минск : БГЭУ, 2013. – 113 с.

6. Левкович, А. О. Принятие финансовых решений : теория и практика / А. О. Левкович, А. М. Кунявский, Д. А. Лапченко ; под ред. А. О. Левковича. – Минск : Изд-во Гревцова, 2007. – 376 с.

7. Финансовый менеджмент: прикладной аспект : пособие / А. О. Левкович [и др.]; под ред. А. О. Левковича. – Минск : Элайда, 2008. – 578 с.

8. Марченко, Л. Н. Финансовая математика: наращение и дисконтирование : практическое руководство / Л. Н. Марченко, Л. В. Федосенко, Ю. С. Боярович; М-во образования Республики Беларусь, Гом. гос. ун-т им. Ф. Скорины. – Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2014. – 48 с.

9. Марченко, Л. Н. Финансовая математика: потоки платежей : практическое руководство / Л. Н. Марченко, Л. В. Федосенко, Ю. С. Боярович; М-во образования Республики Беларусь, Гом. гос. ун-т им. Ф. Скорины. – Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2014. – 48 с.

10. Мелкумов, Я. С. Финансовые вычисления. Теория и практика : учебно-справочное пособие / Я. С. Мелкумов. – 2-е изд. – М. : ИНФРА-М, 2010. – 408 с.

11. Морошкин, В. А. Практикум по финансовому менеджменту: технология финансовых расчетов с процентами : учебное пособие /

В. А. Морошкин, А. Л. Ломакин. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Финансы и статистика; ИНФРА-М, 2014. – 120 с. : ил.
12. Об утверждении правил по разработке бизнес-планов инвестиционных проектов : Постановление Министерства экономики Республики Беларусь, 31 августа 2005 г., № 158 : в ред. Постановления от 29 февраля 2012 г. // Нац. реестр правовых актов Респ. Беларусь. – 2005. – № 8/13184.
13. Просветов, Г. И. Финансовый менеджмент: задачи и решения : учебно-практическое пособие / Г. И. Просветов. – М. : Альфа-Пресс, 2014. – 340 с.

Учебное издание

ШАНЮКЕВИЧ Ирина Викторовна

ФИНАНСОВЫЙ МЕНЕДЖМЕНТ

Учебно-методическое пособие
для студентов дневной и заочной формы обучения
специальности 1-70 02 02 «Экспертиза и управление
недвижимостью» и направления специальности 1-27 01 01-17
«Экономика и организация производства (строительство)»

Редактор *Е. С. Кочерго*
Компьютерная верстка *Н. А. Школьниковой*

Подписано в печать 21.04.2017. Формат 60×84 $^{1}/_{16}$. Бумага офсетная. Ризография.
Усл. печ. л. 5,23. Уч.-изд. л. 4,09. Тираж 100. Заказ 861.
Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.