

Исаченко А.Н., Ревякин А.М.

Белорусский государственный университет

Национальный исследовательский университет «МИЭТ»

Предположим, что  $M_1, M_2$  – матроиды, заданные на одном и том же множестве элементов. Считаем, что для каждого элемента известен его неотрицательный вес. Задача на пересечении двух матроидов состоит в поиске максимального по включению подмножества независимого как в  $M_1$ , так и в  $M_2$ , и имеющего минимальный (максимальный) вес.

Рассмотрим некоторую матрицу  $A$ . Множество элементов матрицы назовём независимым по строкам (по столбцам), если все элементы этого множества принадлежат различным строкам (столбцам)  $A$ . Множество элементов матрицы назовём независимым, если оно независимо по строкам и столбцам одновременно. Семейство всех независимых по строкам (по столбцам) элементов матрицы образует матроид  $M_1$  ( $M_2$ ). Семейство всех независимых множеств элементов матрицы  $A$  является пересечением  $M_1$  и  $M_2$ . Если весом элемента матрицы считать его значение, то получим задачу поиска максимального по включению независимого множества элементов матрицы с минимальной (максимальной) суммой в виде задачи на пересечение двух матроидов  $M_1, M_2$ . Например, задача о назначениях вписывается в данную схему и является задачей на пересечение двух матроидов. Задача о минимальном (максимальном) ориентированном дереве формулируется как задача на пересечение двух матроидов. Задан ориентированный граф с положительными весами дуг. Определим первый матроид на множестве дуг, включая в семейство независимых множеств те подмножества, которые не содержат пары дуг, входящих в одну вершину. Соответственно, второй матроид определим также на множестве дуг исходного графа, включая в независимые те подмножества дуг, которые не содержат циклов. Задача поиска максимального паросочетания двудольного графа определяется пересечением двух матроидов, построенных на множестве ребер графа с включением в независимое семейство первого – всех рёбер, не инцидентных по вершинам левой доли, второго – по вершинам правой доли графа.

Если математическая модель допускает представление в виде задачи на пересечение двух матроидов, то точное решение можно получить алгоритмом, основанным на построении специального графа с рассмотрением в нём так называемых увеличивающих путей.