УДК 517

Конкретные приложения интегрального преобразования Меллина

Гахович А.С.
Белорусский национальный технический университет

В предыдущей работе отмечалась специфика приложений классического интегрального преобразования Меллина, полученного из общей схемы автора построения интегральных преобразований:

$$F(S)=\int_0^{+\infty} f(t)t^{S-1}dt \equiv M\left[f(t)\right]$$

В настоящей работе коснемся наиболее естественных приложений указанных преобразований на конкретном примере.

Поскольку классическое преобразование Меллина имеет простую связь с Гамма-функцией, а именно

$$\Gamma(S)=\int_0^{\infty} e^{-t}t^{S-1}dt \equiv M\left[e^{-t}\right],$$

то с его помощью можно получить многие результаты, связанные со специальными функциями.

Докажем, например, основное свойства Гамма-функции:

$$\Gamma(S+1)=S\Gamma(S). \tag{1}$$

Поскольку

$$te^{-t}=-t\frac{d}{dt}e^{-t}, \tag{2}$$

то опираясь на простейшие операционные правила для рассматриваемого преобразования:

$$tf(t)\div F(S+1); \quad t\frac{d}{dt}f(t)\div -SF(S),$$

имеем

$$e^{-t}\div\Gamma(S),\ \ te^{-t}\div\Gamma(S+1),\ \ -t\frac{d}{dt}e^{-t}\div S\Gamma(S).$$

Переходя в равенстве (2) к соответствующим изображениям, получаем требуемое равенство (1), из которого следует явное выражение для $n!$: $n!=\Gamma(n+1)$.